

11-25-2022

## Contribution Rate Calculation Method to System-of-Systems Based on Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Number ANP

Zejian Ding

1.School of Software Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China;  
754328016@qq.com

Songtao Sun

2.Shanghai Institute of Astronautical Systems Engineering, Shanghai 201109, China;

Zhiwen He

2.Shanghai Institute of Astronautical Systems Engineering, Shanghai 201109, China;

Fei Liu

1.School of Software Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China;  
feiliu@scut.edu.cn

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Contribution Rate Calculation Method to System-of-Systems Based on Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Number ANP

### Abstract

**Abstract:** Contribution rate to system-of-systems (CRSoS) is mainly used to measure the contribution of an equipment to system of systems (SoS) in system construction. In order to solve some problems in the calculation of CRSoS, a *multi-level equipment indicator architecture of "task-ability-indicator- equipment" is proposed*. At the same time, *considering the characteristics of the equipment indicator architecture, ANP (analytic network process) and IVIFN (interval-valued intuitionistic fuzzy number), a IVIF-ANP calculation method is proposed to obtain more accurate CRSoS*. Experiments show that this method can not only solve the problem of the calculation formula of CRSoS, but also obtain more accurate CRSoS compared with analytic hierarchy process (AHP) and analytic network process (ANP), which provides more effective support for system construction.

### Keywords

system of systems (SoS), contribution rate to system-of-systems, interval-valued intuitionistic fuzzy number (IVIFN), analytic network process (ANP), calculation method

### Recommended Citation

Zejian Ding, Songtao Sun, Zhiwen He, Fei Liu. Contribution Rate Calculation Method to System-of-Systems Based on Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Number ANP[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(11): 2386-2395.

# 基于区间直觉模糊数 ANP 的体系贡献率计算方法

丁泽坚<sup>1</sup>, 孙松涛<sup>2</sup>, 何志文<sup>2</sup>, 刘飞<sup>1\*</sup>

(1. 华南理工大学 软件学院, 广东 广州 510006, 2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201109)

**摘要:** 体系贡献率主要用于体系建设中度量装备对体系的贡献程度。为解决目前体系贡献率计算存在的一些问题, 提出一种“任务-能力-指标-装备”的多层次装备指标体系结构。考虑了装备指标体系结构、网络分析法和区间直觉模糊数的特点, 提出了一种基于区间直觉模糊数的网络分析法以得到更准确的体系贡献率。实验表明, 该方法不仅能够解决体系贡献率计算公式现存的问题, 而且与 AHP(analytic hierarchy process)和 ANP(analytic network process)相比, 可以得到更准确的体系贡献率, 为体系建设提供更有效的支持。

**关键词:** 体系; 体系贡献率; 区间直觉模糊数; 网络分析法; 计算方法

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X (2022) 11-2386-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0597

## Contribution Rate Calculation Method to System-of-Systems Based on Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Number ANP

Ding Zejian<sup>1</sup>, Sun Songtao<sup>2</sup>, He Zhiwen<sup>2</sup>, Liu Fei<sup>1\*</sup>

(1. School of Software Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China;

2. Shanghai Institute of Astronautical Systems Engineering, Shanghai 201109, China)

**Abstract:** Contribution rate to system-of-systems (CRSoS) is mainly used to measure the contribution of an equipment to system of systems (SoS) in system construction. In order to solve some problems in the calculation of CRSoS, a multi-level equipment indicator architecture of “task-ability-indicator-equipment” is proposed. At the same time, considering the characteristics of the equipment indicator architecture, ANP (analytic network process) and IVIFN (interval-valued intuitionistic fuzzy number), a IVIF-ANP calculation method is proposed to obtain more accurate CRSoS. Experiments show that this method can not only solve the problem of the calculation formula of CRSoS, but also obtain more accurate CRSoS compared with analytic hierarchy process (AHP) and analytic network process (ANP), which provides more effective support for system construction.

**Keywords:** system of systems (SoS); contribution rate to system-of-systems; interval-valued intuitionistic fuzzy number (IVIFN); analytic network process (ANP); calculation method

## 引言

体系贡献率用来评估一个武器装备对于体系的贡献程度<sup>[1]</sup>。在武器装备体系内, 各个系统相互依赖、协同运作以完成复杂使命任务。体系贡献率

这一概念发展时间较短, 目前研究人员主要从用途和评估方法这两个角度进行研究。

从用途的角度来看, 装备体系贡献率可以从体系建设和体系作战两个方面进行考虑<sup>[2]</sup>, 但都需要

收稿日期: 2021-06-28 修回日期: 2021-10-27

基金项目: 国家自然科学基金(61873094)

第一作者: 丁泽坚(1996-), 男, 硕士, 研究方向为软件工程。E-mail: 754328016@qq.com

通讯作者: 刘飞(1976-), 男, 博士, 教授, 博导, 研究方向为建模与仿真、人工智能。E-mail: feiliu@scut.edu.cn

考虑体系的组成结构、涌现性(体系元素之间的相互影响)、贡献值度量方法、演化方向等因素。体系建设是从宏观的、整体的视角来看待体系,此时需要利用装备体系贡献率来确定研发装备的可行性、有效性、必要性,因此使用静态的评估方法较为合适。体系作战更多地从微观、局部的视角来看待体系,此时需要知道装备在作战过程中每个环节发挥的真实作用,因此使用动态的评估方法较为合适。

从评估方法的角度来看,目前已有多种体系贡献率计算方法被提出,计算的过程都包括了计算体系效能和计算体系贡献率这两个步骤。

关于体系效能的计算,文献[3]建立了指标体系的能力值与体系效能的置信规则推理库,可以把体系能力映射为体系效能。文献[4]把指标体系按作战环的方法进行建模,然后使用作战环的理论来评估装备体系的效能。文献[5]将装备指标分为专家评价类和计算仿真类,并以此获得装备对指标的满意度,然后结合 AHP(analytic hierarchy process)方法计算出来的指标权重来计算指标体系的体系效能。

目前体系贡献率的计算需要使用体系贡献率计算公式进行计算。然而该公式在某些情况下不成立,这会导致体系贡献率计算方法不准确。目前已经有研究人员提出了该公式可能存在的弊端。文献[6]认为当体系中某个重要装备缺失之后,该体系无法完成既定的使命任务,此时若用该公式来计算体系贡献率,那么该重要装备的体系贡献率为 100%,这显然是不合理的。文献[7]也赞同文献[6]的观点,并且认为该公式只是表示了装备对体系的提升程度,可能导致某个重要装备的体系贡献率较小,但其对作战需求的满足度较大的情况。

因此,本文综合考虑体系贡献率的用途和评估方法,使用“任务-能力-指标”结构的装备指标体系来解决陈立新提出的指标聚合问题,并基于这个指标体系结构提出一种基于区间直觉模糊数和网络分析法的体系贡献率计算方法。

## 1 体系贡献率及其指标体系

### 1.1 体系贡献率

贡献率是一个经济分析的指标,用于在经济领域中衡量某个因素对经济增长的贡献程度,常用的贡献率计算公式如下:

$$\text{贡献率} = \frac{\text{某个因素的增长量}}{\text{总增长量}} \times 100\%$$

在装备体系中,每个装备能够独自或者协同其他装备发挥特定作用。于是我军提出了体系贡献率这一概念来量化每个装备对于体系的贡献程度。体系贡献率,在一些文献中也称为体系贡献度、装备体系贡献率、武器装备体系贡献率,它们都表示体系中的某个装备对体系的贡献程度。为方便描述,本文后续的体系贡献率指装备指标体系贡献率。目前,常用的体系贡献率的计算式为

$$\text{Contribution}(A) = \frac{E_A - E_0}{E_0} \times 100\% \quad (1)$$

式中:  $E_A$  为包含装备 A 的体系效能;  $E_0$  为不包含装备 A 的体系效能。

这种计算方法的思路是计算增加或替换装备 A 的体系效能相对变化率,并以此作为装备 A 的体系贡献率。这里以文献[8]中的举例进行说明,计算某型预警机 A 对航空作战装备体系中的贡献率,通过对体系的评估,可以得到  $E_A=0.9$ ,  $E_0=0.69$ , 导入式(1), 此时某型预警机 A 的体系贡献率为

$$\text{Contribution}(A) = \frac{0.9 - 0.69}{0.69} \times 100\% \approx 30.44\%$$

即可以认为预警机 A 的体系贡献率为 30.44%。

### 1.2 装备指标体系结构

因为在执行不同的使命任务时,需要使用不同的装备组合,所以决策者需要计算装备在执行某个使命任务时的体系贡献率。文献[5,9]描述的装备体系结构,本文也使用从上向下的分解方法,以使命任务为最终目标,按照“任务-能力-指标-装备”的结构对装备指标体系进行分解。

首先分析使命任务构建候选能力集合, 然后分析候选能力集合构建评估候选能力的具体指标。在这个结构中, 指标之间存在相互依赖关系, 能力之间的依赖关系通过指标之间的依赖来间接体现, 每个指标至少需要关联 2 个装备, 每个装备对指标存在一定的满足度。本文使用的装备指标体系结构如图 1 所示。

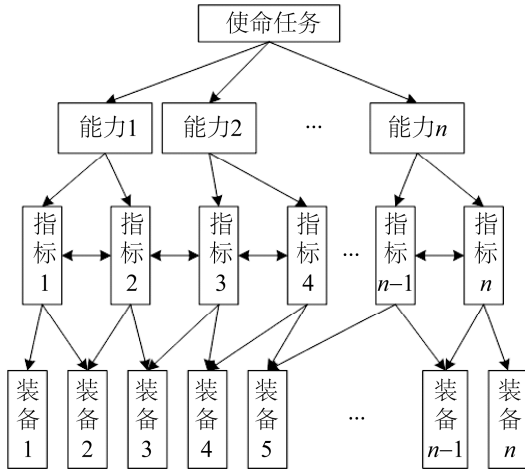


图 1 装备指标体系结构  
Fig. 1 Structure of equipment indicator system

本文使用上述装备指标体系结构来计算体系贡献率, 具有以下优点:

装备指标与具体装备类似于面向对象编程中的“接口”与“实现”, 使用装备指标作为装备体系的最小颗粒, 并对其指标数据的量化规则进行定义, 可以提高体系的拓展性。在分析和分解使命任务的过程中, 只需计算出各装备指标在体系中的权重, 并且在更换具体装备时, 只需重新计算装备对于装备指标的满足程度, 取代了重新计算装备对于体系的权重的过程。

## 2 体系贡献率计算方法

在计算体系贡献率时, 通常基于体系贡献率公式进行计算。根据式(1), 需要计算两次体系效能。若使用 1.2 小节的装备指标体系结构, 更换装备并不影响指标的权重, 这也方便计算体系贡献率。指标之间可能存在依赖关系, 因此为了获得准确的指

标权重, 将使用 ANP(analytic network process)来计算装备指标体系中的指标权重。

因为传统的 ANP 具备一定的主观性, 本文将使用区间直觉模糊数(interval-valued intuitionistic fuzzy number, IVIFN)作为 ANP 两两比较的标度, 以降低 ANP 的主观性, 进而获取更准确的指标权重。本文称这种方法为基于区间直觉模糊数的网络分析法(IVIF-ANP)。

### 2.1 乘性一致的区间直觉模糊偏好关系

与传统的 ANP 方法相同, IVIF-ANP 也需要计算两两比较矩阵的一致性和元素优势度向量。

#### 2.1.1 区间直觉模糊集的定义

定义 1<sup>[10]</sup>:

对于固定的集合  $X$ , 在  $E$  上的区间直觉模糊集(interval-valued intuitionistic fuzzy sets, IVIFS)为  $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$ , 并称集合中的单个元素为区间直觉模糊数, 其中  $\mu_A(x)$  表示  $x$  属于  $A$  的隶属度区间,  $\nu_A(x)$  表示  $x$  属于  $A$  的非隶属度区间,  $\mu_A(x) \subset [0, 1]$ ,  $\nu_A(x) \subset [0, 1]$ , 且对于  $x \in E$ , 都有  $\sup(\mu_A(x)) + \sup(\nu_A(x)) \leq 1$ 。

为方便描述, 本文令  $\mu_A(x) = [\mu_A^-(x), \mu_A^+(x)]$ ,  $\nu_A(x) = [\nu_A^-(x), \nu_A^+(x)]$ , 此时  $x$  属于  $A$  的犹豫度区间为  $\pi_A(x) = [1 - \mu_A^+(x) - \nu_A^+(x), 1 - \mu_A^-(x) - \nu_A^-(x)]$ 。当  $\mu_A^-(x) = \mu_A^+(x)$  且  $\nu_A^-(x) = \nu_A^+(x)$  时, IVIFS 退化为直觉模糊数(IFS)。例如: 某次投票活动一共有若干张选票, 专家组在投票结果公布之前对选民的投票结果做出估计, 大约有 20%~30%为赞成票, 30%~50%为反对票, 其余选票为弃权票, 则  $\mu(x) = [0.2, 0.3]$ ,  $\nu(x) = [0.3, 0.5]$ ,  $\pi(x) = [0.2, 0.5]$ 。

定义 2<sup>[11]</sup>:

区间直觉模糊集  $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$ , 可以通过式(2)转化为区间模糊集(IVFS):

$$\Gamma_\alpha(A) = \{ \langle x, [\mu_A^-(x) + \alpha(1 - \mu_A^-(x) - \nu_A^+(x)), \mu_A^+(x) + \alpha(1 - \mu_A^+(x) - \nu_A^-(x))] \rangle | x \in X \} \quad (2)$$

式中:  $\alpha$  为决策者的风险偏好程度,  $\alpha \in [0, 1]$ 。当

决策者对决策问题持非常保守态度时,  $\alpha = 0$ , 式(2)转换为  $\Gamma_\alpha(A) = \{< x, [\mu_A^-(x), \mu_A^+(x)] > | x \in X\}$ ; 当决策者对决策问题持非常乐观态度时,  $\alpha = 1$ , 式(2)转换为  $\Gamma_\alpha(A) = \{< x, [1 - v_A^+(x), 1 - v_A^-(x)] > | x \in X\}$ 。

### 2.1.2 区间直觉模糊偏好关系的定义

定义 3<sup>[12]</sup>:

选项集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 其区间直觉模糊偏好关系(interval-valued intuitionistic fuzzy preference relation, IVIFPR)为矩阵  $R_{IVIF} = (\tilde{r}_{ij})_{n \times n}$ , 有的文献也称其为区间直觉模糊判断矩阵,  $\tilde{r}_{ij} = (\tilde{\mu}_{ij}, \tilde{\nu}_{ij}) = ([\mu_{ij}^-, \mu_{ij}^+], [v_{ij}^-, v_{ij}^+])$ , 其中  $\tilde{\mu}_{ij}$  表示决策者认为  $x_i$  优于  $x_j$  的程度,  $\tilde{\nu}_{ij}$  表示决策者认为  $x_i$  差于  $x_j$  的程度, 并且满足  $\tilde{\mu}_{ij} \in [0, 1]$ ,  $\tilde{\nu}_{ij} \in [0, 1]$ ,  $\tilde{\mu}_{ij} = \tilde{\nu}_{ji}$ ,  $\tilde{\mu}_{ii} = \tilde{\nu}_{ii} = [0.5, 0.5]$ ,  $\tilde{\mu}_{ij}^+ + \tilde{\nu}_{ij}^+ \leq 1$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ 。

对于 IVIFPR, 需要考虑 2 个问题:

(1) IVIFPR 元素是否满足一致性(传递性), 例如, 在某 IVIFPR 中, A 比 B 重要, B 比 C 重要, 若 A 比 C 重要则该 IVIFPR 满足一致性。但在实际场景, IVIFPR 并不一定满足这种一致性, 例如在篮球比赛中, A 队赢了 B 队, B 队赢了 C 队, 但 A 队输给了 C 队, 此时这个场景并不满足一致性。同样的, 在决策过程时, 也会出现不满足一致性的场景。因此, 需要设计一个检查 IVIFPR 是否具有一致性的方法。

(2) 对于满足一致性的 IVIFPR, 如何计算其组成元素的优势度向量, 可以依据优势度对候选项集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  进行排序, 候选项优势度越大表示越重要。

目前判断偏好关系的一致性主要有 2 种方法: 加性一致和乘性一致。关于加性一致, 文献[13]结合加性一致的定义和线性规划方法给出 IVIFPR 的一致性判断模型。文献[14]结合了加性一致的定义和可能度函数给出 IVIFPR 的一致性判断模型。关于乘性一致, 文献[15]结合乘性一致的定义和可能度函数的思想给出 IVIFPR 的一致性判断模型。

### 2.1.3 IVFPR 乘性一致的判断方法

与 IVIFPR 定义相似, 我们称由区间数组成的偏好关系为区间模糊偏好关系(interval-valued fuzzy preference relation, IVFPR)。对于 IVFPR, 我们可以通过乘性一致的规则来判断 IVFPR 是否满足一致性, 乘性一致的判断如下:

定义 4<sup>[16]</sup>:

对于区间模糊偏好关系  $R_{IVF} = (\bar{r}_{ij})_{n \times n}$ , 其中  $\bar{r}_{ij} = [r_{ij}^-, r_{ij}^+]$ , 若  $R_{IVF}$  是乘性一致的区间模糊偏好关系, 则满足乘性传递和式(3):

$$\bar{r}_{ik} \times \bar{r}_{kj} \times \bar{r}_{ji} = \bar{r}_{ki} \times \bar{r}_{jk} \times \bar{r}_{ij}, \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

并存在一组权重向量  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  满足:

$$r_{ij}^- \leq \frac{w_i}{w_i + w_j} \leq r_{ij}^+, \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

其中  $w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, \sum_{i=1}^n w_i = 1$ 。

式(4)用于判定 IVFPR 的一致性和计算 IVFPR 的元素优势度, 下面给出判断方法的推导过程。

首先, 对式(4)进行移项处理, 可以得到

$$\begin{cases} (r_{ij}^- - 1) \times w_i + r_{ij}^- \times w_j \leq 0 \\ (1 - r_{ij}^+) \times w_i - r_{ij}^+ \times w_j \leq 0 \end{cases}, \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

受文献[17-19]的启发, 放松对式(5)的约束条件, 即考虑满足模糊小于等于 0 的方程解向量。这样做的好处是将绝对的一致性偏好关系松弛到近似一致性偏好关系, 从而将式(5)转换为

$$\begin{cases} (r_{ij}^- - 1) \times w_i + r_{ij}^- \times w_j \lesssim 0 \\ (1 - r_{ij}^+) \times w_i - r_{ij}^+ \times w_j \lesssim 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, n-1, j = 2, \dots, n, j > i$ 。

将  $w_i$  和  $w_j$  看作自变量, 自变量前的值看作自变量的系数, 那么可以将式(6)看成

$$P \cdot w \lesssim 0 \quad (7)$$

式中:  $P$  为关于  $w$  的  $m \times n$  维的系数矩阵,  $m = n \times (n-1)$ ;  $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 。

因此, 系数矩阵  $P$  的第  $k$  行  $P_k$  都满足:

$$P_k \cdot w \lesssim 0 \quad (8)$$

为判断模糊约束条件式(8)是否成立,可以定义一个隶属度函数,即式(9):

$$m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq 0 \\ 1 - \frac{\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w}}{\alpha_k}, & 0 \leq \mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq \alpha_k \\ 0, & \mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} > \alpha_k \end{cases} \quad (9)$$

其中  $k = 1, 2, \dots, m$ 。

该隶属度函数的图像如图 2 所示,  $m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w})$  越接近 0 表示式(8)的满足程度越低。 $\alpha_k$  表示  $\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq 0$  的最大允许边界,超过了这个边界,  $m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w}) = 0$ 。当  $\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq 0$ ,  $m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w}) = 1$ ; 当  $0 \leq \mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq \alpha_k$ ,  $m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w})$  接近 0 的速度随着  $\alpha_k$  增大而变快。

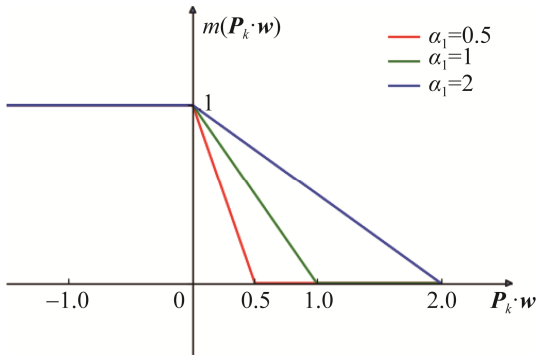


图 2 约束条件的隶属度函数

Fig. 2 Membership function of constraint condition

因为当  $m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w}) \geq \xi_k$ ,  $\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq 0$  成立,所以可以调整  $\xi_k$  来松弛式(8),使得存在一组  $\mathbf{w}$  满足该约束,取最小的  $\xi_k (k = 1, 2, \dots, m)$ ,记为  $\xi = \min(\xi_k)$ ,那么  $\xi$  是对于任意  $\alpha_k$  和该组  $\mathbf{w}$  都成立。另外,还需考虑得到使得式(7)成立的最优条件,因为在  $\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w} \leq 0, k = 1, 2, \dots, m$  形成的模糊可行域中会存在多组  $\mathbf{w}$ ,所以为了得到式(7)的最优解,需要得到所有  $\mathbf{w}$  对应的  $\xi$  的最大值  $\xi^*$ ,即最优解应该满足:

$$\xi^* = \max(\xi) = \max \left[ \min_{1, 2, \dots, m} \{m(\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w})\} \mid \sum_{i=1}^n w_i = 1 \right] \quad (10)$$

根据式(7)~(9),可以将式(10)转换为如下线性规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & \xi \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 1 - \frac{\mathbf{P}_k \cdot \mathbf{w}}{\alpha_k} \geq \xi, & k = 1, 2, \dots, m \\ 0 \leq w_i \leq 1, & i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ 0 \leq \xi \leq 1 \\ m = n(n-1) \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)的最优解  $\xi = \xi^*$  表示该模型的一致性程度。当  $\xi = 1$  时,该区间模糊偏好关系 IVFPR 为完全一致的;当  $\xi = 0$  时,该区间模糊偏好关系 IVFPR 为完全不一致的;当  $0 \leq \xi \leq 1$  时,  $\xi$  越接近 1,表示该 IVFPR 的一致性程度越高。在应用时,需要定义  $\xi$  的阈值,即  $\xi$  超过某个值时,可以认为该 IVFPR 是不一致的。当模型存在最优解且 IVFPR 通过了一致性检验时,取其对应的  $\mathbf{w}^* = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  作为 IVFPR 的元素优势度向量。

推导完毕。

另外,通常利用“可能度”来表示 2 个区间数之间的序关系,“可能度”的定义如下:

定义 5<sup>[20]</sup>:

对于非负区间数  $\bar{a} = [a^-, a^+], \bar{b} = [b^-, b^+]$ ,可以通过计算  $\bar{a}$  和  $\bar{b}$  之间的“可能度”,来评价它们之间的序关系,“可能度”的计算公式为

$$P(\bar{a} \leq \bar{b}) = \max \left\{ 1 - \max \left( \frac{b^+ - a^-}{L(\bar{a}) + L(\bar{b})}, 0 \right), 0 \right\} \quad (12)$$

式中:  $L$  为区间长度;  $L(\bar{a}) = a^+ - a^-$ ;  $L(\bar{b}) = b^+ - b^-$ 。

### 2.1.4 IVIFPR 乘性一致的判断方法

利用式(2)将 IVIFPR 转换成 IVFPR,进而根据模型(11)来判断 IVIFPR 是否满足乘性一致性,即判断 IVIFPR 的一致性。

本文给出一个算法用来判断 IVIFPR 的乘法一致性和计算元素优势度。

算法 1 具体步骤如下:

步骤 1: 取  $\alpha = 0$  和  $\alpha = 1$ ,应用式(2)将 IVIFPR 转换成 2 个 IVFPR,分别为  $\mathbf{R}_{\text{IVF}}^- = ([\mu_{ij}^-, \mu_{ij}^+])_{n \times n}$ ,  $\mathbf{R}_{\text{IVF}}^+ = ([1 - \nu_{ij}^+, 1 - \nu_{ij}^-])_{n \times n}$ 。

步骤 2: 对  $R_{IVIF}^+$  和  $R_{IVIF}^-$  应用模型(11)得到  $\xi_1, w^- = (w_1^-, w_2^-, \dots, w_n^-)$  和  $\xi_2, w^+ = (w_1^+, w_2^+, \dots, w_n^+)$ , 若  $\xi_1 < 0.9$  或  $\xi_2 < 0.9$ , 则  $R_{IVIF}$  不通过一致性检验, 回到步骤 1; 否则该  $R_{IVIF}$  通过一致性检验, 跳到步骤 3。

步骤 3: 组合  $w^-$  和  $w^+$ , 记为  $\bar{w} = [\bar{w}^-, \bar{w}^+]$ , 其中  $\bar{w}^- = \min(w^-, w^+)$   $\bar{w}^+ = \max(w^-, w^+)$ , 若  $\bar{w}^+ - \bar{w}^- > 0.05$ , 即  $\bar{w}^+$  和  $\bar{w}^-$  的每个元素相差超过 0.05, 则说明  $w^-$  和  $w^+$  非常接近, 跳到步骤 4; 否则跳到步骤 5。

步骤 4: 取  $w^+ = (w_1^+, w_2^+, \dots, w_n^+)$  作为  $R_{IVIF}$  的元素优势度向量, 结束算法。

步骤 5: 应用式(12)比较  $\bar{w}_i (i=1, 2, \dots, n)$  和  $\bar{w}_j (j=1, 2, \dots, n)$  得到关于区间数可能度的两两比较矩阵  $P = (p_{ij})_{n \times n}$ , 其中  $p_{ij} = P(\bar{w}_i \leq \bar{w}_j)$ , 跳到步骤 6。

步骤 6: 计算可能度矩阵  $P = (p_{ij})_{n \times n}$  的行和, 并把行和归一化得到其元素优势度向量  $w^* = (w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*)$ 。最后以  $w^*$  作为  $R_{IVIF}$  的元素优势度向量, 结束算法。

## 2.2 基于区间直觉模糊数的网络分析法

由于传统的 ANP<sup>[21]</sup>方法具备较强的主观性, 故本节我们将提出一种基于区间直觉模糊数的网络分析法, 用来减少 ANP 的主观性, 并且保证了计算结果的准确度。这个方法使用了算法 1 的 IVIFPR 乘性一致的判断方法。

算法 2 具体步骤如下:

步骤 1: 分析问题并根据问题确定候选的元素和元素组, 以及元素之间的依赖关系。例如, 分析问题后, 问题可以分解为 ANP 模型, 该模型有元素组  $C_i (i=1, 2, \dots, N)$ , 其中  $C_i$  中有元素  $e_{ik} (i=1, 2, \dots, N, k=1, 2, \dots, m)$ , 在  $C_j$  中有元素  $e_{jl} (j=1, 2, \dots, N, l=1, 2, \dots, m)$ 。

步骤 2: 以元素组为准则、以元素为次准则, 根据元素之间的依赖关系构建基于区间直觉模糊数的两两比较矩阵。例如, 使用步骤 1 的模型, 以

元素组  $C_i$  的元素  $e_{ik}$  为次准则, 使用区间直觉模糊数对  $C_j$  的元素  $e_{jl}$  进行两两比较, 通过两两比较可以获得一个  $n \times n$  的判断矩阵, 计算判断矩阵得到优势度向量。

步骤 3: 对基于区间直觉模糊数的两两比较矩阵使用算法 1 来判断两两比较矩阵是否满足一致性并计算两两比较矩阵元素的优势度。若不满足一致性, 则返回步骤 2 调整两两比较矩阵, 满足则跳到步骤 4。

步骤 4: 根据步骤 3 的优势度构建 ANP 的超矩阵和元素组之间的权重矩阵。例如, 重复步骤 2 和步骤 3 的元素比较过程, 可以得到  $C_i$  和  $C_j$  的排序矩阵  $W_{ij}$ , 最后把  $W_{ij}$  组合得到超矩阵  $W$ 。

步骤 5: 重复步骤 2 和步骤 3 来比较元素组, 可以得到 ANP 的权重矩阵  $A = (a_{ij})_{N \times N}$ 。

步骤 6: 计算加权超矩阵  $\bar{W} = (\bar{W}_{ij})_{N \times N}$ , 其中  $\bar{W}_{ij} = a_{ij} \times W_{ij}$ ,  $a_{ij}$  为权重矩阵的元素,  $W_{ij}$  为超矩阵的子块。

步骤 7: 根据公式  $W^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{W})^t$  计算极限的加权超矩阵, 其中  $\bar{W}$  由步骤 6 得到。

步骤 8: 根据步骤 7 得到的极限加权超矩阵计算元素局部权重、元素全局权重。算法结束。

## 2.3 体系效能的计算

本文使用图 1 的装备指标体系结构来计算体系的效能。体系效能计算公式为

$$E_{\text{system}} = \sum_{i=1}^n (w_i \cdot S_i) \quad (13)$$

式中:  $w_i$  为装备体系的第  $i$  个指标占体系的权重, 由 IVIF-ANP(基于区间直觉模糊数的网络分析法) 获得;  $S_i = \min_{1, 2, \dots, k} s_j$  为第  $i$  个指标所对应装备的最小满足度。例如, 当指标 1 关联了 3 个装备, 装备对指标 1 的满足度分别是 0.4、0.2、0.6, 此时  $S_1 = \min(0.4, 0.2, 0.6) = 0.2$ 。取最小的指标满足度是一种保守的策略, 这样也表示了体系效能至少有多大。文献[9]也采用了这种保守的策略。



## 2.4 基于 IVIF-ANP 的体系贡献率计算方法

在装备体系中装备之间存在依赖关系,并且体系贡献率计算公式需要使用指标在体系中的权重,ANP 刚好可以完成这 2 个任务,本文使用 ANP 表示指标之间的依赖关系,并且计算指标的权重。

使用 ANP 进行求解的理由如下:

(1) 从结构上看,参考图 1,根据体系结构的定义,只有指标层存在相互依赖的关系,装备之间的依赖关系可以通过指标之间的依赖关系进行表示,因此,体系结构的指标层可以映射到 ANP 结构的网络层,能力层可以映射到 ANP 结构的准则层,使命任务可以看作是 ANP 结构的决策目标。

(2) 从数据上看,两种方法都依赖决策者进行评估,ANP 可以得到模型中各个元素的权重,并且可以根据元素权重向上推理得到模型最终得分,这对于装备体系贡献率算法是完全适用的。

本文结合 1.2 节中的装备体系结构和 2.2 节的 IVIF-ANP 提出基于 IVIF-ANP 的体系贡献率计算方法,记为算法 3,具体步骤如下:

步骤 1: 确定使命任务的目的,根据使命任务的需求确定候选能力集合,并逐个分解候选能力得出其所需的具体指标。建立如图 1 的“任务-能力-指标”的装备指标体系结构,其中每个指标至少关联 2 个装备,并把装备指标体系结构映射到 ANP 结构上,即能力映射为 ANP 结构的元素组,指标映射为 ANP 结构的元素。

步骤 2: 确定指标(元素)之间的依赖关系,若归属不同元素组的指标之间存在依赖关系,表示能力(元素组)之间存在依赖关系。

步骤 3: 根据“能力”之间的依赖关系对“能力”进行两两比较,并应用算法 1 得出能力之间的两两比较的一致性和优势度向量,若两两比较不满足一致性要求,则重新执行步骤 3。

步骤 4: 根据“指标”之间的依赖关系,以“能力”为准则,对“指标”进行两两比较,并应用算法 1 得出“指标”两两比较的一致性和优势度向量,若两两

比较不满足一致性要求,则重新执行步骤 4。

步骤 5: 组合步骤 3 得到的关于“能力”的优势度向量作为权重矩阵  $A = (a_{ij})_{N \times N}$ ,组合步骤 4 得到的关于“指标”的优势度向量作为超矩阵  $W = (W_{ij})_{N \times N}$ 。

步骤 6: 计算极限的超矩阵  $W^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{W})^t$ ,其中  $\bar{W} = (\bar{W}_{ij})_{N \times N}$ ,  $\bar{W}_{ij} = a_{ij} \times W_{ij}$ ,若  $W^\infty$  收敛,则以  $W^\infty$  的第一列为作为各个指标的在指标体系里的权重值,其中第一列第  $i$  行的值表示第  $i$  个指标在指标体系里的权重值,记为  $w_i$ 。

步骤 7: 选择一个待评估的装备 A,并固定其他未选中的装备,利用式(13)计算包含待评估装备 A 的体系效能  $E_A$ ,然后替换待评估的装备,计算不包含待评估装备 A 的体系效能  $E_0$ 。

步骤 8: 应用式(1)得到待评估装备 A 的体系贡献率。算法结束。

## 3 实验分析

本次实验模型改编自文献[5]的“直升机运输任务”模型,即本文在文献[5]的基础上考虑了指标之间的依赖关系,具体的模型结构如图 3 所示。

应用 2.4 节提出的基于 IVIF-ANP 的体系贡献率计算方法来计算模型中的运输直升机 A 的体系贡献率。

本次实验设置的指标之间的依赖关系见表 1。

文献[5]中使用了 AHP 来计算体系中各个指标的权重。但 AHP 认为指标之间相互独立,即不考虑指标之间的依赖关系。通常,体系中的各个指标存在一定的依赖关系,本文将使用 ANP 来表示指标之间的依赖关系。然而,传统的 ANP 方法使用 Saaty 的“1-9”标度<sup>[21]</sup>,在一些情况下得到的优势度向量会放大主观性。例如,要在“指挥控制能力”准则下,对“综合保障能力”下的“环境适应能力”和“快速修复能力”进行两两比较,以确定“综合保障能力”的优势度向量。对比文献[5]、“1-9”标度、IVIF 标度的优势度向量,对比结果如表 2 所示。

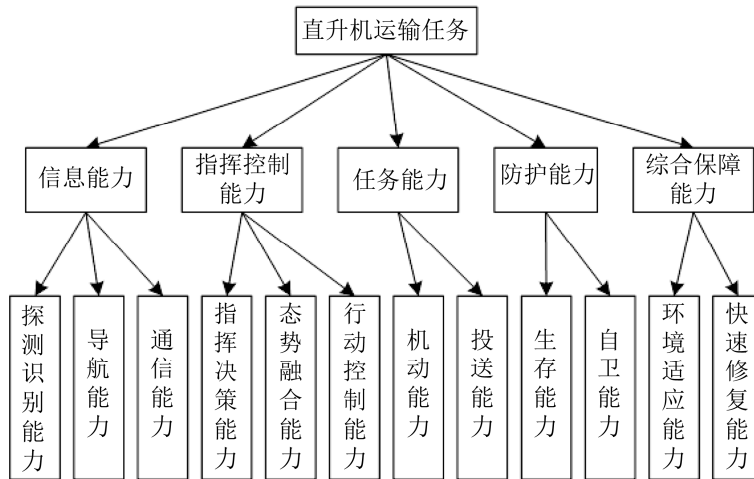


图 3 运输直升机的装备指标体系<sup>[5]</sup>

Fig. 3 Equipment indicator system of transport helicopter

表 1 指标之间的依赖关系

指标	依赖关系
探测识别能力 $I_1$	无
导航能力 $I_2$	无
通信能力 $I_3$	无
指挥决策能力 $I_4$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9, I_{10}, I_{11}, I_{12}$
态势融合能力 $I_5$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9, I_{10}, I_{11}, I_{12}$
行动控制能力 $I_6$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9, I_{10}$
机动能力 $I_7$	无
投送能力 $I_8$	无
生存能力 $I_9$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9, I_{10}, I_{11}, I_{12}$
自卫能力 $I_{10}$	$I_4, I_5, I_6, I_9, I_{10}, I_{11}$
环境适应能力 $I_{11}$	$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9, I_{10}$
快速修复能力 $I_{12}$	$I_9, I_{10}$

表 2 不同标度下的元素优势度

指标	文献[5]	“1-9”标度	IVIF 标度
环境适应能力 $I_{11}$	0.580 0	0.500 0	0.583 3
快速修复能力 $I_{12}$	0.420 0	0.500 0	0.416 7

由表 2 可以看出: IVIF 标度会更贴近文献[5]的结果, 并且 IVIF 标度能使得比较结果更加可控和准确。另外, 相比 ANP, IVIF-ANP 在一定程度上降低了决策过程中的主观性。

根据“直升机运输任务”模型, 建立了对应 ANP 模型, 分别使用传统的 ANP 和 IVIF-ANP 计算了模型中各个指标的权重, 并且将指标权重与文献[5]

做了对比, 对比结果如表 3 所示。可以看到: 相比于 AHP, ANP 和 IVIF-ANP 计算得到的“生存能力  $I_9$ ”和“自卫能力  $I_{10}$ ”的权重更加大, 这是由于  $I_4, I_5, I_6, I_9, I_{10}, I_{11}, I_{12}$  依赖  $I_9$  和  $I_{10}$ 。

表 3 不同方法下的指标权重

指标	文献[5]	传统的 ANP	IVIF-ANP
探测识别能力 $I_1$	0.044 1	0.011 2	0.039 4
导航能力 $I_2$	0.086 1	0.093 5	0.082 7
通信能力 $I_3$	0.079 8	0.064 8	0.068 1
指挥决策能力 $I_4$	0.014 0	0.029 5	0.013 6
态势融合能力 $I_5$	0.040 6	0.046 8	0.050 4
行动控制能力 $I_6$	0.015 4	0.037 1	0.030 7
机动能力 $I_7$	0.235 2	0.178 4	0.162 1
投送能力 $I_8$	0.254 8	0.231 5	0.189 7
生存能力 $I_9$	0.075 6	0.133 3	0.135 6
自卫能力 $I_{10}$	0.044 4	0.066 7	0.086 3
环境适应能力 $I_{11}$	0.063 8	0.081 6	0.113 6
快速修复能力 $I_{12}$	0.046 2	0.025 6	0.027 8

观察传统的 ANP 和 IVIF-ANP 的指标权重, 传统的 ANP 得到的指标区间为[0.011 2, 0.231 5], IVIF-ANP 得到的指标区间为[0.013 6, 0.189 7]。本文绘制了传统的 ANP 与 IVIF-ANP 的各个指标权重的折线图, 如图 4 所示, 可以看出 IVIF-ANP 得到的指标权重振幅更小, 更平稳。

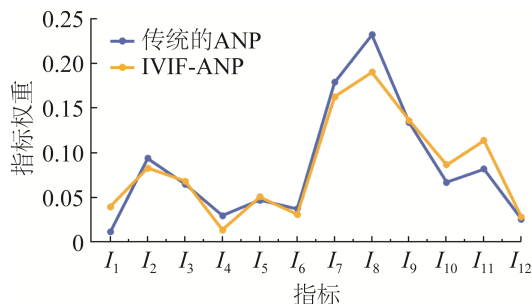


图 4 两种方法得到的指标权重对比  
Fig. 4 Comparison of index weights obtained by two methods

文献[5]中给出了直升机 A 和 B 的各个指标满意度, 指标满意度详见表 4。为了计算直升机 A 的体系贡献率, 本文将使用指标满意度和指标权重分别计算直升机 A 和 B 的体系效能, 最后使用式(1)获得直升机 A 的体系贡献率。

表 4 直升机 A 和 B 的指标满意度  
Table 4 Indicator satisfaction of helicopter A and B

指标	直升机 A	直升机 B
探测识别能力 I <sub>1</sub>	0.960 0	0.820 0
导航能力 I <sub>2</sub>	0.990 0	0.930 0
通信能力 I <sub>3</sub>	0.980 0	0.910 0
指挥决策能力 I <sub>4</sub>	0.730 0	0.660 0
态势融合能力 I <sub>5</sub>	0.764 0	0.598 7
行动控制能力 I <sub>6</sub>	0.760 0	0.680 0
机动能力 I <sub>7</sub>	0.639 0	0.291 0
投送能力 I <sub>8</sub>	0.873 3	0.471 3
生存能力 I <sub>9</sub>	0.880 0	0.770 0
自卫能力 I <sub>10</sub>	0.830 0	0.820 0
环境适应能力 I <sub>11</sub>	0.900 0	0.900 0
快速修复能力 I <sub>12</sub>	0.960 0	0.930 0

通过计算, 得到了直升机 A 和 B 在 3 种方法下的体系效能, 以及直升机 A 的体系贡献率, 详细数据见表 5。

观察表 5 的数据可以看出, 文献[5]、传统的 ANP、IVIF-ANP 得到的直升机 B 的体系效能呈增加趋势, 直升机 A 的体系贡献率呈减少趋势。可以发现, 指标权重的变化影响了体系效能, 进而影响了体系贡献率的结果。因为 IVIF-ANP 可以得到振幅更小, 更平稳的指标权重, 这使得归属于直升机 A 的较大的指标满意度也不会对最终的体系

贡献率造成太大的影响, 所以使用基于 IVIF-ANP 的体系贡献率计算方法来计算直升机 A 的体系贡献率会更加合理、准确。

表 5 不同方法下的体系效能和体系贡献率  
Table 5 Efficiency and contribution rate to system-of-systems of different methods

体系效能或体系贡献率	文献[5]	传统的 ANP	IVIF-ANP
A 的体系效能	0.836 7	0.839 2	0.847 3
B 的体系效能	0.616 4	0.643 5	0.671 1
A 的体系贡献率/%	35.7	30.4	26.3

### 4 结论

为解决目前体系贡献率计算不准确这一问题, 本文提出了一种装备指标体系结构, 其中利用 ANP 方法来表示装备指标体系中的各个指标之间的依赖关系, 进而使用区间直觉模糊数作为指标之间的比较标度, 提出了一种基于区间直觉模糊数的网络分析法(IVIF-ANP)。本文提出的方法可以获得更加合理的指标权重和体系贡献率, 为装备体系的贡献率评估提供了更准确的方法。

在下一步的研究中, 将继续针对具有因果关系和依赖关系的指标体系构建方法进行研究, 并进而研究更加准确和客观的体系贡献率计算方法。

### 参考文献:

[1] 殷小静, 胡晓峰, 荣明, 等. 体系贡献率评估方法研究综述与展望[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(6): 1027-1038.  
Yin Xiaojing, Hu Xiaofeng, Rong Ming, et al. Review of Evaluation Methods of Contribution Rate to System of Systems[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(6): 1027-1038.

[2] 陈立新. 一种通用的装备体系贡献率评估框架[J]. 军事运筹与系统工程, 2020, 34(2): 33-38.  
Chen Lixin. A General Equipment System Contribution Rate Evaluation Framework[J]. Military Operations Research and Systems Engineering, 2020, 34(2): 33-38.

[3] 和钰. 基于 RIMER 方法的反导武器装备体系作战能力贡献率研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2016: 107.  
He Yu. Research on Capability Contribution of Anti-missile Weapon Systems Based on RIMER[D].

- Changsha: National University of Defense Technology, 2016: 107.
- [4] 赵丹玲, 谭跃进, 李际超, 等. 基于作战环的武器装备体系贡献度评估[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(10): 2239-2247.  
Zhao Danling, Tan Yuejin, Li Jichao, et al. Armament System of Systems Contribution Evaluation Based on Operation Loop[J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(10): 2239-2247.
- [5] 娄本超. 基于层次分析法的直升机体系贡献率评估方法[J]. 直升机技术, 2020(1): 6-10.  
Lou Benchao. Helicopter System Contribution Rate Evaluation Method Based on AHP[J]. Helicopter Technology, 2020(1): 6-10.
- [6] 陈立新. 关于装备体系贡献率研究的几点思考[J]. 军事运筹与系统工程, 2018, 32(3): 37-43.  
Chen Lixin. Some Thoughts on the Contribution to Equipment System-of-Systems[J]. Military Operations Research and Systems Engineering, 2018, 32(3): 37-43.
- [7] 彭耿, 周少平, 张绪明, 等. 武器装备体系贡献率计算方法[J]. 火力与指挥控制, 2019, 44(4): 33-36.  
Peng Geng, Zhou Shaoping, Zhang Xuming, et al. Contribution Rate Calculation of Weapon System[J]. Fire Control & Command Control, 2019, 44(4): 33-36.
- [8] 叶紫晴, 屈也频. 基于规则推理的海军航空作战装备体系贡献度分析[J]. 指挥控制与仿真, 2015, 37(5): 29-33.  
Ye Ziqing, Qu Yepin. Analysis of Contribution Degree Based on Rule-Based Reasoning for Naval Aviation Operation Equipment System[J]. Command Control & Simulation, 2015, 37(5): 29-33.
- [9] 舒宇. 基于能力需求的武器装备体系结构建模方法与应用研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2009: 163.  
Shu Yu. Research on the Method and Application of the Architecture Modeling of Weapon System-of-Systems Based on Capability Requirement[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009: 163.
- [10] Atanassov K, Gargov G. Interval Valued Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. Fuzzy Sets and Systems (S0165-0114), 1989, 31: 343-349.
- [11] Bustince H, Burillo P. Correlation of Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets[J]. Fuzzy Sets and Systems (S0165-0114), 1995, 74(2): 237-244.
- [12] Xu Z, Chen J. Approach to Group Decision Making Based on Interval-Valued Intuitionistic Judgment Matrices[J]. Systems Engineering - Theory & Practice (S1874-8651), 2007, 27(4): 126-133.
- [13] Zhuang H. Additively Consistent Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Preference Relations and Their Application to Group Decision Making[J]. Information (S2078-2489), 2018, 9(10): 260.
- [14] Wan S, Dong J. Additive Consistent Interval-Valued Atanassov Intuitionistic Fuzzy Preference Relation and Likelihood Comparison Algorithm Based Group Decision Making[J]. European Journal of Operational Research (S0377-2217), 2017, 263(2): 571-582.
- [15] Yang Y, Li H, Zhang Z, et al. Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Analytic Network Process[J]. Information Sciences (S0020-0255), 2020, 526: 102-118.
- [16] Xu Z, Chen J. Some Models for Deriving the Priority Weights from Interval Fuzzy Preference Relations[J]. European Journal of Operational Research (S0377-2217), 2008, 184(1): 266-280.
- [17] Liao H, Mi X, Xu Z, et al. Intuitionistic Fuzzy Analytic Network Process[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems (S1063-6706), 2018, 26(5): 2578-2590.
- [18] Mikhailov L, Singh M G. Fuzzy Analytic Network Process and Its Application to the Development of Decision Support Systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews) (S1094-6977), 2003, 33(1): 33-41.
- [19] Mikhailov L, Singh M G. Fuzzy Assessment of Priorities with Application to Competitive Bidding[J]. Journal of Decision Systems (S1246-0125), 1999, 8(1): 11-28.
- [20] 徐泽水, 达庆利. 一种基于可能度的区间判断矩阵排序法[J]. 中国管理科学, 2003, 11(1): 63-65.  
Xu Zeshui, Da Qingli. An Interval Judgment Matrix Ranking Method Based on Possibility Degree[J]. Chinese Journal of Management Science, 2003, 11(1): 63-65.
- [21] Saaty T L. Fundamentals of the Analytic Network Process-Multiple Networks with Benefits, Costs, Opportunities and Risks[J]. Journal of Systems Science and Systems Engineering (S1004-3756), 2004, 13(3): 129-151.