## Journal of System Simulation

Volume 34 | Issue 11

Article 7

11-25-2022

# Nonlinear System Identification Based on Combined Signal Sources

Tian Zheng

1.College of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China;, 769447368@qq.com

Feng Li

1.College of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China;, lifeng@jsut.edu.cn

Naibao He

1.College of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China;

Ya Gu

2.College of Information, Mechanical and Electrical Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 201418, China;

Follow this and additional works at: https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal

Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

## Nonlinear System Identification Based on Combined Signal Sources

#### Abstract

Abstract: Aiming at the interference of noise in the nonlinear system, the identification modeling method of the neuro-fuzzy Hammerstein output error nonlinear system is considered. *The combined signal sources are used to realize the parameter identification separation of the linear block and the nonlinear block. The correlation analysis method and the recursive least square identification method based on auxiliary model technique are derived to estimate the parameters of dynamic linear block and nonlinear block, which can effectively suppress the interference of system output noise.* Compared with least square algorithm, polynomial model and multi-innovation method, the simulation results demonstrate that the proposed approach has the advantages of fast convergence speed of parameter estimation, high identification accuracy and small modeling error, which verifies the effectiveness of the proposed approach.

#### Keywords

Hammerstein nonlinear system, identification modeling, combined signal sources, correlation analysis method

### **Recommended Citation**

Tian Zheng, Feng Li, Naibao He, Ya Gu. Nonlinear System Identification Based on Combined Signal Sources[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(11): 2377-2385.

第 34 卷第 11 期	系统仿真学报©	Vol. 34 No. 11
2022年11月	Journal of System Simulation	Nov. 2022

# 基于组合式信号源的非线性系统辨识

郑天1,李峰1\*,贺乃宝1,顾亚2

(1. 江苏理工学院 电气信息工程学院, 江苏 常州 213001; 2. 上海师范大学 信息与机电工程学院, 上海 201418)

**摘要:**针对非线性系统中噪声的干扰,研究了一类神经模糊 Hammerstein 输出误差非线性系统的建 模和辨识方法,利用组合式信号源实现静态非线性模块和动态线性模块参数辨识的分离,推导了相 关性分析法和辅助模型递推最小二乘辨识方法估计动态线性模块和非线性模块的参数,有效抑制系 统输出噪声的干扰。仿真结果表明:与最小二乘算法、多项式模型以及多信息方法相比,提出的方 法具有参数估计收敛速度快,辨识精度高,建模误差小等优势,验证了所提学习算法的有效性。 关键词: Hammerstein 非线性系统;辨识建模;组合式信号源;相关性分析法 中图分类号: TP273; TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X (2022) 11-2377-09 DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0589

#### Nonlinear System Identification Based on Combined Signal Sources

Zheng Tian<sup>1</sup>, Li Feng<sup>1\*</sup>, He Naibao<sup>1</sup>, Gu Ya<sup>2</sup>

(1. College of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China;

2. College of Information, Mechanical and Electrical Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai 201418, China)

Abstract: Aiming at the interference of noise in the nonlinear system, the identification modeling method of the neuro-fuzzy Hammerstein output error nonlinear system is considered. *The combined signal sources are used to realize the parameter identification separation of the linear block and the nonlinear block. The correlation analysis method and the recursive least square identification method based on auxiliary model technique are derived to estimate the parameters of dynamic linear block and nonlinear block, which can effectively suppress the interference of system output noise.* Compared with least square algorithm, polynomial model and multi-innovation method, the simulation results demonstrate that the proposed approach has the advantages of fast convergence speed of parameter estimation, high identification accuracy and small modeling error, which verifies the effectiveness of the proposed approach.

**Keywords:** Hammerstein nonlinear system; identification modeling; combined signal sources; correlation analysis method

### 引言

Hammerstein 模型是一类具有特定结构的典型 非线性模型,该模型结构同时结合了静态非线性模 块和动态线性模块,能够能较好地反映过程特征, 具有较易辨识、计算量少、可以描述一大类非线性 过程的特点,如连续搅拌反应釜<sup>[1]</sup>、蒸馏塔<sup>[2]</sup>等, 适合作为过程控制模型使用<sup>[3-4]</sup>。对于 Hammerstein 非线性系统的辨识研究,国内外专家和学者已经做 了大量的工作并且提出了各种各样的辨识方法,总 的来说可以分为两大类:同步辨识法和分步辨识 法。同步辨识法通过构造非线性模块和线性模块的

收稿日期: 2021-06-25 修回日期: 2021-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(62003151); 江苏省自然科学基金(BK20191035); 常州市科技计划(CJ20220065)

第一作者:郑天(1995-),男,硕士生,研究方向为块结构模型辨识。E-mail: 769447368@qq.com

通讯作者:李峰(1987-),男,博士,副教授,研究方向为数据驱动的复杂非线性动态模型化。E-mail: lifeng@jsut.edu.cn

第 34 卷第 11 期	系统仿真学报	Vol. 34 No. 11
2022年11月	Journal of System Simulation	Nov. 2022

混合参数模型来估计 Hammerstein 系统参数,如直 接辨识法<sup>[5]</sup>、过参数化法<sup>[6]</sup>、子空间法<sup>[7-8]</sup>。分步辨 识法的关键是将非线性模块和线性模块的参数辨 识分离开来,如可分离最小二乘法<sup>[9]</sup>、频域法<sup>[10-11]</sup>、 迭代法<sup>[12-13]</sup>、随机法<sup>[14]</sup>以及特殊信号法<sup>[15-16]</sup>等。

在工业生产过程中,系统往往会受到噪声干 扰,因此,研究噪声干扰下的 Hammerstein 非线性 系统具有重要意义。文献[17]提出了递推最小二乘 辨识法用于分解输出非线性系统的模型。基于粒子 滤波技术, 文献[18]考虑了线性和非线性输出误差 模型的参数辨识问题。文献[19]将 Hammerstein 系 统分为2个子系统,提出了一种多新息随机梯度辨 识算法。在考虑多输入多输出 Hammerstein 非线性 系统时,相关性分析法可以克服现有迭代算法所遇 到的模型参数初始化和收敛问题<sup>[20]</sup>。文献[21]运用 辅助模型递推最小二乘法解决了中间不可测变量 问题。文献[22]采用分层辨识算法研究多变量 Hammerstein 控制自回归滑动平均系统的参数。上 述方法均采用了多项式方法拟合 Hammerstein 系统 的非线性模块,若非线性模块不是多项式形式或是 不连续函数,则这些方法不会收敛<sup>[23]</sup>。

针对上述 Hammerstein 非线性系统的参数辨 识方法,提出了基于组合式信号源 Hammerstein 输出误差非线性系统的两阶段参数辨识方法。在 实际工程应用中,Hammerstein 模型的中间变量 v 无法测量(如图1所示),造成静态非线性模块和动 态线性模块组合的辨识实现不唯一。文中采用可 分离信号实现了 Hammerstein 模型的静态非线性 模块和动态线性模块参数分离辨识,在可分离信 号(如高斯信号、正弦信号等)作用下,输入 u 的 自协方差函数与输入u和中间变量v构成的互协方 差函数之间存在倍数关系,因此未知的互协方差函 数可以用自协方差函数来代替,从而解决了 Hammerstein模型的中间变量v无法测量问题。提 出的参数辨识方法可以归纳为以下 2 个步骤:①利 用二进制信号不激发非线性模块的特性,实现静 态非线性模块和动态线性模块的分离,根据二进 制信号的输入输出数据,采用相关性分析法估计 动态线性模块的参数;②根据随机信号的输入输 出数据,利用辅助模型的输出代替 Hammerstein 系统中的不可测变量,推导了辅助模型递推最小 二乘法辨识静态非线性模块的参数。

目前,国内外研究人员提出了基于深度学习的 Hammerstein 模型辨识,如递归神经网络<sup>[26]</sup>、极限 学习机<sup>[27]</sup>等。然而,上述方法在模型参数辨识过程 中出现了非线性模块和线性模块参数的乘积项,需 要进一步采用参数分离方法分离混合参数,如奇异 值分解法、平均法等,增加了辨识的复杂性,并且 影响了辨识的精度。本文提出的两阶段辨识方法, 利用组合式信号源实现了静态非线性模块和动态 线性模块参数的分离辨识,辨识过程中没有出现参 数乘积项,有效的简化了辨识过程,提高了模型辨 识精度。

#### 1 神经模糊 Hammerstein 非线性系统

考虑 Hammerstein 输出误差非线性模型,其模型结构如图 1 所示。



图 1 Hammerstein 输出误差非线性系统 Fig. 1 Hammerstein output error nonlinear system

第34卷第	11	期
2022年11	月	

输出噪声干扰下的 Hammerstein 模型描述为  
$$v(k) = f(u(k))$$
 (1)

$$y(k) = \frac{B(z)}{4(z)}v(k) + e(k)$$
 (2)

式中:  $f(\cdot)$ 为静态非线性模块; u(k)和y(k)为系 统在 k 时刻的输入和输出; v(k)为静态非线性模块 的输出,为中间不可测变量;  $A(z)=1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\dots+a_nz^{-n_n}$ 和  $B(z)=b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\dots+b_nz^{-n_n}$ 为单位后移算子的多项式,  $a_i$ 和 $b_j$ 为线性模块的 参数;  $n_a$ 和 $n_b$ 为模型的阶次; e(k)为白噪声。

对于任意给定的 $\varepsilon$ ,建立 Hammerstein 系统寻求满足如下条件的参数:

$$E = \frac{1}{2N_p} \sum_{k=1}^{N_p} (\hat{y}(k) - y(k))^2 \leq \varepsilon$$
  
s.t.  $\hat{v}(k) = \hat{f}(u(k))$  (3)  
 $\hat{y}(k) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)} \hat{v}(k) + e(k)$ 

式中: N<sub>p</sub>为输入输出数据的个数。

采用如图 2 所示的四层神经模糊模型来拟合 静态非线性模块。



Fig. 2 Structure of neuro-fuzzy model

神经模糊模型的输出表示为

$$\hat{v}(k) = \hat{f}(u(k)) = \sum_{j=1}^{N} \phi_j(u(k)) w_j$$
(4)

式中:  $\phi_j(u(k)) = \frac{\exp(-\frac{(u(k)-c_j)^2}{b_j^2})}{\sum_{j=1}^N \exp(-\frac{(u(k)-c_j)^2}{b_j^2})}$ ,  $c_j$  为高斯

型隶属度函数的中心, b<sub>j</sub> 为高斯型隶属度函数的宽

度; w, 为模糊规则的权重; N 为模糊规则数。

## 2 基于组合式信号源的神经模糊 Hammerstein 非线性系统辨识

利用组合式信号源实现 Hammerstein 模型的可 辨识性和参数估计分离问题。设计的组合式信号源 由表示幅值为 0 或 $\lambda$ 的二进制信号 $u_1(k)$ 和随机信 号 $u_2(k)$ 组成,与此相对应的非线性模块的输出为  $v_1(k)$ 和 $v_2(k)$ , Hammerstein 系统的输出分别为  $y_1(k)$ 和 $y_2(k)$ 。

**定理 1:** 对于 Hammerstein 非线性系统,如果 输入信号是可分离信号,那么存在常数 b<sub>0</sub>使得以下 关系成立:

$$R_{vu}(\tau) = b_0 R_u(\tau), \tau \in Z \tag{5}$$

式中:  $R_{vu}(\tau) = E(v(k)u(k - \tau))$ 表示的是输入u(k)和中间不可测变量v(k)的互协方差函数,相应的  $R_u(\tau) = E(u(k)u(k - \tau))$ 就是输入u(k)的自协方差 函数, $b_0$ 为常数。

**证明:**静态非线性输入*u*(*k*)和中间不可测变量 *v*(*k*)的互协方差函数为

$$R_{vu}(\tau) = E(v(k)u(k-\tau)) \tag{6}$$

根据随机变量全概率的性质,式(6)的互协方差 函数可以等价为

$$R_{vu}(\tau) = E(E(v(k)(u(k-\tau)|u(k)))$$
(7)  
由式(7)可得

$$R_{vu}(\tau) = E\left(v(k)E\left(u(k-\tau) \mid u(k)\right)\right)$$
(8)

由文献[24]可知,可分离信号的条件期望  $E(u(k-\tau)|u(k))$ 满足

$$E(u(k-\tau)|u(k)) = \alpha(\tau)u(k)$$
(9)

式中: 
$$\alpha(\tau) = R_u(\tau) / R_u(0)$$
。  
根据式(8)和式(9)可得  
 $R_{vu}(\tau) = \alpha(\tau)E(v(k)u(k))$  (10)  
输入变量  $u(k)$  的自协方差函数为

$$R_{u}(\tau) = E(u(k)u(k-\tau)), \quad \forall \tau \in \mathbb{Z}$$
(11)

参照式(10)的推导,可得  

$$R_u(\tau) = E(E(u(k)u(k-\tau)|u(k))) =$$
  
 $\alpha(\tau)E(u(k)u(k))$  (12)

第 34 卷第 11 期	系统仿真学报	Vol. 34 No. 11
2022年11月	Journal of System Simulation	Nov. 2022

再由式(10)和式(12)可得  

$$R_{vu}(\tau) = \frac{E(v(k)u(k))}{E(u(k)u(k))}R_{u}(\tau)$$
 (13)  
令  $b_{0} = \frac{E(v(k)u(k))}{E(u(k)u(k))}$ , 可以得到 $R_{vu}(\tau) =$ 

 $b_0 R_u(\tau), \tau \in Z$ .

证毕。

由定理1可知,当输入信号为可分离信号时, 在常数 b<sub>0</sub>存在的情况下,模型的中间不可测变量 v(k)的互协方差函数 R<sub>vu</sub>(τ)就可以用输入变量 u(k)的自协方差函数 R<sub>u</sub>(τ)来代替,解决了中间不 可测变量的问题,从而实现静态非线性模块和动态 线性模块参数的分离辨识。

文中可分离信号满足的数学条件是输入信号的 条件期望  $E(u(k-\tau)|u(k))$ 满足  $E(u(k-\tau)|u(k)) =$  $\alpha(\tau)u(k)$ ,其中 $\alpha(\tau) = R_u(\tau)/R_u(0)$ 。在工程应用 中,采用的可分离信号应满足模型的输入信号是高 斯信号、正弦信号等。当输入信号是可分离信号(如 高斯信号、正弦信号)时,运用定理1对 Hammerstein 系统的静态非线性模块和动态线性模块参数进行 分离辨识,简化了辨识过程。在实际应用中,如果 输入信号不满足可分离信号,而是应用更为广泛的 一类随机信号时,则可以采用文献[28-29]中的方法 辨识 Hammerstein 系统参数。

#### 2.1 动态线性模块参数辨识

由上述分析可得,当系统的输入信号为二进制 信号 $u_1(k)$ 时,Hammerstein 非线性系统的输出为

 $A(k)y_1(k) = B(k)v_1(k) + A(k)e(k)$  (14) 进一步可得

$$y_{1}(k) = -\sum_{i=1}^{n_{a}} a_{i} y_{1}(k-i) + \sum_{j=1}^{n_{b}} b_{j} v_{1}(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{a}} a_{i} e(k-i) + e(k)$$
(15)

式(15)两边乘以 $u_1(k-\tau)$ ,并计算数学期望:

$$R_{y_{1}u_{1}}(\tau) = -\sum_{i=1}^{n_{a}} a_{i}R_{y_{1}u_{1}}(\tau-i) + \sum_{j=1}^{n_{b}} b_{j}R_{y_{j}u_{1}}(\tau-j) + \sum_{i=1}^{n_{a}} a_{i}R_{eu_{1}}(\tau-i) + R_{eu_{1}}(\tau)$$
(16)

由于输出噪声和系统的输入是不相关的,所以 有 $R_{eu_1}(\tau) = 0$ 。因此,可得

$$R_{y_{1}u_{1}}(\tau) = -\sum_{i=1}^{n_{a}} a_{i}R_{y_{1}u_{1}}(\tau-i) + \sum_{j=1}^{n_{b}} b_{j}R_{y_{1}u_{1}}(\tau-j)$$
(17)

根据定理1的推导,进一步可得

 $R_{y_{1}u_{1}}(\tau) = -\sum_{i=1}^{n_{u}} a_{i}R_{y_{1}u_{1}}(\tau-i) + \sum_{j=1}^{n_{b}}\overline{b}_{j}R_{u_{1}}(\tau-j)$ (18)  $\mathbb{T} \oplus : \quad \overline{b}_{i} = b_{0} \cdot b_{i} \circ$ 

利用相关性分析法估计动态线性模块的参数,  $\mathcal{L}_{\tau} = 1, 2, \cdots, P(P \ge n_a + n_b)$ , 有

$$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{r}} = \boldsymbol{R} \boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{\psi} \boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}})^{-1}$$
(19)

式中:  $\boldsymbol{\theta}_1 = [a_1, \dots, a_{n_a}, \overline{b}_1, \dots, \overline{b}_{n_b}]$ ,  $\boldsymbol{R} = [R_{y_1u_1}(1), R_{y_1u_1}(1), \dots, R_{y_1u_1}(P)]$ ,  $\boldsymbol{\psi} =$ 

$$\begin{bmatrix} -R_{yu_{1}}(0) & -R_{yu_{1}}(1) & -R_{yu_{1}}(2) & \cdots & -R_{yu_{1}}(P-1) \\ 0 & -R_{yu_{1}}(0) & -R_{yu_{1}}(1) & \cdots & -R_{yu_{1}}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -R_{yu_{1}}(P-n_{a}) \\ R_{u_{1}}(0) & R_{u_{1}}(1) & R_{u_{1}}(2) & \cdots & R_{u_{1}}(P-1) \\ 0 & R_{u_{1}}(0) & R_{u_{1}}(1) & \cdots & R_{u_{1}}(P-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & R_{u_{1}}(P-n_{b}) \end{bmatrix}$$

本节分别采用 
$$R_{yu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} y(k)u(k-\tau)$$
 和

$$R_{u}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} u(k)u(k-\tau) \text{ #估计 } R_{yu}(\tau) \text{ 和 } R_{u}(\tau) \circ$$
线性模块参数的辨识步骤如下:
输入:二进制信号输入 $u_{1}(k)$ ,输出 $y_{1}(k)$ 
输出:线性模块参数 $\hat{\theta}_{1}$ 
1.初始化: $\tau = P(P \ge n_{a} + n_{b})$ 
2.for  $k=1$  to  $N(N$  为二进制信号数量)
3.根据 $u_{1}(k)$  和 $y_{1}(k)$ 计算 $R_{y_{1}u_{1}}(\tau)$  和 $R_{u_{1}}(\tau)$ 
4.  $R \leftarrow R_{y_{1}u_{1}}(\tau), \Psi \leftarrow R_{y_{1}u_{1}}(\tau)$  和 $R_{u_{1}}(\tau)$ 
5.根据式(19)计算并更新 $\hat{\theta}_{1}$ 
6. end

#### 2.2 静态非线性模块参数辨识

基于随机信号的输入输出数据 $u_2(k)$ 和 $y_2(k)$ ,

2022 年 11 月	郑天, 等: 基于组合式信号源的非线性系统辨识	Nov. 2022
2022 年 11 月	冲入,守.坐了组日式百亏哧的非线压水机拼诉	NOV. 2022

利用辅助模型递推最小二乘法辨识静态非线性模 块的参数。首先基于聚类算法<sup>[25]</sup>估计出模糊模型的 中心 $c_i$ 和宽度 $\sigma_i$ ,再根据推导的辅助模型递推最 小二乘法求解神经模糊模型的权重 w,。

根据式(1),可得

$$\hat{v}_2(k) = \hat{f}(u_2(k)) = \sum_{l=1}^N \phi_l(u_2(k)) w_l$$
(20)

由式2可得

$$y_2(k) = \frac{B(z)}{A(z)} \sum_{l=1}^{N} \phi_l(u_2(k)) w_l + e(k)$$
(21)

定义辅助变量:

$$x(k) = \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta}_{2}(k) \tag{22}$$

式中:

第

$$\boldsymbol{\varphi}(k) = [-x(k-1), \cdots, -x(k-n_a), \phi_1(u_2(k-1)), \\ \cdots, \phi_N(u_2(k-1)), \phi_1(u_2(k-2)), \\ \cdots, \phi_N(u_2(k-2)), \cdots, \phi_1(u_2(k-n_b)), \\ \cdots, \phi_N(u_2(k-n_b))]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_2 = [a_1, \cdots, a_n, b_1 w_1, \cdots, b_1 w_N, \cdots, b_n, w_1, \cdots, b_n, w_N]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_2 = [a_1, \cdots, a_n, b_1 w_1, \cdots, b_1 w_N, \cdots, b_n, w_1, \cdots, b_n, w_N]^{\mathrm{T}}$$

(24)

由式(21), (22)可得  
$$y_2(k) = x(k) + e(k) = \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta}_2(k) + e(k)$$
 (25)

根据辅助模型辨识的思想,定义 $\varphi_a(k)$ 和 $\theta_a$ 分 别为 k 时刻辅助模型的信息向量和参数向量, 建立 辅助模型:

$$x_a(k) = \boldsymbol{\varphi}_a^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta}_a(k) \tag{26}$$

式中:

$$\boldsymbol{\varphi}_{a}(k) = [-x_{a}(k-1), \dots, -x_{a}(k-n_{a}), \\ \phi_{1}(u_{2}(k-1)), \dots, \phi_{N}(u_{2}(k-1)), \\ \phi_{1}(u_{2}(k-2)), \dots, \phi_{N}(u_{2}(k-2)), \dots, \\ \phi_{1}(u_{2}(k-n_{b})), \dots, \phi_{N}(u_{2}(k-n_{b}))]^{\mathrm{T}}$$
(27)  
$$\boldsymbol{\theta}_{a} = [a_{1}, \dots, a_{n_{a}}, b_{1}\hat{w}_{1}, \dots, b_{1}\hat{w}_{N}, \\ \dots, b_{n_{b}}\hat{w}_{1}, \dots, b_{n_{b}}\hat{w}_{N}]^{\mathrm{T}}$$
(28)

设 $\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)$ 为辅助模型信息向量 $\boldsymbol{\varphi}_{a}(k)$ 的估计值,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为辅助模型参数向量 $\boldsymbol{\theta}_a$ 的估计值,因此有

$$\hat{x}(k) = \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(k)\hat{\boldsymbol{\theta}}$$
(29)

在 k 时刻,  $\hat{\boldsymbol{o}}(k)$  是已知的, 因此极小化准则函 数可以表示为

$$J[\boldsymbol{\theta}_2] = \sum_{k=1}^{N} \left[ y_2(k) - \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(k) \hat{\boldsymbol{\theta}} \right]^2$$
(30)

可以得到非线性模块的参数的估计值
$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$$
。  
 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_2(k-1) + \boldsymbol{L}(k)[y_2(k) - \hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(k)\hat{\boldsymbol{\theta}}_2(k-1)]$ (31)

$$\boldsymbol{L}(k) = \frac{\boldsymbol{P}(k-1)\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)}{1+\hat{\boldsymbol{\varphi}}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{P}(k-1)\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)}$$
(32)

$$\boldsymbol{P}(k) = [1 - \boldsymbol{L}(k)\hat{\boldsymbol{\varphi}}(k)]\boldsymbol{P}(k-1)$$
(33)

$$\boldsymbol{p}(k) = [-x(k-1), \dots, -x(k-n_a), \phi_1(u(k-1)), \dots, \phi_N(u_2(k-1)), \phi_1(u_2(k-2)), \dots, \phi_N(u_2(k-2)), \dots, \phi_1(u_2(k-n_b)), \dots, \phi_N(u_2(k-n_b))]^{\mathrm{T}}$$
(34)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{2} = [a_{1}, a_{2}, \cdots, a_{n_{a}}, b_{1}\hat{w}_{1}, b_{1}\hat{w}_{2}, \cdots, b_{1}\hat{w}_{N}, \cdots, b_{n_{b}}\hat{w}_{1}, b_{n_{b}}\hat{w}_{2}, \cdots, b_{n_{b}}\hat{w}_{N}]^{\mathrm{T}}$$
(35)

计算出 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{0}$ ,结合 2.1 节得到的线性模块的参数  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{l}$ ,可以估计出非线性模块的参数 $\hat{w}_{l}$ ,  $l=1,2\cdots,N$ 。 非线性模块参数辨识的步骤如下: 输入:随机信号输入 u<sub>2</sub>(k),输出 y<sub>2</sub>(k) 输出:非线性模块参数 ô, 1. 由输入数据 u<sub>2</sub>(k)根据聚类算法计算 c<sub>l</sub>和 σ<sub>l</sub> 2.  $\phi_l(u_2(k))$  ←  $c_l$  和  $\sigma_l$ 3. for *k*=1 to *N*(*N*为随机信号数量) 4. 定义辅助变量 $\varphi(k)$ 和 $\theta_2(k)$ ,根据式(22)计算x(k)5. 借助辅助模型思想,定义 $\varphi_a(k)$ 和 $\theta_a(k)$ 6. 通过式(31)~(35),计算并更新 ô, 7. end

#### 仿真 3

为了验证提出的方法的有效性,考虑如下 Hammerstein 非线性系统<sup>[25]</sup>

$$\begin{aligned} v(k) &= \begin{cases} 2 - \cos(3u(k)) - \exp(-u(k)), u(k) \leq 3.15\\ 3, & u(k) > 3.15 \end{cases}\\ y(k) &= \frac{0.6z^{-1}}{1 - 0.8z^{-1}} v(k) + e(k)\\ & \hline{e} \& \& \& \& \& \\ \hline{e} \& \& \& \& \& \& \\ \hline{e} \& \& \& \& \& \\ \hline{e} \& & \\ \hline{e} \& \& \\ \hline{e} \& \& \\ \hline{e} \& \& \\ \hline{e} \& & \\ \hline{e} \& \& \\ \hline{e} \& & \\ \hline{e} & \\ \hline e & \\ \hline{e} & \\ \hline{e} & \\ \hline e & \\ \hline{e} & \\ \hline{e} & \\ \hline e &$$

第 34 卷第 11 期	系统仿真学报	Vol. 34 No. 11
2022年11月	Journal of System Simulation	Nov. 2022

该系统中,组合式信号源由 5 000 个幅值为 0 或 3 的二进制信号和 5 000 个在区间[0,5]上均匀分 布的随机信号组成。

第1步,根据二进制信号的输入输出数据,基于 2.1 节推导的相关性分析法(correlation analysis, CA)辨识线性环节的参数。图 3 和图 4 给出了不同 噪信比(signal noise ratio, SNR)下,运用提出的方法 估计动态线性模块的参数 a 和 b 的结果,图 5 给出 了提出的方法和最小二乘法(least square, LS)的动 态线性模块参数估计的误差曲线。对比 2 种辨识方 法可以得出,相关性分析法能更准确的辨识 Hammerstein 非线性系统的动态线性模块的参数, 当嗓信比大于 20.47%时,2 种方法的差异更为明 显。随着嗓信比的增加,提出的方法仍可以准确的 辨识出线性模块的参数且误差曲线能够趋于稳定。







第2步,利用5000个随机信号的输入输出数 据辨识非线性模块参数,设置参数 $S_0 = 0.963$ ,

http://www.china-simulation.com

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol34/iss11/7 DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0589 第 34 卷第 11 期 2022 年 11 月

 $\rho = 1.0$  和 $\lambda = 0.01$ ,通过聚类算法可以得到 15 条 模糊规则。图 6 给出了非线性模块的拟合结果,均 方误差(mean square error, MSE)为 2.298 6×10<sup>-4</sup>。



为了展现提出的方法的有效性,利用相同的输入输出数据构造了基于如下多项式模型的非线性模块:

 $\hat{v}(k) = p_1 u(k) + p_2 u^2(k) + ... + p_r u^r(k)$ 式中: p 为多项式模型的参数; r 为多项式模型的 阶数。

表 1 比较了基于多项式的不同阶次模型的均 方误差(MSE)和最大绝对误差(maximum absolute error, MAE)。可以看出:当模型的阶次为11 阶时, 均方误差和最大绝对误差最小, 拟合的效果最好。 通过图 6 所示的多项式方法和本文所提方法的非 线性拟合效果对比可以看出:本文所提方法能够更 好的拟合静态非线性模块。

表 1 本文所提方法和多项式法的 MSE 和 MAE 比较 Table 1 Comparison of MSE and MAE of proposed method

and polynomial method			
方法	阶次	MSE	MAE
	9	$1.8 \times 10^{-3}$	1.165 5
夕西十计	10	$7.9 \times 10^{-4}$	0.812 5
多坝式法	11	$4.6 \times 10^{-4}$	0.416 5
	12	$3.7 \times 10^{-3}$	1.398 7
本文所提方法		2.298 6×10 <sup>-4</sup>	0.227 4

为了验证文中提出参数估计方法的有效性,选 取 200 个随机信号作为测试信号,将文献[30-31] 提出的方法以及本文所提方法用于 Hammerstein 系 统的预测,结果如图 7 所示。从图 7 中可以看出, 文中提出的方法能够更有效的跟踪 Hammerstein 非 线性系统的实际输出。





本文提出的仿真模型由非线性环节和线性环 节串联而成,符合 Hammerstein 模型的典型特征。 Hammerstein 模型具有较易辨识、能较好地反映过 程特征、具有很强的非线性的特点,适合作为过程 控制模型使用,符合实际生产过程。噪声是工业生 产过程中不可避免的,因此本文在仿真模型中考虑 了噪声对系统的干扰。

### 4 结论

本文提出了基于组合式信号源Hammerstein输 出误差非线性系统的两阶段参数辨识方法。利用二 进制信号和随机信号组成的组合式信号源实现了 Hammerstein系统中静态非线性模块和动态线性模 块参数辨识的分离,从而有效地简化参数估计过 程。在第一阶段,基于二进制信号的输入输出数据, 利用相关性分析法估计线性模块的参数,有效抑制 了噪声干扰。在第二阶段,基于随机信号的输入输 出数据,采用聚类算法估计神经模糊模型的中心和

第 34 卷第 11 期	系统仿真学报	Vol. 34 No. 11
2022年11月	Journal of System Simulation	Nov. 2022

宽度,在此基础上,引入辅助模型思想,利用辅助 模型递推最小二乘法辨识静态非线性模块的参数。 仿真实验表明,针对输出噪声干扰的 Hammerstein 非线性系统,提出的方法具有较好的辨识精度。

#### 参考文献:

- Li Feng, Jia Li, Peng Daogang, et al. Neuro-fuzzy Based Identification Method for Hammerstein Output Error Model with Colored Noise[J]. Neurocomputing (S0925-2312), 2017, 244: 90-101.
- [2] Lakhdar A, Yahya C. Modeling of a Distillation Column Based on NARMAX and Hammerstein Models[J]. International Journal of Modeling, Simulation and Scientific Computing (S1793-9623), 2017, 8(3): 227-240.
- [3] Fouad Giri, Er-Wei Bai. Block-Oriented Nonlinear System Identification[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- [4] 桂卫华, 宋海鹰, 阳春华. Hammerstein-Wiener 模型最 小二乘向量机辨识及其应用[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 393-397.

Gui Weihua, Chunhua. Song Haiying, Yang Hammerstein-Wiener Model Identified by Least-Squares-Support-Vector Machine Its and Application[J]. Control Theory and Applications, 2008, 25(3): 393-397.

- [5] Raphael Q, Claudio G. MPC Relevant Identification Method for Hammerstein and Wiener models[J]. Journal of Process Control (S0959-1524), 2019, 80: 78-88.
- [6] Vojislav F. Recursive Identification of Block-Oriented Nonlinear Systems in the Presence of Outliers[J]. Journal of Process Control (S0959-1524), 2019, 78: 1-12.
- [7] Li Junhong, Zheng Weixing, Gu Juping, et al. A Recursive Identification Algorithm for Wiener Nonlinear Systems with Linear State-Space Subsystem[J]. Circuits Systems and Signal Processing (S0278-081X), 2018, 37(6): 2347-2393.
- [8] Qi Zhidong, Sun Qi, Ge Weiping, et al. Nonlinear Modeling of PEMFC Based on Fractional Order Subspace Identification[J]. Asian Journal of Control (S1561-8625), 2020, 22(5): 1892-1900.
- [9] Cheng C M, Dong X J, Peng Z K, et al. Kautz Basis Expansion-based Hammerstein System Identification through Separable Least Squares Method[J]. Mechanical Systems and Signal Processing (S0888-3270), 2019, 121: 929-941.

- [10] Jeremy G, James W. Frequency Domain Estimation of Parallel Hammerstein Systems Using Gaussian Process Regression[J]. IFAC PapersOnLine (S2405-8963), 2018, 51(15): 1014-1019.
- [11] Lang Lijun, Chen Junru, Gao Jun, et al. Accelerating Frequency Domain Dielectric Spectroscopy Measurements on Insulation of Transformers Through System Identification[J]. IET Science, Measurement & Technology (S1751-8822), 2018, 12(2): 247-254.
- [12] Li Shurong, Ge Yulei, Shi Yuhuan. An Iterative Dynamic Programming Optimization Based on Biorthogonal Spatial-Temporal Hammerstein Modeling for the Enhanced Oil Recovery of ASP Flooding[J]. Journal of Process Control (S0959-1524), 2019, 73: 75-88.
- [13] Chidume C, Adamu A, Okereke L. Iterative Algorithms for Solutions of Hammerstein Equations in Real Banach Spaces[J]. Fixed Point Theory and Applications (S1687-1820), 2020, 3: 567-572.
- [14] Chen Xinming, Chen Hanfu. Recursive Identification for MIMO Hammerstein Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control (S0018-9286), 2011, 56(4): 895-902.
- [15] 李峰,谢良旭,李博,等.基于组合式信号的 Hammerstein OE 模型辨识[J]. 江苏理工学院学报, 2019, 25(6): 66-72.
  Li Feng, Xie Liangxu, Li Bo, et al. Combined Signals Based on Identification Method of the Hammerstein OE Model[J]. Journal of Jiangsu Institute of Technology, 2019, 25(6): 66-72.
- [16] Kajal K, Utkal M, Vineet P, et al. Identification Scheme for Fractional Hammerstein Models with the Delayed Haar Wavelet[J]. IEEE-CAA Journal of Automatica Sinica (S2329-9266), 2020, 7(3): 822-892.
- [17] Ding Feng, Wang Xuehai, Chen Qijia, et al. Recursive Least Squares Parameter Estimation for a Class of Output Nonlinear Systems Based on the Model Decomposition[J]. Circuits Systems and Signal Processing (S0278-081X), 2016, 35(9): 3323-3338.
- [18] Ding Jie, Chen Jiazhong, Lin Jinxing, et al. Particle Filtering Based Parameter Estimation for Systems with Output-error Type Model Structures[J]. Journal of the Franklin Institute (S0016-0032), 2019, 36(10): 5521-5540.
- [19] Ding Feng. Hierarchical Multi-innovation Stochastic Gradient Algorithm for Hammerstein Nonlinear System Modeling[J]. Applied Mathematical Modelling (S0307-904X), 2013, 37(4): 1694-1704.
- [20] Jia Li, Li Xunlong, Chui Minsen. The Identification of

Neuro-fuzzy Based MIMO Hammerstein Model with Separable Input Signals[J]. Neurocomputing (S0925-2312), 2016, 174: 530-541.

- [21] Ding Feng, Shi Yang, Chen Tongwen. Auxiliary Model-Based Least-Squares Identification Methods for Hammerstein Output-Error System[J]. Systems and Control Letters (S0167-6911), 2007, 56(5): 373-380.
- [22] Wang Dongqing, Ding Feng. Parameter Estimation Algorithms for Multivariable Hammerstein CARMA Systems[J]. Information Sciences (S0020-0255), 2016, 355/356: 237-248.
- [23] Lang Ziqiang. On Identification of the Controlled Plants Described by the Hammerstein Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control (S0018-9286), 2002, 39(3): 569-573.
- [24] Martin E, Lennart L. Linear Approximations of Nonlinear FIR Systems for Separable Input Processes[J]. Automatica (S0005-1098), 2005, 41(3): 459-473.
- [25] Li Feng, Jia Li, Peng Daogang. Identification method of neuro-fuzzy-based Hammerstein model with colored noise[J]. IET Control Theory and Applications (S1751-8644), 2017, 11(17): 3026-3037.
- [26] Wang Jeenshing, Chen Yenping. A Hammerstein Recurrent Neurofuzzy Network with an Online Minimal Realization Learning Algorithm[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems (S1063-6706), 2008, 16(6):

1597-1612.

- [27] Tang Yinggan, Li Zhonghui, Guan Xinping. Identification of Nonlinear System Using Extreme Learning Machine Based Hammerstein Model[J]. Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation (S1007-5704), 2014, 19(9): 3171-3183.
- [28] Bai Erwei, Li Kang. Convergence of the Iterative Algorithm for a General Hammerstein System Identification[J]. Automatica (S0005-1098), 2010, 46: 1891-1896.
- [29] Chen Jing, Wang Xiuping. Identification of Hammerstein Systems with Continuous Nonlinearity[J].
   Information Processing Letters (S0020-0190), 2015, 115: 822-827.
- [30] Shen Qianyan, Ding Feng. Multi-innovation Parameter Estimation for Hammerstein MIMO Output-error Systems Based on the Key-term Separation[J]. IFAC-PapersOnLine (S2405-8963), 2015, 48(8): 457-462.
- [31] Ding Feng, Wang Yanjiao, Dai Jiyang, et al. A Recursive Least Squares Parameter Estimation Algorithm for Output Nonlinear Autoregressive Systems Using the Input-output Data Filtering[J]. Journal of the Franklin Institute (S0016-0032), 2017, 354(15): 6938-6955.