

Journal of System Simulation

Volume 35 | Issue 2

Article 1

2-16-2023

Demand Forecasting Method of Emergency Materials Based on Metabolic Gray Markov

Long Ma

1. School of Economics and Management, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China; malong1982@126.com

Baodong Qin

2. School of Cyberspace Security, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121, China; qinbaodong@xupt.edu.cn

Na Lu

1. School of Economics and Management, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China;

Meng Kou

1. School of Economics and Management, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Demand Forecasting Method of Emergency Materials Based on Metabolic Gray Markov

Abstract

Abstract: In order to improve the prediction accuracy of the demand for emergency materials of people affected by the disaster, *a forecasting method based on metabolism-gray Markov's is proposed.* To realize the dynamic prediction of the number of people affected by the disaster, *according to demand forecast ideas, the prediction model of metabolism-gray Markov fused is constructed progressively through gray, Markov and metabolism theories.* A *flexible demand forecasting model for emergency supplies is built through safety stock theory* to complete the balance of supply and demand between people number and the materials demand. The prediction results of different models show that the relative error of the proposed prediction model is 0.002 1% smaller better than other models, and the prediction accuracy is significantly better than that of the gray model, in which the prediction of the number of people affected by disasters and the demand for emergency supplies have a higher fit degree.

Keywords

Metabolism-grey Markov model, emergency materials, dynamic demand, flood disaster

Recommended Citation

Long Ma, Baodong Qin, Na Lu, Meng Kou. Demand Forecasting Method of Emergency Materials Based on Metabolic Gray Markov[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(2): 229-240.

基于新陈代谢灰色马尔科夫的应急物资需求量预测方法

马龙¹, 秦宝东^{2*}, 卢娜¹, 寇猛¹

(1. 西安航空学院 经济管理学院, 陕西 西安 710077; 2. 西安邮电大学 网络空间安全学院, 陕西 西安 710121)

摘要: 为提高受灾人数与应急物资需求量预测精度问题, 提出了基于新陈代谢灰色马尔科夫的应急物资需求量预测方法。依据应急物资需求量预测思路, 利用灰色、马尔科夫和新陈代谢理论, 层级递进地构建新陈代谢灰色马尔科夫预测模型, 实现受灾人数的动态预测; 利用安全库存理论, 构建应急物资柔性需求预测模型, 实现受灾人数与物资需求量的供需平衡问题; 运用本文模型、灰色马尔科夫模型和灰色模型对受灾人数与物资需求量进行预测, 结果表明: 该预测模型的相对误差要比其他模型小 0.002 1%, 预测精度明显优于基本的灰色模型, 预测的受灾人口数量与应急物资需求量拟合度较高。

关键词: 新陈代谢灰色马尔科夫模型; 应急物资; 动态需求量; 洪涝灾害

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2023)02-0229-12

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0874

引用格式: 马龙, 秦宝东, 卢娜, 等. 基于新陈代谢灰色马尔科夫的应急物资需求量预测方法[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(2): 229-240.

Reference format: Ma Long, Qin Baodong, Lu Na, et al. Demand Forecasting Method of Emergency Materials Based on Metabolic Gray Markov[J]. Journal of System Simulation, 2023, 35(2): 229-240.

Demand Forecasting Method of Emergency Materials Based on Metabolic Gray Markov

Ma Long¹, Qin Baodong^{2*}, Lu Na¹, Kou Meng¹

(1. School of Economics and Management, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China;

2. School of Cyberspace Security, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an 710121, China)

Abstract: In order to improve the prediction accuracy of the demand for emergency materials of people affected by the disaster, a forecasting method based on metabolism-gray Markov's is proposed. To realize the dynamic prediction of the number of people affected by the disaster, according to demand forecast ideas, the prediction model of metabolism-gray Markov fused is constructed progressively through gray, Markov and metabolism theories. A flexible demand forecasting model for emergency supplies is built through safety stock theory to complete the balance of supply and demand between people number and the materials demand. The prediction results of different models show that the relative error of the proposed prediction model is 0.002 1% smaller better than other models, and the prediction accuracy is significantly better than that of the gray model, in which the prediction of the number of people affected by disasters and the demand for emergency supplies have a higher fit degree.

Keywords: Metabolism-grey Markov model; emergency materials; dynamic demand; flood disaster

0 引言

我国乃至全球不断受到传染病和洪涝灾害的侵袭，特别是 2021 年 7 月发生在河南省的特大洪涝灾害，据报道此次灾害波及 16 个市、150 个县市区，1 366.43 万人受灾，302 人遇难。因此，在特大洪涝灾害暴发后，如何精准快速预测动态变化的应急物资需求量，并给予有效的梯次配置和调配，是减少受灾人员数量、降低经济损失和提高应急救助的关键问题。目前，国内外学者重点从模糊数学模型和灰色系统模型以及人工智能算法等方面进行仿真预测和优化分析。如文献[1]针对自然灾害事故应急物资需求模糊性问题，构建了模糊马尔科夫链的应急物资需求预测模型，但对应急物资的需求量预测效果较差；文献[2-3]采用个体与群体意见的类型转换和三角模糊数方法，改变专家权重系数和模型参数，进而解决应急物资需求信息模糊问题，但无法处理应急灾害事故的时空变化问题；文献[4]根据台风自然灾害时空变化要求，利用网格化方法构建了台风灾害空间定性预测模型，但该模型只能定性预测应急物资需求量，无法满足定量化要求；文献[5]针对自然灾害灰色样本信息量小、可靠性差以及多源异构性问题，构建灰色异构数据核序列的 GM(1, 1) 模型，但该模型的动态预测能力弱；文献[6-7]提出了利用支持向量机回归算法求解应急物资库存管理模型，基本解决了人员受灾数量与物资需求量的关系问题，但这些方法依然是以基本的 GM(1, 1) 模型为基础，导致预测结果精度低、偏差大和计算时间长以及计算过程复杂等问题。因此，相关专家学者利用人工智能算法对基本模型进行求解和改进，如文献[8-9]分别利用基本遗传算法对应急物资配送时间和需求预测模型参数进行优化，尽可能提高基本 GM(1, 1) 模型的预测精度，但未考虑受灾人数与物资需求量的动态内在关系，且受到基本算法性能的影响，预测结果依然不够理想；文献[10-11]采用改进的蚁群优化算法对洪涝

灾害区域的应急物资需求进行建模和分析，但预测精度不够高，且只说明了受灾人员与水位的关系；文献[12]采用自适应粒子群优化对径向基函数神经网络 (radial basis function neural network, RBFNN) 结构进行训练，并利用 GA-APSO 的 RBFNN 方法来预测地震后应急物资的需求量，但未考虑灾害信息的模糊性和物资需求的动态性，致使预测精准性不够突出；文献[13]构建了应急物资动态分配模型，降低应急物资需求水平，但未考虑灾情信息的不确定性、受灾人员的动态性和应急物资的库存量等客观问题，且以 GM(1, 1) 模型为基础，导致模型的输入变量少、受灾影响因素关联性弱、预测结果的相对误差较大。

GM(1, N) 模型是邓聚龙在 GM(1, 1) 模型的基础上提出的一种适用于相关因素和动态特征序列的分析方法^[14]，该模型广泛用于社会经济系统协同性和预测性问题的研究。文献[15]利用 GM(1, N) 模型，解决了网络舆情危机预测问题；文献[16]通过建立时滞多变量 GM(1, N) 协同调度模型，定量分析了我国经济增长的数量和结构协调方式。这些 GM(1, N) 模型的理论成果和应用领域均获得了较好的效果，且对 GM(1, N) 模型的参数进行了一定的改进和完善，但 GM(1, N) 模型只适合于数据信息量小、波动稳定和短期的预测。

新陈代谢模型能够自动剔除陈旧数据，形成新数据序列，能够及时补充新信息，缩小预测范围，提高预测精度，且该方法更适合于数据量大、波动范围大的长期预测，且马尔科夫模型的无后效性特征适用于数据波动大的预测问题，这样可以有效弥补基本 GM(1, N) 模型的不足之处，增强模型的求解精度、提高预测值的可行性。然而，综合利用新陈代谢理论与灰色模型以及马尔科夫理论的交叉融合方法至应急物资需求量预测还鲜有研究。

综上所述，尽管诸多研究成果突出了基本灰色理论和灰色模型的改进和应用，但能够同时使用新陈代谢理论、灰色模型和马尔科夫理论的交叉融合

应用研究还不够完善, 特别是将这些融合方法应用于应急物资需求量预测亟待深入研究。因此, 本文提出了一种新陈代谢灰色马尔科夫的应急物资需求预测方法。该方法与前人研究的主要区别在于引入了新陈代谢理论和马尔科夫理论分别对基本灰色模型存在的样本量小、历史数据少等不足之处进行建模, 首先利用马尔科夫理论对基本灰色模型初步预测残差结果进行修正计算, 然后利用新陈代谢理论对基本灰色模型预测之需的原始数据序列中的陈旧数据进行实时剔除更替, 提高洪涝受灾人数预测精度, 进而增强受灾人数与应急物资需求量的动态匹配预测, 最后, 利用安全库存理论, 综合洪涝灾害的发生时间进程, 动态预测不同种类应急物资的需求量, 为拓宽和深入探索自然灾害应急物资需求供应预测问题提供理论支撑。

1 应急物资需求量预测的基本理论

1.1 应急物资需求量预测思路

本文将灰色模型、马尔科夫理论与新陈代谢理论进行有效融合改进, 以灰色模型预测出的结果作为深入融合其他2个模型的基础条件, 进而设计出基于新陈代谢灰色马尔科夫的应急物资需求量预测的建模流程, 如图1所示。

根据图1中应急物资需求量预测模型的建立流程可看出, 根据应急物资需求量的影响要素及原始数据的收集处理, 建立基本灰色模型GM(1,N)的原始数据序列, 运用基本灰色预测模型求解出问题的预测值, 并利用残差修正计算方法对初次预测的结果进行一次修正计算, 形成多因素灰色预测模型; 利用马尔科夫理论, 在多因素灰色预测模型的基础上利用真实值与预测值对灰色模型预测结果进行状态区域划分和误差修正优化计算; 交叉融合新陈代谢思想至灰色马尔科夫预测模型的计算过程, 将修正后的预测数据融入原始数据序列, 剔除旧数据, 进而进入下一时刻的预测, 并进行状态区间的划分。

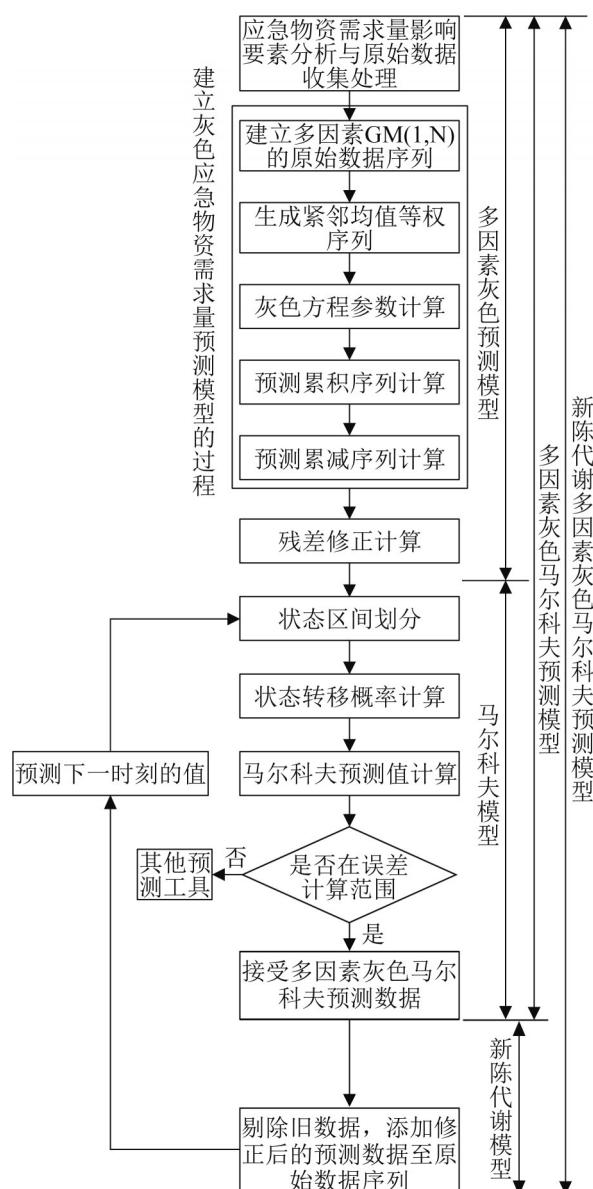


图1 应急物资需求量预测模型建立流程
Fig. 1 Process of establishing a forecast model for emergency supplies

1.2 灰色模型的算法

灰色模型是将现实问题中的原始数据转变为具有规律性变化的时态数列结构, 根据求解的一阶微分方程, 利用累计减法还原原始数列的预测值, 构建灰色模型的主要过程如下^[8-11, 14-16]:

(1) 建立灰色模型的原始数据序列

设预测系统内含有N个原始数据序列 $X_i^{(0)}$ 为 $X_i^{(0)} = [x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(n)]$, $i = 1, 2, \dots, N$, 每个

原始序列含盖 n 个元素, 经过 $X_i^{(0)}$ 的累加计算, 获得 1 次累加生成数列(简称 1-AGO), $X_i^{(0)}$ 特征数据序列为指数因变量, 令 $X_i^{(0)}$ 序列为 $X_i^{(1)}$, 则

$$X_i^{(1)}(k) = \sum_{k=1}^n X_i^{(0)}(k), \quad i=1, 2, \dots, N, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

(2) 紧邻均值等权序列生成

根据式(1), 生成 $X_i^{(1)}$ 作紧邻均值序列, 得 $Z_i^{(1)} = (Z_i^{(1)}(2), Z_i^{(1)}(3), \dots, Z_i^{(1)}(n))$, $i = 1, 2, \dots, N$, 则

$$Z_i^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [X_i^{(1)}(k) + X_i^{(1)}(k-1)], \quad i=1, 2, \dots, N, \quad k=2, 3, \dots, N \quad (2)$$

(3) 灰方程参数计算

根据灰色系统相关理论可知, 构建有关 $X_i^{(1)}$ 的 GM(1, N) 灰微分方程为

$$X_1^{(0)}(k) + \alpha Z_1^{(0)}(k) = \sum_{i=2}^n b_i X_i^{(0)}(k) \quad (3)$$

将数列 $X_i^{(1)}$ 看作原始数据序列时间 t 的函数 $X_i^{(1)} = X_i^{(1)}(t)$, 则获得 GM(1, N) 的白化微分方程为

$$\frac{dX_i^{(1)}}{dt} + \alpha X_1^{(1)} = \beta_2 X_2^{(1)} + \beta_3 X_3^{(1)} + \dots + \beta_n X_n^{(1)} \quad (4)$$

假设数列 $Y_n = [x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \dots, x_1^{(0)}(n)]$, 参数序列 $\hat{\beta} = [\alpha, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_N]$, 从而可获得 $Y_n = \mathbf{B}\hat{\beta}$, 可以求解计算得到:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{B}^\top \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^\top Y \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & X_2^{(1)}(2) & \cdots & X_N^{(1)}(2) \\ -Z^{(1)}(3) & X_2^{(1)}(3) & \cdots & X_N^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & X_2^{(1)}(n) & \cdots & X_N^{(1)}(n) \end{bmatrix}$$

(4) 预测的累加序列计算

将参数序列 $\hat{\beta} = [\alpha, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_N]$ 代入式(3)可计算得到:

$$\hat{X}_1^{(1)}(k+1) = \left[X_1^{(0)}(1) - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i (k+1) \right] e^{-ak} + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i X_i^{(1)}(k+1) \quad (6)$$

(5) 预测的累减序列计算

根据式(6)的计算结果, 可求解得到 GM(1, N) 模型的原始数据序列预测值 $\hat{X}_1^{(1)}(k)$, 并记 $\varepsilon^0(k)$ 为

预测值与原始数据的残差, 该值越小, 预测结果精度越高。预测的累减序列为

$$\hat{X}_1^{(0)}(k) = \hat{X}_1^{(1)}(k) - \hat{X}_1^{(1)}(k-1) \quad (7)$$

$$\varepsilon^0(k) = X_1^{(0)}(k) - \hat{X}_1^{(1)}(k) \quad (8)$$

(6) 残差修正计算

假设形成的特征残差序列为 $\varepsilon^0 = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$, 对残差序列构建 GM(1, N) 模型, 解出参数 $\mathbf{P} = [\alpha_\varepsilon, \beta_\varepsilon]^\top$, 根据式(8)可计算出 $\hat{\varepsilon}^0(k+1)$ 的模拟值:

$$\hat{\varepsilon}^0(k+1) = (-\alpha_\varepsilon) \left(\varepsilon^0(k_0) - \frac{\beta_\varepsilon}{\alpha_\varepsilon} \right) e^{-\alpha_\varepsilon(k-k_0)} \quad (9)$$

式中: α_ε 、 β_ε 为修正参数。预测数据序列为改进为

$$\hat{X}_1^{(1)}(k+1) = \begin{cases} \left[x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i x_i^{(1)}(k+1) \right] e^{-ak} + \\ \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i x_i^{(1)}(k+1), \quad k < k_0 \\ \left[x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i x_i^{(1)}(k+1) \right] e^{-ak} + \\ \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i x_i^{(1)}(k+1) \pm \hat{\varepsilon}^0(k+1), \quad k > k_0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\hat{\varepsilon}^0(k+1)$ 与残差 $\varepsilon^0(k)$ 的含义一致。

1.3 灰色马尔科夫模型

通过分析数据序列产生的内在规律特征, 进而获得预测值, 同时, 该序列数据获取具有偶然性, 且应急物资需求量因灾害事故的动态波动会使预测结果产生较大的误差。

马尔科夫模型是一种通用的数据统计分析工具, 该系统中某个时刻的状态依据前一个时刻的状态转移概率来预测最新的状态, 本文利用马尔科夫模型对灰色模型的预测结果进行优化计算, 具体建模过程如下:

(1) 划分预测状态区间

灰色马尔科夫模型的状态区间划分根据 GM(1, N) 模型预测值与实际值的比值 f 划分状态区间, 并根据误差的分布状态做出相应的散点分布图,

用水平线划分散点的分布空间^[9,11], 即

$$f = \frac{X^{(0)}(k)}{\hat{X}^{(0)}} \quad (11)$$

$$F_i = [F_{i1}, F_{i2}], i=1, 2, \dots, M \quad (12)$$

式中: F_{i1}, F_{i2} 为状态区间的上界和下界。状态区间数取决于原始数据的容量, 容量的大小与状态转移次数成正比, 状态转移次数的多少与预测精度直接成正比例。

(2) 计算预测状态转移概率

假设在 t 时刻的预测状态 $E_i \rightarrow E_j$ 的次数为 $n_{ij}(k)$, 从起始状态 E_i 出现转移的总次数为 $n_i(k)$, 则计算状态转移的概率为^[9,11]

$$p_{ij}(k) = \begin{cases} \frac{n_{ij}(k)}{n_i(k)}, & n_i(k) > 0 \\ 0, & n_i(k) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

根据式(13)可计算得出马尔科夫中的第 k 步转移概率矩阵为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11}^k & p_{12}^k & \cdots & p_{1n}^k \\ p_{21}^k & p_{22}^k & \cdots & p_{2n}^k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{n1}^k & p_{n2}^k & \cdots & p_{nn}^k \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: $0 \leq p_{ij}^k \leq 1$; $\sum_{j=1}^n p_{ij}^k = 1$, $i, j = 0, 1, \dots, n$ 。

(3) 马尔科夫预测值的求解计算

根据式(14)完成的状态转移概率矩阵 \mathbf{P} , 假设 t 时刻预测对象处于 E_i 状态, 如果转移概率矩阵 \mathbf{P} 中的第 k 行能够满足 $\max p_{ij} = p_{ki}$, 那么可以认为在 $t+1$ 时刻, 状态 $E_i \rightarrow E_j$ 的概率较高, 进而能够确定预测值的变动区间为 $[E_{1i}, E_{2i}]$, 计算预测值的表达式为^[1-2, 9, 11]

$$\hat{y}(n+1) = \frac{1}{2}(E_{1i}, E_{2i}) \quad (15)$$

(4) 误差计算

$$\Delta\varepsilon = \frac{|\varepsilon(n)|}{x^{(0)}(n)} \quad (16)$$

1.4 新陈代谢灰色马尔科夫预测模型

通常在灰色模型与马尔科夫模型融合预测问

题中, 主要利用状态转移概率矩阵中的静态数据源作预测分析, 这样无法将已经获得的预测结果融入更新的数据序列内, 导致静态数据序列必然造成最终预测误差的增加。因此, 根据新陈代谢的实时自我更新和调节作用原理, 将其融入灰色模型与马尔科夫模型, 利用更新数据剔除最早的数据序列, 实现灰色马尔科夫模型的有效改进, 改进过程如下:

将预测数列 $\hat{y}(n+1)$ 的值融入原始数列 $X_i^{(0)} = [x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), \dots, x_i^{(0)}(n)]$, $i=1, 2, \dots, n$ 中作为新数列; 删除最早的数据序列信息 $x_i^{(0)}(1)$, 则更新后的数据序列变为 $X_i^{(0)} = [x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), \dots, x_i^{(0)}(n), \hat{y}(n+1)]$, $i=1, 2, \dots, n$, 通过不断地使用更新数据序列对 $t+1$ 时刻形成的状态转移概率矩阵进行预测, 形成一个封闭的环形结构模型, 进而获得一系列的预测数据。

1.5 应急物资柔性需求量预测模型建立

为了验证本文提出的新陈代谢灰色马尔科夫预测方法的可行性, 并根据洪涝灾害人数的动态变化来预测应急物资需求量, 故主要选择受灾地区正在发生灾害的日常消耗品和灾后传染疾病防控以及灾民安置之需的物资作为预测对象。由于这些物资需求量与受灾人数以及受灾持续时间紧密相关, 且与洪涝灾害发生源头降雨量大小相关, 致使受灾人数的变化与物资的需求量也呈现柔性发展态势。

由此, 为了防止洪涝灾害发生后导致应急物资供应紧张, 需要对企业或政府库存的应急物资设定安全线, 并依据应急物资配送服务水平系数和缺货率来确定提前运输应急物资的期限, 由于洪涝灾害救助工作的目的是降低损失, 因此, 提前运输物资产生的成本可忽视, 根据预测到的受灾人数与应急物资供应之间的关系式, 可预测出受灾人员对不同种类应急物资的数量, 由此构建的应急物资柔性需求量预测模型如下^[7]:

$$D^i(t) = \begin{cases} \alpha^i \times \hat{x}(t) \times \bar{L} + Z_{1-\delta} \times \sigma_D^i(t) \times \sqrt{\bar{L}}, & i \in \text{food, drug} \\ \alpha^i \times \hat{x}(t) + B^i - \sum_{\varepsilon=1}^{t-1} A^i(t-\varepsilon), & i \in \text{warm goods, tents} \end{cases} \quad (17)$$

$$\sigma_D^i(t) = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{t-1} [D^i(t-k) - D^{-i}(t)]^2}{t}} \quad (18)$$

$$D^{-i}(t) = \frac{\sum_{k=0}^{t-1} D^i(t-k)}{t} \quad (19)$$

式中: i 为分类的应急物资; $D^i(t)$ 为受灾地区在不同的 t 时刻对分类的应急物资 i 的需求量; α^i 为单位时间内单个受灾人员的分类物资 i 的需求量; $\hat{x}(t)$ 为受灾人员数量; \bar{L} 为应急物资配送时间的间隔; $Z_{1-\delta}$ 为在缺货率为 δ 下的应急物资配送服务水平系数; $\sigma_D^i(t)$ 为在 t 时刻对分类的应急物资 i 需求量的相对误差水平; B^i 为应急物资 i 的最低存储量; $A^i(t-\varepsilon)$ 为在 $t-\varepsilon$ 时区内第 i 类应急物资运到受灾地区的数量, 这与 $\hat{x}(t)$ 存在一一对关系。

2 应急物资需求量预测应用

2.1 灰色模型应用

2.1.1 数据来源

应急物资需求量的影响因素受事件类型和受灾程度等诸多特性的影响。以文献[7]的算例为基础, 因该算例根据 2016 年 3 月湖南省防汛抗旱网发布的受灾人口数量统计数据, 该地区地处我国东西部连接区域, 北部毗邻长江, 南部靠近南岭, 汇集冷暖干湿气流, 受气候、地质、地形结构等综合影响因素的干扰。因此, 数据全部来源于文献[7], 用真实数据验证模型的有效性。

根据应急物资需求量的影响因素分析, 收集整理 2016 年 3 月湖南省防汛抗旱网发布的受灾人口数量统计数据, 获得原始数据如表 1 所示。

表 1 2016 年 3 月湖南省受灾人口数量
Table 1 Number of people affected by disaster in Hunan Province in March 2016

| 第几天 | 受灾人数 | 第几天 | 受灾人数 |
|-----|-------|-----|--------|
| 1 | 4.66 | 7 | 58.73 |
| 2 | 7.90 | 8 | 66.48 |
| 3 | 22.25 | 9 | 112.23 |
| 4 | 24.33 | 10 | 122.55 |
| 5 | 36.46 | 11 | 157.78 |
| 6 | 57.33 | 12 | 185.80 |

2.1.2 数据处理

将 2016-03-28 发布的受灾人口数量作为受灾人数预测的初始序列数据(该序列以 1 天为时间段, 受灾人口数量的单位: 万人): $X_1^{(0)}=(4.66, 7.9, 22.25, 24.33, 36.46, 57.33, 58.73, 66.48, 112.23, 122.55, 157.78, 185.8)$, 将选取的受灾人口初始序列中的前 5 个序列数据 $X_1^{(0)}=(4.66, 7.9, 22.25, 24.33, 36.46)$, 累加生成 1-AGO 数列 $X_1^{(1)}=(4.66, 12.56, 34.81, 59.14, 95.6)$, 在受灾人口数列 1-AGO 基础上的形成紧邻均值生成序列为 $Z_1^{(1)}=(8.61, 23.685, 46.975, 77.37)$ 。

2.1.3 灰方程参数计算

根据式(5)构造矩阵:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -8.61 & 1 \\ -23.685 & 1 \\ 46.975 & 1 \\ -77.37 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 7.9 \\ 22.25 \\ 46.975 \\ 36.46 \end{bmatrix}$$

根据式(5)可计算出灰方程参数 $\alpha=-0.37$, $\beta=-23.21, 16.19, -3.57, 8.23$, 于是利用 $\hat{\beta}=(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \mathbf{Y}$ 可计算得出:

$$\hat{\beta}=(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}=\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0.37 \\ 8.23 \end{bmatrix} \quad (20)$$

将式(20)代入式(6)获得时间响应方程为

$$\begin{cases} \hat{X}_1^{(1)}(t+1)=26.89e^{0.37t}-22.23 \\ \hat{X}_1^{(0)}(t+1)=\hat{X}_1^{(1)}(t+1)-\hat{X}_1^{(1)}(t) \end{cases} \quad (21)$$

2.1.4 预测值与误差分析

根据式(6), 将 1.2 节计算得到的参数 $\hat{\beta}, \alpha$ 的值代入可计算得到 $X_1^{(1)}$ 的预测累积序列值:

$$\begin{aligned}\hat{X}_1^{(l)}(k+1) &= \left[x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i(k+1) \right] e^{-\alpha k} + \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^n \beta_i x_i^{(l)}(k+1) = \\ &= \left\{ 4.66 + \frac{1}{0.37} \left[-23.21x_2^{(l)}(k+1) + 16.19x_3^{(l)}(k+1) - 3.57x_4^{(l)}(k+1) + 8.23x_5^{(l)}(k+1) \right] e^{0.37k} - \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{0.37} \left[-23.21x_2^{(l)}(k+1) + 16.19x_3^{(l)}(k+1) - 3.57x_4^{(l)}(k+1) + 8.23x_5^{(l)}(k+1) \right] \right\}\end{aligned}$$

进而, 根据式(7)~(8)、(16)可计算出应急物资需求量的预测值、残差、相对误差、平均误差, 其详细结果如表2所示。

表2 灰色模型修正前后预测结果

Table 2 Prediction results between before and after corrected grey models

| 第几天 | 实际值/ 万人 | 基本 GM(1, N) 模型 | | GM(1, N)残差 修正 | |
|------------|------------|-------------------|------------|------------------|------------|
| | | 预测值/ 万人 | 相对 误差/% | 预测值/ 万人 | 相对 误差/% |
| | | | | | |
| 1 | 4.66 | 4.66 | — | 5.08 | — |
| 2 | 7.90 | 8.23 | 0.000 6 | 7.90 | -14.00 |
| 3 | 22.25 | 22.73 | 0.001 3 | 25.94 | 4.82 |
| 4 | 24.33 | 28.91 | 0.001 9 | 32.65 | -0.90 |
| 5 | 36.46 | 36.53 | 0.002 0 | 41.09 | -0.07 |
| 6 | 57.33 | 52.21 | 0.089 2 | 51.72 | 5.12 |
| 7 | 58.73 | 61.85 | 0.053 1 | 65.09 | -3.12 |
| 8 | 66.48 | 62.68 | 0.057 1 | 81.92 | 3.80 |
| 9 | 112.23 | 100.69 | 0.102 8 | 103.11 | 11.54 |
| 10 | 122.55 | 126.63 | 0.033 3 | 129.77 | -4.08 |
| 11 | 157.78 | 157.40 | 0.002 4 | 163.33 | 0.38 |
| 12 | 185.80 | 184.64 | 0.006 2 | 205.57 | 1.16 |
| 平均相 对误差 | | 0.031 8 | | 0.42 | |

由表2的计算结果可知, 基本 GM(1, N) 模型的平均相对误差为 0.0318%, 而对标准 GM(1, N) 模型的残差计算后的平均相对误差为 0.42%, 说明标准 GM(1, N) 模型预测值的误差较大, 需要进一步改进和修正残差结果, 使之更好地适应实际应用要求。

2.1.5 残差修正计算

根据式(5)、(9)、(10)的逐级计算, 残差修正计算值为 $\varepsilon^0 = (-14, 4.82, -0.9, -0.07, 5.12, -3.12, 3.80, 11.54, -4.08, 0.38, 1.16)$, 如表2所示。

2.2 灰色马尔科夫模型应用

2.2.1 状态区间划分

根据表2中计算得到的应急灾害中受灾人数预测的 GM(1, N) 模型残差修正结果, 可将其按等距划分为 5 个状态 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 分别为 $[-14\%, 0]$, $[0, 0.35\%]$, $[0.35\%, 0.5\%]$, $[0.5\%, 0.65\%]$, $[0.65\%, 14\%]$, 洪涝受灾人员数量的残差 GM(1, N) 模型预测结果的状态分布如图2所示。

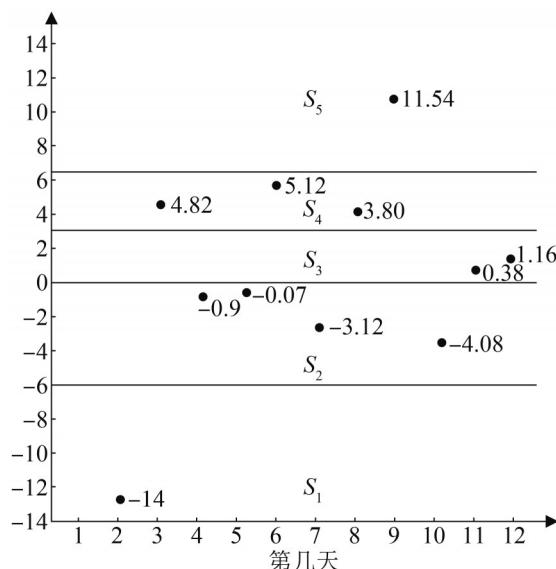


图2 状态区间分布图
Fig. 2 State chart interval distribution

2.2.2 状态转移概率矩阵计算

根据式(13)~(14)矩阵计算方法以及表3的区间状态分布结果, 得状态转移概率矩阵 P 为

$$P(l) = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{25} & 0 & \frac{1}{25} & 0 & \frac{3}{25} \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(3) = \begin{bmatrix} \frac{27}{40} & 0 & \frac{11}{40} & 0 & \frac{2}{40} \\ \frac{21}{25} & 0 & \frac{2}{25} & 0 & \frac{2}{25} \\ \frac{18}{20} & 0 & \frac{1}{20} & 0 & \frac{1}{20} \\ \frac{8}{10} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

表3 12天预测值的区间状态分布
Table 3 Interval state distribution of 12-day forecast value

| 第几天 | 相对误差/% | 状态分布 |
|-----|--------|-------|
| 1 | — | — |
| 2 | -14 | S_1 |
| 3 | 4.82 | S_5 |
| 4 | -0.9 | S_1 |
| 5 | -0.07 | S_1 |
| 6 | 5.12 | S_5 |
| 7 | -3.12 | S_1 |
| 8 | 3.80 | S_5 |
| 9 | 11.54 | S_5 |
| 10 | -4.08 | S_1 |
| 11 | 0.38 | S_3 |
| 12 | 1.16 | S_5 |

2.2.3 预测值的计算

根据表3的区间状态分布可知, 2016年3月的第12天受灾人数的状态处于 S_5 , 由 $\max p_{ij}=p_{kn}$ 可知经过1天的转换, 系统状态转为 S_1 的概率为1, 则第13天的受灾人数最有可能处于状态 S_1 。将 $t=1, 2, 3, 4$ 代入式(21), 并由式(10)可得GM(1, N)模型预测值 $\hat{x}(13)=211.93$ 万人, 马尔科夫状态区间为 $[-14\%, 0]$, 预测区间为 $[195.33, 211.93]$, 根据式(15)可得到第13天的受灾人员数量的马尔科夫GM(1, N)模型预测值为 $\hat{y}(13)=198.71$ 万人。另外,

为了预测第14天的受灾人员数量, 可根据状态转移概率矩阵 $\mathbf{P}(2) \sim \mathbf{P}(3)$ 得知, 第14天的受灾人员数列最可能处于 S_1 , 同理, 根据式(13)可计算出第14天、第15天的受灾人员数量的GM(1, N)马尔科夫模型预测值分别为238.71万人和259.44万人。

2.3 新陈代谢灰色马尔科夫模型应用

2.3.1 受灾人数预测

将第1~12天的受灾人数所组成的时间序列中的第1天的受灾人数剔除掉, 增加第13天的预测值198.71万人至新的数列中, 利用第2~13天的受灾人员数量的12个数据构造一组新的数据序列为 $X_1^{(0)} = [7.9, 22.25, 24.33, 36.46, 57.33, 58.73, 66.48, 112.23, 122.55, 157.78, 185.80, 198.71]$ 根据该数据序列构建新的GM(1, N)模型, 获得预测结果, 针对预测结果的相对误差值重新划分状态区间, 并构造出新的状态转移矩阵, 解算出第14天受灾人员数量的预测值为224.16万人。同理可解算出第15天的受灾人员数量的预测值为237.92万人。其经过本文研究的各个预测方法对第2~15天的受灾人员数量预测结果, 如表4和图3所示。

表4 3种预测方法的结果比较
Table 4 Compared results of 3 forecasting methods

| 方法 | 第几天 | 实际值/ | 预测值/ | 相对误 |
|--------------|-----|--------|--------|---------|
| | | 万人 | 万人 | 差/% |
| 灰色模型 | 13 | 197.83 | 211.93 | 0.007 4 |
| | 14 | 237.16 | 242.69 | 0.007 9 |
| | 15 | 251.33 | 259.17 | 0.006 8 |
| 灰色马尔科夫模型 | 13 | 197.83 | 198.71 | 0.006 9 |
| | 14 | 237.16 | 238.71 | 0.007 0 |
| | 15 | 251.33 | 259.44 | 0.009 5 |
| 新陈代谢灰色马尔科夫模型 | 13 | 197.83 | — | — |
| | 14 | 237.16 | 224.16 | 0.008 1 |
| | 15 | 251.33 | 237.92 | 0.008 9 |

由表4与图3的计算结果可知, 运用新陈代谢思路对灰色马尔科夫模型进行优化后, 进而预测出第14天、第15天的受灾人员数量的灰色马尔科夫模型预测值分别为224.16万人和237.92万人, 且实际值的相对误差分别为0.008 1%和0.008 9%。

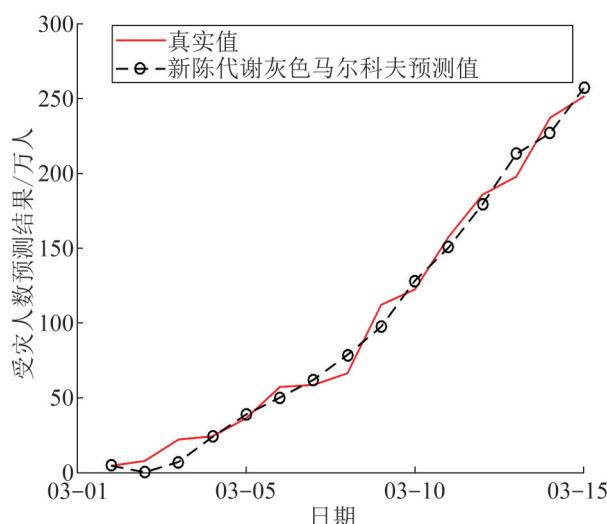


图3 本文方法对受灾人数的预测结果

Fig. 3 Prediction results of method about in paper to number of people affected by disaster

为了准确说明本文模型的有效性, 将文献[7]中的预测结果与本文模型的预测结果进行比较, 结果如表5所示。

表5 本文方法与文献[7]的比较结果

Table 5 Comparison results between method in this paper and literature [7]

| 第几天 | 实际值 | 文献[7]预测值 | 本文模型预测值 |
|-----|--------|----------|---------|
| 1 | 4.66 | — | — |
| 2 | 7.90 | 7.90 | 7.90 |
| 3 | 22.25 | 25.94 | 23.89 |
| 4 | 24.33 | 32.65 | 28.17 |
| 5 | 36.46 | 41.09 | 40.13 |
| 6 | 57.33 | 51.72 | 55.81 |
| 7 | 58.73 | 65.09 | 57.26 |
| 8 | 66.48 | 81.92 | 74.37 |
| 9 | 112.23 | 103.11 | 110.64 |
| 10 | 122.55 | 129.77 | 126.05 |
| 11 | 157.78 | 163.33 | 160.27 |
| 12 | 185.80 | 205.57 | 198.91 |

根据表5可知, 本文模型的预测结果要比文献[7]的结果更为贴近实际值, 这是因为利用新陈代谢方法不断地对模型的预测数据进行更替, 使得原始数据更新速度加剧, 提高了预测精度, 特别是融合了马尔科夫理论后可实现缩小预测范围, 实现了预测结果的长期稳定性, 进而增加了预测

值的高度拟合程度。

根据图3的预测拟合曲线可知, 随着灾情的动态变化而导致受灾人数的不断增加, 使得03-01—15的受灾人数的预测值与真实值拟合度较高, 特别是预测曲线较为平滑, 这是因为融合新陈代谢方法和马尔科夫理论后, 增强了GM(1, N)模型预测结果的稳定性, 提高了预测结果的精度。

为了证实本文方法对受灾人数真实值与预测值以及预测误差与相对标准误差的拟合程度, 利用Matlab R2015软件, 结合前期计算获得的动态数据序列, 分别利用3种不同的预测模型对受灾人数进行仿真预测, 其预测效果分别见图4~5所示。

由图4的收敛曲线可以看出, 随着洪涝灾害时间的持续推进, 受灾人数的实际值在不断增加, 特别是在洪涝灾害发生的第5~6天和第8~10天, 实际受灾人数明显增加, 这是因为灾害发生前期受灾防备松懈导致人数不断增加, 灾害发生中期隐匿的受灾人数较多, 说明符合实际灾害发生规律; 另外, 利用本文方法的预测值与实际值拟合度较高, 这是受到新陈代谢方法和马尔科夫理论的影响, 导致融合后的模型预测结果更为精确; 而其他2种方法处于平滑状态, 这与实际值的误差波动较大, 是因为受灾时间序列数据的更替较慢所致。

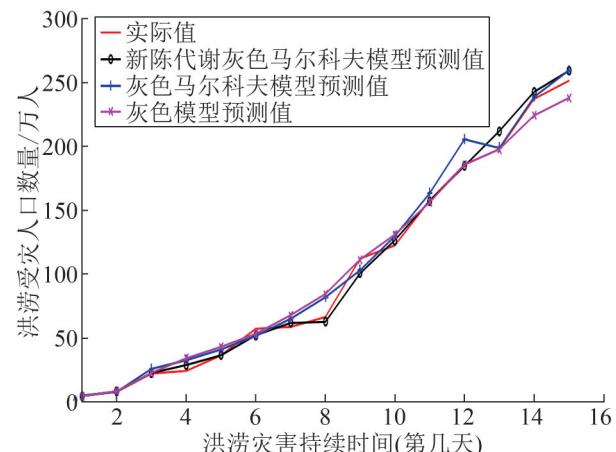


图4 3种预测模型的预测结果比较
Fig. 4 Comparison on prediction results of 3 prediction models

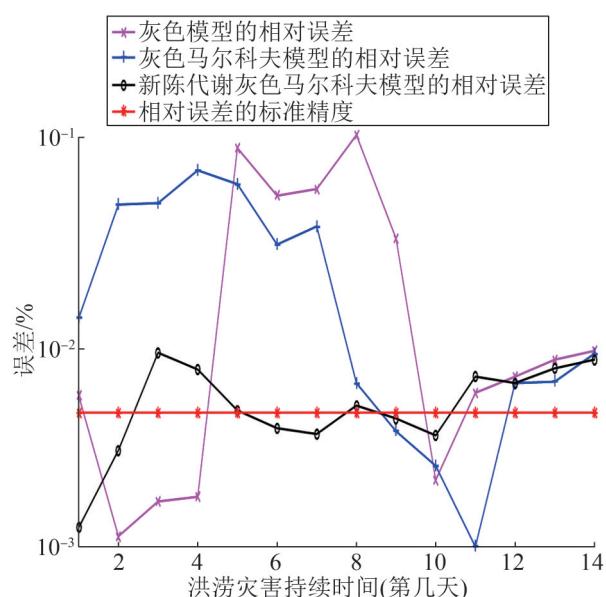


图5 3种预测方法的相对误差比较
Fig. 5 Comparison of relative errors of 3 prediction methods

从图5的误差曲线可以看出,以文献[14]中的相对标准误差为0.05时划为合格等级为依据,利用本文方法预测受灾人数的误差值要比其他2种方法更为贴近标准误差,特别是受灾持续时间在第5~10天时,预测误差曲线靠近相对标准误差曲线,这是因为利用新陈代谢马尔科夫方法的优势致使预测曲线的效果更为稳定和平滑的缘故。

2.3.2 应急物资需求量预测

为了进一步验证改进模型的可靠性,依据式(17)~(19)的物资柔性需求模型,并根据灰色马尔科夫模型预测的受灾人数的动态变化数列,利用本文方法对洪涝灾害中应急救援中需要的饮用水、熟食、抗生素、帐篷和棉被等5种应急物资需求量进行准确预测,如表6所示。

表6 应急物资需求量预测的参数值

Table 6 Parameter value of emergency material demand forecast

| 变量 | 值 | 变量 | 值 |
|----------------------|-------|---------------------|------|
| α^1/kg | 2 500 | $\alpha^5/\text{条}$ | 0.50 |
| α^2/kg | 1.60 | L/d | 1.00 |
| $\alpha^3/\text{支}$ | 1.66 | δ | 0.05 |
| $\alpha^4/\text{顶}$ | 0.25 | $Z_{1-\delta}$ | 1.65 |

根据表6中的预测模型的参数变量值和图3或表5的预测结果,利用Matlab R2015软件对本文模型进行仿真计算,获得应急物资分类需求量的预测值,如图6所示。

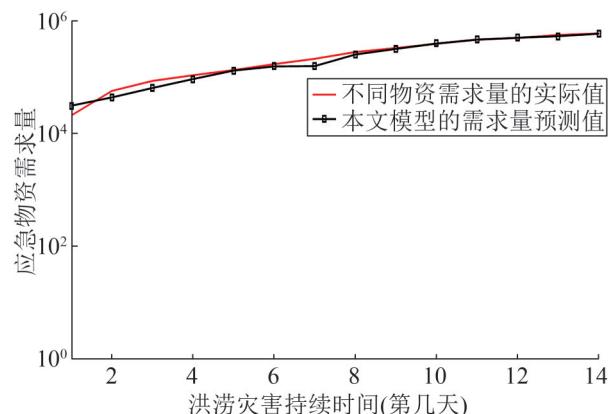


图6 本文模型计算的应急物资需求量实际值与预测值比较

Fig. 6 Comparison of actual value and predicted value of emergency material demand calculated in this paper

根据图6的仿真曲线可知,根据湖南省防汛抗旱网公布的受灾人数数据与物资需求量数据,利用本文方法对洪涝灾害发生后之需的饮用水、熟食、抗生素、帐篷和棉被等应急物资的总需求量进行预测,其预测效果较为贴合实际值,且较为平滑和稳定,特别是在第8~15天的应急物资需求量的预测值与实际值拟合最好,这是因为使用本文方法对受灾人口数量的精准预测致使所需物资量明确和稳定的缘故。

为了再次证明本文方法的实效性和优劣性,利用本文方法对案例中5种不同类型的应急物资实际需求量与预测值进行比较,如图7所示。

由图7的仿真曲线可知,利用新陈代谢灰色马尔科夫模型预测出15天的受灾人数,并根据受灾人数对5种不同的应急物资需求量进行预测,每种物资的预测值与实际值吻合度较高,且应急物资需求量预测值与实际值的拟合度也较高,这是本文方法的优势所在,也是应急物资总需求量与预测量有着较好的拟合效果的原因,从而进一步夯实了本文模型的可行性和实用性。

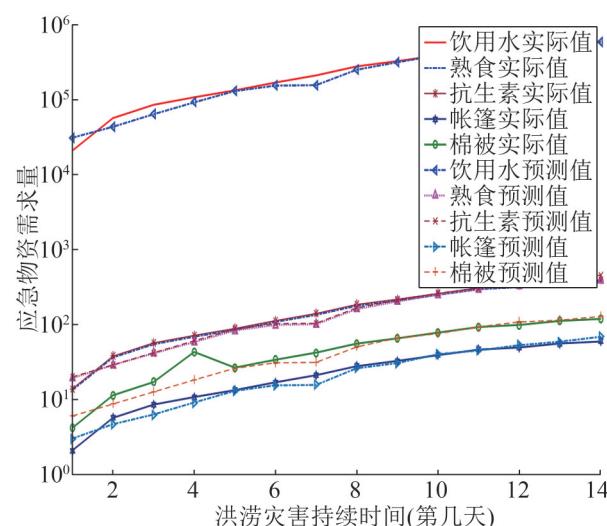


图7 5种不同类型的应急物资实际与预测需求量比较
Fig. 7 Comparison of actual and forecasted demand for 5 types of different emergency supplies

3 结论

(1) 针对洪涝灾害受灾人数与应急物资需求量动态精准预测问题, 探析了应急物资需求预测的基本思路, 利用新陈代谢和马尔科夫理论的动态更新特征, 提出了新陈代谢—GM(1, N)—马尔科夫融合的预测方法, 满足了应急物资需求量的动态预测过程。

(2) 针对基本GM(1, N)模型静态预测受灾人数误差大的问题, 利用多因素灰色GM(1, N)模型, 初步预测了受灾人数, 并利用马尔科夫理论对一次预测结果的残差进行修正计算, 缩小了受灾人数静态预测偏差, 同时, 将新陈代谢理论融合至灰色马尔科夫模型, 剔除受灾过程中产生的受灾人员的陈旧数据, 解决了洪涝灾害动态变化时刻受灾人数的精确预测。

(3) 根据精准预测的受灾人数与应急物资供需关系, 利用应急物资配送水平高低和缺货率的大小, 构建了应急物资柔性需求量预测模型, 解决了动态受灾人数与应急物资需求量的匹配问题。

(4) 以文献[7]中应用的2016-03-01—12受灾人口数量为仿真案例, 对2016-03-13—15的受灾人员数量以及应急物资需求量进行预测, 并对

3种预测方法的结果和误差进行比较与分析, 验证了该模型预测受灾人数与物资需求量之间的数量关系以及5种不同种类应急物资的准确需求量。

新陈代谢灰色马尔科夫预测模型是对灰色系统模型的改进和拓展应用, 虽然取得了理想的效果, 但将该方法与重大突发公共卫生事件领域中的应急物资预测问题进行深入交叉应用是本文进一步研究的方向。

参考文献:

- [1] Guo Z, Qi M. Research on the Demand Forecast of Emergency Material Based on Fuzzy Markov Chain[C]// 2010 International Conference on E-Product E-Service and E-Entertainment. Henan, China: IEEE, 2010: 1-4.
- [2] 蔡玫, 曹杰. 应急物资需求量的二型模糊集合预测方法[J]. 中国安全科学学报, 2015, 25(9): 165-170.
Cai Mei, Cao Jie. A Type-2 Fuzzy Set Based Approach to Predicting Emergency Material Demand[J]. China Safety Science Journal, 2015, 25(9): 165-170.
- [3] 郭子雪, 韩瑞, 齐美然. 基于多元模糊回归的应急物资需求预测模型[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2017, 37(4): 337-342.
Guo Zixue, Han Rui, Qi Meiran. Predictive Method of Emergency Supplies Demand Based on Multiple Fuzzy Linear Regression Model[J]. Journal of Hebei University (Natural Science Edition), 2017, 37(4): 337-342.
- [4] 张斌, 陈建国, 吴金生, 等. 台风灾害应急物资需求预测模型[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2012, 52(7): 891-895.
Zhang Bin, Chen Jianguo, Wu Jinsheng, et al. Emergency Materials Demand Forecast Model for Typhoon Disaster Response[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2012, 52(7): 891-895.
- [5] 曾波, 孟伟, 刘思峰, 等. 面向灾害应急物资需求的灰色异构数据预测建模方法[J]. 中国管理科学, 2015, 23(8): 84-91.
Zeng Bo, Meng Wei, Liu Sifeng, et al. Prediction Modeling Method of Grey Isomerism Data for Calamity Emergency Material Demand[J]. Chinese Journal of Management Science, 2015, 23(8): 84-91.
- [6] 赵一兵, 高虹霓, 冯少博. 基于支持向量机回归的应急物资需求预测[J]. 计算机仿真, 2013, 30(8): 408-412.
Zhao Yibing, Gao Hongni, Feng Shaobo. Emergency Materials Demand Prediction Based on Support Vector Machine Regression[J]. Computer Simulation, 2013, 30(8): 408-412.

- [7] 胡忠君, 刘艳秋, 李佳. 基于改进GM(1,1)的洪涝灾害应急物资动态需求预测[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(4): 702-709.
 Hu Zhongjun, Liu Yanqiu, Li Jia. Dynamic Demand Forecast of Emergency Materials for Flood Disasters Based on Improved GM(1, 1) Model[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(4): 702-709.
- [8] Li B, Zhu Y, Zou Y. The Optimal Allocation of Emergency Materials for Multiple Points on Water Based on Genetic Algorithm[J]. Journal of Physics Conference Series(S1617-012075), 2020, 1617: 012075.
- [9] 王正新, 刘思峰. 基于Fourier-GM(1,1)模型的灾害应急物资需求量预测[J]. 系统工程, 2013, 31(8): 60-64.
 Wang Zhengxin, Liu Sifeng. Forecasting Demand of the Disaster Emergency Supplies Based on Fourier-GM(1, 1) Model [J]. Systems Engineering, 2013, 31(8): 60-64.
- [10] Chen Fujiang, Chen Junying, Liu Jingang. Forecast of Flood Disaster Emergency Material Demand Based on IACO-BP Algorithm[J]. Neural Computing and Applications(S0941-0643), 2022, 34(5): 3537-3549.
- [11] 刘建华, 张正, 吴洁明. 基于BP神经网络的城市水灾灾情预测模型[J]. 计算机工程与设计, 2005, 26(3): 699-701.
 Liu Jianhua, Zhang Zheng, Wu Jieming. City Flood Forecast Model Based on BP Network[J]. Computer Engineering and Design, 2005, 26(3): 699-701.
- [12] Mohammadi R, Ghomi S M T, Zeinali F. A New Hybrid Evolutionary Based REF Network Method for Forecasting Time Series: A Case Study of Forecasting Emergency Supply Demand Time Series[J]. Engineering Application Soft Artificial Intelligence(S0952-1976), 2014, 36: 204-214.
- [13] 詹沙磊, 傅培华, 李修琳, 等. 基于马尔科夫决策的应急物资动态分配模型[J]. 控制与决策, 2018, 33(7): 1312-1318.
 Zhan Shalei, Fu Peihua, Li Xiulin, et al. Dynamic Programming Approach for Relief Goods Allocation Based on Markov Decision[J]. Control and Decision, 2018, 33(7): 1312-1318.
- [14] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2005: 56-68.
 Deng Julong. Grey System Basic Method[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2005: 56-68.
- [15] 滕婕, 夏志杰, 罗梦莹. 基于新陈代谢GM(1, N)马尔科夫模型的动态网络舆情危机预测[J]. 情报科学, 2020, 38(8): 88-94.
 Teng Jie, Xia Zhijie, Luo Mengying. Dynamic Network Public Opinion Crisis Prediction Based on Metabolic GM(1, N) Markov Model[J]. Information Science, 2020, 38(8): 88-94.
- [16] 付中华, 郑榕娇. 时滞多变量GM(1, N)协调度模型及其应用[J]. 统计与决策, 2018, 34(13): 77-80.
 Fu Zhonghua, Zheng Rongjiao. Time Delay to Multivariable GM(1, N) Coordination Model and Application[J]. Statistics and Decision, 2018, 34(13): 77-80.