

4-12-2023

## Dynamic Target Assignment of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Based on Clustering of Network Nodes

Tuo Zhao

*School of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410003, China; 458621115@qq.com*

Hanqiang Deng

*School of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410003, China;*

Jialong Gao

*School of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410003, China;*

Jian Huang

*School of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410003, China; nudtjhuang@hotmail.com*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Dynamic Target Assignment of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Based on Clustering of Network Nodes

## Abstract

**Abstract:** In order to solve the problem that the distributed multi-UAV target assignment algorithm is prone to communication redundancy, which leads to the large communication scale of formation, a multi-UAV dynamic target assignment algorithm (CU-CBBA) based on node clustering in communication network is proposed. *The algorithm introduces the communication network node grouping clustering strategy. According to the node's degree centrality, feature vector centrality, intermediate centrality and other attributes, the network node importance ranking model is established. A group of key nodes in the network topology structure are selected and the network topology node clustering is completed according to the shortest path principle.* The simulation results show that, compared with CBBA, ACBBA and MCDGA algorithms, CU-CBBA algorithm has the smallest communication scale, the fastest convergence speed, and strong iterative stability. The change of formation size or target number does not affect its effectiveness. *Compared with the other CBBA variant algorithms, the algorithm does not need the establishment of relatively stable communication topology between agents and has good universality and stability,* which has a certain reference significance for the multi-aircraft and multi-target allocation in complex battlefield environment.

## Keywords

battlefield environment, communication network, node clustering, multiple uavs, target allocation

## Recommended Citation

Tuo Zhao, Hanqiang Deng, Jialong Gao, Jian Huang. Dynamic Target Assignment of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Based on Clustering of Network Nodes[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(4): 695-708.

## 基于网络节点聚类的多无人机动态目标分配

赵拓, 邓汉强, 高佳隆, 黄健\*

(国防科技大学 智能科学学院, 湖南 长沙 410003)

**摘要:** 为解决分布式的多无人机目标分配算法容易产生通信冗余, 导致编队出现通信规模过大的问题, 提出一种基于通信网络节点聚类的多无人机动态目标分配算法(clustered consensus-based bundle algorithm, CU-CBBA)。该算法引入了通信网络节点分组聚类策略, 依据节点的度中心性、特征向量中心性、中介中心性等属性, 建立了网络节点重要性排序模型, 选取网络拓扑结构中的一组关键节点, 按照最短路径原则完成网络拓扑节点聚类。仿真结果表明: 与 CBBA、ACBBA (asynchronous consensus-based bundle algorithm)、MCDGA(minimizing communications in decentralized greedy task allocation)算法相比, CU-CBBA 算法的通信规模最小, 收敛速度最快, 迭代稳定性强, 编队规模或目标数量的改变不会影响其有效性, 与其他 CBBA 变种算法相比, 该算法不需要智能体之间建立相对稳定的通信拓扑结构, 通用性和稳定性较好, 对复杂战场环境下的多机多目标分配具有部分借鉴意义。

**关键词:** 战场环境; 通信网络; 节点聚类; 多无人机; 目标分配

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2023)04-0695-14

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-1297

**引用格式:** 赵拓, 邓汉强, 高佳隆, 等. 基于网络节点聚类的多无人机动态目标分配[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(4): 695-708.

**Reference format:** Zhao Tuo, Deng Hanqiang, Gao Jialong, et al. Dynamic Target Assignment of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Based on Clustering of Network Nodes[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(4): 695-708.

### Dynamic Target Assignment of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Based on Clustering of Network Nodes

Zhao Tuo, Deng Hanqiang, Gao Jialong, Huang Jian\*

(School of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410003, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the distributed multi-UAV target assignment algorithm is prone to communication redundancy, which leads to the large communication scale of formation, a multi-UAV dynamic target assignment algorithm (CU-CBBA) based on node clustering in communication network is proposed. *The algorithm introduces the communication network node grouping clustering strategy. According to the node's degree centrality, feature vector centrality, intermediate centrality and other attributes, the network node importance ranking model is established. A group of key nodes in the network topology structure are selected and the network topology node clustering is completed according to the shortest path principle.* The simulation results show that, compared with CBBA, ACBBA and MCDGA algorithms, CU-CBBA algorithm has the smallest communication scale, the fastest convergence speed, and strong iterative stability. The change of formation size or target number does not affect its effectiveness. *Compared with the other CBBA variant algorithms, the algorithm does not need the*

收稿日期: 2022-10-31

修回日期: 2022-12-05

第一作者: 赵拓(1996-), 男, 助理工程师, 硕士生, 研究方向为无人作战仿真。E-mail: 458621115@qq.com

通讯作者: 黄健(1971-), 女, 研究员, 博士生导师, 博士, 研究方向为系统仿真技术。E-mail: nudtjhuang@hotmail.com

*establishment of relatively stable communication topology between agents and has good universality and stability, which has a certain reference significance for the multi-aircraft and multi-target allocation in complex battlefield environment.*

**Keywords:** battlefield environment; communication network; node clustering; multiple uavs; target allocation

## 0 引言

无人机依靠其高度的灵活性和可靠的自组织性,在交通运输<sup>[1]</sup>、通信保障<sup>[2]</sup>、搜索救援<sup>[3]</sup>中得到了广泛的应用。随着大数据计算、人工智能等信息化技术的不断进步,无人机在军事领域的发展前景广阔,特别是在复杂战场环境下,如何高效有序地向多无人机分配作战任务受到了学者们的广泛关注。多无人机任务分配的主要目的是在满足多种条件约束的前提下,以作战目标为牵引,寻找局部或者全局效果最优的任务分配方案<sup>[4]</sup>。

目前,多无人机任务分配方法主要分为集中式任务分配和分布式任务分配。在集中式任务分配方法中大部分研究将多无人机任务分配问题抽象为全局或局部优化问题模型,并通过设计分配算法进行模型求解。常见的任务分配模型包括多旅行商问题<sup>[5-6]</sup>模型、全局路径问题模型<sup>[7-8]</sup>、混合整数线性规划问题模型<sup>[9-10]</sup>、多背包问题模型<sup>[11-12]</sup>、动态网络流优化问题模型<sup>[13]</sup>、多处理器资源分配问题模型<sup>[14-15]</sup>等。对应于问题模型,目前集中式任务分配算法主要分为2种,一种是以穷举法、整数规划法<sup>[16]</sup>、图论法<sup>[17]</sup>等为主的最优化方法,适用于小规模无人机群任务分配;另一种是以列表规划法和智能优化算法为代表的启发式算法,其中包括遗传算法及其变种<sup>[18]</sup>、群智能算法<sup>[19]</sup>和人工免疫算法<sup>[20]</sup>等,这一类算法已经证明能够在一定的时间范围内求得局部或全局最优解。分布式任务分配模型包括市场机制模型<sup>[21]</sup>、博弈模型<sup>[22]</sup>等,此类问题的求解算法主要有博弈论方法<sup>[23]</sup>、拍卖算法<sup>[24]</sup>、共识算法<sup>[25]</sup>等。这类算法不需要单

一的控制解算中心,能通过各智能体之间共享信息实现算法的快速收敛,其在可靠性和稳定性方面表现的更好。

在多无人机协同作战的过程中,若采用集中式任务分配方法,其指挥控制节点一旦被摧毁,机群将无法完成动态任务分配,风险性较高。随着分布式作战<sup>[26]</sup>、“马赛克”<sup>[27]</sup>等作战概念的提出,现代战争正朝着小型化和模块化的方向发展,分布式任务分配依托其灵活性、有效性和去中心化的架构设计,已经成为无人机作战任务规划的主要研究方向,具有代表性的有CBBA(consensus-based bundle algorithm)及其扩展算法。

CBBA算法是一种分布式任务分配算法,能够有效求解多智能体多任务分配问题模型,特别是对于动态目标分配问题,能够快速找到全局一致性解决方案,具有良好的鲁棒性。

为了满足不同的任务需求,部分学者在此算法基础上进行了一系列的优化。ACBBA(asynchronous CBBA)算法<sup>[28]</sup>引入了重播策略,以局部最优解作为收敛条件,是一种异步动态任务分配算法,一定程度上降低了智能体编队的通信规模。Kim等<sup>[29]</sup>在CBBA算法的基础上,提出了MCDGA(minimizing communications in decentralized greedy task allocation)算法,该算法旨在通过要求智能体放弃接收与自身无关的中标信息,从而达成局部共识,也在一定程度上降低了通信规模,但存在任务重分配问题,容易浪费作战资源。

此外,在分组策略方面, Kim等<sup>[30]</sup>提出了一种智能体分组方法GCBBA,依据智能体竞价意图进行分组,在通信受限的复杂战场环境下,待分配目标是随机出现的,不能确保具有相同竞价意

图智能体之间能够建立通信联系, 从而导致分组策略不能达到预期效果。

Smith 等<sup>[31]</sup>在 CBBA 算法的基础上, 提出了一种聚类分配方法 T-CBBA(Team-CBBA), 提出了以集群模式进行智能体群间通信, 但该算法没有设计集群内通信核心选取规则, 在不同通信网络结构下的有效性有待验证。

针对以上优化空间, 本文基于无人机机群的实时通信网络结构, 通过设计节点聚类算法, 对 CBBA 进行改进, 提出了 CU-CBBA(clustered consensus-based bundle algorithm)算法, 运用集散式的任务分配架构, 在保证目标有序分配的前提下, 大幅降低了无人机机群内部的通信规模。

## 1 任务分配问题描述及建模

### 1.1 任务分配问题建模

本文研究的作战背景为任务区域内部署多架无人机, 包括侦察无人机和打击无人机, 但是由于战场电磁环境及通信距离的限制, 无人机机群内部只能依靠实时的通信网络结构进行信息共享。无人机编队要对每一个战场目标分别实施一次侦察任务和打击任务, 打击任务在侦察任务完成之后出现, 两种任务都必须在规定的时间窗口内被执行。所有任务均需被成功分配且只能同时分配给一架无人机, 避免作战资源浪费。

将此背景下的多无人机多目标分配问题抽象成带时间窗的不同能力约束车辆路径问题(capacitated vehicle routing problem with time window, CVRPTW)。此任务描述为将  $n$  个任务分配给  $m$  架无人机。每架无人机一次最多获得  $l$  个任务。 $x_{ij} \in \{0, 1\}$  表示任务  $j$  是否分配给无人机  $i$ ;  $r_{ij}$  表示将任务  $j$  分配给无人机  $i$  获得的收益。执行侦察任务和打击任务均需消耗一定的时间  $T_{du}$ , 同时需要考虑无人机在两个任务之间转移消耗的时间  $T_l$ , 任务的目标是输出的分配方案获得尽可能大的任务收益, 此问题可以用数学方法描述为

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n r_{ij}(x_{ij}, l_i)x_{ij} \right) \\ & \text{s. t. } \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \forall j \in (1, n) \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq l, \forall i \in (1, m) \\ & 0 \leq t_{j_{\text{start}}} \leq t_{ij} \leq t_{j_{\text{end}}}, j \in (1, n) \\ & t_{ij}^D + T_{du} = t_{j_{\text{start}}}^T \\ & t_{i(j-1)} + T_l = t_{ij} \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $l_i$  为按顺序分配给无人机  $i$  的任务列表;  $t_{ij}$  为无人机  $i$  执行任务  $j$  的时间;  $[t_{j_{\text{start}}}, t_{j_{\text{end}}}]$  为任务  $j$  的时间窗口;  $t_{ij}^D$  为无人机  $i$  执行目标  $j$  的侦察分任务的时间;  $t_{j_{\text{start}}}^T$  为目标  $j$  的打击分任务开始的时间。

### 1.2 CBBA 算法描述

CBBA 算法是一种分布式目标分配算法, 对其中部分关键概念进行描述:

(1) 本地包列表  $Bu_i = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$ , 表示第  $i$  架无人机参与出价的任务索引列表;

(2) 本地竞价列表  $Bd_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in}\}$ , 其中,  $s_{ij}$  表示第  $i$  架无人机对第  $j$  个任务的出价;

(3) 获胜者列表  $y_i \in \mathbb{R}^M$ , 表示最终获得任务执行权的无人机集合;

(4) 获胜者出价列表  $z_i \in \mathbb{R}^M$ , 表示获胜者对每项任务的最高出价。

该算法执行过程主要分为 2 个阶段: 包构建阶段和冲突消解阶段。

包构建阶段, 每个智能体对符合其约束条件的任务进行出价, 在本地构建一个任务包和获胜者列表, 任务包包括任务的类型、编号、智能体执行任务的顺序、时间窗口和任务收益; 获胜者列表包括最终获得任务执行权的智能体编号及其出价。

冲突消解阶段, CBBA 算法引入了时间戳向量  $s_i \in \mathbb{R}^M$ , 当无人机  $i$  从无人机  $k$  接收到任务  $j$  的信息时, 其根据各自的  $y_i$ ,  $z_i$  和  $s_i$  来判断每个任

务最新的竞价信息，同时采取3种冲突消解规则<sup>[25]</sup>。

(1) 更新:  $y_{ij} = y_{kj}$ ,  $z_{ij} = z_{kj}$ , 即用无人机  $k$  的信息更新无人机  $i$  的信息。

(2) 重置:  $y_{ij} = 0$ ,  $z_{ij} = \Phi$ , 表示无人机  $i$  不认可自身消息的有效性，进行消息重置。

(3) 保持:  $y_{ij} = y_{ij}$ ,  $z_{ij} = z_{ij}$ , 表示无人机  $i$  认为自身消息更为有效，保持原有情况不变。

$y_{ij}$ ,  $y_{kj}$  分别为无人机  $i$  和  $k$  对任务  $j$  的出价;  $z_{ij}$ ,  $z_{kj}$  为无人机  $i$  和  $k$  在本地竞价包中储存的获得任务  $j$  执行权的无人机编号。本文提出的 CU-CBBA 算法对 CBBA 算法的冲突消解阶段进行了改进，放弃了大多数 CBBA 变种算法使用的时间戳，而是以中心节点的信息作为智能体本地竞价包的依据，大大简化了原有算法的冲突消解规则，有效降低了通信冗余。

## 2 基于通信网络结构的关键节点聚类及冗余消解算法

### 2.1 网络节点排序方法概述

网络结构通常用来反映不同实体之间的相互联系，其表现方式包括有向图、无向图、多维矩阵等。本文研究的通信网络结构可以用图论的模型进行表示，将其描述为一个二元组模型：

$$G = \langle V, E \rangle \quad (2)$$

式中： $G$  为通信网络结构图； $V = \{1, 2, \dots, n\}$  为通信网络节点，在本文中用单架无人机节点； $E \in V \times V$  为边集，表示每对网络节点之间的连接关系，通常使用邻接矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  对其进行数学表示，若无人机  $i$  与无人机  $j$  之间能够进行实时通信则  $a_{ij} = 1$ ，反之  $a_{ij} = 0$ 。

目前，网络结构关键节点排序方法可以分为基于节点近邻的排序方法<sup>[32]</sup>、基于路径的排序方法<sup>[33]</sup>、基于特征向量的排序方法<sup>[34-35]</sup>、基于节点移除和收缩的排序方法，以及机器学习的排序方法<sup>[36]</sup>等，其分别包含的评价指标<sup>[37]</sup>如图1所示。

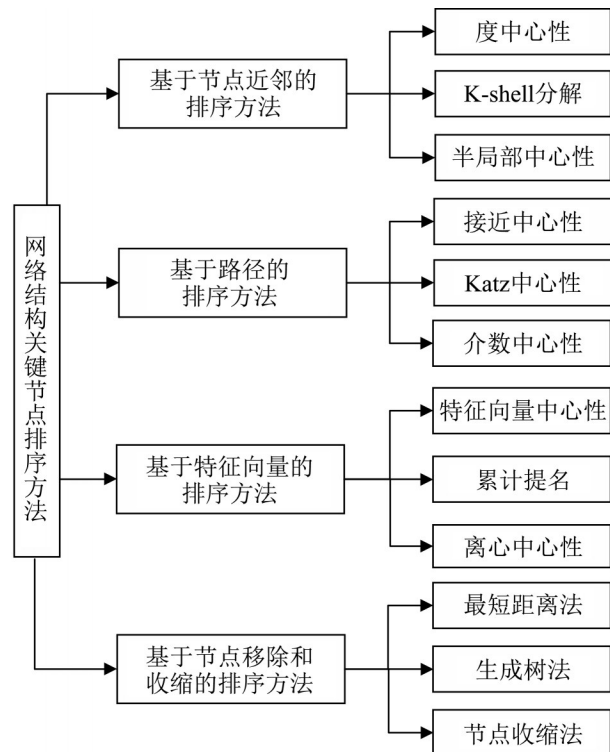


图1 网络节点排序评价指标

Fig. 1 Evaluation index of network node ranking

### 2.2 CU-CBBA 算法原理

本文将不同无人机之间交换一次信息记为一次通信，多无人机编队的通信规模定义为编队就目标分配方案达成一致时，编队内部交换信息次数的总和，这也是衡量战场通信资源占有量的重要指标，因此，根据此标准衡量不同算法的通信规模，具有一定的实践意义。CU-CBBA 算法为分布式的动态目标分配算法，包含组内竞价和冲突消解、组间冲突消解2个阶段，且2个阶段异步实施，其过程如下。

**step 1:** 多无人机编队收到上级下发的动态目标信息后，根据 CU-CBBA 中的图节点聚类算法，选出网络结构关键节点，依托关键节点完成其余节点的分组聚类。

**step 2:** 各组中心节点向组内下发目标信息，各无人机根据目标信息决定是否竞价，并与中心节点沟通竞价消息。

**step 3:** 当其中一组完成组内冲突消解后，无

需等待即可与其他组中心节点交流竞价信息, 并将交流结果向组内无人机分享, 各无人机根据自身需要, 实施新一轮竞价。这种通信方式, 实现了组间冲突消解与组内目标竞价的异步分解, 在保证无任务分配冲突的前提下, 提升了算法的收敛速度。

**step 4:** 反复执行上述步骤, 直到所有无人机就分配方案达成一致, 输出任务分配信息。为了避免由于通信丢包导致无人机信息获取不全的问题, 本研究将相邻 5 次迭代内, 无智能体更新任务包作为算法收敛。

### 2.3 CU-CBBA 中的图节点聚类算法

CU-CBBA 中的图节点聚类算法主要分为 2 步。

**step 1:** 根据实时通信网络结构特点, 对网络中各个节点的重要性进行排序, 选出其中的关键节点;

**step 2:** 依托关键节点, 按照路径最短原则对其余节点进行分组。

在中心节点选择方面, 为了减少无人机群内部的通信规模, 组内的中心节点应保证在尽可能少的通信跳数内, 与其他节点进行通信, 因此备选的关键节点需要具备以下特点:

(1) 在 1 跳的通信距离内, 能够覆盖尽可能多的通信节点, 确保减少组内通信规模;

(2) 对于通信距离大于 1 跳的节点, 要保证中心节点到此类节点的总体通信跳数最少。

基于以上特点, 本文结合图结构中关键节点排序指标, 选取了其中的度中心性、接近中心性、中介中心性、特征向量中心性。

度中心性为

$$d(i) = \sum a_{ij} \quad (3)$$

式中:  $a_{ij}$  为网络邻接矩阵  $A$  中第  $i$  行第  $j$  列元素。

接近中心性为

$$c(i) = \frac{n-1}{\sum_{j \neq i} d_{ij}} \quad (4)$$

式中:  $d_{ij}$  为节点  $i$  到节点  $j$  的最短路径长度。

中介中心性为

$$b(i) = \sum_{i \neq j, j \neq k, k \neq i} \frac{g_{jk}^i}{g_{jk}} \quad (5)$$

式中:  $g_{jk}$  为从节点  $j$  到节点  $k$  的所有最短路径的数量;  $g_{jk}^i$  为从节点  $j$  到节点  $k$  的所有最短路径中经过节点  $i$  的数量。

特征向量中心性为

$$e(i) = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot c_e(v_j)}{\lambda} \quad (6)$$

式中:  $c_e(v_j)$  为邻接矩阵  $A$  的第  $j$  个特征向量;  $\lambda$  为其对应的特征值。

由于各个性能指标的计量标准不同, 在选取关键节点之前需对各项指标使用“min-max”的方法进行归一化处理:

$$x_{\text{norm}} = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) \quad (7)$$

式中:  $x$  为所有节点某一性能指标的向量。

以上 4 项图节点性能指标从不同的角度提供了节点重要性排序依据, 在 CU-CBBA 算法中, 节点的重要性表示各项指标归一化后的均值, 其数学模型为

$$Y(i) = (b_i + c_i + d_i + e_i) / 4 \quad (8)$$

式中:  $b_i$ 、 $c_i$ 、 $d_i$ 、 $e_i$  分别为节点的中介中心性、接近中心性、度中心性、特征向量中心性分量。

在确定网络结构图中的关键节点后, 需要对其余节点按照算法 1 中的描述进行聚类分组, 具体算法思路如下:

算法 1 节点选取与分组聚类算法

输入: 网络结构图论模型  $G = \langle V, E \rangle$

输出: 网络节点分组列表  $S_1, S_2$

初始化: 节点属性向量  $E, B, C, D$ ;

初始化: 分组列表  $S_1, S_2$

while 存在未分组网络节点:

for 节点  $i$  in 所有节点  $V_1, V_2, \dots, V_n$ :

根据式(3)~(6)分别计算节点的各项属性分量, 更新属性向量

```

    E(i)→E; b(i)→B; c(i)→C; d(i)→D;
end for
根据式(8)计算各节点重要度, 并选择
其中 2 个关键节点  $n_1, n_2$ , 更新分组列表
 $n_1 \rightarrow S_1, n_2 \rightarrow S_2$ 。
for 节点  $j$  in 剩余未分组节点:
    分别计算节点  $j$  到节点  $n_1, n_2$  的最短路径
 $d_1, d_2$ , 按照最短路径原则,
    if  $d_1 > d_2$ :
        将节点  $j$  纳入  $S_2$  分组,  $j \rightarrow S_2$ 
    if  $d_1 < d_2$ :
        将节点  $j$  纳入  $S_1$  分组,  $j \rightarrow S_1$ 
    else:
        根据均衡原则, 将节点  $j$  纳入节点数量较少
        的一组
    end if
end for
end while

```

## 2.4 CU-CBBA 中的通信冗余消解策略

在分布式任务分配算法中, 一般将 2 个智能体之间交流与自身无关的信息或者时间戳相对落后的信息视为通信冗余, 不同无人机之间交换一次无效信息记为一次通信冗余。

在以往基于分组的 CBBA 算法中, 主要在 2 个方面存在通信冗余:

(1) 组内通信时, 末端无人机节点相互之间交换时间戳相对落后的信息。在图 2 中, 红色为中心节点, 节点 1 和 4 在分别与中心节点进行通信后, 在以往的 CBBA 及其变种算法中, 节点 1 和 4 也需要进行信息交换, 但由于 CU-CBBA 中心节点的汇聚属性, 此时节点 1 和 4 之间的交流不会产生有用信息, 还会造成一定的通信冗余。

(2) 组内通信时, 交流与自身竞价无关的信息容易产生通信冗余。假设图 2 中节点 1 为侦察无人机, 传统的 CBBA 算法需要节点 1 和中心节点 0 就每一个任务进行双向沟通, 其中包括节点 1 不需

要的打击任务信息, 这样的信息交换机制, 在需要多次迭代的通信网络结构中容易造成机群通信规模的激增。

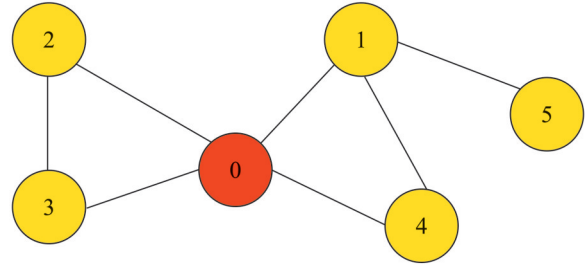


图2 某无人机群通信网络结构  
Fig. 2 Communication network structure of a UAV group

针对以上问题, CU-CBBA 算法的通信冗余消解策略主要包括 3 个阶段。

阶段 1: 竞价包构建阶段。单架无人机节点按照任务匹配程度, 依照式(9)计算执行任务收益, 形成本地竞价包。

$$\psi_{ij}(\mathbf{q}_i \oplus j) = \arg \max c_j(\psi_{ij}) \quad (9)$$

式中:  $\psi_{ij}$  为加入任务  $j$  后无人机  $i$  的竞价列表;  $\mathbf{q}_i$  为无人机  $i$  的执行任务列表;  $c_j$  表示将任务  $j$  插入  $\mathbf{q}_i$  的不同位置时产生的收益集合。

阶段 2: 组内通信阶段。末端无人机节点只通过最短路径与中心节点进行沟通, 且只交换自身任务包中的目标信息, 此时中心节点只作为接收方处理信息; 对于末端节点没有参与竞价的任务信息, 只需中心节点在进行一轮迭代后作为发送方向其单播获胜信息。

阶段 3: 组间通信阶段。随机选择其中一个关键节点作为发送方, 其余节点为接收方, 其与 CBBA 算法相比, 放弃使用时间戳向量  $\mathbf{s}_i$ , 同时由于规定了中心节点担任发送方和接收方的时机, 算法只需保留 1 种冲突消解动作:

$$y_{ij} = y_{kj} = \max(y_{ij}, y_{kj}) \quad (10)$$

即 2 架无人机之间总是按照最高出价更新自身信息, 进一步简化了编队内部的冲突消解规则。这种信息交换机制, 能够进一步减小无人机编队的通信规模, 算法具体流程如下:



## 算法2 通信冗余消解策略

输入: 任务列表  $N$ , 智能体分组  $S_1, S_2$ , 关键节点索引  $n_1, n_2$

输出: 目标分配方案

初始化: 单个智能体竞价矩阵向量  $Bd$ , 每项任务的最终获胜者索引向量  $Z$ , 获胜者出价向量  $Y$ 。

while 存在未被分配的目标:

阶段1: 竞价包构建阶段

for 智能体节点  $i$  in 节点  $V_1, V_2, \dots, V_n$ :

for 目标  $j$  in 任务列表  $N$ :

若智能体  $i$  与目标  $j$  类型匹配则

按照式(9)更新竞价向量  $Bd$

end for

end for

阶段2: 组内通信阶段

for 智能体节点  $i$  in 分组  $S_1$  or  $S_2$ :

for 遍历智能体节点  $i$  的竞价包  $Bd_i$ :

比较关键节点  $n_1$  或  $n_2$  与智能体节点  $i$

关于所有任务的竞价信息, 更新关键节点

竞价包  $Bd_i \rightarrow Bd_{n_1}, Bd_{n_2}$

end for

end for

阶段3: 组间通信阶段

for 目标  $j$  in 任务列表  $N$ :

关键节点  $n_1, n_2$  之间交换竞价信息, 更新获胜者信息, 并向组内节点进行广播,

$Bd_{n_1}$  or  $Bd_{n_2} \rightarrow Z, Y$

end for

end while

### 3 仿真实验分析

由于无人机的自主程度仍处于初级阶段, 考虑到战场环境的复杂性和特殊性, 若由多无人机群自主完成协同作战, 编队数量规模较为有限, 因此, 在仿真实验中, 无人机编队的规模保持在

15架以内。

### 3.1 CU-CBBA 算法合理性验证

本节主要对 CU-CBBA 算法中选取了 10 架无人机和 5 个目标(5 个侦察任务、5 个打击任务)和 6 种典型的通信网络结构, 在每种网络结构下进行 50 次蒙特卡罗仿真, 通过对比 CBBA 算法与 CU-CBBA 算法的通信规模, 分析 CU-CBBA 算法中关键节点选取的必要性, 以及不同数量的关键节点对通信规模的影响。实验中, 为了验证 CU-CBBA 算法能否获得与 CBBA 算法相同的最优分配方案, 本节设置目标位置固定不变。同时, 由于关键节点数量为 1 个时, 该节点需要承受的信息吞吐量较大, 且易受到重点攻击, 依托其建立的网络结构较为脆弱, 因此不予考虑, 6 种典型拓扑结构如图 3 所示, 其中的关键节点选取情况如表 1 所示。

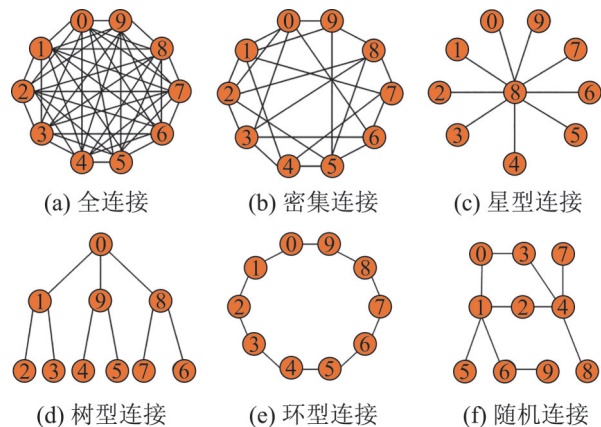


图3 6种典型通信网络拓扑结构

Fig. 3 Six typical communication network topologies

表1 典型通信拓扑结构关键节点选取情况

Table 1 Selection of key nodes in typical communication topology

典型通信网络结构	2个节点	3个节点	4个节点	5个节点
全连接	0,1	0,1,6	0,1,6,7	0,1,4,6,7
密集连接	0,1	0,1,6	0,1,6,7	0,1,4,6,7
星型连接	0,8	0,1,8	0,1,2,8	0,1,2,3,8
树型连接	1,9	1,9,8	1,9,8,0	1,9,8,0,2
环型连接	0,1	0,1,3	0,1,3,5	0,1,3,5,7
随机连接	1,4	0,1,4	0,1,4,2	0,1,4,2,3

结果表明, 2种算法在不同的拓扑结构下, 能够生成相同的任务分配方案, 如图4所示, 这表明CU-CBBA算法能够使每架无人机得到全局一致性的目标分配方案, 避免了作战资源浪费。

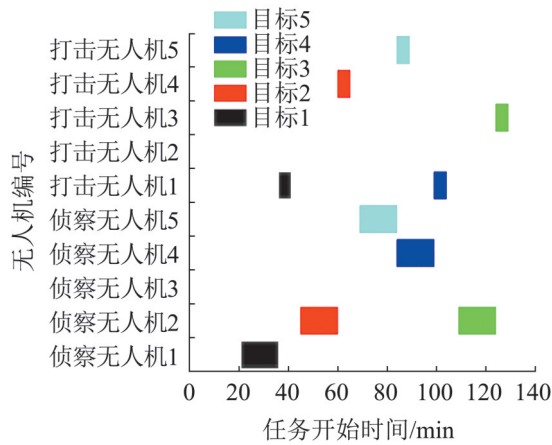


图4 无人机编队任务分配方案

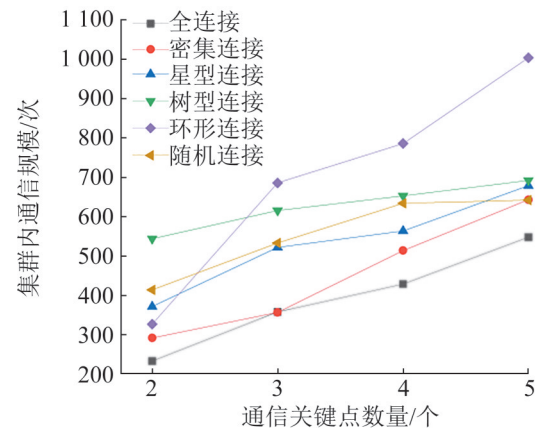
Fig. 4 Task assignment scheme of UAV formation

虽然2种算法的任务收益相同, 但是其通信规模存在较大差异, 图5表明在不同的通信网络结构下, 以通信关键节点为依托的集散式任务分配算法, 较之基准CBBA算法, 能够有效降低机群内部的通信规模。

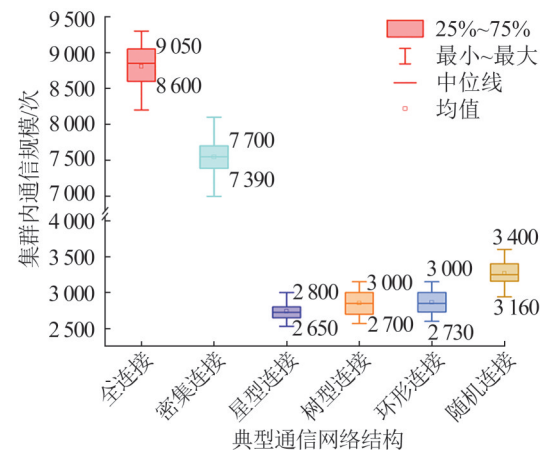
同时可以看出, 无人机机群的通信规模与其通信网络关键节点数量之间存在正相关关系。本文采用控制变量法, 将无人机群的通信规模按照组内通信和组间通信进行分解, 以树型网络结构和密集网络结构为例, 分析影响无人机群通信规模的关键因素。图6的统计结果表明, 组间通信的规模受关键节点数量的影响更大, 这是由于在一轮迭代中, 组内通信规模与任务数量相关, 如算法2中阶段2所示, 关键节点数量的增加不会对其产生影响。而组间通信规模与任务数量和关键节点数量均有关, 如式(11)所示, 编队组间通信规模与关键节点数量均存在正相关关系。

$$P_1 = n \cdot C_k^2 \quad (11)$$

式中:  $P_1$ 为无人机编队组间通信规模;  $n$ 为任务数量;  $k$ 为关键节点数量。



(a) 包含关键节点的任务分配算法通信规模



(b) 基准CBBA算法通信规模

图5 基于不同算法的机群内部通信规模

Fig. 5 Internal communication scale of cluster based on different algorithms

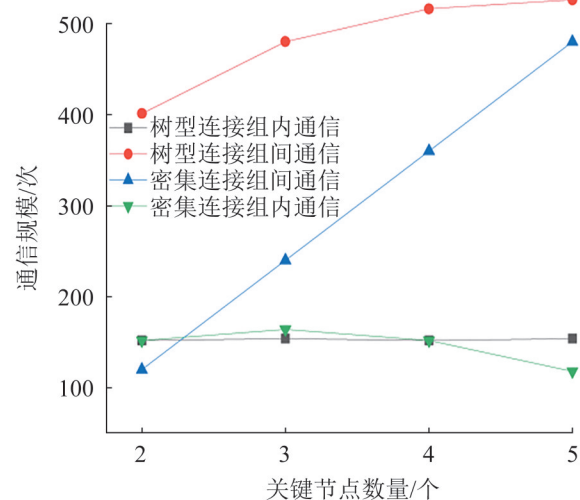


图6 无人机编队组内、组间通信规模差异

Fig. 6 Differences of communication scale between groups of unmanned aerial vehicles

基于此本文提出的CU-CBBA算法以2个关键节点作为通信枢纽, 构建集散式的任务分配架构。

### 3.2 CU-CBBA算法性能验证

本节主要将CU-CBBA算法与CBBA、ACBBA、MCDGA算法就任务收益和通信规模进行对比。想定背景为10架无人机(5架侦察无人机、5架打击无人机)分别对5个目标衍生的10个任务(5个侦察任务、5个打击任务)进行分配, 其中每个任务的初始分数为100, 无人机速度为20 m/s, 无人机每飞行1 km惩罚分数记为4, 若产生任务重分配问题则减50分任务收益, 目标在20 km×20 km的范围内随机动态产生, 所有任务均需在150 min之内完成。

首先针对不同疏密程度的通信网络结构进行测试, 本文将邻接矩阵中的非零元素占总元素的比例作为判断通信网络疏密程度的依据:

$$\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij}}{m^2} \quad (12)$$

式中:  $m$ 为无人机节点数量。

测试中选取了8种不同疏密程度的通信网络结构, 每种结构随机生成100张拓扑结构图, 部分拓扑结构图如图7所示。

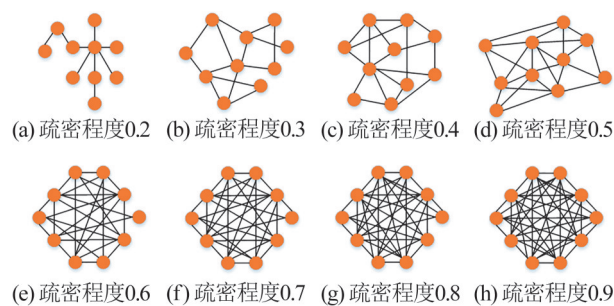


图7 不同疏密的通信拓扑结构图

Fig. 7 Communication topological structure diagram with different density

4种算法任务收益如表2所示。由于4种算法共享相同的任务信息, 因此, 其最终分配方案中各无人机对目标的出价相差较小, 在不考虑通信受限时, CBBA算法由于信息交换比较充分, 能

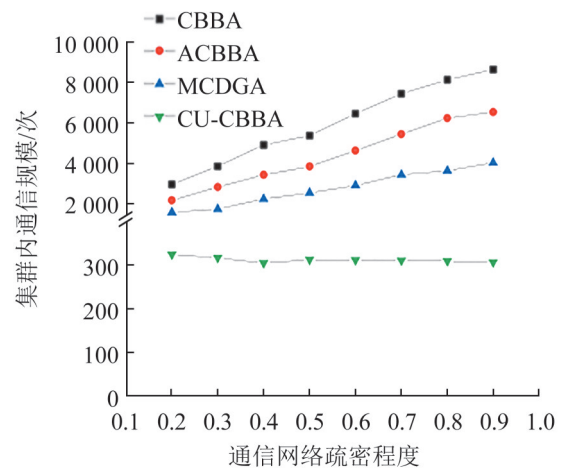
够获得最佳的分配方案, CU-CBBA算法可以获得与CBBA相同的任务收益。

表2 不同算法下的任务分配收益  
Table 2 Income distribution of tasks under different algorithms

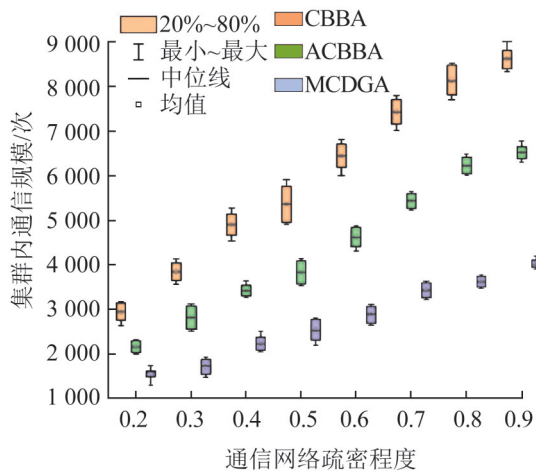
算法	任务收益	是否存在任务重分配
CBBA	641.7	否
CU-CBBA	641.7	否
ACBBA	636.4	是
MCDGA	638.3	是

在保证任务收益的前提下, 图8(a)显示CU-CBBA的通信规模明显小于其他3种算法, 并且随着通信拓扑结构疏密程度的变化, 其机群内部通信规模可以稳定在250~350次之间, 算法的鲁棒性较强, 同时从4种算法的通信规模箱线图, 图8(b)、(c)可以看出, CU-CBBA算法受通信网络疏密程度的影响最小, 具有较好的稳定性。

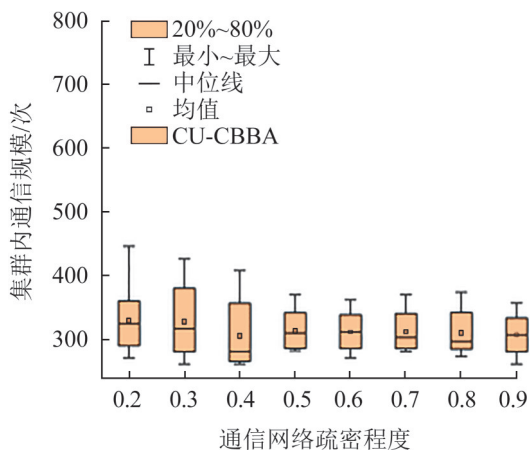
此外, 收敛速度是衡量算法性能的重要指标。本文将算法的迭代次数作为评价其快速性的标准, 在以往的研究中, CBBA算法由于一次迭代即可完成相当规模的通信, 与其变种算法相比, 快速性更优, 因此, 将CU-CBBA算法与CBBA算法进行对比。本节将所有无人机就分配方案达成一致, 且在5次迭代内不发生新的变化作为算法的收敛条件, 在疏密程度不同的通信拓扑结构下, 其结果如图9所示。



(a) 4种算法通信规模对比



(b) 3种对比算法的通信规模变化情况



(c) CU-CBBA 算法通信规模变化图

图8 4种算法通信规模变化图

Fig. 8 Change diagram of communication scale of 4 algorithms

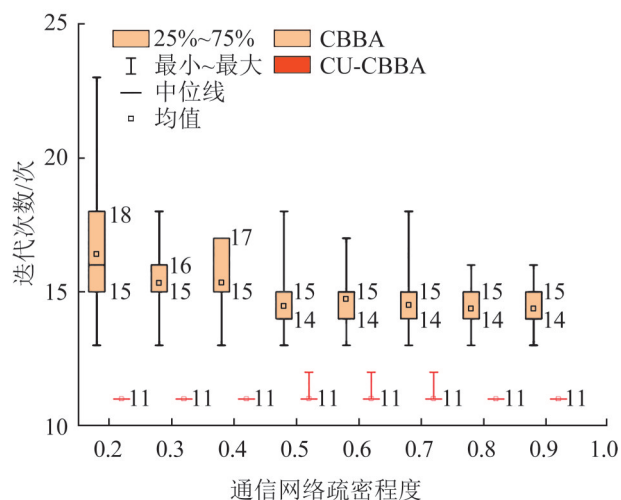


图9 2种算法迭代次数箱线图

Fig. 9 Box diagram of iteration times of 2 algorithms

在10架无人机分配10个任务的想定中，CU-CBBA算法迭代次数几乎稳定在11次，算法快速性表现优越。

CU-CBBA算法能够保持稳定的性能与其信息交流机制有关，一次迭代中CU-CBBA算法的最大通信规模为

$$P = n + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (13)$$

式中： $m$ 为无人机编队数量； $b_{ij}$ 为无人机 $i$ 对任务 $j$ 实施竞价，若竞价关系存在则 $b_{ij}=1$ ，否则 $b_{ij}=0$ 。

假设所有无人机都对其匹配的任务类型进行出价，由式(12)可得CU-CBBA算法一轮迭代后的最大通信规模为50次，随着迭代次数的不断增加，参与同一任务竞价的无人机数量不断减少，一次迭代的最大通信规模还会不断下降。此外，在算法2的阶段3规定在一轮迭代后无人机编队会共享全局信息，这一机制也加快了算法的迭代收敛。

而CBBA及其变种算法的通信规模受通信拓扑结构的影响较大，以CBBA算法为例，其一次迭代中最大通信规模为

$$P = n \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad (14)$$

即使在疏密程度为0.2的通信拓扑结构下，其一次迭代的最大通信规模也会达到200次。同时，由于其交流机制的影响，通信网络疏密程度越低，无人机编队在一轮迭代中交换的有用信息会变少，从而导致迭代次数增加，影响了算法的快速性。

### 3.3 CU-CBBA算法迁移性分析

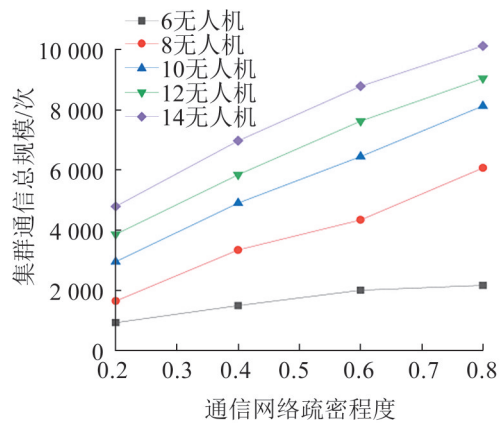
由于战场环境的动态变化，多无人机编队会出现受损减员和规模扩编的情况，因此，本节首先基于多无人机编队数量规模的变化，测试CU-CBBA在不同智能体数量下的动态性能。由于基线CBBA算法较其变种算法在动态性能上表现更优，因此将其与CU-CBBA算法进行对比。仿真

条件为维持目标数量不变, 使无人机数量在6~14架之间变化, 测试CBBA算法和CU-CBBA算法在疏密程度不同的网络结构下的通信规模。如图10所示, 可以看到不同的编队数量下, CU-CBBA算法的通信规模始终大幅低于CBBA算法, 同时随着智能体数量的增加, CU-CBBA算法的通信总规模的增幅更小, 稳定性更强, 特别是在部分情况下, 随着通信网络疏密程度的提升, 编队通信规模不升反降, 表现出了较好的鲁棒性。此外, 战场目标数量的不同也会对分布式任务分配算法产生影响, 甚至由于目标数量激增可能导致任务分配算法的局部死锁。

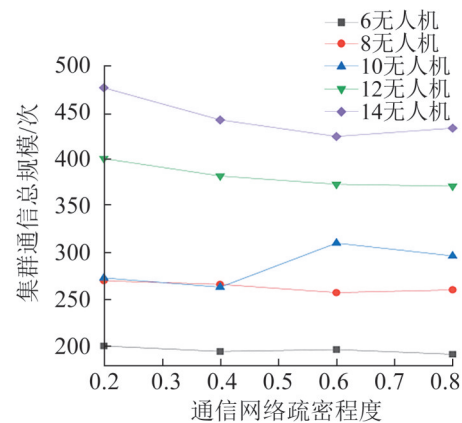
将仿真条件设定为10架无人机分配5~20个目标, 每个目标分别对应1次侦察任务和1次打击任

务, 测试CU-CBBA算法与CBBA算法在不同通信网络结构下的性能。如图10所示, 在相同的通信网络结构下, CU-CBBA算法能够大幅度减小机群通信规模, 同时随着网络结构紧密程度的提升, CU-CBBA还能进一步降低通信规模, 稳定性和鲁棒性更强。

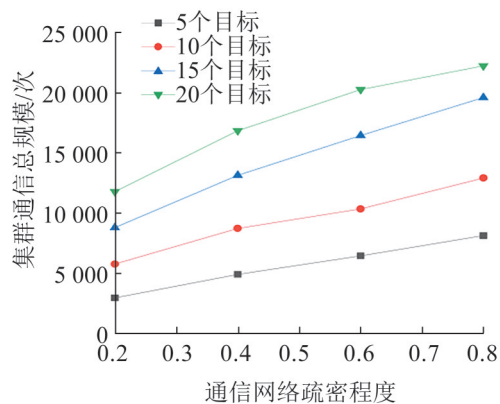
统计结果表明, 相较于无人机数量的变化, 目标数量的增加对通信占用率的影响更大, 可能会导致任务分配时间延长, 影响算法的收敛速度。将CU-CBBA算法与CBBA算法在不同目标数量下的迭代速度进行对比, 如图11所示, CU-CBBA算法的迭代次数更少, 收敛速度稳定在12次左右, 快速性和稳定性均更优。



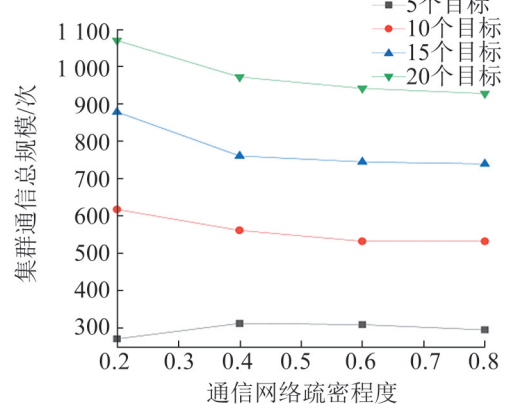
(a) 无人机数量对通信规模的影响(CBBA)



(b) 无人机数量对通信规模的影响(CU-CBBA)



(c) 目标数量对通信规模的影响(CBBA)



(d) 目标数量对通信规模的影响(CU-CBBA)

图10 外部环境变化对算法通信规模的影响

Fig. 10 Influence of external environment change on communication scale of algorithm

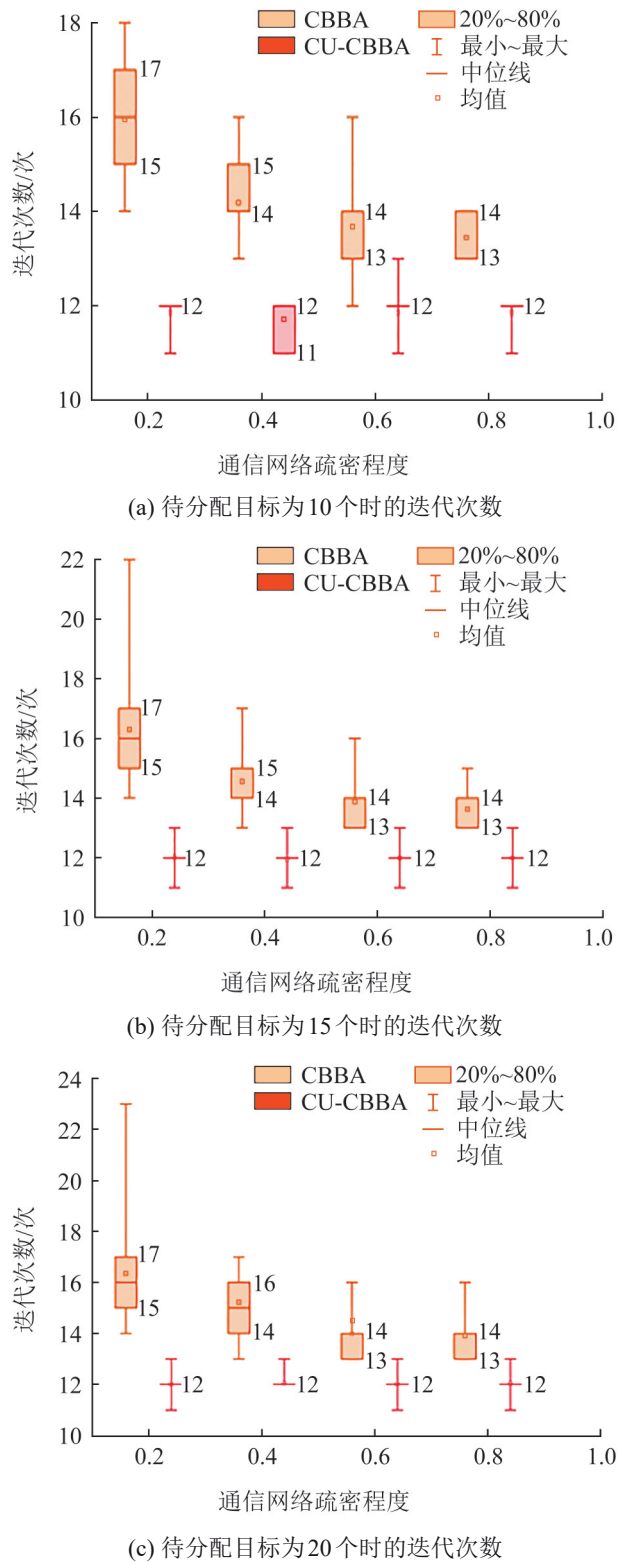


图11 CU-CBBA算法与CBBA算法的快速性对比

Fig. 11 Comparison of speed between CU-CBBA algorithm and CBBA algorithm

CU-CBBA算法与以往的CBBA及其变种算法相比,放宽了对通信拓扑结构的约束,这是其能够实现不同条件下的快速迁移的基础。只要满足分布式算法运行的基础约束即每一个智能体能够通过任何形式与编队建立通信联系, CU-CBBA算法就能在此基础上完成分布式计算。同时由式(13)、(14)可得, CU-CBBA算法受无人机和任务数量变化的影响更小,稳定性更强。

## 4 结论

本文针对现代战场通信受限的现实问题,建立了CVRPTW模型,并依托多机实时通信网络,设计了CU-CBBA算法。本文提出的以关键节点为通信枢纽的网络节点聚类方法,在充分利用网络节点多维中心性的基础上,对CBBA算法的信息交流机制进行改进,在保证任务收益的前提下,有效减小了无人机编队的通信规模,拓展了CVRPTW模型的求解思路。仿真实验表明: CU-CBBA算法在快速性、稳定性、迁移性和减少通信规模方面,都优于其他算法,能够有效解决通信受限条件下的战场动态目标分配问题。在未来的工作中,本文将进一步优化蓝方模型,引入目标威胁评估机制,研究在强对抗环境下的多机通信网络重构和目标分配技术。

## 参考文献:

- [1] Dai Minghui, Luan Tom H, Zhou Su, et al. Joint Channel Allocation and Data Delivery for UAV-Assisted Cooperative Transportation Communications in Post-Disaster Networks[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems(S1524-9050), 2022, 23(9): 16676-16689.
- [2] Maryam Hosseini, Reza Ghazizadeh, Hamed Farhadi. Game Theory-Based Radio Resource Allocation in NOMA Vehicular Communication Networks Supported by UAV[J]. Physical Communication(S1874-4907), 2022, 52: 76-93.
- [3] Hong Libin, Wang Yue, Du Yichen, et al. UAV Search-and-Rescue Planning Using an Adaptive Memetic Algorithm[J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering(S2095-9184), 2021, 22(11):

- 1477-1491.
- [4] Xu Shufang, Li Linlin, Zhou Ziyun, et al. A Task Allocation Strategy of the UAV Swarm Based on Multi-Discrete Wolf Pack Algorithm[J]. *Applied Sciences* (S2076-3417), 2022, 12(1331): 1-21.
- [5] Wang Yao, Shi Yongkang, Liu Yunhui. Research on Improved Genetic Simulated Annealing Algorithm for Multi-UAV Cooperative Task Allocation[J]. *Journal of Physics: Conference Series*(S1742-6588), 2022, 2246(1): 1-9.
- [6] Wu Husheng, Li Hao, Xiao Renbin. A Blockchain Bee Colony Double Inhibition Labor Division Algorithm for Spatio-Temporal Coupling Task with Application to UAV Swarm Task Allocation[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*(S1004-4132), 2021, 32(5): 1180-1199.
- [7] Yuan Xiaoxiang, Zhu Jie, Li Yixuan, et al. An Enhanced Genetic Algorithm for Unmanned Aerial Vehicle Logistics Scheduling[J]. *IET Communications* (Wiley-Blackwell)(S1751-8628), 2021, 15(10): 1402-1411.
- [8] Roberto G Ribeiro, Luciano P Cota, Thiago A M Euzébio, et al. Unmanned-Aerial-Vehicle Routing Problem with Mobile Charging Stations for Assisting Search and Rescue Missions in Post Disaster Scenarios[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*(S2168-2216), 2021, 52(11): 6682-6696.
- [9] Song Byung Duk, Park Kyungsu, Kim Jonghoe. Persistent UAV Delivery Logistics: MILP Formulation and Efficient Heuristic[J]. *Computers & Industrial Engineering*(S0360-8352), 2018, 120: 418-428.
- [10] Albert A, Leira F S, Imsland L. UAV Path Planning Using MILP with Experiments[J]. *Modeling, Identification and Control*(S0332-7353), 2017, 38(1): 21-32.
- [11] 李相民, 颜骥, 刘波, 等. 多智能体协同任务分配问题研究综述[J]. *计算机与数字工程*, 2014, 42(12): 2443-2450. Li Xiangmin, Yan Ji, Liu Bo, et al. A Survey of Multi-Agents Cooperative Task Allocation Research[J]. *Computer & Digital Engineering*, 2014, 42(12): 2443-2450.
- [12] 廖雨翔. 智能移动收球机器人的控制系统及路径规划研究[D]. 安徽: 中国科学技术大学, 2015. Liao Yuxiang. Research on Control System and Path Planning of Intelligent Ball Receiving Robot[D]. Anhui: University of Science and Technology China, 2015.
- [13] Zhu Daqi, Huang Huan, Yang Simon X. Dynamic Task Assignment and Path Planning of Multi-UAV System Based on an Improved Self-Organizing Map and Velocity Synthesis Method in Three-Dimensional Underwater Workspace(Article)[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics* (S2168-2267), 2013, 43(2): 504-514.
- [14] Xie Tao, Guo Jiansheng, Zhang Xiaofeng, et al. Mathematical Problems in Engineering Improved CNP-Method-Based Local Real-Time Cooperative Task Allocation of Heterogeneous Multi-UAV in Communication-Constrained Environment[J]. *Mathematical Problems in Engineering*(S1024-123X), 2022, 1(3): 1-14.
- [15] Ye Fang, Chen Jie, Tian Yuan, et al. Cooperative Task Assignment of a Heterogeneous Multi-UAV System Using an Adaptive Genetic Algorithm[J]. *Electronics* (S2079-9292), 2020, 9(4): 1-20.
- [16] Yang Mi, Bi Wenhao, Zhang An, et al. A Distributed Task Reassignment Method in Dynamic Environment for Multi-UAV System[J]. *Applied Intelligence*(S0924-669X), 2022, 52(2): 1582-1601.
- [17] Zhan Cheng, Zeng Yong. Energy Minimization for Cellular-Connected UAV: From Optimization to Deep Reinforcement Learning[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*(S1536-1276), 2022, 21(7): 5541-5555.
- [18] Liu Haoting, Ge Jianyue, Wang Yuan, et al. Multi-UAV Optimal Mission Assignment and Path Planning for Disaster Rescue Using Adaptive Genetic Algorithm and Improved Artificial Bee Colony Method[J]. *Actuators* (S2076-0825), 2022, 11(4): 1-30.
- [19] Peng Qiang, Wu Husheng, Li Na. Modeling and Solving the Dynamic Task Allocation Problem of Heterogeneous UAV Swarm in Unknown Environment[J]. *Complexity* (S1076-2787), 2022, 1(1): 1-14.
- [20] Rezende H B, Silva M. F, Santos M F, et al. Signal Estimation for UAV Control Loop Identification Using Artificial Immune Systems[C]//22nd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC). Sinaia, Romania: IEEE, 2018: 579-584.
- [21] Zhang Jiandong, Chen Yuyang, Yang Qiming, et al. Dynamic Task Allocation of Multiple UAVs Based on Improved A-QCDPSO[J]. *Electronics*(S2079-9292), 2022, 11(7): 1028.
- [22] 彭雅兰, 段海滨, 魏晨. 基于交替方向网络进化博弈的无人机集群任务分配[J]. *工程科学学报*, 2022, 44(4): 792-800. Peng Yalan, Duan Haibin, Wei Chen. UAV Swarm Task Allocation Algorithm Based on the Alternating Direction Method of Multipliers Network Potential Game Theory [J]. *Chinese Journal of Engineering*, 2022, 44(4): 792-800.
- [23] 王浩淼, 段海滨, 魏晨. 基于合作竞争公共物品博弈的无人机集群动态资源分配[J]. *中国科学(信息科学)*,

- 2022, 52(9): 1598-1609.
- Wang Haomiao, Duan Haibin, Wei Chen. Dynamic Resource Allocation of UAV Cluster Based on Cooperative Competition for Public Goods Game[J]. China Science (Information Science), 2022, 52(9): 1598-1609.
- [24] Bai Xiaoshan, Fielbaum Andres, Maximilian Kronmü, et al. Group-Based Distributed Auction Algorithms for Multi-Robot Task Assignment[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering(S1545-5955), 2022, 19(1): 1-12.
- [25] Choi H L, Brunet L, How J P. Consensus-Based Decentralized Auctions for Robust Task Allocation[J]. IEEE Transactions on Robotics(S1552-3098), 2009, 25(4): 912-926.
- [26] 单永志, 黄得刚. 美军分布式作战概念发展的启示与建议[J]. 飞航导弹, 2020(11): 68-71.
- Shan Yongzhi, Huang Degang. Enlightenment and Suggestions on the Development of the Concept of Distributed Operations in the US Military[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2020(11): 68-71.
- [27] Zhang Na, Zhu Xiaobing, Gou Yahong. The Role of Artificial Intelligence and Autonomous Systems in the Decision-Making Center of the US Mosaic War[C]//2020 International Conference on Intelligent Computing and Human-Computer Interaction(ICHCI). IEEE, 2020: 1-6.
- [28] Johnson Luke B, Ponda Sameera S, Choi Han Lim, et al. Asynchronous Decentralized Task Allocation for Dynamic Environments[C]//AIAA. 2011.
- [29] Kim Keum Seong, Kim Ho Yeon, Choi Han Lim. Minimizing Communications in Decentralized Greedy Task Allocation[J]. Journal of Aerospace Information Systems(S1542-9423), 2019, 16(8): 340-345.
- [30] Kim Keum Seong, Kim Ho Yeon, Choi Han Lim. A Bid-Based Grouping Method for Communication-Efficient Decentralized Multi-UAV Task Allocation[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences(S2093-274X), 2019, 3(1): 1-13.
- [31] Smith Darren, Wetherall Jodie, Woodhead Stephen, et al. A Cluster-Based Approach to Consensus Based Distributed Task Allocation[C]//2014 22nd Euromicro International Conference on Parallel, Distributed, and Network-Based Processing. Italy: IEEE, 2014: 428-431.
- [32] Fei Ligu, Deng Yong. A New Method to Identify Influential Nodes Based on Relative Entropy[J]. Chaos Solitons & Fractals(S0960-0779), 2017, 104(1): 257-267.
- [33] 徐涛, 孟野. 踪迹聚类下组织实体的重要度排序方法[J]. 计算机应用, 2016, 36(5): 1284-1289.
- Xu Tao, Meng Ye. Importance Sorting Method of Organizational Entities Based on Trace Clustering[J]. Journal of Computer Applications, 2016, 36(5): 1284-1289.
- [34] Zhu Jingcheng, Wang Lunwen, Wu Tao. A Sorting Method of Node Based on Eigenvector and Closeness Centrality[J]. Journal of Physics: Conference Series (S1742-6588), 2021, 2031: 012043.
- [35] Wang Zhixiao, Chen Zhaotong, Zhao Ya. A Novel Local Maximum Potential Node Search Algorithm for Complex Network Community Detection Based on Topological Potential[J]. Journal of Computational Information Systems(S1553-9105), 2014, 10(5): 2091-2098.
- [36] Gao Fan, Huang Da. A Node Sorting Method for K2 Algorithm in Bayesian Network Structure Learning[C]//2020 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Computer Applications(ICAICA). Dalian: IEEE, 2020: 106-110.
- [37] 任晓龙, 吕琳媛. 网络重要节点排序方法综述[J]. 科学通报, 2014, 59(13): 1175-1197.
- Ren Xiaolong, Lü Linyuan. Review of Ranking Nodes in Complex Networks[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(13): 1175-1197.