

Journal of System Simulation

Volume 35 | Issue 3

Article 12

3-22-2023

A New Electromagnetic Positioning Model with Single Coil Receiver for Virtual Interventional Surgery

Jianhui Zhao

1.School of Computer Science, Wuhan 430072, China; jianhuizhao@whu.edu.cn

Peijun Zhong

1.School of Computer Science, Wuhan 430072, China;

Zhiyong Yuan

1.School of Computer Science, Wuhan 430072, China; zhiyongyuan@whu.edu.cn

Wenyuan Zhao

2.Zhongnan Hospital, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

A New Electromagnetic Positioning Model with Single Coil Receiver for Virtual Interventional Surgery

Abstract

Abstract: To meet the needs of 3D positioning of guide wire catheter in interventional surgery and the requirements of smaller size sensor for narrow cerebral vessels, a new electromagnetic positioning model is proposed with single coil receiver. *Based on the electromagnetic theory and geometry principle, the electromagnetic field transmitter with groups of three orthogonal coils and the single coil receiver with smaller size than existing sensors are designed. Based on Biot-Savart Law, the distance between receiving end and geometric center of orthogonal coils is calculated, and spatial coordinate of receiving end is computed based on the spherical intersection formula. To further reduce the positioning error, a two-round accuracy improvement algorithm is designed for selecting the optimal topology of coil groups at the transmitter end and fitting correction of the calculated distance.* Through experiments on multiphysical simulation platform of COMSOL Multiphysics and the example of cerebrovascular intervention, our new model is verified with positioning accuracy of 0.05 cm and frequency of 29 Hz, which provides a theoretical basis for the manufacture of small and precise electromagnetic positioning sensors.

Keywords

intervention surgery, electromagnetic positioning, orthogonal coils, positioning algorithm, accuracy improvement

Authors

Jianhui Zhao, Peijun Zhong, Zhiyong Yuan, Wenyuan Zhao, and Tingbao Zhang

Recommended Citation

Jianhui Zhao, Peijun Zhong, Zhiyong Yuan, Wenyuan Zhao, Tingbao Zhang. A New Electromagnetic Positioning Model with Single Coil Receiver for Virtual Interventional Surgery[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(3): 579-591.

面向虚拟介入手术的单线圈接收端电磁定位新模型

赵俭辉¹, 钟培军¹, 袁志勇^{1*}, 赵文元², 张庭保²

(1. 武汉大学 计算机学院, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 中南医院, 湖北 武汉 430072)

摘要: 面向虚拟介入手术导丝导管三维定位需求, 针对狭窄脑血管等对更小体积传感器的要求, 提出了单线圈接收端的电磁定位新模型。基于电磁学理论和几何学原理, 设计了三正交线圈组阵列的电磁场发射端, 以及比现有感应器尺寸更小的单线圈接收端。基于毕奥-萨伐尔定律实现了接收端到线圈组几何中心的距离计算, 并基于球交点公式实现了接收端的空间坐标求解。设计了两轮精度提升算法进一步减小误差, 选择优化的发射端线圈组拓扑并拟合修正距离计算值。通过在 COMSOL Multiphysics 多物理仿真平台的实验和脑血管介入的应用实例, 验证了新模型 0.05 cm 的定位精度和 29 Hz 的定位频率, 为小型高精度电磁定位传感器制造提供了理论基础。

关键词: 介入手术; 电磁定位; 正交线圈; 定位算法; 精度提升

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2023)03-0579-13

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-1131

引用格式: 赵俭辉, 钟培军, 袁志勇, 等. 面向虚拟介入手术的单线圈接收端电磁定位新模型[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(3): 579-591.

Reference format: Zhao Jianhui, Zhong Peijun, Yuan Zhiyong, et al. A New Electromagnetic Positioning Model with Single Coil Receiver for Virtual Interventional Surgery[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(3): 579-591.

A New Electromagnetic Positioning Model with Single Coil Receiver for Virtual Interventional Surgery

Zhao Jianhui¹, Zhong Peijun¹, Yuan Zhiyong^{1*}, Zhao Wenyuan², Zhang Tingbao²

(1. School of Computer Science, Wuhan 430072, China; 2. Zhongnan Hospital, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: To meet the needs of 3D positioning of guide wire catheter in interventional surgery and the requirements of smaller size sensor for narrow cerebral vessels, a new electromagnetic positioning model is proposed with single coil receiver. Based on the electromagnetic theory and geometry principle, the electromagnetic field transmitter with groups of three orthogonal coils and the single coil receiver with smaller size than existing sensors are designed. Based on Biot-Savart Law, the distance between receiving end and geometric center of orthogonal coils is calculated, and spatial coordinate of receiving end is computed based on the spherical intersection formula. To further reduce the positioning error, a two-round accuracy improvement algorithm is designed for selecting the optimal topology of coil groups at the transmitter end and fitting correction of the calculated distance. Through experiments on multiphysical simulation platform of COMSOL Multiphysics and the example of cerebrovascular intervention, our new model is verified with positioning accuracy of 0.05 cm and frequency of 29 Hz, which provides a theoretical basis for the manufacture of small and precise electromagnetic positioning sensors.

收稿日期: 2021-11-05 修回日期: 2021-12-31

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(62073248); 武汉大学中南医院转化医学及交叉学科研究联合基金(ZNJC201926)

第一作者: 赵俭辉(1975-), 男, 副教授, 博士, 研究方向为计算机仿真、人机交互、人工智能。E-mail: jianhui Zhao@whu.edu.cn

通讯作者: 袁志勇(1963-), 男, 教授, 博士, 研究方向为虚拟现实、人机交互、机器学习、嵌入式。E-mail: zhiyong Yuan@whu.edu.cn

Keywords: intervention surgery; electromagnetic positioning; orthogonal coils; positioning algorithm; accuracy improvement

0 引言

介入手术是在医学影像引导下，将特制的导丝导管等引入人体，对体内病变区域进行诊断和治疗。作为一种微创性治疗技术，介入手术具有不开刀、创伤小、恢复快、效果好等优点。介入导航系统常借助血管造影辅助医师进行手术，将造影剂注入患者血管中，在X光下显示出影像进而判断血管位置，同时通过医学影像识别导丝导管，从而实现对介入手术器械的定位与跟踪^[1]。然而医学成像对导丝末端的显示效果不佳，医生需要依靠经验并变换观察角度，经过不断尝试来确定导丝导管的空间位置^[2]。因此，亟需手术过程中对导丝导管单独实现三维定位的技术，该技术和医学影像结合，能有效提升介入手术导航系统的效率^[3]。

常见定位技术有光学定位、惯性定位、超声定位及电磁定位等^[4]。光学定位技术是将发光体安装到手术器械前端，通过事先设计好的摄像机阵列计算发光体在空间中的位置。光学定位有精度高的特点，但当定位目标与摄像机之间有物体遮挡时，定位会受到严重限制^[5]。惯性定位技术利用陀螺仪和加速度计计算定位目标的角速度和加速度，由此计算出目标实时的姿态和位置信息。但惯性定位基于积分运算，误差随时间而增大，长期精度差^[6]。超声定位原理是用超声设备对人体发射超声波，通过接收反射信号，对数据进行处理以得到目标到传感器的距离。但超声定位受温度、湿度、空气流速等因素影响较大，由此产生的误差较难控制^[7]。电磁定位技术基于电磁感应原理，用传感器测得磁场发射线圈在空间中产生的磁场大小和方向信息，根据一定算法得到目标在空间中的姿态和位置^[8]。由于磁场可穿透性强和受人体环境影响小，电磁定位解决了光学定位中遮挡物导致无法定位的问题，同时也避免了声学定位中

复杂环境对定位的影响。

在电磁空间定位领域，国内外研究者不断提出相关方法及应用，其中主要原理和算法包括：圆电流磁偶极子模型、旋转矩阵算法、欧拉角算法、四元数算法等^[9-10]。在具体产品方面，美国 Polhemus 公司、加拿大 NDI 公司、美国 Ascension 公司等都推出了电磁定位设备与系统，已有学者借助这些产品开展了介入手术导航研究。文献[11]采用 NDI 公司的 Aurora 电磁定位系统，进行了基于电磁跟踪与超声图像的介入机器人前列腺穿刺导航方法及实验研究。将传感器线圈集成到手术针的尖端处，当插入假体患者组织时系统就可跟踪针尖的位置，实现了较高的穿刺精度。文献[12]使用 Ascension 公司的 trakSTAR 电磁设备，实施了基于电磁导航与增强现实的复杂先心病灶定位技术研究。在针对 3D 打印心脏模型的介入导航实验中，实现了手动将定位传感器穿过血管直至击中靶点的操作过程。可见，在导丝导管前端安装上电磁定位系统的感应器/接收端后，便可获得其实时的空间位置信息，有效提升了手术直观感受，上述基于虚拟介入手术的实验也都验证了这种应用方式的有效性。当然，由于传感器尺寸等问题，这些电磁定位设备尚难以被应用于真正的介入手术临床诊疗中。

电磁定位系统中接收端与传感器的类型和尺寸决定了系统的应用领域，如感应线圈传感器、磁通门传感器、光泵式磁敏传感器等^[9,13]。其中线圈型传感器具有灵敏度高、响应快、容易微型化的优点，方便用于医疗器械的位置信息探测^[14]。已有线圈型电磁定位产品中，主要采用了 3 个正交激励线圈/发射端和 3 个正交感应线圈/接收端配对的定位模型^[15]，计算接收端的空间位置与方向。在此基础上，向茜等提出了接收端采用一组两正交线圈且其中心不重合的设计，可减小测量误差及制造工艺难

度^[16]。在脑血管等狭窄空间^[17]介入手术中, 对设备尺寸要求极高, 部分手术需要介入设备的直径控制在1 mm以内, 长度控制在4 mm以内^[18], 即使目前最小尺寸的传感器也无法满足要求。为了进一步减小接收端的体积, 本文提出了单线圈接收端的电磁定位新模型。显然, 本文工作将为更小尺寸的空间定位传感器制造提供理论依据。

1 单线圈接收端电磁定位新模型

面向介入手术对更小尺寸接收端的需求, 本文设计了单线圈接收端的电磁定位新模型。与现有的三正交线圈接收端(如图1左所示)及两正交线圈接收端(如图1中所示)不同, 本文基于单线圈接收端(如图1右所示)实现空间定位。下面介绍新模型的结构及其工作流程。

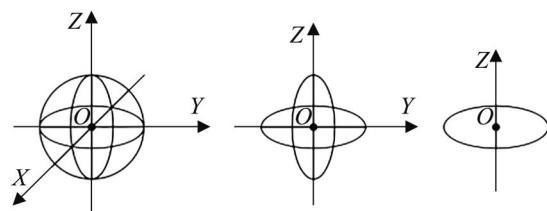


图1 电磁定位系统接收端的结构

Fig. 1 Receiving end structure of electromagnetic positioning

1.1 新定位模型的结构

通电线圈或导线周围会产生磁场, 在误差允许范围内, 特定点处的磁场大小和方向可通过积分求得。由此, 若能获取空间某位置的磁场信息, 该点的位置便能被反推得到。因此本文以正交线圈构建电磁定位模型的发射端, 以单线圈作为模型的接收端。单个的三正交线圈如图2所示, 而整体的新定位模型结构如图3所示。图2中, 正交线圈组中3个线圈平面的法向分别为3个坐标轴正向。为了方便建模和仿真, 将环形多匝线圈设计为等效的单匝线圈, 各轴向线圈单独通电, 相互无交点。线圈组的设计具有高度对称性和结构简单性, 便于原型系统与实际产品的构建和加工。



图2 发射端的三正交线圈组

Fig. 2 Three orthogonal coils at transmitting end

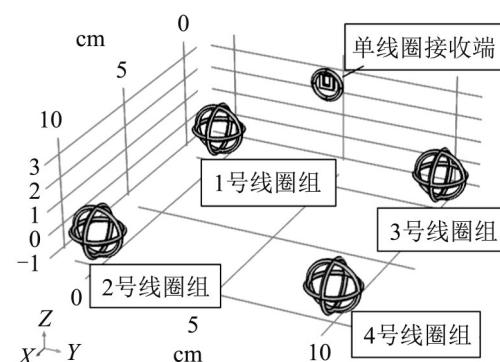


图3 发射端线圈组阵列与单线圈接收端

Fig. 3 Transmitting end with array of coil groups and single coil receiving end

为了求得目标点在空间中的位置, 至少需要3组目标点到正交线圈组几何中心的距离信息。为此排列4个图2所示的正交线圈组, 构建正交线圈组阵列作为新模型的发射端。图3中, 依次将几何中心位于坐标(0, 0, 0), (10, 0, 0), (0, 10, 0), (10, 10, 0) cm处的线圈组命名为1号、2号、3号、4号线圈组, 并建立符合右手规则的局部空间直角坐标系。其中, 1号线圈组的几何中心为坐标系原点, 1号线圈组指向2号线圈组的方向为x轴正方向, 1号线圈组指向3号线圈组的方向为y轴正方向。电磁传感器安装在单线圈接收端, 用于感应对应空间点的磁场强度。根据定位原理, 任意3个正交线圈组可用于求解空间中目标点即传感器处的位置信息, 第4个正交线圈组可用于降低位置测量误差。实际应用中, 4个正交线圈组对应的12个线圈按时序接通直流电, 根据单线圈接收端得到的数据, 可以计算目标点在空间中的位置信息。

1.2 新定位模型工作流程

根据上述线圈编号,对于第*i*号线圈组,将其3个轴向的线圈分别命名为 x_i , y_i , z_i 线圈,则新定位模型的工作流程如图4所示。具体而言,包括以下2个主要步骤:

(1) 目标点到单正交线圈组几何中心距离求解

对于发射端的第*i*号线圈组,对其3个正交线圈 x_i , y_i , z_i 按照时序接通直流电。此时线圈组会在空间产生磁场,记为 $B_{[1]}$, $B_{[2]}$, $B_{[3]}$ 。对该磁场空间中的任意目标点,单线圈接收端可以获得该点的磁场信息,利用磁场信息可以求得该目标点到第*i*号正交线圈组几何中心的距离。

(2) 利用正交线圈组阵列对目标点位置的求解

对于发射端的正交线圈组阵列,依次进行上述操作,即利用4个正交线圈组的磁场信息 B_1 , B_2 , B_3 , B_4 得到目标点分别到各正交线圈组几何中心的距离。然后基于3组距离信息,可通过球交点定位算法求得目标点在空间中的坐标。新定位模型中第4个正交线圈组求得的距离,则用于精度提升算法,进一步优化模型以减小位置求解的误差。

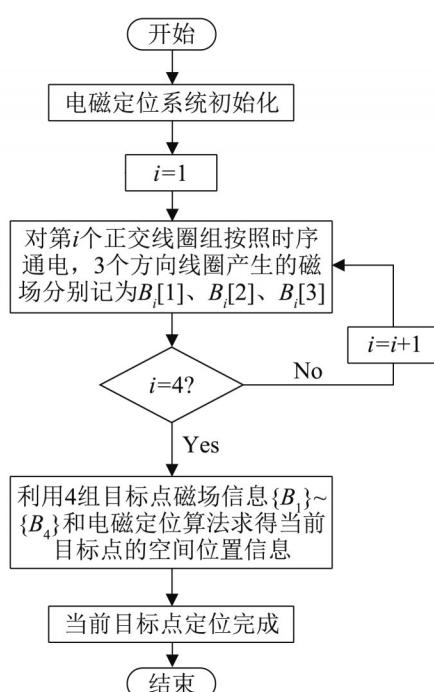


图4 新定位模型的工作流程
Fig. 4 Workflow of new positioning model

2 新模型定位算法的设计

按照电磁场的基本理论,元电流周围空间会产生磁场,并且可以由毕奥-萨伐尔定律得到该空间任意点位处的磁场微分表达式,由此,通电导线周围任意点位的磁场也可由此表达式沿着导线积分得到。对于形状越规则的通电导线,对应的积分式中未知变元的形式也越简单。本文选择结构相对规则的由3个完全一样的通电环形线圈正交构成的正交线圈组,再构建线圈组阵列进行电磁定位。在导线上对电流进行积分时,由于不同微元电流的差异导致实际结果会与模型计算结果不同,从而出现系统误差,且系统误差会随着目标距离的增加而增大,因此需要进行修正以提升定位精度。

2.1 空间定位算法

2.1.1 基于毕奥-萨伐尔定律的距离计算

根据毕奥-萨伐尔定律,通电导线周围会产生磁场,特定点处的磁场强度大小由毕奥-萨伐尔公式积分算得^[19]。即对于半径为 R 的线圈,设其中电流大小为 I ,通电线圈法向为 z 轴正方向,可以算得其在旋转角为 φ_z ,俯仰角为 θ_z ,轴向距离为 r 的空间点处的磁场强度为

$$\mathbf{B}(r, \theta_z, \varphi_z) = \frac{\mu_0 I R^2}{4r^2} (2\cos\theta_z \mathbf{e}_r + \sin\theta_z \mathbf{e}_\theta) \quad (1)$$

式中: \mathbf{B} 为目标点 P 处的磁感应强度; μ_0 为真空磁导率; \mathbf{e}_r 和 \mathbf{e}_θ 分别代表极坐标中的径向向量和切向向量,相关物理量的意义如图5所示。

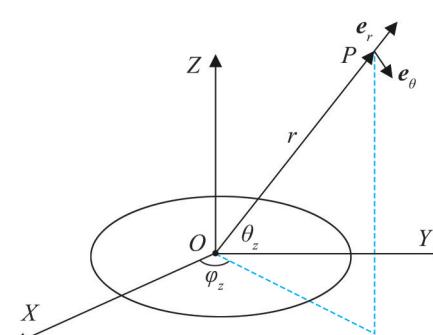


图5 式(1)中相关物理量示意
Fig. 5 Diagram of physical quantities in Formula (1)

由此可知, xy 平面对应的通电线圈在目标点处产生的磁场大小为

$$B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{4r^3} \sqrt{4 \cos^2 \theta_z + \sin^2 \theta_z} \quad (2)$$

同理, xz 平面和 yz 平面对应通电线圈在目标点产生的磁场大小分别为

$$B_y = \frac{\mu_0 I R^2}{4r^3} \sqrt{4 \cos^2 \theta_y + \sin^2 \theta_y} \quad (3)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{4r^3} \sqrt{4 \cos^2 \theta_x + \sin^2 \theta_x} \quad (4)$$

由图 5 中目标点球坐标 (r, θ_z, φ_z) , 以及球坐标与直角坐标的转换公式, 可得目标点的直角坐标 $(r \sin \theta_z \cos \varphi_z, r \sin \theta_z \sin \varphi_z, r \cos \theta_z)$, 根据角度关系, 记 θ_z, φ_z 分别为 θ, φ , 则有

$$\sin \theta_y = \sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \cos^2 \theta} \quad (5)$$

$$\cos \theta_y = \sin \theta \sin \varphi \quad (6)$$

$$\sin \theta_x = \sqrt{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta} \quad (7)$$

$$\cos \theta_x = \sin \theta \cos \varphi \quad (8)$$

由式(1)~(8)可得

$$B_x^2 + B_y^2 + B_z^2 = \frac{3\mu_0^2 I^2 R^4}{8r^6} \quad (9)$$

再由式(9), 可以得到目标点到正交线圈组几何中心的距离为

$$r = \sqrt[6]{\frac{3\mu_0^2 I^2 R^4}{8(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)}} \quad (10)$$

接下来, 根据该距离表达式, 基于 3 个正交线圈组即可求解目标点的空间坐标值。

2.1.2 基于球交点的空间坐标计算

以图 3 所示的正交线圈组阵列为例, 设目标点到 3 个正交线圈组 1、2、3 的几何中心距离分别为 r_1, r_2, r_3 , 则分别以 3 个正交线圈组几何中心为球心, r_1, r_2, r_3 为半径构建 3 个球, 3 个球交点 P 位置即为目标点坐标, 如图 6 所示, 其中 1、2、3 分别代表 1、2、3 号正交线圈组的几何中心。

基于 3 个正交线圈组几何中心坐标和它们各自到目标点的距离 r_1, r_2, r_3 , 通过空间距离计算

公式可得

$$\begin{cases} (x - 0.1)^2 + y^2 + z^2 = r_1^2 \\ x^2 + (y - 0.1)^2 + z^2 = r_2^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = r_3^2 \end{cases} \quad (11)$$

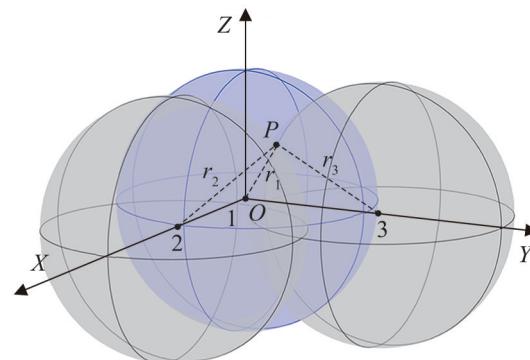


图 6 基于三个正交线圈组的坐标求解

Fig. 6 Coordinate solution from 3 orthogonal coil groups

图 3 单线圈接收端的空间范围在发射端正交线圈组阵列之上, 因此可知图 6 目标点总是位于坐标平面之上, 解出对应的目标点 P 坐标为

$$\begin{cases} x = 5(r_3^2 - r_1^2) + 1/20 \\ y = 5(r_3^2 - r_2^2) + 1/20 \\ z = \sqrt{r_3^2 - x^2 - y^2} \end{cases} \quad (12)$$

此即新模型单线圈接收端对应的目标点坐标。

2.2 精度提升算法

上述距离求解算法和坐标求解算法基于 3 个正交线圈组, 根据单线圈接收端的磁场数据, 算出目标点的位置信息。为了减小误差, 本文引入第 4 个正交线圈组, 并提出两轮精度提升算法, 以达到优化系统提高定位精度的目的。

2.2.1 第一轮精度提升算法

由新定位模型及其定位算法可知, 3 个正交线圈组可以得到 1 个定位结果, 引入第 4 个正交线圈组后, 任意 3 个组合可以得到 4 个定位结果。

算法 1 第一轮精度提升算法

Input: r_1, r_2, r_3, r_4

Set: $(x, y, z) = \emptyset, M = \emptyset$

```

01: if  $r_1, r_2, r_3, r_4$  exist then:
02:  $M = \max(r_1, r_2, r_3, r_4)$ 
03: for ( $i=0; i<4; i++$ )
04: if  $r_i = M$  then:
05:  $\{r_1, r_2, r_3\} = \{r_1, r_2, r_3, r_4\} - \{r_i\}$ 
06: 将数据  $\{r_1, r_2, r_3\}$  代入 2.1.2 给出的坐标
计算公式, 得到目标点坐标( $x, y, z$ )

```

Output: (x, y, z)

通过仿真和实验可知, 当目标点与正交线圈组几何中心的距离过大时, 计算误差将变得显著。因此在4个定位结果中, 越大的距离对算法精度的影响越大。为了降低该误差, 本文提出了第一轮精度提升算法, 筛选后去掉距离最大的正交线圈组, 基于剩下3个正交线圈组的优化拓扑得到目标点定位结果。令 r_1, r_2, r_3, r_4 为目标点到4个正交线圈组中心的距离, 具体如算法1所示。

2.2.2 第二轮精度提升算法

针对目标点到正交线圈组几何中心超过一定数值时求得距离会有偏差的问题, 本文又提出了第二轮精度提升算法, 即通过曲线拟合等技术对计算结果进行修正, 以进一步降低定位误差。

以图3中的1号正交线圈组为例, 按照到其几何中心的距离, 由近及远选取10个目标点, 坐标分别为(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3), (10, 10, 10) cm, 并按照上述顺序用1~10号对目标点进行编号。根据2.1.1所述算法求10个点到坐标原点的距离, 并将计算结果与实际距离对比, 得到差值如图7中蓝线所示。

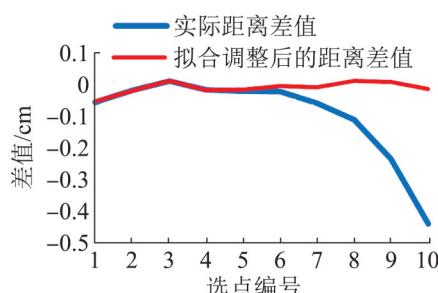


图7 计算距离与实际距离的差值

Fig. 7 Difference between calculated and actual distances

由图7可知, 当目标点与正交线圈组中心的实际距离超过一定值, 计算距离会与实际距离产生偏差。计算距离基本上小于实际距离, 而且随着实际距离的不断增加, 偏差的绝对值会显著增大。针对这个统计特点, 通过数据拟合得到

$$r_f = r + 0.00025 \frac{(r - 5.1962)^4}{9} \quad (13)$$

式中: r 为直接计算得到的距离; r_f 为修正后的距离, 经过拟合调整后的距离差值如图7中红线所示。可见, 修正后的计算距离已经与实际距离拟合良好, 可以应用到坐标求解中以降低误差, 即在坐标求解时用拟合修正的距离替代计算距离。

3 实验结果与分析

本文采用 COMSOL Multiphysics 多物理场有限元分析仿真软件对单线圈接收端的电磁定位新模型进行建模和仿真, 以验证所提出电磁定位模型和算法的包括精度与速度的可行性, 并以狭窄的脑血管介入为例做了定位模型应用分析。

电磁空间定位模型正确性验证包括定位精度和定位速度的验证。在定位精度验证中, 取三维空间中均匀分布的若干样本点, 以其定位结果与已知坐标之间的偏差作为模型定位误差。在定位速度验证中, 以电磁设备和定位算法的耗时作为时间开销, 并以此计算定位系统的工作频率。

3.1 仿真模型

电磁定位新模型的仿真材料与基本参数如表1所示, 其中导线材料 Copper 与空间材料 Air 的具体参数如表2所示。

表1 模型的材料与基本参数

Table 1 Material and basic parameters of the model

参数	数值
导线材料	Copper
电流/A	100×2
导线截面积/mm ²	3.14
空间材料	Air
空间范围	40 cm×40 cm×40 cm
线圈大半径/cm	1

表2 仿真材料的具体参数

Table 2 Specific parameters of simulation materials

材料	属性	值
Copper	相对磁导率	1
	电导率(S/m)	5.998E7
	相对介电常数	1
Air	相对磁导率	1
	电导率(S/m)	0
	相对介电常数	1

三正交线圈组及电磁定位模型的设计如图2和图3所示。基于以上材料和参数可建立由电场和磁场构成的多物理场，且线圈材料和空气域所在的磁场电场耦合场需要满足以下边界条件：

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (14)$$

$$\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E} \quad (15)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (16)$$

式中： \mathbf{B} 为磁感应强度； \mathbf{H} 为磁场强度； \mathbf{J}_c 为电流密度； \mathbf{E} 为电场强度； \mathbf{D} 为电位移矢量； μ_0 为真空磁导率； μ_r 为材料相对磁导率； σ 为材料电导率； ϵ_0 为真空介电常数； ϵ_r 为材料相对介电常数。

此外，仿真空间边界需满足下列电绝缘条件：

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (17)$$

由上述边界条件和方程，可在多物理场利用有限元分析方法得到对应的仿真模型。

3.2 空间定位仿真结果

按照本文电磁定位新模型的工作流程，发射端的第*i*号线圈组的3个正交线圈 x_i , y_i , z_i 按照时序接通直流电，该线圈组在不同时刻于空间中产生的磁场分布情况如图8所示。

为了验证定位精度，选取了4个目标点，其三维空间坐标分别为：(0, 0, 5), (5, 5, 5), (10, 10, 10), ($5\sqrt{3}$, 5, 10) cm。由仿真软件COMSOL Multiphysics计算出目标点1获得的来自4个正交线圈组分别对应的3个正交线圈的磁通密度值，如表3所示。

由表3可知，每个点位都可唯一导出一个 3×4 的矩阵，其他点位处的磁场信息如下：

目标点2的磁通密度值矩阵

$$\begin{bmatrix} 1.3682 \times 10^{-5} & 1.3652 \times 10^{-5} & 1.3817 \times 10^{-5} \\ 1.3835 \times 10^{-5} & 1.3811 \times 10^{-5} & 1.3507 \times 10^{-5} \\ 1.3659 \times 10^{-5} & 1.3718 \times 10^{-5} & 1.3616 \times 10^{-5} \\ 1.3835 \times 10^{-5} & 1.3811 \times 10^{-5} & 1.3777 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

目标点3的磁通密度值矩阵

$$\begin{bmatrix} 1.8460 \times 10^{-6} & 1.8472 \times 10^{-6} & 1.8461 \times 10^{-6} \\ 3.2389 \times 10^{-6} & 3.2571 \times 10^{-6} & 3.2674 \times 10^{-6} \\ 3.2688 \times 10^{-6} & 3.2446 \times 10^{-6} & 3.2435 \times 10^{-6} \\ 7.3254 \times 10^{-6} & 7.3642 \times 10^{-6} & 1.1337 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$$

目标点4的磁通密度值矩阵

$$\begin{bmatrix} 3.2392 \times 10^{-6} & 3.1947 \times 10^{-6} & 3.2942 \times 10^{-6} \\ 5.4295 \times 10^{-6} & 5.8988 \times 10^{-6} & 7.2720 \times 10^{-6} \\ 3.2227 \times 10^{-6} & 3.1829 \times 10^{-6} & 3.3153 \times 10^{-6} \\ 5.4441 \times 10^{-6} & 5.8612 \times 10^{-6} & 7.3052 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

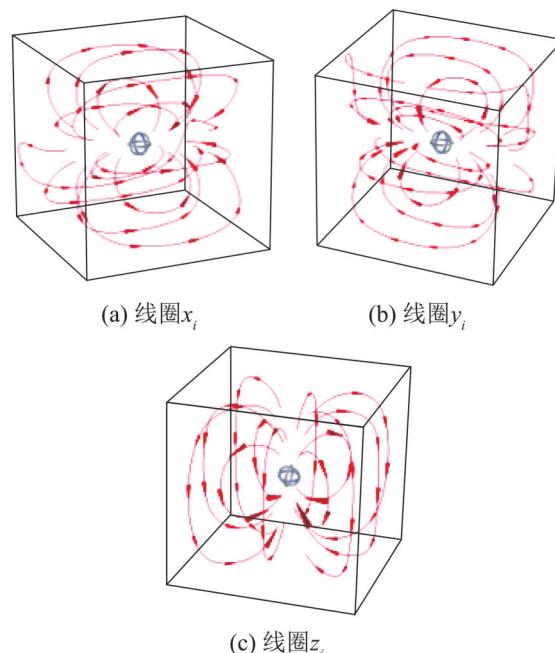


图8 正交线圈组不同时刻的空间磁场分布示意

Fig. 8 Diagram of spatial magnetic field distribution of orthogonal coil group at different time

表3 仿真场景中1号目标点处的磁场信息

Table 3 Magnetic field information at target point 1 in the simulation scenario in scene T

正交线圈组	x分量	y分量	z分量	T
1号	5.3744E-5	5.4359E-5	9.5120E-5	
2号	7.4988E-6	5.5250E-6	6.0188E-6	
3号	5.5509E-6	7.5553E-6	6.0364E-6	
4号	2.7158E-6	2.7365E-6	2.7924E-6	

根据距离求解式(10)，可以计算得到表4所示

的各目标点到各正交线圈组几何中心的距离值(保留4位小数),并与已知坐标的4个目标点到各线圈组的理论距离做了对比,得到对应的误差。

表4 目标点到线圈组几何中心的计算距离与误差
Table 4 Calculated distance and error from target point to geometric center of coil group cm

点位编号	线圈组			
	1号	2号	3号	4号
1号点	5.014 9	11.134 1	11.154 3	14.786 7
理论	5.000 0	11.180 3	11.180 3	15.000 0
误差	0.014 9	-0.046 2	-0.026 0	-0.213 3
2号点	8.652 5	8.663 7	8.652 3	8.633 6
理论	8.660 3	8.660 3	8.660 3	8.660 3
误差	-0.007 8	0.003 4	-0.008 0	-0.026 7
3号点	16.883 1	13.979 8	13.976 7	10.003 2
理论	17.320 5	14.142 1	14.142 1	10.000 0
误差	-0.437 4	-0.162 2	-0.165 4	0.003 2
4号点	13.993 2	13.996 4	11.244 9	11.241 7
理论	14.142 1	14.142 1	11.260 3	11.260 3
误差	-0.148 9	-0.145 7	-0.015 4	-0.018 6

根据坐标求解式(12),计算得到各目标点的空间坐标,并与4个目标点的已知坐标进行对比,得到对应的定位误差,如表5所示。

表5 目标点的计算坐标和已知坐标对比
Table 5 Comparison between calculated coordinates and known coordinates of target point cm

点位编号	x	y	z
1号点	0.036 5	0.059 1	5.014 4
已知	0.000 0	0.000 0	5.000 0
误差	0.036 5	0.059 1	0.014 4
2号点	5.000 2	4.990 4	4.996 0
已知	5.000 0	5.000 0	5.000 0
误差	0.000 2	-0.009 6	-0.004 0
3号点	9.484 7	9.480 3	10.257 0
已知	10.000 0	10.000 0	10.000 0
误差	-0.515 3	-0.519 7	0.257 0
4号点	8.468 0	4.995 6	9.957 2
已知	8.660 3	5.000 0	10.000 0
误差	-0.192 3	-0.004 4	-0.042 8

由表5计算结果和对应的误差,可知仿真实验中电磁定位模型对4个目标点的最大定位误差为 $\sqrt{0.515^2+0.519^2+0.257^2} \approx 0.775\text{ cm}$,而

平均定位误差($0.775\text{ cm}+0.197\text{ cm}+0.104\text{ cm}+0.159\text{ cm}$) $/4 \approx 0.309\text{ cm}$ 。

3.3 精度提升仿真结果

为了进一步减小定位误差,电磁定位新模型在硬件方面引入了第4个正交线圈组,在软件方面引入了对应的两轮精度提升算法。

(1) 第一轮精度提升结果

根据算法1,经过第一轮精度提升后,各目标点的空间定位结果如表6所示。

表6 第一轮精度提升算法后的定位结果
Table 6 Positioning results after the first round of accuracy improvement algorithm cm

点位编号	x	y	z
1号点	0.036 5	0.059 1	5.014 4
已知	0.000 0	0.000 0	5.000 0
误差	0.036 5	0.059 1	0.014 4
2号点	5.000 2	5.016 1	4.970 1
已知	5.000 0	5.000 0	5.000 0
误差	0.000 2	0.016 1	-0.029 9
3号点	9.768 5	9.764 2	9.997 7
已知	10.000 0	10.000 0	10.000 0
误差	-0.231 5	-0.235 8	-0.002 3
4号点	8.468 1	5.003 6	9.953 2
已知	8.660 3	5.000 0	10.000 0
误差	-0.192 2	0.003 6	-0.046 8

以目标点3为例,应用精度提升算法前,由距离算法计算出3号点到各正交线圈组几何中心的距离如表4第3组数据所示,分别为16.883 1, 13.979 8, 13.976 7, 10.003 2 cm。第一轮精度提升时 $M=\max(16.883\text{ cm}, 13.979\text{ cm}, 13.976\text{ cm}, 10.003\text{ cm})=16.883\text{ cm}$,对应找到的是1号正交线圈组。因此将1号正交线圈组距离数据剔除,利用2、3、4号正交线圈组的优化拓扑得到的距离数据(13.979 8, 13.976 7, 10.003 2) cm作为球交点坐标算法中的距离数据(r_1, r_2, r_3),由此算出表6所示的空间坐标结果及对应定位误差。

由上述计算结果可得改进后算法的最大定位误差为 $\sqrt{0.231^2+0.235^2+0.002^2} \approx 0.330\text{ cm}$,而平均定位误差约为0.158 3 cm。

(2) 第二轮精度提升结果

第二轮精度提升算法通过对目标点到正交线圈组几何中心距离的拟合调整，实现了空间定位结果修正。经第二轮精度提升后，定位结果如表7所示。再次以3号点为例，对第一轮精度提升算法得到的距离(13.979 8, 13.976 7, 10.003 2) cm按第二轮精度提升算法处理，对任意 $r_i(i=1, 2, 3)$ 值通过式(13)拟合修正得到新距离数据 $(r_{f1}, r_{f2}, r_{f3})=(14.141 8, 14.145 1, 10.018 0)$ cm。再将新的距离代入基于球交点的坐标算法，得到第二轮精度提升算法优化后的定位结果与误差。

表7 经过两轮精度提升算法后的定位结果

Table 7 Positioning results after two rounds of accuracy improvement algorithm

点位编号	x	y	z	cm
1号点	0.004 4	0.027 5	5.014 8	
已知	0.000 0	0.000 0	5.000 0	
误差	0.004 4	0.027 5	0.014 8	
2号点	5.000 2	5.016 2	4.975 7	
已知	5.000 0	5.000 0	5.000 0	
误差	0.000 2	0.016 2	-0.024 3	
3号点	9.946 8	9.942 2	10.015 0	
已知	10.000 0	10.000 0	10.000 0	
误差	-0.053 2	-0.057 8	0.015 0	
4号点	8.625 6	5.003 7	10.010 5	
已知	8.660 3	5.000 0	10.000 0	
误差	-0.034 7	0.003 7	0.010 5	

由上述结果可知，经过两轮精度提升算法处理后，最大定位误差约为0.080 0 cm，而平均定位误差约为0.044 3 cm。可见，两轮精度提升算法可以将仿真实验平均定位误差控制到0.05 cm以内。

3.4 定位速度仿真结果

(1) 电磁定位设备的时间开销

由电磁感应理论可知，当线圈中的电流发生变化时，激发的磁场相应变化，进而导致线圈磁通量的变化，使线圈中产生感应电动势，这种电磁感应现象称为自感现象。由电磁感应定律可知，当线圈匝数为 N ，线圈面积为 S ，且线圈长度为 l 时，线圈的自感系数为

$$L=\mu_0 \frac{N^2}{l} S \quad (18)$$

根据电磁定位仿真用到的线圈基本参数，线圈匝数为100，等效密绕螺线管长度0.002 m，线圈面积 $0.000 1\pi$ m²，由此，正交线圈组任意轴向线圈的电感为

$$L=4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^4}{2 \times 10^{-3}} \times 10^{-4}\pi=2\pi^2 \times 10^{-4} \quad (19)$$

同时，对于材料电阻率为 ρ ，长度为 l' ，且截面积为 S 的导线，其电阻为

$$R=\rho \frac{l'}{S} \quad (20)$$

根据铜电阻率 $\rho=1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ，线圈拉直后的长度为 $l'=2\pi$ m，线圈截面积为 $S=10^{-8}\pi$ m²，正交线圈组任意轴向线圈的电阻为

$$R=1.72 \times 10^{-8} \times \frac{2\pi}{10^{-8}\pi}=3.44 \quad (21)$$

对正交线圈组任意轴向线圈而言，其电阻-电感即RL电路的时间常数为

$$\tau=\frac{L}{R} \approx 5.738 \times 10^{-4} \quad (22)$$

于是当稳定电流为 I_0 时，在 t 时刻该线圈内的电流为

$$i=I_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (23)$$

当 $t=5\tau$ 时， $i=I_0(1-e^{-5}) \approx 0.994I_0$ ，基本达到稳定值，此时 $t=2.869 1 \times 10^{-3}$ s。因此，新定位模型发射端12个线圈按照时序依次通电所需要的时间为 $T=12 t \approx 3.443 \times 10^{-2}$ s。

(2) 定位算法的时间开销

电磁定位新算法的耗时包括：计算目标点到线圈组几何中心距离的时间，求解目标点空间坐标的时间，以及两轮精度提升算法的时间。

仿真实验的电脑配置情况为：Intel Core CPU i5-7200U @2.50GHz 2.70GHz，内存大小8 GB，显卡为NVIDIA GeForce 940MX，2 GB和Intel HD Graphics 620 1GB，未进行并行处理。经过多次运行统计，稳定运行时间在0.3 ms内，即定位算法计算出一个目标点的坐标需要花费0.3 ms。

(3) 综合时间开销和定位频率

根据设备时间开销和算法时间开销，同时基于算法可以和设备运行同步进行且设备时间开销远大于算法时间开销的事实，综合时间开销可认为等同于设备时间开销，即 $T_f = T \approx 3.443 \times 10^{-2}$ s。

由此得到定位系统的工作频率为 $f = 1/T_f$ 约为 29.04 Hz，大于人视觉所需的 24 Hz，基本满足了介入手术定位系统对定位频率的要求。

3.5 脑血管介入应用实例

在脑血管介入手术中，大脑动脉血管至细处直径小于 2.5 mm，不仅要求电磁定位接收端有更小的尺寸，也要求定位精度尽可能高。本文提出的新定位模型将接收端简化为了单线圈，为狭窄的脑血管介入定位提供了可能。在应用过程中为了使医生直观了解设备在颅内的确切位置，还需要脑血管成像技术与电磁定位系统的配合使用。

磁共振血管造影技术(magnetic resonance angiography, MRA)是利用电磁波产生人体血管二维或三维结构的一种成像技术，被广泛运用在临床血管成像中^[20]，图9左上为利用MRA技术得到的脑血管成像结果，另外3个小图是其在成像空间3个坐标平面的投影结果。本文电磁定位新模型作为介入设备的定位技术，可以实时获取介入设备相对于电磁定位阵列的位置；同时，利用磁共振血管成像技术，可以将患者脑血管的三维结构呈现出来。将电磁定位技术与MRA技术相配合，使得介入设备在患者脑血管中的位置更直观地实时呈现出来，方便医务人员进行医学诊疗。

电磁定位新模型的坐标系与MRA成像坐标系经过配准后，可以在MRA影像空间中进行目标点定位。如图9所示，在脑血管中随机选取3个目标点F-1、F-2和F-3，对应的坐标分别为(-1.295 0, 0.618 0, 2.272 0), (-1.397 0, 0.869 0, 2.558 0), (-1.192 0, 2.907 0, 3.362 0) cm。图9左上显示3个点在MRA三维空间中的位置，其余3个小图为点在3个坐标投影平面的位置。基于本文电磁定位新

模型，计算得到3点的3D坐标如表8所示，与3点的实际坐标相比，进一步算出空间定位的最大误差约为0.045 2 cm，平均定位误差约为0.037 7 cm。

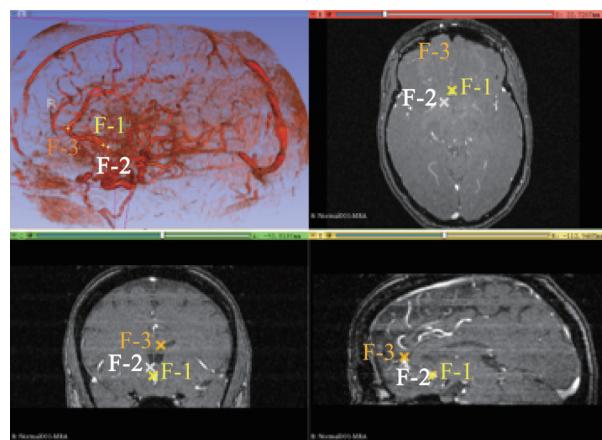


图9 三维脑血管中的目标点定位

Fig. 9 Target points location in 3D cerebrovascular

表8 脑血管介入实例的定位结果

Table 8 Localization results of cerebrovascular intervention
cm

点位编号	x	y	z
1号点	-1.295 0	0.618 0	2.272 0
计算结果	-1.282 9	0.588 6	2.239 9
误差	0.012 1	-0.029 4	-0.032 1
2号点	-1.397 0	0.869 0	2.558 0
计算结果	-1.389 3	0.839 0	2.544 1
误差	0.007 7	-0.030 0	-0.013 9
3号点	-1.192 0	2.907 0	3.362 0
计算结果	-1.188 5	2.914 9	3.329 2
误差	0.003 5	0.007 9	-0.032 8

可见，在MRA脑血管成像基础上，配合本文提出的电磁定位新算法，能够通过单线圈接收端感应的电磁信息进行准确定位。同时，能够实现由不同目标点位组合方式对介入手术设备的定位，如F-1、F-2两点的组合。对较大的介入设备，实际定位时可以在设备多个位置装上电磁传感器，利用多个传感器计算出的坐标信息，实现较大的乃至不规则介入设备的有效定位。考虑到不同时刻的连续定位，还能够实现手术器械的动态跟踪。从而做到了在传感器微小尺寸的便利条件下，对介入手术设备更加多样化、满足不同手术需求的空间定位。

3.6 与三正交线圈接收端定位模型的对比

目前常用电磁定位设备为基于三正交线圈发射端与三正交线圈接收端设计的电磁定位模型，我们参考对应算法^[21]，实现了三线圈接收端电磁定位模型，同样对2.2.2中的10个目标点进行空间定位，并将结果与本文提出的单线圈接收端新模型的定位结果进行比较。结果如表9所示。图10展示了两种方法的均方误差对比。

表9 电磁定位精度对比

Table 9 Electromagnetic positioning accuracy comparison

方法	x	y	z	均方误差
本文单线圈接收端方法	1.005 8	0.987 4	0.942 8	0.058 9
	1.979 8	1.974 6	1.955 7	0.054 9
	3.005 1	2.973 2	2.981 1	0.033 2
	3.984 9	3.985 4	3.975 9	0.032 0
	5.013 1	4.992 6	4.964 6	0.038 5
	5.992 6	5.958 8	5.990 7	0.042 9
	7.010 1	6.985 3	6.999 8	0.017 8
	8.003 4	7.980 9	7.993 9	0.020 3
	8.983 0	8.979 7	9.013 8	0.029 9
	9.981 3	9.986 3	10.017 8	0.029 2
现有三线圈接收端方法	0.952 4	0.980 5	1.002 1	0.051 5
	1.988 2	1.935 5	1.997 1	0.065 6
	3.022 0	2.890 3	3.062 6	0.128 2
	3.979 6	3.936 0	4.034 9	0.075 7
	5.034 2	4.993 4	4.938 0	0.071 1
	6.023 9	5.962 1	5.969 9	0.054 0
	7.023 8	6.981 1	6.907 9	0.097 0
	7.979 2	7.899 1	7.923 0	0.128 6
	8.873 4	8.861 6	8.862 8	0.232 4
	9.758 5	9.733 0	9.747 8	0.439 6

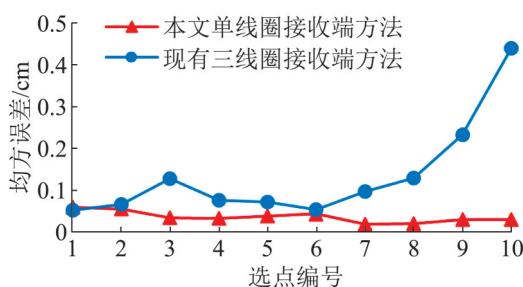


图10 两种定位方法的均方误差对比

Fig. 10 Comparison of mean square errors between two positioning methods

根据表9和图10可知，对比现有电磁定位算法，本文引入了第4个正交线圈组及两轮精度提升算法，因此本文提出的单线圈接收端电磁定位新模型具有更高的定位精度。现有方法的最大定位误差为0.439 6 cm，平均定位误差为0.134 4 cm；而本文方法的最大定位误差为0.058 9 cm，平均定位误差为0.035 8 cm。人体大脑血管的前动脉直径约为0.28 cm，中动脉直径为0.30~0.50 cm，后动脉直径为0.10~0.28 cm。可见现有方法难以满足脑血管介入的手术定位精度要求，而本文方法仿真结果的最大及平均误差均小于脑血管的最小直径。

4 结论

本文基于电磁学原理，从介入手术定位系统所需的精确性和实时性出发，设计了基于正交线圈组阵列发射端和单线圈接收端的电磁定位新模型，设计了相应的空间定位算法和误差降低算法，并利用COMSOL Multiphysics多物理仿真平台进行了验证和脑血管介入应用实例分析。通过实验测试和结果分析，新的电磁定位模型具有以下特点。

(1) 定位精度高稳定性强：通过空间定位算法和两轮精度提升算法，使得定位误差降到0.05 cm以内，能够满足介入手术对定位精度的要求，且定位系统基于多个正交线圈组构成的阵列，计算结果可以相互检验，增加了结果的可靠性和稳定性。

(2) 对磁场传感器要求低：本文提出的电磁定位算法不需要获取磁通密度的矢量信息，而只需要目标点的磁场大小信息，因此接收端只需要简单的磁场传感器结构，安装到介入导丝导管末端后，能够满足狭窄脑血管等对定位元件的小尺寸要求。

(3) 结构简单灵活：电磁定位系统基于完全相同的正交线圈组组成的阵列，每个正交线圈组由3个不同轴向的圆线圈构成，结构简单，同时正交

线圈组阵列具有很好的灵活性，每个线圈组的位置以及线圈组的数量都可以根据实际要求重新设计，使得系统具有更大范围与更高精度的定位能力。

现有的三正交线圈接收端电磁定位设备能够获取目标点的位置信息与方向信息，本文提出的单线圈接收端电磁定位新模型虽然定位精度更高，但只具有定位功能而没有方向感应功能。当然，通过多个接收端的组合使用，也能获取特定目标点的方向信息，从而实现手术器械的立体定位。

在新模型建模与仿真的基础上，接下来将实现电磁定位原型系统，对其进行实际测试与改进。本文提出的单线圈接收端电磁定位新模型，可用于目前的虚拟介入手术领域，基于本文工作可设计制造出接收端体积更小的电磁定位设备，对应产品有望在临床用于介入手术导航与诊疗。

参考文献：

- [1] Boyle P M, Zghaib T, Zahid S, et al. Computationally Guided Personalized Targeted Ablation of Persistent Atrial Fibrillation[J]. Nature Biomedical Engineering (S2157-846X), 2019, 3: 870-879.
- [2] Bassil G, Markowitz S M, Liu C F, et al. Robotics for Catheter Ablation of Cardiac Arrhythmias: Current Technologies and Practical Approaches[J]. Journal of Cardiovascular Electrophysiology (S1045-3873), 2020, 31: 739-752.
- [3] Yaras Y S, Satir S, Ozsoy C, et al. Acousto-Optic Catheter Tracking Sensor for Interventional MRI Procedures[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering (S0018-9294), 2019, 66(4): 1148-1154.
- [4] Jin X, Guo S, Guo J, et al. Development of a Tactile Sensing Robot-Assisted System for Vascular Interventional Surgery[J]. IEEE Sensors Journal (S1530-437X), 2021, 21(10): 12284-12294.
- [5] Graham M, Assis F, Allman D, et al. In Vivo Demonstration of Photoacoustic Image Guidance and Robotic Visual Servoing for Cardiac Catheter-Based Interventions[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 2020, 39(4): 1015-1029.
- [6] Yang C, Antoine C, Young B K, et al. A Pilot Study on Fetal Heart Rate Extraction from Wearable Abdominal Inertial Sensors[J]. IEEE Sensors Journal (S1530-437X), 2019, 19(22): 10773-10781.
- [7] Youn J, Ommen M L, Stuart M B, et al. Detection and Localization of Ultrasound Scatterers Using Convolutional Neural Networks[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 2020, 39(12): 3855-3867.
- [8] Sorrento A, Porfido M B, Mazzoleni S, et al. Optical and Electromagnetic Tracking Systems for Biomedical Applications: A Critical Review on Potentialities and Limitations[J]. IEEE Reviews in Biomedical Engineering (S1937-3333), 2020, 13: 212-232.
- [9] 赵小贺. 医用三维电磁定位系统的研究[D]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学, 2019.
Zhao Xiaohet. Research of Three Dimensional Electromagnetic Positioning System for Medical Application[D]. Heilongjiang: Harbin Institute of Technology, 2019.
- [10] Paperno E, Sasada I, Leonovich E. A New Method for Magnetic Position and Orientation Tracking[J]. IEEE Transactions on Magnetics (S0018-9464), 2001, 37(4): 1938-1940.
- [11] 毕津滔, 张永德, 孙波涛. 基于电磁跟踪与超声图像的介入机器人穿刺导航方法及实验研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(7): 253-262.
Bi Jintao, Zhang Yongde, Sun Botao. Puncture Navigation Method and Experiment of Interventional Robot Based on Electromagnetic Tracking and Ultrasound Image[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(7): 253-262.
- [12] 戴知宇. 基于电磁导航与增强现实的复杂先心病畸形病灶定位技术研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2019.
Dai Zhiyu. Accurate Localization Methods in Complex Congenital Heart Disease Malformation Using Electromagnetic Navigation and Augmented Reality[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2019.
- [13] Kazanzides P, Ren H L. Investigation of Attitude Tracking Using an Integrated Inertial and Magnetic Navigation System for Hand-Held Surgical Instruments [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics (S1083-4435), 2012, 17(2): 210-217.
- [14] Song S, Qiao W, Li B, et al. An Efficient Magnetic Tracking Method Using Uniaxial Sensing Coil[J]. IEEE Transactions on Magnetics (S0018-9464), 2014, 50(1): 31-33.
- [15] Wang Q, Yang L, Yu J, et al. Real-Time Magnetic Navigation of a Rotating Colloidal Microswarm under Ultrasound Guidance[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering (S0018-9294), 2020, 67(12): 3403-3412.
- [16] 向茜, 王世庆, 李兴红, 等. 微创手术机器人定位系统的

- 实用设计[J]. 计算机仿真, 2016, 33(8): 322-327.
Xiang Qian, Wang Shiqing, Li Xinghong, et al. Practical Design of the Positioning System of Minimally Invasive Surgical Robots[J]. Computer Simulation, 2016, 33(8): 322-327.
- [17] Moriconi S, Zuluaga M A, Jäger H R, et al. Inference of Cerebrovascular Topology with Geodesic Minimum Spanning Trees[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 2019, 38(1): 225-239.
- [18] Plötner P, Harada K, Sugita N, et al. Theoretical Analysis of Magnetically Propelled Microrobots in the Cardiovascular System[C]// The 36th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Chicago, IL, USA: IEEE, 2014: 870-873.
- [19] 沈熙宁. 电磁场与电磁波[M]. 北京: 科学出版社, 2006. Shen Xining. Electromagnetic Fields and Waves[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [20] Cha E, Chung H, Kim E Y, et al. Unpaired Training of Deep Learning tMRA for Flexible Spatio-Temporal Resolution[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging (S0278-0062), 2021, 40(1): 166-179.
- [21] Hu C, Song S, Wang X, et al. A Novel Positioning and Orientation System Based on Three-Axis Magnetic Coils [J]. IEEE Transactions on Magnetics (S0018-9464), 2012, 48(7): 2211-2219.