

8-15-2022

## Design and Implementation of UAV Swarm Self-organizing Search Model

Kan Li

*Shijiazhuang Division of PLAA Infancy College, Shijiazhuang 050227, China;* muzituqian@sina.com

Yunpeng Li

*Shijiazhuang Division of PLAA Infancy College, Shijiazhuang 050227, China;*

Jiangbo Zhao

*Shijiazhuang Division of PLAA Infancy College, Shijiazhuang 050227, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Design and Implementation of UAV Swarm Self-organizing Search Model

### Abstract

**Abstract:** The UAV swarm self-organizing search for moving target under the urban threat is an important implement of UAV swarm. *Though Agent-based complex system modeling and simulation tools, the framework of UAV swarm search simulation model is constructed, and the self-organizing search model of UAV swarm is designed. Under the possible threats to the operational use of UAVs, the concept of self-organizing search for UAV swarm is preliminarily realized and demonstrated, and the solution of autonomous decision making for UAV swarm based on the probability-based finite state machine model is explored,* which is analyzed and verified by a case. The simulation model of UAV swarm self-organizing search provides a reference case, model support and test platform for UAV swarm operation application research.

### Keywords

UAV swarm, self-organization, search, threat environment, simulation, probabilistic finite-state machines(PFSMs)

### Recommended Citation

Kan Li, Yunpeng Li, Jiangbo Zhao. Design and Implementation of UAV Swarm Self-organizing Search Model[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(8): 1820-1833.

# 无人机集群自组织搜索仿真模型设计与实现

李坎, 李云鹏, 赵江波

(陆军步兵学院 石家庄校区, 河北 石家庄 050227)

**摘要:** 城市威胁背景下无人机集群自组织搜索移动目标问题, 是无人机集群作战应用的一个重要发展方向。采用基于 Agent 的复杂系统建模仿真工具, 构建了无人机集群搜索仿真模型框架, 设计实现了无人机集群自组织搜索模型。在考虑无人机集群作战可能受到威胁的背景下, 展示了无人机集群自组织搜索概念, 探索了使用基于概率的有限状态机模型实现集群自主决策的解决方案, 并通过案例进行了分析验证。该仿真模型为无人机集群作战应用研究提供了参考案例、模型支撑和实验平台。

**关键词:** 无人机集群; 自组织; 搜索; 威胁环境; 仿真; 有限状态机

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X(2022)08-1820-14

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0200

## Design and Implementation of UAV Swarm Self-organizing Search Model

Li Kan, Li Yunpeng, Zhao Jiangbo

(Shijiazhuang Division of PLAA Infantry College, Shijiazhuang 050227, China)

**Abstract:** The UAV swarm self-organizing search for moving target under the urban threat is an important implement of UAV swarm. Though Agent-based complex system modeling and simulation tools, the framework of UAV swarm search simulation model is constructed, and the self-organizing search model of UAV swarm is designed. Under the possible threats to the operational use of UAVs, the concept of self-organizing search for UAV swarm is preliminarily realized and demonstrated, and the solution of autonomous decision making for UAV swarm based on the probability-based finite state machine model is explored, which is analyzed and verified by a case. The simulation model of UAV swarm self-organizing search provides a reference case, model support and test platform for UAV swarm operation application research.

**Keywords:** UAV swarm; self-organization; search; threat environment; simulation; probabilistic finite-state machines(PFSMs)

## 引言

随着战争形态的不断演化, 未来的作战对手可能将战争引向城市, 依靠高大的建筑物和密集的人群, 来躲避搜索跟踪, 进而抵消我方侦察和火力打击的优势。无人机集群具有灵活性、自主性、鲁棒性和可扩展性等特点, 同时可以降低作战成本、减少作战人员伤亡, 并且依赖无人机个

体的自主能力实现无人机集群的自组织作战, 降低了对人员操控和操作系统的依赖, 对破解敌方利用建筑物和地形优势躲避搜索跟踪, 提高作战效果具有重要的作战应用价值。

当前, 关于无人机和无人机集群的研究较多<sup>[1]</sup>, 无人机集群也以其独特的优势日益受到各国军方的广泛关注。在集群搜索问题上<sup>[2-3]</sup>, 已有很

收稿日期: 2021-03-12

修回日期: 2021-05-06

第一作者: 李坎(1988-), 男, 硕士生, 研究方向为无人机集群作战应用。E-mail: muzituqian@sina.com

多搜索算法。本文聚焦无人机集群自组织搜索城市威胁环境中移动的目标进行研究。无人机集群自组织搜索, 是指将多架成本低廉、小型轻便、功能相对简单和具有一定自主能力的低成本无人机以集群的方式大量部署, 基于一定的间隔分布, 形成一定的覆盖范围, 按照上一层次的指挥要求, 在操控人员监控下, 在任务区域上空按照选定的策略飞行, 实现对目标的搜索、发现、识别和跟踪锁定。无人机个体间采用弱通信方式, 基于简单的规则, 通过个体间信息交互、感知融合, 实现协同行为, 采用自下而上的方式, 使集群涌现出高度结构化的自组织特性和显著的集群智能行为, 使其能够完成远远超出个体能力的复杂任务。

本文采用基于 Agent 的复杂系统建模仿真技术, 对无人机集群自组织搜索的机理进行研究<sup>[4-5]</sup>, 构建了无人机机动、协同、搜索、决策等行为模型, 建模分析了无人机集群作战威胁环境。探索了使用基于概率的有限状态机模型实现集群自主决策的解决方案, 初步实现并展示了无人机集群自组织搜索的作战样式。基于该仿真模型重点研究了无人机性能对集群搜索效果的影响, 分析了集群协同方法、集群决策判断方法、目标分配、搜索策略、威胁程度及战场环境等动态因素和潜在因素对集群搜索效果的影响, 借助集群模型框架, 可以很方便地引入集群智能算法, 为集群智能的研究、设计、实验提供了很好的接口和平台。

## 1 建模原理与模型框架

### 1.1 建模原理

无人机集群是由大量具有一定自主能力的无人机个体构成的复杂适应系统, 具有自组织特性。自组织, 即无需外部干预, 仅依赖系统内部的相互作用, 自行形成具有特定功能与结构的整体的过程<sup>[6]</sup>。无人机个体没有对全局模式、策略、目标或层次体系架构的全局知识, 在规则约束或任务指引下, 基于局部感知进行决策判断, 通过个体交互

使集群整体涌现出自组织行为。集群整体行为与无人机个体行为无直接关系, 而是通过个体行为间接实现, 集群整体行为取决于无人机个体行为变化。

采用基于 Agent 仿真的方法, 通过基于复杂系统的建模仿真框架, 对无人机个体行为进行仿真建模描述, 构建无人机集群自组织搜索仿真模型, 分析个体交互如何影响全局行为, 将集群中个体行为和集群整体自组织现象有机结合, 是一种自顶向下分析、由底向上综合的有效解决方案。

### 1.2 模型框架

MASON(multi-agent simulator of networks) 是基于 Agent 的复杂系统仿真框架<sup>[7]</sup>, 提供了一组设计基于多 Agent 的建模仿真概念, 同时提供了支持实现该框架的软件包, 可采用这些概念设计仿真模型, 并通过调用相关类库和工具对其进行实现, 具有很好的扩展性。

基于 MASON 在 Eclipse 开发环境下设计实现了无人机集群自组织搜索仿真模型, 主要包括如下模型类:

(1) Target.java: 主要实现目标对象的 Agent, 赋予侦察目标的运动等相关行为和特性, 通过实例化该对象, 可在仿真中实现目标的可视化展示。在后续开发中, 可能要求目标具有复杂的行为和特性, 可以通过拓展和完善该对象实现。

(2) ADS.java 和 Jammer.java: 分别用来实现敌方弹炮结合防空系统和敌方电子干扰系统, 通过实例化该对象, 可构造无人机集群作战使用的威胁环境, 实现敌直接火力打击和电子干扰对无人机集群作战效能的影响效果。

(3) Battlefield.java: 实现战场环境的 Agent, 如城市建筑物、巷道, 以及地形、地物等, 都可以通过实例化该对象, 在仿真中实现战场的可视化展示。通过设置该模型类的位置、尺寸等属性, 可构建无人机集群执行搜索任务的战场环境。

(4) UAV.java: 实现 UAV 对象的 Agent, 该类包含了单个 UAV 的所有逻辑, 是仿真模型的核心

心。该类对无人机个体行为功能进行实现,使多架无人机的集合形成集群,产生区别于简单集合的自适应行为和特性。

(5) UAVSwarm.java: 定义了交战场景,控制仿真流程,并提供了在仿真环境中包含的可变参数的入口点。该类中包含的main()方法启动了仿真,并通过调用doLoop方法和输入参数args来生成UAVSwarm的实例,实现对仿真的控制。

```
args = new string[] {"-repeat", string.value of
(repeat Times),
```

```
"-time", string.value of(0),
```

```
"-until", string.value of(7200),
```

```
"-seed", string.value of(1366691235073L)};
```

"-repeat"定义了仿真重复次数;"-seed"指定了仿真中的seed;"-time"可以帮助获取每个仿真周期中的状态信息;"-until"定义了每次仿真的最大持续时间(s)。这些参数将在仿真的实验设计中发挥重要作用。

在仿真系统中,交战场景和仿真实体的初始化在UAVSwarm.java类的start()函数中定义。

(6) UAVGUI.java: 一个辅助类,该类实现了对无人机和目标的外形设计,主要用于仿真的可视化展示。该类实例化了一个UAVSwarm对象,并使其运行,进而实现对一次集群自组织搜索仿真过程的可视化展示,如图1所示。

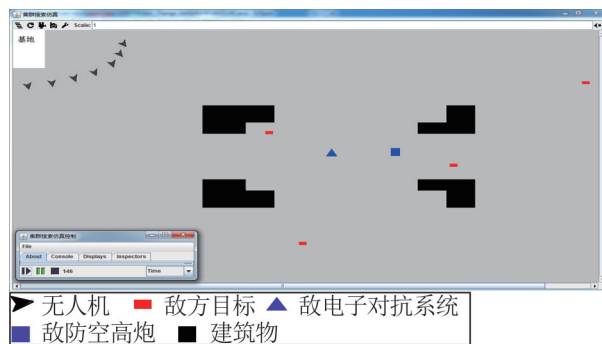


图1 集群自组织搜索仿真模型界面展示

Fig. 1 Visualization of swarm self-organized search simulation model

为便于仿真分析,将战场环境进行了简化描

述,并没有考虑气候、天气、电磁环境等的影响。实际执行任务时,一般会将无人机部署在不同高度,以减少碰撞的危险,在此不考虑高度影响,在二维空间内对集群搜索模型进行研究。假设在仿真开始时无人机集群已经完成起飞动作,并已到达指定目标空域开始搜索过程。

## 2 无人机行为模型的设计与实现

单架无人机的行为模型是无人机集群设计与实现的基础,是构成集群自组织行为的根源。将无人机定义为Agent,将机动、协同、搜索、自主决策等定义为Agent的行为,Agent的行为及其之间的复杂交互关系,将导致集群涌现出复杂的自适应特性。

单架无人机的形式化描述在UAV.java类中实现,这些数学模型按照下面的描述在子模型中实现。UAV.java类中的step()方法在每个仿真步长中都由仿真引擎以基于事件的方式重复执行,从而实现每个Agent的行为模型,即执行其包含的所有子模型。

### 2.1 机动模型

#### 2.1.1 基本运动模型

无人机机动状态用扩展状态向量表示,即用无人机位置和速度矢量综合表示:

$$Q = \begin{bmatrix} P_p \\ v \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $P_p = (x_p, y_p)$  为无人机当前位置;  $v = (v_x, v_y)$  为无人机当前速度向量。

定义  $P_H = (x_H, y_H)$  为当前无人机要飞向的下一个目标位置,其方向由搜索策略确定,但行动过程中  $P_H$  不是恒定不变的,会随环境变化而变化。如无人机要基于规则,促进集群整体的聚集和分散状态,或者发现目标后进行跟踪锁定。

在图2中,以无人机位置为原点,以速度  $v$  方向为  $y_a$  轴,以  $U$  为  $x_a$  轴,其中  $U = v \times N$ ,  $N = v \times P_H$ ,  $x_H, y_H$  分别为  $P_H$  在  $x_a$  轴和  $y_a$  轴方向上的投影,  $\alpha$  为  $v$  与  $P_H$  的夹角。



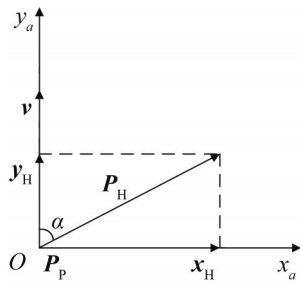


图2 无人机运动模型  
Fig. 2 Motion model of UAV

则

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{P}_H}{|\mathbf{v}| \times |\mathbf{P}_H|} \quad (2)$$

则在平面  $Ox_a y_a$  中  $\mathbf{P}_H$  的坐标为

$$\mathbf{P}_H = \begin{bmatrix} |x_H| \\ |y_H| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left| \frac{\mathbf{U} \times \mathbf{P}_H}{|\mathbf{U}|^2} \mathbf{U} \right| \\ \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{P}_H}{|\mathbf{v}|^2} \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (3)$$

则  $\mathbf{P}_H$  与  $\mathbf{v}$  之间的夹角为

$$\alpha = \arctan(|x_H|, |y_H|) - \arctan(|v_x|, |v_y|) \quad (4)$$

式中:  $v_x, v_y$  分别为速度在  $x_a$  轴和  $y_a$  轴方向上的2个分量, 则偏转角为

$$\alpha_T = \text{sgn}(\alpha) \cdot \min(|\alpha|, \alpha_{\max}) \quad (5)$$

式中:  $\alpha_{\max}$  为一个仿真步长中无人机的最大偏转角度, ( $^\circ$ )/s。

因此无人机下一时刻新的位置为

$$\hat{\mathbf{P}}_P = \mathbf{P}_P + \mathbf{v}_N \cdot |\mathbf{v}| \cos \alpha_T + \mathbf{U}_N \cdot |\mathbf{U}| \sin \alpha_T \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{v}_N, \mathbf{U}_N$  分别是  $\mathbf{v}, \mathbf{U}$  的标准化向量, 则无人机飞行方向偏转后的新速度为

$$\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{P}}_P - \mathbf{P}_P \quad (7)$$

### 2.1.2 随机扰动

考虑真实飞行环境中的随机扰动影响, 用任意的随机变量表示当前仿真时间片内扰动的方向:

$$\mathbf{W}^T = (0, 1) \quad (8)$$

扰动大小的强度为0到当前速度大小的10%:

$$D_W \sim U(0, |\mathbf{v}|/10) \quad (9)$$

在以无人机当前位置为中心的坐标系中, 其角度定义为均匀随机变量:

$$\Phi \sim U(0, 2\pi) \quad (10)$$

扰动的方向为

$$\hat{\mathbf{W}} = |\mathbf{W}| \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (11)$$

无人机的新位置为

$$\hat{\mathbf{P}}_P = \mathbf{P}_P + d_w \hat{\mathbf{W}}_T \quad (12)$$

### 2.1.3 加速和减速

无人机的速度大小控制用无人机的加速系数  $a_{\text{up}}$  和减速系数  $a_{\text{down}}$  表示。

无人机加速情况下的速度控制为

$$|\hat{\mathbf{v}}| = \begin{cases} a_{\text{up}} \cdot |\mathbf{v}|, & |\mathbf{v}| < v_{\max} \\ a_{\text{down}} \cdot |\mathbf{v}|, & |\mathbf{v}| \geq v_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

无人机减速情况下的速度控制为

$$|\hat{\mathbf{v}}| = \begin{cases} a_{\text{up}} \cdot |\mathbf{v}|, & |\mathbf{v}| < v_{\min} \\ a_{\text{down}} \cdot |\mathbf{v}|, & |\mathbf{v}| \geq v_{\min} \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $v_{\max}$  和  $v_{\min}$  分别为系统设置的无人机最大速度和最小速度。

### 2.1.4 避障模型

无人机个体探测到障碍物后, 一旦与障碍物的距离低于最小安全距离, 立即减速, 同时以最大角速度改变飞行方向, 躲避障碍, 如图3所示。

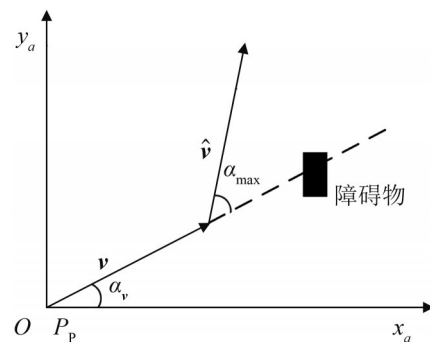


图3 无人机规避障碍物模型  
Fig. 3 Schematic of UAV avoiding obstacles

无人规避障碍物后速度为

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} a_{\text{down}} |\mathbf{v}| \cos(\alpha_v + \alpha_{\max}) \\ a_{\text{down}} |\mathbf{v}| \sin(\alpha_v + \alpha_{\max}) \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中夹角为

$$\alpha_v = \arctan(|v_x|, |v_y|) \quad (16)$$

## 2.2 协同行为模型

假设无人机可准确获得自身及其友邻无人机的位置。基于无人机机动模型，采用类似蜂群的方式，使用聚集和分散来实现集群的协同行为<sup>[4]</sup>。

### 2.2.1 聚集

无人机的聚集行为是指无人机在运动过程中，会自发朝集群中心靠拢的行为。将集群中心设置为除本机外的集群中所有其他无人机位置的平均值：

$$c = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n P_{P_j} \quad (17)$$

将 $d_c$ 定义为以 $c$ 为球心的一个球体的半径。为实现聚集，只需将无人机保持在这个球体中，靠近其他集群成员。基于此无人机进行预测并更新其航向目标点 $P_H$ ，即：

$$\hat{P}_H = \frac{1}{2} (P_H - c) \quad (18)$$

考虑到UAV有巡航速度 $v_T$ ，最小速度 $v_{\min}$ 和最大速度 $v_{\max}$ ，单位均为m/s。当UAV在 $c$ 前面时，它以因子 $a_{\text{down}} < 1$ 减速，直到 $v$ 达到 $v_{\min}$ 。如果无人机在蜂群后面，它会以 $a_{\text{up}} > 1$ 因子加速，直到 $v$ 达到 $v_{\max}$ 。UAV分别以加速系数 $a_{\text{up}}$ 和减速系数 $a_{\text{down}}$ 进行加速和减速，直到 $v$ 达到 $v_T$ 以实现集群的聚集行为。

### 2.2.2 分散

无人机的分散行为是指在无人机聚集过程中为避免部分友机间隔太小甚至相撞而采取的一种保护措施，可以采用人工势场法实现。

为确保任一无人机 $i$ 与其友邻无人机保持一定的距离，判断距离自身最近的友邻无人机 $j$ 并测量距离 $d_j$ 。如果 $d_j < d_{\min}$ ，那么它就会使 $P_H$ 旋转一个角度 $\beta_T$ ，使其偏离 $P_H = P_{P_j} - P_P$ ，其计算方式类似于上面的机动模型，更新后的目标航向点为

$$\hat{P}_H = \hat{P}_H + P_H \cos(\beta_T) \left| P_H \right| + U_N \sin(\beta_T) \left| P_H \right| \quad (19)$$

## 2.3 无人机失效率模型

无人机在执行搜索任务过程中可能出现突发情况，导致任务失败，如被敌方的防空系统拦截、出现技术故障或由于交通事故出现碰撞等，为便于研究，统一用失效率 $\theta$ 表示。

假设无人机失效率 $\theta$ 为常数，则其失效时间服从随机参数为 $\theta$ 的指数分布，平均无故障工作时间为 $1/\theta$ 。使用MASON工具提供的指数分布生成器生成无人机的第一次失效时间(即无人机寿命周期)，在一次仿真中，当仿真时长超过该时间时认为无人机失效。

## 2.4 搜索行为模型

### 2.4.1 传感器探测模型

无人机在距地面一定高度的目标区域上空进行侦察探测，发现目标的能力与目标和传感器距离的立方成反比，即符合倒立方发现率<sup>[8]</sup>，其值取决于目标的环境对比度，目标几何尺寸，大气能见度，无人机飞行高度和速度，以及传感器的视场角、变焦倍数、分辨率等探测性能参数。

当无人机携带侦察载荷对目标区域进行连续侦察时，无人机发现目标时与目标间的距离 $S$ 是一个取值于 $[0, \infty]$ 的连续型随机变量，服从参数为 $\lambda$ 的指数分布。定义 $\lambda$ 为发现率， $1/\lambda$ 为无人机发现目标时与目标间的平均距离。

从算法实现上讲，使用MASON工具提供的指数分布生成器生成无人机的有效探测距离 $S$ 。当其与目标距离小于 $S$ 时发现目标，否则无法发现目标。仿真开始时，将交战空间中所有无人机与目标之间的关系存储在一个无向网络中，即 $\Psi$ 。基于这个数据结构，可以测量无人机 $i$ 距每个敌方目标 $j$ 的距离 $s_j$ ，如果 $s_j < S$ 就在一个新的有向网络 $\Gamma$ 中添加边，从节点 $i$ 到节点 $j$ 。

### 2.4.2 识别能力模型

由于偶然因素和无人机自身传感器的技术特性，无人机对目标的判断识别存在误差。定义 $q$

为正确识别出有价值目标的概率, 反映了无人机传感器和数据处理单元的敏感性, 由于敏感性的缺陷, 无人机可能将有价值目标识别为无价值目标, 以至于将其错过; 定义 $r$ 为正确识别出无价值目标、敌电子诱饵及已摧毁目标的概率, 反映了无人机传感器和数据处理单元的特异性, 由于特异性的缺陷, 无价值目标可能被错误识别为有价值目标, 然后被重复攻击浪费资源。

将无人机识别目标过程看作服从均匀分布的随机过程, 使用MASON提供的梅森随机数发生器产生一个随机变量, 当其大于无人机识别概率门限时, 认为成功识别目标, 否则错过目标。成功识别目标后, 在一个新的有向网络 $\Phi$ 中添加边, 从节点 $i$ 到节点 $j$ 。基于集群中的通信假设, 当集群中有无人机识别该目标时, 集群即可以识别该目标, 有效提高无人机识别目标能力。

#### 2.4.3 搜索策略模型

采用随机搜索策略, 即从搜索任务起点 $p_1$ 随机选定相邻边界上(逆时针方向)一点( $p_2$ )作为下一目标航向点; 当无人机到达任务边界区域后, 再次选择相邻边界上(逆时针方向)一点( $p_3$ )作为下一目标航向点; 以此类推, 如图4所示。

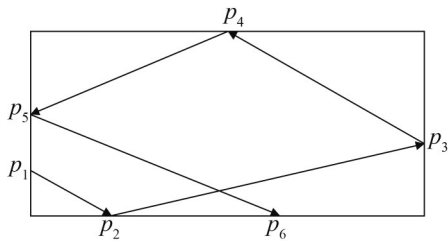


图4 无人机在随机搜索策略下运动轨迹

Fig. 4 Flight path schematic of UAV under random search strategy

#### 2.4.4 跟踪行为模型

无人机成功识别目标后, 基于有向网络 $\Lambda$ 判断是否有无人机对该目标进行跟踪, 若该目标已经被跟踪, 则无人机继续搜索目标; 若该目标没有被跟踪, 则在有向网络 $\Lambda$ 中添加边, 从节点 $i$ 到节点 $j$ ,

自身脱离集群, 将目标位置坐标设定为下一时刻的航向点 $P_H$ , 在目标上空盘旋对其进行跟踪锁定。即无人机以目标位置为中心, 以最佳跟踪距离 $s_L$ 为半径, 以巡航速度 $v_T$ 围绕目标进行圆周飞行。

### 3 集群自主决策行为模型的设计与实现

为使集群能够动态适应内部和外部环境变化, 高效地并行和分布式地执行复杂任务, 不受人类参与控制的限制, 采用自适应概率有限状态机模型, 构建了集群自主决策行为模型, 通过让每架无人机进行状态转换自主调整其行为, 从而使集群涌现不同行为特性<sup>[1]</sup>。

#### 3.1 概率有限状态机

在无人机集群搜索行为中, 使用基于概率的有限状态机<sup>[9]</sup>来实现自主决策和行为切换, 其状态转移概率不固定, 可能随时间而变化。

定义1: 将基于概率的有限状态机定义为一个多元数组。

$$M = \langle \Sigma, Q, P, \delta, \rho \rangle \quad (20)$$

式中:  $\Sigma$ 为基于环境激励的输入 $\alpha$ ;  $Q$ 为有限状态集合;  $P$ 为转移概率函数与 $\delta$ 对应;  $\delta$ 为状态转移, 即 $Q$ 状态在环境激励下转移到另一个状态;  $\rho$ 为响应门限集合。

基于概率的有限状态机方法从对仿真数据的分析中推断集群可能的行为, 为实现这种动态性, 采用了响应阈值函数来确定状态之间的转换。但是由于某些状态没有足够的支撑来作出智能决策选择, 模型中部分状态转换仍然依靠事件驱动, 即如果事件发生-且条件保持-执行行为。

响应阈值函数是S型的, 由状态转移概率 $P(t_x)$ 定义, 即

$$P(t_x) = \frac{1}{1 + e^{\mu(\eta - t_x)}} \quad (21)$$

式中:  $t_x$ 为使无人机 $x$ 向新状态转移的刺激 $t$ 的大小;  $\eta$ 为曲线沿 $x$ 轴的偏移;  $\mu$ 为曲线斜率。



响应门限函数  $\rho$  定义为

$$\lim_{\mu \rightarrow +\infty} (P(t_x)) = \lim_{\mu \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + e^{\mu(\rho - t_x)}} \begin{cases} 1, & \text{if } t_x \geq \rho \\ 0, & \text{if } t_x < \rho \end{cases} \quad (22)$$

### 3.2 无人机个体搜索状态集合

在基于多 Agent 系统的集群搜索任务中，要求无人机个体能够根据任务和环境信息进行自主决策，由此设计了无人机个体搜索状态集，且无人机个体行为满足如下要求<sup>[1]</sup>：

- (1) 无人机能够完成对特定目的区域的巡航搜索任务；
- (2) 无人机与友机能够保持安全距离，不掉队，不相撞；
- (3) 能够对目标实施跟踪和锁定，在友邻无人机失效时进行接替补位。

基于以上要求，将无人机的作战行为状态集合简单设计如下：

$$Q = \{A1, A2, A3, A4\} \quad (23)$$

式中：A1 为搜索状态；A2 为识别状态；A3 为跟踪状态；A4 为返航状态。

以上状态模式可以自主切换，以提高集群的抗打击、生存能力和搜索效能。如在搜索状态模式下，集群自动展开成横队进行搜索，搜索过程中有无人机失效，或有无人机发现目标进行跟踪时，其他无人机自动补位，形成相对稳定的队形结构。

图 5 中使用响应阈值转换函数的 3 个实例是：①搜索-识别；②识别-搜索；③识别-跟踪。转换①取决于无人机对目标的发现能力；转换②和③依赖于识别方法中的无人机识别出目标的能力。

### 3.3 目标优化分配算法

集群内无人机对目标的搜索、识别并发同步进行，各无人机完成搜索、识别判断后将感知信息在集群内进行信息融合。集群在成功识别出目标后，根据目标优化分配机制，适当分配无人机对目标实施跟踪。

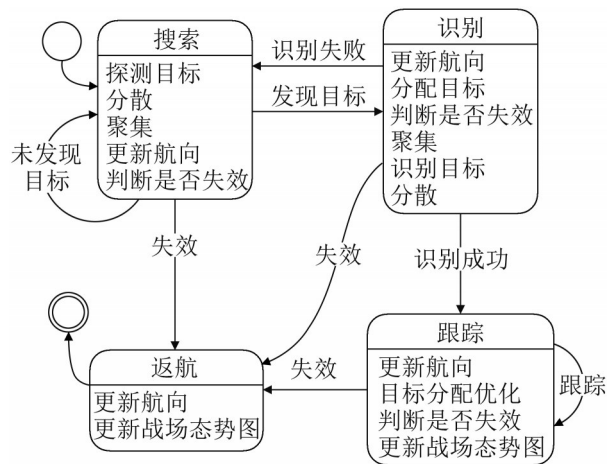


图 5 有限状态机状态转移示意图  
Fig. 5 State transfer diagram of finite state machine

本文基于无人机与目标的相对距离、位置和方位，构建了分布式的目标分配算法，通过在每个仿真时间步长内进行迭代，得出次优的目标分配方案。分布式的方法通过在各个节点无人机内并发执行，可以提高应对集群中某些节点故障的健壮性，有效地适应动态变化的网络结构。

假设无人机可以获得其友邻无人机探测到的目标信息，通过构建有向网络  $\Lambda$  来保持对已分配目标的跟踪。

定义期望目标代价函数：

$$g_{ij} = \frac{|P_{ij}|}{|v_i|} + \frac{|\gamma_{ij}|}{\alpha_{\max}} \quad (24)$$

式中： $P_{ij}$  为从当前无人机  $i$  到目标  $j$  的距离向量； $v_i$  为当前无人机  $i$  的速度； $\gamma_{ij}$  为无人机到目标的距离向量与当前速度的夹角，即  $P_{ij}$  与  $v_i$  的夹角，

定义最小目标代价函数：

$$g_{\min i} = \min (g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{in}) \quad (25)$$

其中， $g_{\min i}$  对应的目标  $j$  就是当前无人机  $i$  的优先目标，并在有向网络  $\Lambda$  中添加一个从  $i$  到  $j$  的边，根据交战规则，假设每个目标只分配一架无人机对其进行跟踪。

一旦为无人机分配需跟踪的目标后，无人机模式就会转变为跟踪模式，并脱离集群，不再遵循局部的聚集和分散行为，集群也会将该无人机

排除在涉及集群运动的考虑之外。

## 4 无人机集群作战使用威胁环境建模分析

从战术对策上考虑, 无人机执行作战任务所处的威胁环境通常包括物理攻击和电子对抗威胁, 常规反无人机作战方法主要有使用防空武器、定向能武器或激光武器等进行直接物理打击或摧毁其发射平台, 还有使用电磁武器及其他电子对抗系统对无人机进行干扰、欺骗、诱降、网络攻击等。

### 4.1 电子对抗威胁环境建模

由于集群中无人机间的通信采用间断式弱通信方式, 且无人机集群具有一定的自适应能力, 主要考虑电子对抗威胁即对导航信号的干扰及其对无人机综合探测系统的影响。

#### (1) 无人机GPS压制干扰模型

无人机导航通常采用GPS/INS系统, 但INS陀螺存在漂移误差, 需要通过GPS系统提供的位置和速度数据对其实时进行修正。当GPS导航信号被压制时, 无人机仅依靠INS独立导航, 就会由于误差累积, 随着飞行时间的增加, 使航线产生一定程度的偏移。

对无人机进行GPS压制干扰, 就是使用功率合成技术, 汇聚足够强的电子波束, 对无人机进行强干扰压制, 使其无法使用GPS进行定位。这就要求在目标无人机接收机端的干扰信号要强于GPS信号, 以使无人机无法截获、跟踪GPS信号。

在此使用压制系数来衡量对GPS接收机的干扰是否成功<sup>[10]</sup>。

$$S_0/J_0 = G_k/K_j L_s \quad (26)$$

式中:  $S_0$ 为接收机端的信号强度;  $J_0$ 为接收机端的干扰信号强度;  $G_k$ 为扩频处理增益;  $K_j$ 为压制系数(也称干扰容限);  $L_s$ 为系统损耗。

假设电子干扰系统使用全向天线对GPS进行干扰, 则干扰方程为

$$\frac{P_j G_j G_{j_i} R_t^2 L_s}{P_t G_t G_{t_i} R_j^2 G_k} \geq K_j \quad (27)$$

式中:  $P_j$ 为干扰机发射功率;  $P_t$ 为导航卫星发射功率;  $G_j$ 为干扰机天线增益;  $G_t$ 为导航卫星天线增益;  $G_{j_i}$ 为GPS接收机在干扰机方向上的增益;  $G_{t_i}$ 为GPS接收机在导航卫星方向上的增益;  $R_t$ 为导航卫星到GPS接收机之间的距离;  $R_j$ 为GPS接收机与干扰机之间的距离。

#### (2) 无人机探测能力影响模型

探测能力是无人机搜索发现目标、识别目标、定位目标、捕获目标并进行毁伤效果评估的能力。

针对无人机常用的多普勒雷达探测系统, 复杂对抗条件下, 其雷达接收端信干比可建模为

$$S/J = \frac{P_s}{P_N + P_{AJ}/D_{AJ} + P_{PJ}/D_{PJ}} \quad (28)$$

式中:  $P_s$ 为目标回波信号功率;  $P_N$ 为接收机噪声信号功率;  $P_{AJ}$ 为有源干扰信号功率;  $P_{PJ}$ 为无源干扰信号功率;  $D_{AJ}$ 为雷达抗有源干扰改善因子;  $D_{PJ}$ 为雷达抗无源干扰改善因子。

在复杂对抗环境中, 雷达虚警概率一定的条件下, 成功检测到目标概率可由经验公式计算<sup>[11]</sup>:

$$p_{dj} = e^{-\frac{4.75}{S/J}} \quad (29)$$

#### (3) 无人机的发现概率模型

根据雷达方程和热噪声功率计算模型, 雷达最大探测距离为<sup>[12]</sup>

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 R C S_U \lambda^2}{(4\pi)^3 k T_s B_n \zeta_{\min} L_s L_a} \right]^{\frac{1}{4}} F \quad (30)$$

式中:  $P_t$ 为雷达的发射功率;  $G$ 为天线功率增益;  $\lambda$ 为雷达工作波长, 为玻尔兹曼常数;  $R C S_U$ 为无人战斗机的雷达反射截面积;  $T_s$ 为雷达接收机系统噪声温度;  $B_n$ 为噪声带宽;  $L_s$ 为系统损耗因子;  $L_a$ 为大气损耗因子;  $F$ 为天线方向传播因子;  $\zeta_{\min}$ 为雷达系统最低可检测信噪比。

一般认为虚警概率一定时, 在  $R = R_{\max}$  处雷达对反射截面积为  $R C S_{0.5}$  的无人机成功检测概率

为 0.5。假定在式(30)中，除目标  $RCS_{0.5}$  和距离外其他参数不变，则对于反射截面积为  $RCS_{0.5}$  距离雷达  $R$  处的无人机在雷达接收机端产生的信噪比为

$$\xi = \xi_{0.5} \left( \frac{R_{\max}}{R} \right)^4 \frac{RCS_U}{RCS_{0.5}} \quad (31)$$

结合式(29):

$$p_d = e^{-4.75/\xi} \quad (32)$$

即可求得不同  $RCS_U$  和距离时无人机被雷达发现的概率。

### 4.2 物理攻击建模

采用常规火力进行物理攻击是当前反无人机作战中的常用方案。弹炮结合防空系统，采用双管联装，并配备先进的弹链或无弹链系统，以双路双向供弹系统使系统总射速可达 5 000 发/min。使用弹炮结合的防空系统，组成空中拦截火力打击网，将会对无人机搜索效果产生严重影响。

#### (1) 拦阻射击机制

拦阻射击采用未来空域窗防空射击方法，对无人机的运动轨迹进行简单预测，在其未来预测点附近建立一个拦阻区域，并向该区域发射足够的炮弹，进而达到较高的拦阻概率。

假设目标无人机  $U$  沿目标航路  $L$  做匀速直线运动，如图 6 所示。以理论命中点  $O$  为原点，过理论命中点  $O$  且垂直于弹头对目标无人机相对存速方向的平面定义为预测迎弹面<sup>[13]</sup>。

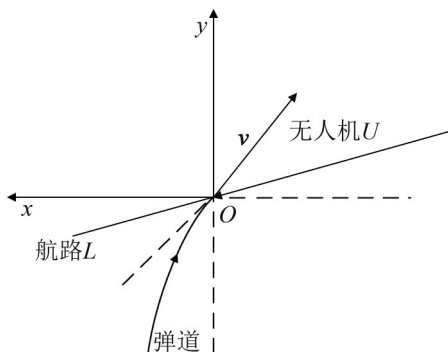


图 6 预测迎弹面示意图

Fig. 6 Schematic diagram for predicting impact surface

#### (2) 弹丸散布中心配置

弹丸散布中心的配置是影响火炮拦阻目标概率的一个重要因素。假设弹丸散布服从正态分布，按照绕圆分布来构建未来空域窗<sup>[13]</sup>。

以单层未来空域窗为例，在预测迎弹面内， $m$  个服从二维正态分布的弹丸散布中心为

$$M_i = (x_i, y_i)^T = \left( r \cos \frac{2\pi}{m} i, r \sin \frac{2\pi}{m} i \right)^T \quad (33)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

且  $M_i$  均匀配置在以坐标原点为中心，半径为  $r$  的圆周上。

弹炮结合防空系统每次点射发射 80 发炮弹，在预测迎弹面内构成 4 层空域窗。假设第  $i$  层空域窗内弹丸散布中心个数  $m_i = 8i$ ，各个散布中心均服从正态分布，均匀配置在以坐标原点为中心，半径为  $r_i = r \cdot i$  的圆周上，如图 7 所示。

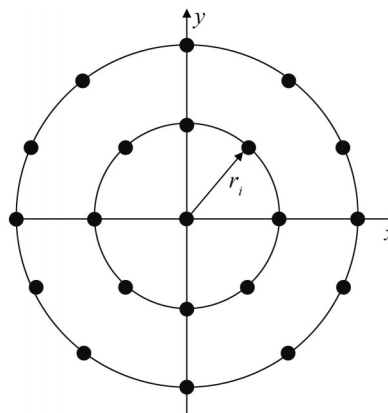


图 7 多层空域窗弹丸散布示意图

Fig. 7 Spread schematic diagram of multiple spatial window projectiles

#### (3) 误差分析

##### 1) 射击误差

由于武器系统射击诸元的误差和炮弹散布的随机性原因，炮弹弹着点对理论命中点存在误差  $X$ ，且服从二维正态分布，设其均值为 0，对应方差为  $\Sigma$ ，则  $X \sim N(0, \Sigma)$ 。

##### 2) 目标位置误差

由于测量误差、计算误差等原因，目标实际位置在理论命中点附近的分布服从独立的二维正

态分布, 即  $X_i \sim N(0, \Sigma_i)$ 。

### 3) 命中概率分析

以目标无人机位置为圆心, 做半径为  $r_i$  的等效圆, 假定只要有炮弹进入等效圆区域内, 则认为目标无人机被命中。即满足  $(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \leq r_i^2$ 。

## 5 算例分析

### 5.1 实验设置

将无人机集群配置在一个有界的目标区域 (20 km×20 km), 目标区域为城镇环境, 具有建筑物遮挡、巷道复杂、路径多样等特点, 且有敌方防空火力和电子干扰威胁, 战场态势具有动态性和不可预测性。区域内有8个移动目标, 城镇中心、高大建筑物密集区为目标重点分布区域, 城镇外围为目标分布的非重点区, 根据目标担负的使命任务, 或静止隐蔽或移动, 移动速度为8 m/s。使用20架无人机构成集群, 按随机搜索方式对该目标区域进行搜索。无人机性能参数如表1所示, 敌防空系统参数设定如表2所示, 交战过程中涉及的相关电子对抗参数如表3所示。

表1 无人机性能指标参数

Table 1 Table of UAV performance indicators parameters

巡航速度 $v_T/(m/s)$	最大速度 $v_{max}/(m/s)$	最小速度 $v_{min}/(m/s)$	最大转弯角 $\alpha_{max}/(^\circ/s)$	识别概率 $q/\%$	探测范围 $R/km$	失效率 $\theta/\%$	跟踪距离 $d$	无人机间隔 $G$
27	30	24	2	80	0.5	15	0.5R	2R

表2 敌弹炮结合防空系统武器参数

Table 2 Weapon parameters for enemy projectiles combined with air defense systems

导弹			防空火炮						展开时间	反应时间
数量 $N_m/\text{枚}$	射程 $R_m/km$	射高 $H_m/km$	口径 $C_b/mm$	基数 $N_b/\text{发}$	射速 $S_b/(\text{千发/s})$	射程 $R_b/km$	射高 $N_b/km$	毁伤半径 $r_b/m$	$t_{\text{deploy}}/\text{min}$	$t_{\text{react}}/s$
12	1~20	5~15	30	1 400	5	<4	<3	0.5	3~5	4~8

表3 电子对抗涉及的相关参数

Table 3 Related parameter involved in electronic countermeasures

无人机GPS接收端		干扰机			导航卫星		
天线增益 $G_g/dB$	系统损耗 $L_g/dB$	发射功率 $P_j/W$	天线增益 $G_j/dB$	高度 $R_l/km$	发射功率 $P_l/W$	天线增益 $G_l/dB$	
3	2	6	0	20 200	24	10	

### 5.1.1 仿真结束条件

(1) 所有目标均已被无人机跟踪锁定;

(2) 所有无人机都已处于跟踪锁定状态(由于敌防空拦截或无人机自身故障等原因, 无人机失效过多, 没有完成对所有目标跟踪锁定, 有效的无人机都已处于跟踪锁定状态)。

### 5.1.2 集群搜索效果评判指标

(1) 平均搜索时间期望, 即从任务开始到仿真结束的时间, 通过多次仿真取平均值;

(2) 平均发现目标数量百分比, 即完成跟踪的目标数量占目标总数的百分比, 并通过多次仿真取平均值。

### 5.1.3 数据收集

采用控制变量法, 通过调整无人机集群规模和性能参数变量, 即无人机集群规模、失效率、探测能力, 共设置180组无人机性能参数作为输入, 对不同无人机性能参数下的集群搜索进行仿真, 获取搜索效果, 包括完成侦察搜索平均时间、平均发现目标百分比, 对比研究集群与非集群搜索效果, 以及不同威胁环境下的搜索效果。



对每组仿真数据,采用蒙特卡罗随机仿真方法,即通过模拟集群搜索过程中的随机事件,使计算结果具有一定随机性,重复进行500次仿真,对500次仿真结果剔除奇异值后,求取平均值,作为一组输入参数对应的搜索效果,以尽量反映客观规律。完成整个仿真过程累积耗时约为3 h 12 min。

## 5.2 仿真结果与分析

### 5.2.1 集群规模对集群搜索效能的影响

改变无人机集群规模,其他参数参照算例描述,通过仿真计算,得到如图8所示的无人机集群规模对搜索效果的影响关系图。

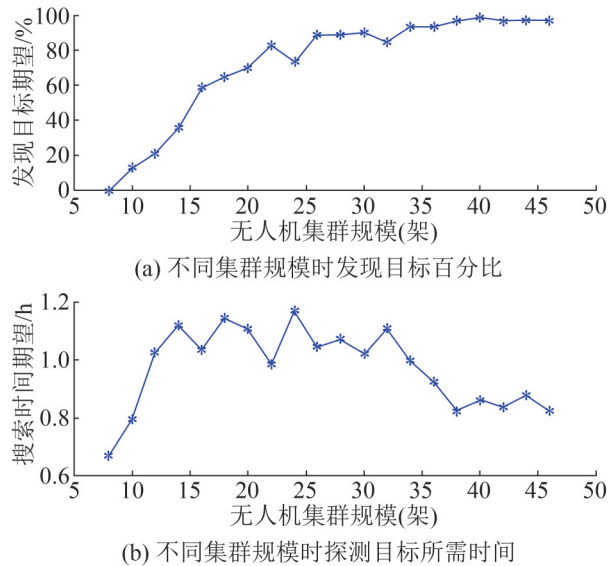


图8 不同集群规模时无人机集群搜索效果对比图  
Fig. 8 Search effect of UAV swarm in different swarm sizes

从图8可以看出,随着无人机集群规模的增加,无人机集群搜索的总体效能有上升的趋势,但是过程中存在较大的随机波动,分析原因主要是仿真过程本身即是采用蒙特卡罗方法对侦察过程进行模拟,过程本质带有随机性,另外无人机集群对目标的探测、识别及无人机自身的故障率都是服从相应分布的随机过程,因此仿真结果出现随机性和波动;搜索目标时间期望随无人机规模的增加而降低;当集群规模低于临界值时平均

发现目标百分比随集群规模变化明显,超过该临界点后发现目标百分比趋向于1。如图8所示,当集群规模达到20架时可基本完成搜索目标任务,规模达到30架时可较好完成搜索任务。

### 5.2.2 失效率对集群搜索的效能影响

改变无人机失效率,其他参数参照算例描述,通过仿真计算可得如图9所示的无人机失效率对无人机集群搜索效果的影响关系图。

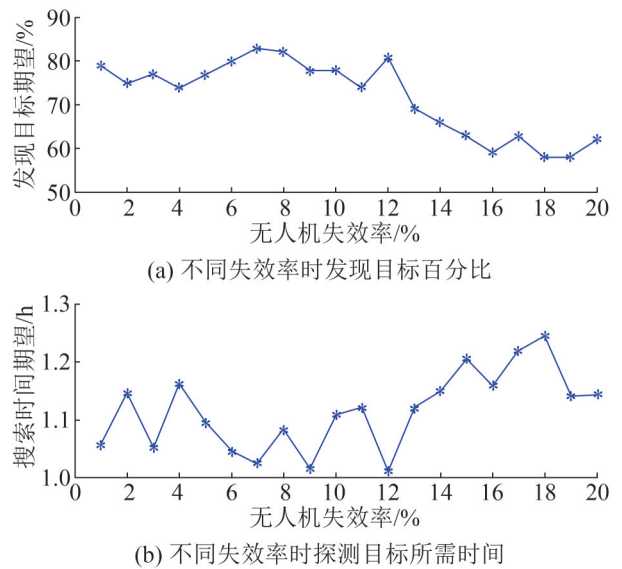


图9 无人机失效率对无人机集群搜索效果的影响关系图  
Fig. 9 Influence of failure rate on UAV swarm search effect

由图9可知,随着无人机失效率的增加,集群搜索效果明显降低。当无人机失效率较低时,由于集群中无人机可以互相协同配合,进行接替补位,集群可以较快完成搜索目标的任务。当失效率较高时,集群完成搜索所需要的时间更长,成功发现目标的期望百分比会显著下降,这是因为集群中无人机数量不足以满足搜索跟踪无人机的基本要求。该结果反映了一些客观规律,也为实际作战提供了数据支持和理论参考,对制定作战计划、选择合适的无人机集群,提高完成任务的能力具有重要意义。

### 5.2.3 集群与非集群搜索效能对比

为对比集群与非集群搜索效果,在集群搜索



模型基础上删去集群协同行为和协同感知能力以实现非集群搜索。改变集群规模和无人机失效率, 其他参数参照算例描述, 分别按照集群和非集群搜索仿真计算, 可得如图10所示的无人机集群非集群搜索效果对比图。

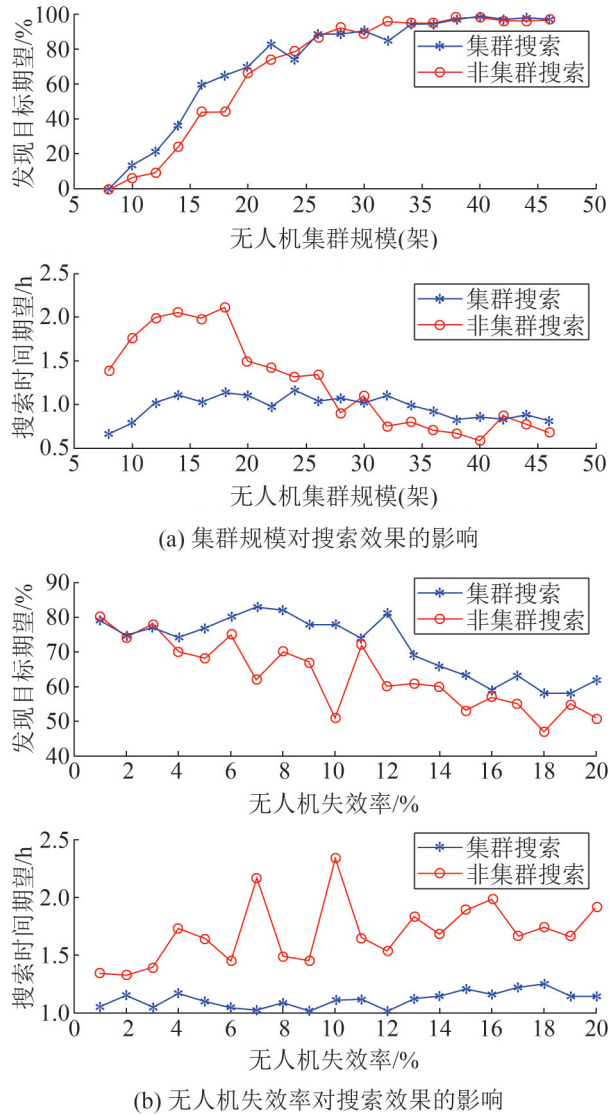


图10 集群和非集群搜索效果对比

Fig. 10 Effects of swarm and non-swarm search

无人机集群搜索, 即无人机间相互配合、共享目标信息, 有效增加了发现目标的能力, 集群搜索效果明显优于非集群搜索效果, 可以有效缩短集群搜索时间, 提高完成任务的可能性。分析原因, 集群可以有效发挥信息融合共享优势, 大大提高了无人机的发现、识别目标能力, 缩短了

搜索时间, 且有无人机失效时, 可以自主进行接替补位, 大大提升了无人机搜索效果。

当无人机失效率较低时, 集群搜索与非集群搜索效果差距不大, 都可满足搜索任务要求; 当失效率较高时, 集群搜索效果明显优于非集群搜索效果, 充分发挥了集群优势。但当集群规模较大时, 效果不再明显, 因为任务中由于无人机数量过大, 已经基本将搜索区域完全覆盖, 非集群搜索也可以完成任务。

由此可得, 通过集群方式, 将多架小型、低成本、功能弱、稳定性较差的无人机统一使用, 能有效弥补小型无人机探测能力的不足、降低作战成本、提高完成作战任务的可靠性, 通过无人机间的自组织协同配合、接替补位、信息共享等, 可以显著提高无人机的生存能力、探测能力和突防能力, 有效整合无人机资源, 发挥集群优势, 提升集群整体完成任务能力。

### 5.2.4 不同威胁环境下集群搜索效果对比

按照算例中变量描述, 改变敌对威胁强度, 即改变敌方电子干扰强度和敌弹炮结合防空系统的命中精度, 设置中等威胁环境和高度威胁环境2个威胁程度等级, 通过仿真可得如图11所示的不同威胁环境时集群搜索效果对比图。

从图11可以看出, 当敌对威胁程度增强时, 完成背景想定中搜索任务需付出更大代价, 需投入更大规模的无人机集群或投入更好性能的无人机装备构成集群。结果表明, 在威胁较强时, 仅通过提高装备性能对完成搜索任务的影响不大, 相反使用成本低廉的大量无人机构成集群, 可提高作战效能和搜索能力, 降低作战成本投入。

分析原因可知, 小型无人机集群体积小、飞行高度低, 能有效躲过敌雷达探测锁定; 数量众多使敌人防不胜防; 依靠自组织方式进行协同配合, 通过机间间断通信(弱通信), 使其具有一定自主决策能力, 较少受地面控制站干预指挥, 这就更提升了其不可小视的作战能力。

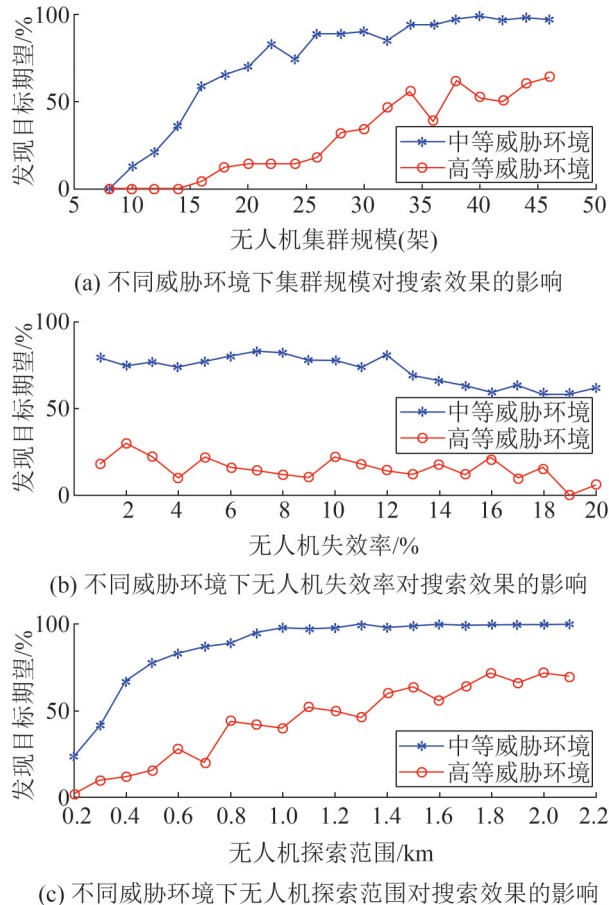


图 11 不同威胁环境下无人机集群搜索效果对比  
Fig. 11 Effects of swarm search in different threat environment

## 6 结论

本文基于复杂系统建模仿真工具，初步实现了无人机集群自组织搜索概念，构建了无人机集群行为模型，使用基于概率的有限状态机解决集群的自主决策问题，建模分析了无人机集群作战使用威胁环境，并结合算例对该仿真模型进行了验证分析。

该模型实现了对集群自组织搜索过程的建模分析，为研究过程中的动态影响因素、潜在影响因素提供了科学有效的方法，为集群自组织交战过程研究提供了实验平台，丰富了无人机集群作战建模理论，为无人机集群作战研究提供了很好的理论方法支撑。

但是，限于时间和精力原因文中很多内容还

有待完善。如集群行为模型还需进一步精细化设计，集群规则设计还需进一步补充完善，集群中无人机的机动模型、传感器探测模型、跟踪行为模型等还需进一步深化研究。基于现有的成熟智能算法，使集群对任务环境进行机器学习，进行智能决策，进而提高无人机集群在复杂作战环境中的生存能力，提高其完成复杂任务的能力，也将是一个亟需关注的重要课题。

## 参考文献:

- [1] 李坎, 黄谦. 无人战斗机群自主作战效能分析[J]. 火力与指挥控制, 2019, 44(9): 92-97.  
Li Kan, Huang Qian. Effectiveness Analysis on Self-Operational UCAVs[J]. Fire Control & Command Contro, 2019, 44(9): 92-97.
- [2] Kurdi H, Megren S A, Toumi K Y, et al. Bee-Inspired Task Allocation Algorithm for Multi-UAV Search and Rescue Missions[J]. International Journal of Bio-Inspired Computation(S1758-0366), 2020, 16(4): 252.
- [3] Ni J, Tang G, Mo Z, et al. An Improved Potential Game Theory Based Method for Multi-UAV Cooperative Search[J]. IEEE Access(S1945-8711), 2020(99): 1. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2978853
- [4] 罗德林, 张海洋, 谢荣增, 等. 基于多agent系统的大规模无人机集群对抗[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(11): 1498-1504.  
Luo Delin, Zhang Haiyang, Xie Rongzeng, et al. Unmanned Aerial Vehicles Swarm Conflict Based on Multi-Agent System[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(11): 1498-1504.
- [5] Gaertner U. UAV Swarm Tactics: An Agent-Based Simulation and Markov Process Analysis[D]. California, USA: Naval Postgraduate School, 2013: 11-33.
- [6] 陈忠. 现代系统科学学[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 2005: 59-93.  
Chen Zhong. Modern Systems Science[M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Literature Publishing House, 2005: 59-93.
- [7] Luke S. Multiagent Simulation and the MASON Library [J]. Philosophy & Public Affairs(S0048-3915), 2011, 26 (26): 210-258.
- [8] 瓦格纳, 迈兰德, 森德, 等. 海军运筹分析 [M]. 3版. 姜青山, 郑保华, 译. 北京: 国防工业出版社, 2008.  
Wagner D H, Mylander W C, Sanders T J, et al. Naval Operations Analysis[M]. 3rd ed. Beijing: National Defence Industry Press, 2008.

- [9] Vidal E, Thollard F, Higuera C D L, et al. Probabilistic Finite-State Machines-Part II[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence(S0162-8828), 2005, 27(7): 1026-1039. DOI: 10.1109/tpami.2005.148
- [10] 吴长柯, 侯强. 无人机GNSS诱骗与反诱骗技术论述[J]. 全球定位系统, 2020, 45(3): 37-40.  
Wu Changke, Hou Qiang. Discussion on UAV GNSS Decoy and Anti-Decoy Technology [J]. Global Positioning System, 2020, 45(3): 37-40.
- [11] 贺平. 雷达对抗原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016: 103-120.  
He Ping. The Principle of Radar Countermeasures [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2016: 103-120.
- [12] David L Adamy. EW104: 应对新一代威胁的电子战[M]. 朱松, 王燕, 常晋聘, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2017: 77-103.  
David L Adamy. EW104: EW Against a New Generation of Threats[M]. Zhu Song, Wang Yan, Chang Jindan, et al Translated. Beijing: Electronic Industry Press, 2017: 77-103.
- [13] 孟凡东, 单甘霖, 段修生. 高炮空域窗射击弹丸散布中心配置方法[J]. 现代防御技术, 2018, 46(1): 35-40.  
Meng Fandong, Shan Ganlin, Duan Xiusheng. Configuration Method of Projectile Dispersion Center of Antiaircraft Future Airspace Window Shooting[J]. Modern Defense Technology, 2018, 46(1): 35-40.