

7-20-2022

## Joint Shift Scheduling Method for Call Center with Mechanism of Delay Information

Miao Yu

*1.School of Management, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;, yumiao1213@126.com*

Manru Li

*2.China Mobile's Liaoning branch, Anshan 114001, China;*

Yu Zhao

*1.School of Management, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Joint Shift Scheduling Method for Call Center with Mechanism of Delay Information

### Abstract

**Abstract:** A joint shift scheduling method is studied for call center with delay information. *According to the queue model of call center with delay information, the influence rule of the customer's patience and abandonment behavior is addressed, and a mechanism of delay information is proposed to estimate the waiting time of customers.* Considering the influence of non-stationary arrival and other factors, the scheduling model of the call centers is established by the discrete Event-Scheduling approach. Based on the proposed evaluation method of delay information, *the joint shift scheduling method by simulation optimization is designed to solve the scheduling problem with improved genetic algorithm.* Based on the actual operation data of a call center, a comparative analysis with the traditional two-stage method is conducted to verify the superiority and significant application value of the proposed method for solving the scheduling problem.

### Keywords

delay information, simulation optimization, two-stages method, joint scheduling method, improved genetic algorithm

### Recommended Citation

Miao Yu, Manru Li, Yu Zhao. Joint Shift Scheduling Method for Call Center with Mechanism of Delay Information[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(7): 1651-1661.

## 考虑等待提示机制的呼叫中心联合排班方法

于淼<sup>1</sup>, 李曼茹<sup>2</sup>, 赵愈<sup>1</sup>

(1. 沈阳建筑大学 管理学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 中国移动通信集团辽宁有限公司, 辽宁 鞍山 114001)

**摘要:** 针对带有等待提示的呼叫中心进行联合排班方法研究, 针对带等待提示的呼叫排队模型, 根据顾客耐心及其放弃行为的影响规律, 预测顾客等待时间, 从而建立呼叫中心等待提示机制; 考虑非平稳到达等因素的影响, 结合等待提示的评估方法, 利用离散事件调度法建立呼叫中心排班模型, 提出基于改进遗传算法的联合排班方法。依据某呼叫中心的实际数据, 与传统的两阶段方法进行对比分析, 从而验证所提出方法对于解决排班问题的优越性及显著的应用价值。

**关键词:** 等待提示; 仿真优化; 两阶段排班; 联合排班; 改进遗传算法

中图分类号: N945; O224; TP391 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2022)07-1651-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0273

## Joint Shift Scheduling Method for Call Center with Mechanism of Delay Information

Yu Miao<sup>1</sup>, Li Manru<sup>2</sup>, Zhao Yu<sup>1</sup>

(1. School of Management, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China; 2. China Mobile's Liaoning branch, Anshan 114001, China)

**Abstract:** A joint shift scheduling method is studied for call center with delay information. According to the queue model of call center with delay information, the influence rule of the customer's patience and abandonment behavior is addressed, and a mechanism of delay information is proposed to estimate the waiting time of customers. Considering the influence of non-stationary arrival and other factors, the scheduling model of the call centers is established by the discrete Event-Scheduling approach. Based on the proposed evaluation method of delay information, the joint shift scheduling method by simulation optimization is designed to solve the scheduling problem with improved genetic algorithm. Based on the actual operation data of a call center, a comparative analysis with the traditional two-stage method is conducted to verify the superiority and significant application value of the proposed method for solving the scheduling problem.

**Keywords:** delay information; simulation optimization; two-stages method; joint scheduling method; improved genetic algorithm

## 引言

高效合理的配置坐席服务人员及排班一直是呼叫中心管理领域的研究热点问题<sup>[1-2]</sup>。当前以智能化平台为基础的大规模呼叫中心运营管理机制已被顾客广泛接受, 有效地提高了运营效率, 同时极大地增加了排班的难度。合理的排班方法需要充分依据

呼叫中心运营管理机制, 同时兼顾呼叫中心的运作效率与质量进行决策<sup>[3]</sup>。传统的排队理论用以解决考虑单一顾客行为的呼叫中心运作问题, 通常以指数分布的顾客耐心假设为基础, 然而对于复杂的呼叫中心模型, 如近年来热门的带提示时间的排队论研究、重拨行为以及多技能呼叫中心, 利用排队方法求解的局限性越来越明显<sup>[4]</sup>。仿真技术的出现解决了

收稿日期: 2021-03-31

修回日期: 2021-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(71701137); 辽宁省自然科学基金(2019-ZD-0296); 辽宁省教育厅青年科技人才育苗项目(lnqn202029)

第一作者: 于淼(1987-), 女, 博士, 副教授, 研究方向为服务运作管理, 排队优化。E-mail: yumiao1213@126.com

复杂呼叫中心的管理(排班)研究问题,该技术通过随机试验的样本均值近似待优化的度量指标。Atlason等<sup>[5]</sup>利用仿真方法获得系统服务水平,进而通过切平面方法优化求解。李曼茹<sup>[6]</sup>在考虑多种顾客行为因素下,通过仿真优化方法求解大规模呼叫中心的排班问题。结合复杂呼叫中心背景,利用仿真优化技术对带有等待提示及多种顾客行为影响的排班问题进行研究。

呼叫中心排班是一个复合型问题,可以分为两阶段排班和联合排班。两阶段排班的实质是一个集合覆盖问题<sup>[7-8]</sup>,Thompson<sup>[9]</sup>以系统的服务水平为约束,采用集合覆盖模型求解排班问题。以上研究的两阶段排队模型可以提供科学依据,但当班次矩阵规模比较大的情况下,难以获得最优解<sup>[10]</sup>。因此,近年来联合排班方法成为解决复杂呼叫中心排班问题的趋势性方法,该方法同时考虑人员配置和调度问题。联合排班方法没有对不同时间段进行阶段划分,有效兼顾了不同时间段的动态影响,同样地通过优化算法产生班次法案<sup>[11-12]</sup>。目前联合排班方法是求解大规模复杂呼叫中心运营排班的有效方法,与传统的两阶段排班方法相比,联合排班方法考虑了不同时段时间相互间的复杂影响,增加了原本的静态近似排班问题的随机性及复杂性,进而增加高效解决复杂呼

叫中心排班问题的困难。

在高质量服务管理需求下,等待信息提示的运营模式被许多服务行业所应用。该模式基于排队服务系统中顾客等待时间与心理偏好的关联规律<sup>[13]</sup>,从而实施的高效且经济的运营方法,该模式下的管理决策问题亦是当前研究的热点<sup>[14-15]</sup>。本文以等待提示运作服务机制为背景,建立考虑多种顾客行为的M/M/N+N排队模型,通过顾客心理分析考虑等待时间对顾客行为的影响,同时以改进遗传算法作为仿真优化算法,设计了该等待提示运作管理机制下的联合排班方法,并且验证了该算法的有效性与适用性。然后,利用线性规划和仿真优化给出了两阶段排班的求解方法,与基于改进遗传算法的联合排班方法进行对比,分析了两者的各自优点以及局限性,说明联合排班方法在解决复杂呼叫中心运营问题中更能兼顾质量与效率。

## 1 提示时间评估方法

本文以多服务台呼叫中心的M/M/N+N排队模型为背景,顾客到达过程服从参数为 $\lambda$ 的泊松到达过程,坐席人员数 $s$ ,顾客的服务时间服从为 $\mu$ 的指数分布, $n$ 为等待服务队列中的顾客数( $n \geq 0$ )。顾客初始的耐心等待时间为 $T$ ,假设该时间服从为 $\gamma$ 的指数分布。该系统排队服务流程如图1所示。

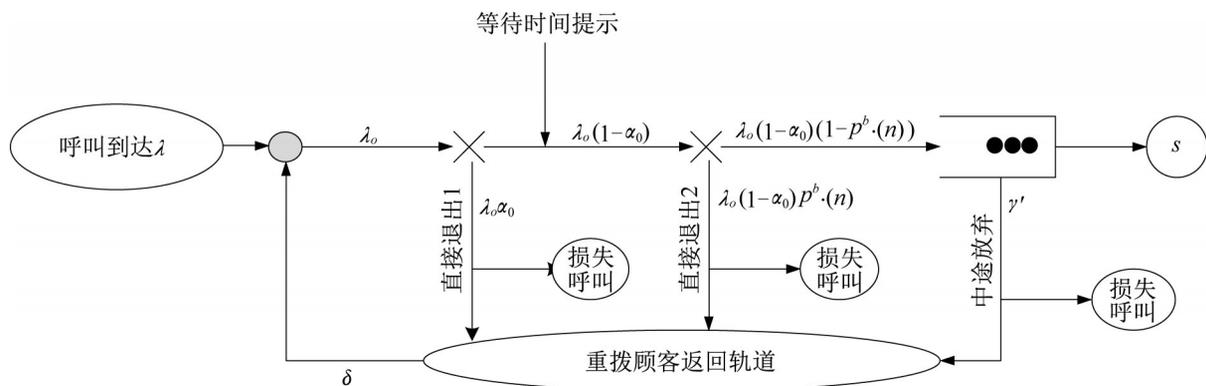


图1 等待提示机制下呼叫中心服务流程

Fig. 1 Service process of call center with delay information

当顾客到达时,如果呼叫中心等待队列中存在空闲的坐席人员,则该顾客获得服务无需等待。

否则,该顾客需要面临直接退出选择:“直接退出1”,退出概率为 $\alpha_0$ ,该部分顾客为“极端不耐烦

顾客”, 且将有比例  $\tau$  选择重拨, 假设“极端不耐烦顾客”重拨返回时间服从为  $\delta$  的指数分布; “直接退出 2”, 上部分退出的剩余顾客选择获取需要等待时间的信息提示, 当顾客获得提示等待排队的时间大于其初始的耐心  $T$  时, 该部分顾客则选择“直接退出 2”, 概率为  $p^b(n)$ , “直接退出 2”为呼叫中心等待提示可以控制概率, 假设“直接退出 2”顾客具有相同的比例  $\tau$  选择重拨, 同样地返回时间服务  $\delta$  的指数分布。没有直接退出的顾客由于初始耐心时间大于提示时间, 进入队列等待, 产生新的耐心时间为  $T'$ , 假设  $T'$  近似服从  $\gamma'$  的指数分布; 如果进入队列的顾客根据其新的耐心  $T'$  在等待一段时间后放弃, 称为“中途行为”, 假设中途放弃顾客选择重拨比例为  $p$ , 且返回时间服从参数为  $\delta$  的指数分布。因此, 实际进入队列中的顾客由首次呼叫和重拨顾客共同组成, 记为  $\lambda_0$ 。

针对以上给出的呼叫中心排队场景, 预测顾客等待时间及设定提示策略。定义顾客虚拟等待时间为  $D$ , 表示被提示等待的顾客具有无限大的耐心时间, 顾客实际时间  $W$  在虚拟等待时间与耐心值取最小值<sup>[2]</sup>, 因此

$$W = \min\{D, T\} \tag{1}$$

当系统的等待队列中的顾客数为  $n$  时, 此时系统新到达的顾客虚拟等待时间为  $D_n$  和提示给顾客的等待时间为  $d_n$ 。此时, 由提示信息产生“直接退出 2”概率  $p^b(n)$ , 本质上是由于顾客初始耐心时间与系统提示时间进行比较产生, 因此有:

$$p^b(n) = P(T < d_n) \tag{2}$$

通过排队过程分析获取  $D_n$  和  $d_n$  之间关联, 从而近似出需设定的提示时间结果。虚拟等待时间  $D_n$  作为新更新顾客耐心  $\gamma'$  影响下的变量, 是从状态  $s + n + 1$  到达吸收态  $s$  的等待时间, 并且  $D_n$  的分布是参数为  $s\mu, s\mu + 2\gamma', \dots, s\mu + \gamma\theta'$  的  $n + 1$  个独立同指数分布的卷积, 因此有

$$E(D_n) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{s\mu + i\gamma'} \tag{3}$$

为了体现该系统等待提示机制的均衡性, 将提示时间  $d_n$  选定为近似的平均等待时间  $E(D_n)$ , 其随着顾客在队列中的位置的变化而变化, 因此获得队列中每个顾客的相应等待提示为

$$d_n = E(D_n) \tag{4}$$

因此, 获得顾客初始耐心时间  $T$  与更新耐心时间  $T'$  的关联, 以及获得含有更新顾客耐心  $\gamma'$  的提示时间表达式, 即顾客等待提示时间  $d_n$  的表达仅含有唯一的变量  $\gamma'$ 。在进行排班模型建立之前, 需要求解变量  $\gamma'$  进行等待时间的评估。因此, 利用文献[2]的一类马尔科夫近似方法进行  $\gamma'$  的求解。

依据以上系统评估的排队近似方法, 可以确定该排队系统的提示顾客等待时间, 然而当系统考虑非平稳的时变到达等因素的影响时, 利用该排队近似方法直接地获取相应的稳态性能指标。因此, 采用系统仿真方法考虑等待时间提示排队系统, 并且求解以服务水平(服务率)为约束的性能指标, 从而用于排班优化, 具体的服务率定义如下:

定义 1 接受服务概率  $p^s$ : 顾客获取服务的概率:

$$p^s = \frac{n_s}{\lambda_0} \tag{5}$$

式中:  $n_s$  为最后得到服务顾客数。

## 2 排班模型

针对以上提出的带等待时间提示机制的呼叫中心服务系统, 目标是在保证服务水平的前提下, 确定排班的班次策略, 使得呼叫中心的人力成本最低。采用的呼叫中心运营时间从 09:00—21:00, 结合 Atlason<sup>[5]</sup>和 Inglofsson<sup>[11]</sup>的两种类型 4 班次和 6 班次方案, 同时增加设计了 10 个班次方案, 即采取 3 种类型班次方案。第三类设计的 10 班次方案为主要结合经典的 4 班次和 6 班次方案, 可行班次如表 1 所示, 坐席人员可选择上述两类综合班次中的一个时段安排进行工作。

表1 可行班次  
Table 1 Feasible shift scheduling

班次	工作时间	班次	工作时间
1	09:00—12:00, 13:00—16:00	6	14:00—17:00, 18:00—21:00
2	10:00—13:00, 14:00—17:00	7	09:00—13:00, 14:00—18:00
3	11:00—14:00, 15:00—18:00	8	10:00—14:00, 15:00—19:00
4	12:00—15:00, 16:00—19:00	9	11:00—15:00, 16:00—20:00
5	13:00—16:00, 17:00—20:00	10	12:00—16:00, 17:00—21:00

采用集合覆盖模型如式(6)和(7), 定义  $K = \{k_i | 1 \leq i \leq m\}$  与  $T = \{t_p | 1 \leq p \leq u\}$  分别为班次集合与时段集合, 若班次  $k_i$  覆盖时段  $t_p$ , 记作  $k_i \supseteq t_p$ , 建立排班模型如下

$$\begin{aligned} \min & \sum_{k_i \in K} x_i \\ \text{s.t.} & \sum_{k_i \in K} a_{pi} x_i \geq 1, \forall t_p \in T \\ & p_s(t_p) \geq \ell \\ & x_i \in Z^*, \forall k_i \in K \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $x_i$  为工作于班次  $k_i$  的坐席服务人员数目;  $Z^*$  为某非负整数集合, 定义  $a_{pi}$  为

$$a_{pi} = \begin{cases} 1, & \text{如果 } k_i \supseteq t_p, k_i \in K, t_p \in T \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $p_s(t_p)$  为时段接受服务的概率;  $\ell$  为接受服务的概率的约束值。

### 3 排班优化方法

基于以上提出的班次覆盖的基准模型, 分别用于两阶段与联合方法的优化排班, 并且针对具体优化方法进行相应变形处理。

#### 3.1 两阶段方法

两阶段方法利用平稳独立 (stationary independent period by period, SIPP) 假设, 在各个排班时段内, 顾客到达过程平稳且相互独立。通过 SIPP 假设, 两阶段方法首先针对单个时段, 计算该时段内满足目标服务水平所需的最少坐席人员数; 然后进行班次方案求解。即人力配置求解目标是满足任意  $t_p$  时段  $p_s(t_p) \geq \ell$  的条件下的最少坐席服务人员数, 模型如式(8)所示。

$$\begin{aligned} \min & b_p \\ \text{s.t.} & p_s(t_p) \geq \ell \end{aligned} \quad (8)$$

式中:  $b_p$  为时段  $t_p$  的最低坐席人员数目, 算法流程图如图2所示。

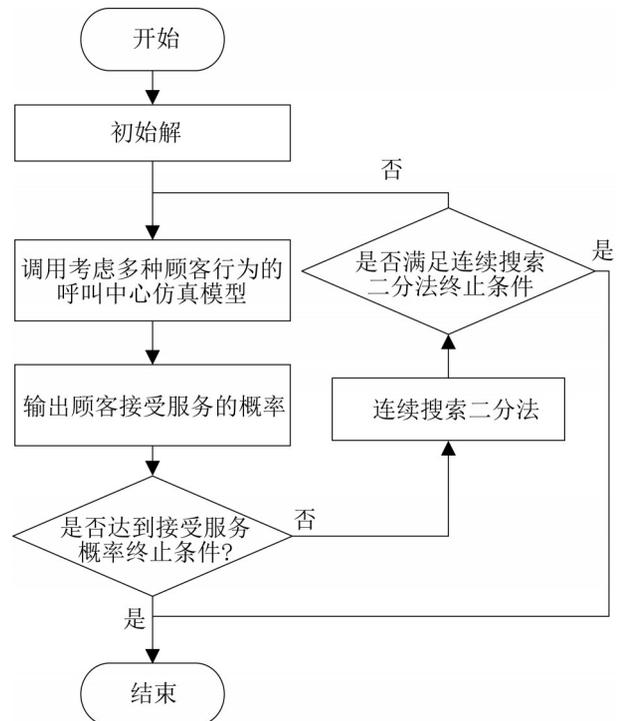


图2 人员配置算法流程图

Fig. 2 Algorithm chart of staffing

班次配置求解采用上节提出的集合覆盖模型, 每个时段安排的人员需要满足时段  $t_p$  的最低人力水平值, 定义  $K = \{k_i | 1 \leq i \leq m\}$  为班次集合,  $T = \{t_p | 1 \leq p \leq u\}$  为时段集合, 若班次  $k_i$  覆盖时段  $t_p$ , 记作  $k_i \supseteq t_p$ , 定义参照式(6), 班次方案的求解如式(9):

$$\begin{aligned} \min & \sum_{k_i \in K} x_i \\ \text{s.t.} & \sum_{k_i \in K} a_{pi} x_i \geq b_p, \forall t_p \in T \\ & x_i \in Z^*, \forall k_i \in K \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $x_i$  为工作于班次  $k_i$  的坐席服务人员数;  $Z^*$  为某非负整数集合。

两阶段方法假设在各时段内顾客到达过程是平稳的, 因而用稳态仿真的结果代替终态仿真结果; 又假设不同时段之间的到达过程是相互独立, 从而不考虑上一个时段等待队列对当前时段服务水平的影响。因此上述假设不符合现实场景, 两阶段排班求解的班次可能出现不满足约束情况。

### 3.2 基于改进遗传算法的联合排班优化设计

由于两阶段排班的局限性, 提出联合排班方法, 充分考虑上一个时段等待队列对当前时段服务水平的影响。联合排班采用终态模型模拟时变到达的  $M/M/N + N$  排队模型, 联合考虑班次方案与系统服务水平, 更加符合现实场景。

联合排班优化模型如式(6)和(7), 本节提出基于改进遗传算法的优化方法求解联合排班模型: 首先, 参数初使化, 随机产生初始种群, 即班次方案  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i$  为第  $i$  个班次的坐席服务人员数; 其次, 以初始种群作为父代, 调用时变终态仿真模型计算种群中个体的适应值; 然后, 进行选择、交叉、变异, 对不满足约束的父代个体进行修复, 在修复过的个体中选出  $s$  个精英个体, 用以替换变异后  $n$  个个体中最差的  $s$  个个体形成子代。若满足迭代终止条件, 停止计算, 获得计算结果; 否则, 将子代作为父代, 重复上述步骤, 直至迭代终止条件满足, 算法流程如图 3 所示。

#### (1) 轮盘赌选择

设群体大小为  $N$ , 个体  $x_i$  的适应度为  $f(x_i)$ , 则个体  $x_i$  的选择概率如下

$$P(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_{j=1}^N f(x_j)} \quad (10)$$

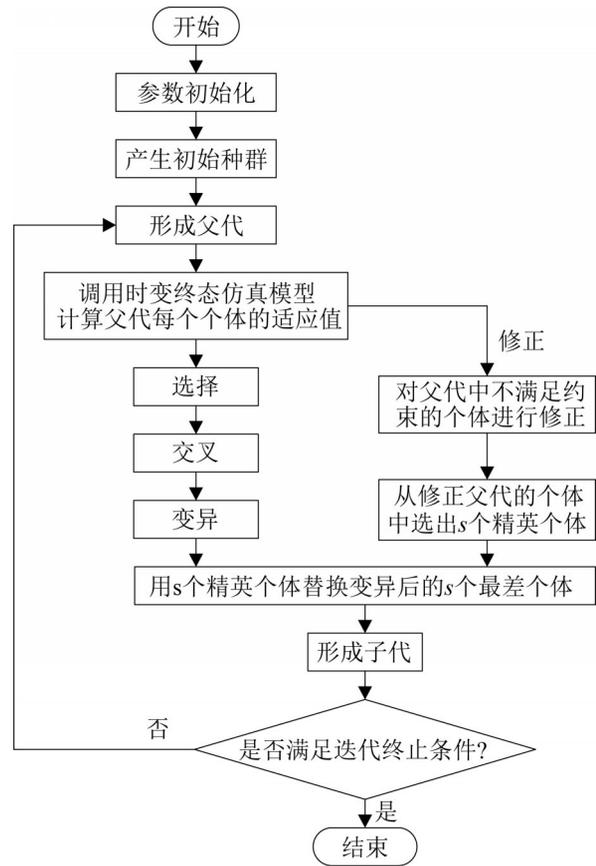


图 3 改进遗传算法流程图  
Fig. 3 Improved genetic algorithm chart

在  $[0, 1]$  内产生一个随机数  $r$ , 若  $r \leq q_1$ , 则染色体  $x_1$  被选中; 若  $q_{k-1} < r \leq q_k (2 \leq k \leq N)$ , 则染色体  $x_k$  被选中,  $q_i$  称为染色体  $x_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的积累概率, 计算公式为

$$q_i = \sum_{j=1}^i P(x_j) \quad (11)$$

#### (2) 适应度函数计算

本模型约束为  $p_s(t_p) \geq \ell$ , 通过服务水平评价模块求解所有时段满足约束的最小服务率  $p_{\min}^s$ , 即  $p_{\min}^s \geq \ell$ 。

本模型的适值函数如式(12), (13)所示,  $\bar{\lambda}$  为顾客的平均到达率。

$$\text{eval}(X) = -\left(\sum_{k_i \in K} x_i + p(X)\right) \quad (12)$$

$$p(X) = \begin{cases} 0, & \text{if } (p_{\min}^s \geq \ell) \\ (\sum_{k_i \in K} x_i + 100\bar{\lambda})(l - p_{\min}^s), & \text{else} \end{cases} \quad (13)$$

当最低接受服务率  $p_{\min}^s$  满足约束条件，适值函数选取目标函数的负数；反之，则选取  $(l - p_{\min}^s)$  与  $(\sum_{k_i \in K} x_i + 100\bar{\lambda})$  的乘积作为罚值，从而保证选择策略中以较大概率选取可行解。

### (3) 交叉

通过选择将第  $i$  个个体与第  $j$  个个体进行配对，同时有<sup>[16]</sup>

$$\text{eval}(X_i^{(0)}) > \text{eval}(X_j^{(0)}) \quad (14)$$

则按式(15)产生一个子代个体

$$X_j^{(1)} = \gamma X_j^{(0)} + (1 - \gamma) X_i^{(0)} \quad (15)$$

其中，

$$\gamma = \frac{\text{eval}(X_i^{(0)})}{\text{eval}(X_i^{(0)}) + \text{eval}(X_j^{(0)})} \quad (16)$$

再求  $X_j^{(1)}$  关于  $X_i^{(0)}$  的映射点  $X_i^{(1)}$ ，即

$$X_i^{(1)} = X_i^{(0)} + \lambda(X_j^{(1)} - X_i^{(0)}) \quad (17)$$

式中： $\lambda$ 为映射系数，一般可取大于0的数。

若  $X_i^{(1)}$  或  $X_j^{(1)}$  不满足约束边界，则将  $X_i^{(1)}$  或  $X_j^{(1)}$  设为邻近边界值。

### (4) 变异

设  $a_i$  和  $b_i$  分别为变量  $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$  的上下限， $X_i^{(1)}$  是交叉后产生的第  $i$  个个体<sup>[16]</sup>：

$$X_i^{(1)} = (x_{i1}^{(1)}, x_{i2}^{(1)}, \dots, x_{im}^{(1)}), \quad i \in 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

种群中第  $i$  个个体按式(19)进行变异

$$x_{ij}^{(1)} = \begin{cases} x_{ij}^{(1)} + r_{ij}(b_j - x_{ij}^{(1)}), & r_{ij} > 0.5 \\ x_{ij}^{(1)} - r_{ij}(x_{ij}^{(1)} - a_j), & r_{ij} < 0.5 \\ 0.5x_{ij}^{(1)} + 0.25(b_j + a_j), & r_{ij} = 0.5 \end{cases} \quad (19)$$

式中： $r_{ij}$ 为0~1间的随机数。

### (5) 修复

在排班过程中，每次迭代产生大量不可行解，从而降低了算法的收敛速度。因此本问题提出—

类针对排班模型的修复方法。设  $X_i^{(0)}$  表示父代的第  $i$  个个体

$$X_i^{(0)} = (x_{i1}^{(0)}, x_{i2}^{(0)}, \dots, x_{im}^{(0)}), \quad i \in 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

式中： $x_{ij}^{(0)}$ 为第  $i$  个个体  $j$  时段的人员数目。

设  $Y_i^{(0)}$  表示  $X_i^{(0)}$  经过仿真后得到的服务率

$$Y_i^{(0)} = (y_{i1}^{(0)}, y_{i2}^{(0)}, \dots, y_{im}^{(0)}), \quad i \in 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

式中： $y_{ij}^{(0)}$ 为仿真后第  $i$  个个体  $j$  时段的服务率，由于本文  $x_{ij}^{(0)}$  与  $y_{ij}^{(0)}$  之间的关联性，提高  $x_{ij}^{(0)}$  则  $y_{ij}^{(0)}$  随之提高，若  $x_{i1}^{(0)}, x_{i2}^{(0)}, \dots, x_{im}^{(0)}$  中有不可行解，则从  $y_{i1}^{(0)}, y_{i2}^{(0)}, \dots, y_{im}^{(0)}$  中选取最小的  $y_{id}^{(0)}$  对应找出  $x_{id}^{(0)}$ ，对  $x_{id}^{(0)}$  进行修复

$$x_{id}^{(2)} = \text{random}(\text{最大服务人员数}) \quad (22)$$

以上通过修复过程提高种群中可行解比重，从而加快遗传算法收敛速度。

## 4 算法实验及结果分析

### 4.1 实验数据

采用 C++ 实现仿真程序，运行环境为 Microsoft Visual Studio 2018 开发环境。联合排班采用仿真优化技术，建立基于终态仿真的呼叫中心仿真优化模型，仿真结果基于终态仿真重复运行 500 次所取平均值。

实验参数设计基于某匿名银行四月份的历史数据，其中：到达率的单位时间设置为分钟，截取该银行四月份每天 09:00—21:00 数据，获得银行的单位时段到达分布，由此设计组实验平均到达率为 3-15，如图 4 所示。其他全局实验参数设置，如表 2 所示。

### 4.2 算法对比实验

选取  $\bar{\lambda} = 5$  的 4 个班次、6 个班次、10 个班次的改进遗传算法的实验数据与传统的基本遗传算法进行对比，用以验证提出算法的有效性。改进遗传算法与传统遗传算法的收敛对比如图 5~7 所

示: 4 个班次中, 基本遗传算法和改进遗传算法的最优解均是 41, 两者分别在 28 和 115 代收敛, 显示改进遗传算法在算法收敛性方面具有较大优势; 6 个班次中, 一方面, 基本遗传算法的最优解为 55 而改进遗传算法的最优解为 54, 说明 6 个班次改进遗传算法最优解优于基本遗传算法的最优解。另一方面, 基本遗传算法与改进遗传算法分别在 197 和 244 代收敛, 当解为 55 时两者的代数分别是

197 和 114, 说明在同样解的情况下改进遗传算法比传统遗传算法的收敛效率更高; 10 个班次中基本遗传算法的最优解为 41 而改进遗传算法的最优解为 40, 两者分别在 268 和 105 代收敛, 说明改进遗传算法在求解效果和收敛速度方面都明显更加优越。基于以上 3 种班次说明提出的改进遗传算法在求解效果与收敛性方面较传统的基本遗传算法均有明显的优势。

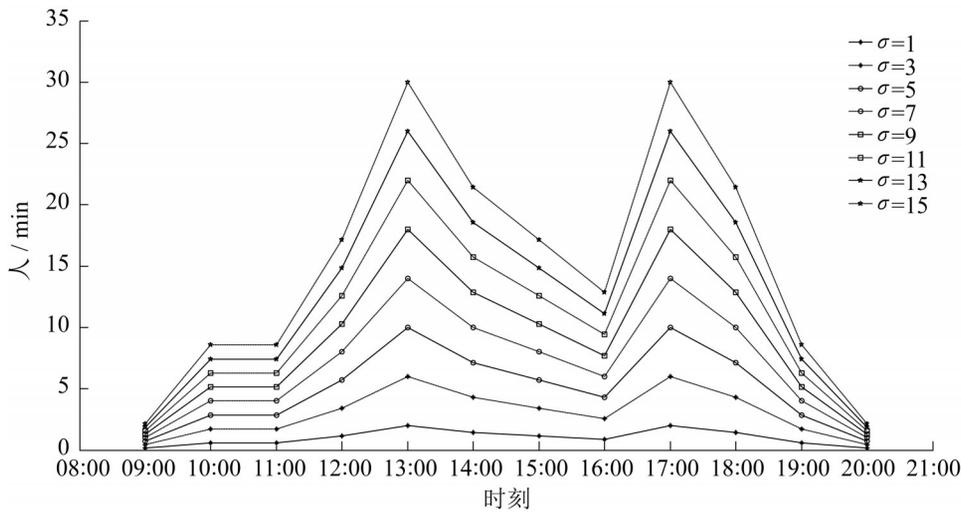


图 4 到达率分布图

Fig. 4 Arrival rate distribution

表 2 相关实验参数

Table 2 Related experimental parameters

重拨概率	接受服务概率约束值/%	服务率	初始耐心时间参数	新耐心时间参数	直接放弃率	重拨延迟	种群规模	交叉概率	变异概率	保留精英个体数目
$\tau$	$\ell$	$\mu$	$\gamma$	$\gamma'$	$\alpha_0$	$\delta$	$n$	$p_c$	$p_m$	$s$
0.2	85	0.5	0.8	0.26	0.05	0.5	100	0.65	0.25	30

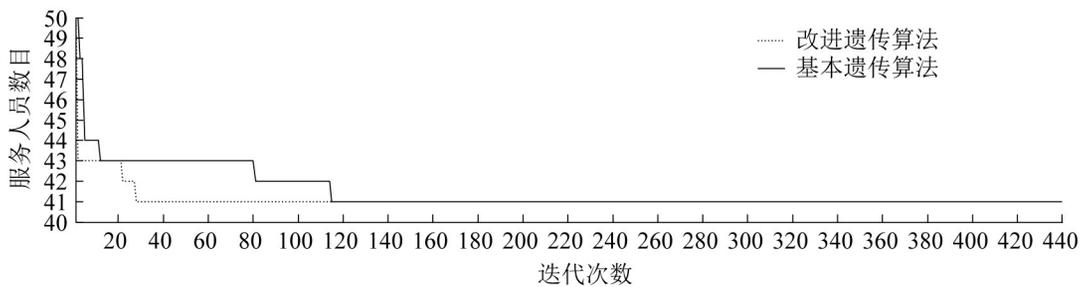


图 5 4 个班次算法收敛对比图

Fig. 5 Comparison chart of algorithms convergence with 4 shift scheduling

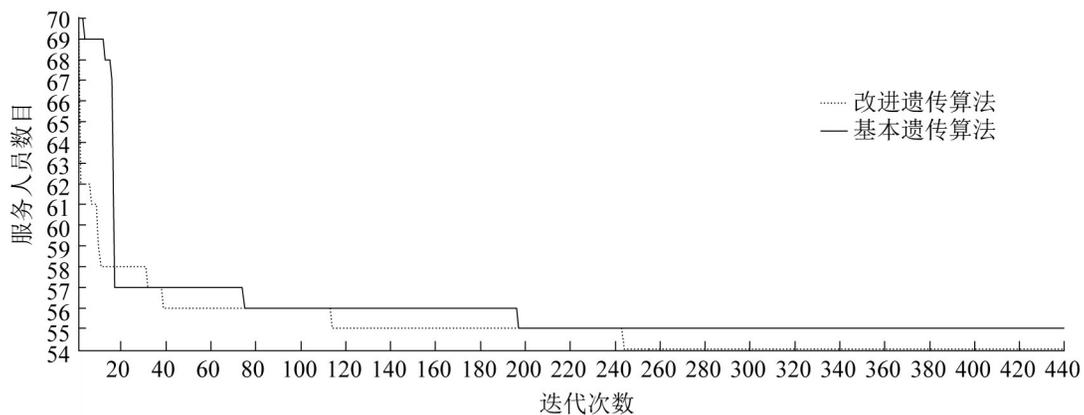


图6 6个班次算法收敛对比图

Fig. 6 Comparison chart of algorithms convergence with 6 shift scheduling

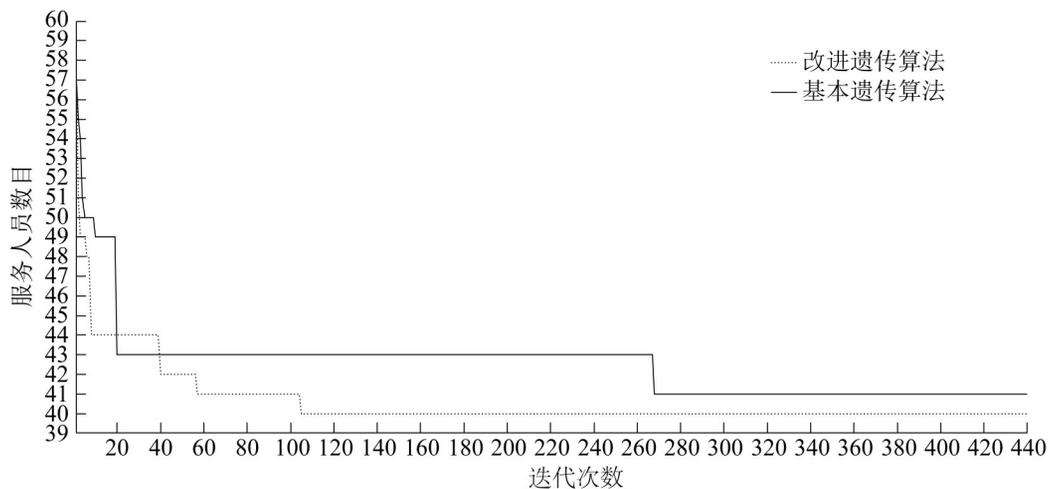


图7 10个班次算法收敛对比图

Fig. 7 Comparison chart of algorithms convergence with 10 shift scheduling

### 4.3 实验结果分析

为验证联合排班的有效性,进行与两阶段排班方法对比实验。两阶段排班方法包含最低坐席人员配置数目和班次方案求解。最低人力资源配置利用稳态仿真模型求解,每个算例运行500次平均得到仿真结果。其中,班次方案利用IBM ILOG CPLEX 12.0软件求解。两阶段与联合排班均采用时变呼叫中心终态仿真进行有效性验证。

呼叫中心规模大小将影响不同排班方法的排班效果,所以本文考虑平均到达率为1~15,进行两阶段方法与联合排班方法对比实验,并对两种方法排班结果进行验证,实验结果如表3所示,其中,令服务率偏差 $\Delta_{p_s}$ 表示所有时段的最低服务

率与目标约束的偏差,其数学表达式为

$$\Delta_{p_s} = \begin{cases} 0, & \text{if } (p_{\min}^s \geq \ell) \\ (\ell - p_{\min}^s)/\ell, & \text{else} \end{cases} \quad (23)$$

令 $\Delta_x$ 表示人力成本偏差,其表达式为

$$\Delta_x = (\text{联合人力成本} - \text{两阶段人力}) / \text{两阶段成本}$$

令违背时段数 $\Delta_{t_p}$ 表示所有时段中接受服务概率 $p_s(t_p)$ 不满足约束值 $\ell$ 的时段数目。

从表3可知,在服务率水平约束方面,联合排班的优化结果在3种班次中得到的所有时段的服务率水平都满足约束值,两阶段方法的结果随着平均到达率的增加,逐渐出现不能满足所有时段的服务水平约束要求情况,3种班次的两阶段优化结果在平均到达率为5时出现不满足约束值的

时段现象, 当到达率为 15 时 6 个班次服务率偏差达到最大为 7.03%。由此可知, 两阶段排班优化结果不满足约束的时段数目随着平均到达率的增加整体呈现增大趋势。

表 3 两类排班方法对比分析  
Table 3 Comparative analysis between two-stages method and joint scheduling method

$\bar{\lambda}$	方法	4 个班次			6 个班次			10 个班次		
		$\Delta_{p_i}/\%$	$\Delta_{t_i}$	$\Delta_{x_i}/\%$	$\Delta_{p_i}/\%$	$\Delta_{t_i}$	$\Delta_{x_i}/\%$	$\Delta_{p_i}/\%$	$\Delta_{t_i}$	$\Delta_{x_i}/\%$
1	两阶段	0	0	-8.33	0	0	-6.25	0	0	0
	联合	0	0		0	0		0	0	
3	两阶段	0	0	-7.14	0	0	-5.41	0	0	0
	联合	0	0		0	0		0	0	
5	两阶段	1.39	1	0	1.42	1	-3.5	1.84	1	0
	联合	0	0		0	0		0	0	
7	两阶段	2.01	2	-1.72	3.36	3	0	3.16	2	5.45
	联合	0	0		0	0		0	0	
9	两阶段	3.67	3	-1.369	4.32	3	1.06	4.77	3	4.29
	联合	0	0		0	0		0	0	
11	两阶段	1.05	2	0	4.52	3	2.65	4.85	3	5.95
	联合	0	0		0	0		0	0	
13	两阶段	1.43	2	0	5.83	3	3.03	6.15	3	9.09
	联合	0	0		0	0		0	0	
15	两阶段	1.38	2	0	7.03	3	1.32	6.96	3	7.96
	联合	0	0		0	0		0	0	

在人力成本方面, 联合排班的优势在平均到达率较低和班次较少的情况具有更大优势, 在 4 种班次平均到达率为 1 的情况下, 人力成本节约了 8.33%。4 种班次的联合排班优化结果没有比两阶段的优化结果差且满足约束值, 6 种班次和 10 种班次的联合排班优化结果随着平均到达率的增加出现比两阶段的优化结果差的现象。在 6 个班次平均到达率为 7 的情况下与两阶段的优化目标一致且满足约束。

本文同时选取 6 个班次到达率为 15 时联合排班结果作为例子, 聚合排班方法具体人力资源配置结果为  $\langle x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \rangle = \langle 20, 13, 35, 47, 24, 14 \rangle$ 。同时给出当平均到达率是 15 时, 两种排班优化方法在 3 种班次所有时段的服务率情况, 用以具体说明联合排班方法在各时段满足服务率约束的优

势情况, 如图 8~10 所示。

从图 8, 9, 10 的 3 种班次结果可知, 联合排班优化结果在到达率为 15 时, 所有时段的到达率都在约束值之上, 而两阶段排班优化结果都有 2~3 个时段不满足约束值, 且在 10 个班次的两阶段排班优化结果在 20 时不满足约束情况较多, 说明 10 个班次时两阶段排班优化方法无法满足服务水平约束, 排班优化效果较差。综上所述, 两阶段排班的优化结果在任意班次出现较多不能满足目标约束的现象, 而联合排班方法既能满足所有时段的目标约束, 同时在班次较少和平均到达率较低的情况下节约人力成本的优势明显。

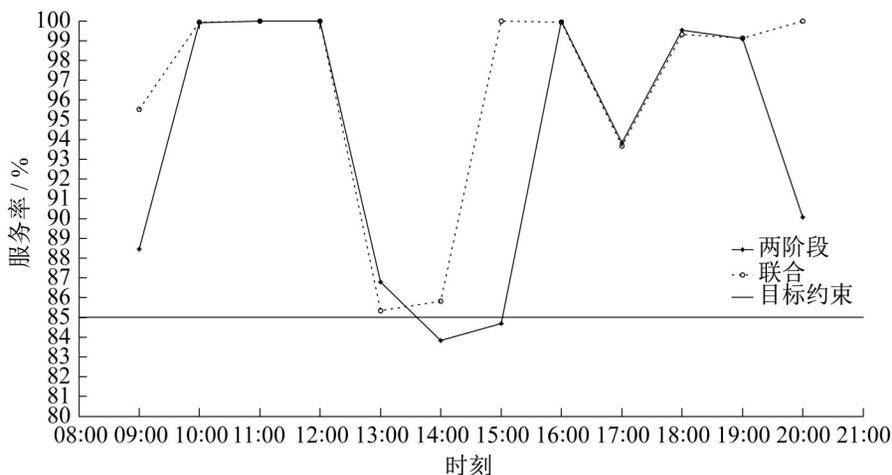


图 8 优化结果(4个班次)  
Fig. 8 Results of 4 shift scheduling

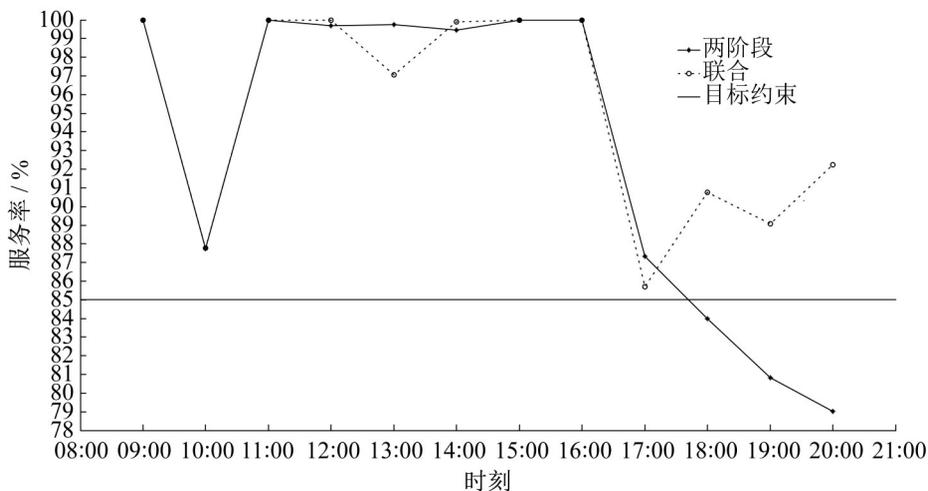


图 9 优化结果(6个班次)  
Fig. 9 Results of 6 shift scheduling

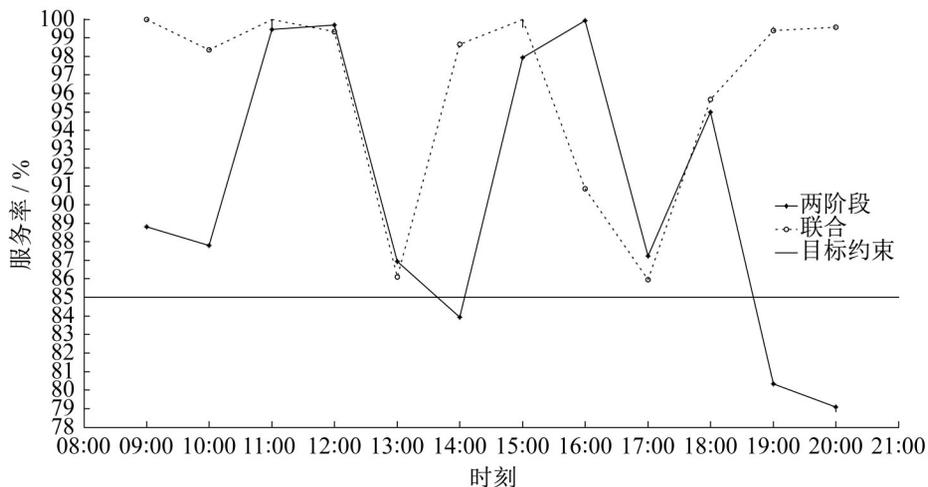


图 10 优化结果(10个班次)  
Fig. 10 Results of 10 shift scheduling

<http://www.china-simulation.com>

## 5 结论

本文考虑等待时间提示运营机制和顾客放弃行为对呼叫中心性能影响,通过  $M/M/N + N$  的排队理论建立了带有等待时间预测的呼叫中心排队系统,并且结合仿真技术,提出联合排班优化方法。数值实验表明,传统的两阶段排班方法在本文研究的复杂呼叫中心场景中,不能满足呼叫中心运营目标要求,而本文提出的联合方法既能满足所有时段的目标要求,同时在班次较少和平均到达率较低的情况下优化结果优势较为明显。尽管本文提出的联合排班方法在一定程度上能解决了小规模复杂呼叫中心排班问题,能够兼顾运作效率与运作质量,但在实际中的大规模呼叫中心的复杂性给算法的实际应用带来一定的挑战,因此进一步提高优化效率是未来的研究方向。

### 参考文献:

- [1] Kim J, Randhawa R S, Ward A R. Dynamic Scheduling in a Many-Server, Multiclass System: The Role of Customer Impatience in Large Systems[J]. *Manufacturing & Service Operation Management* (S1523-4614), 2018, 20(2): 285-301.
- [2] Yu M, Tang J F, Kong F W, et al. Fluid Models for Call Centers with Delay Announcement and Retrials[J]. *Knowledge-Based Systems* (S0950-7051), 2018, 149(1): 99-109.
- [3] 宫俊, 贾倩倩, 张家生, 等. 呼叫中心人力资源配置鲁棒规划模型[J]. *东北大学学报*, 2018, 39(1): 21-25.  
Gong Jun, Jia Qianqian, Zhang Jiasheng, et al. Robust Program Model of Human Resource Management for Staffing Call Centers[J]. *Journal of Northeastern University*, 2018, 39(1): 21-25.
- [4] 于淼, 李丹丹, 宫俊. 到达不确定呼叫中心人员配置的鲁棒优化模型[J]. *运筹与管理*, 2018, 27(6): 107-114.  
Yu Miao, Li Dandan, Gong Jun. Robust Optimization Model for Staffing Call Centers with Uncertain Arrival Rates[J]. *Operations Research and Management Science*. 2018, 27(6): 107-114.
- [5] Atlason J, Epelman M A, Henderson S G. Optimizing Call Center Staffing Using Simulation and Analytic Center Cutting Plane Methods[J]. *Management Science* (S0025-1909), 2005, 54(2): 295-309.
- [6] 李曼茹. 考虑顾客行为的呼叫中心排班问题的仿真与优化研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2015.  
Li Manru. Simulation and Optimization of Shift Scheduling in Call Centers Based on Customer Behavior [D]. Shenyang: Northeastern University, 2015.
- [7] Bergantios G, Gómez-Rúa M, Llorca N, et al. Allocating Costs in Set Covering problems[J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2020, 284(3): 1074-1087.
- [8] 胡修武, 王瑞程, 王秀利. 考虑班种约束的呼叫中心排班优化模型与算法[J]. *工业工程与管理*, 2020, 25(2): 51-66.  
Hu Xiuwu, Wang Ruicheng, Wang Xiuli. Model and Algorithm for the Shift Scheduling and Rostering Problem of Call Centers with Shift-Type Constraints[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2020, 25(2): 51-66.
- [9] Thompson G. Improved Implicit Optimal Modeling of the Labor Shift Scheduling Problem[J]. *Management Science* (S0025-1909), 1995, 41(4): 595-607.
- [10] Lvarez E., Ferrer J. C., Muoz J. C., et al. Efficient Shift Scheduling with Multiple Breaks for Full-time Employees: A Retail Industry Case[J]. *Computers & Industrial Engineering* (S0360-8352), 2020, 150: 106884.
- [11] Ingolfsson A, Haque M A, Umnikov A. Accounting for Time-varying Queueing Effects in Workforce Scheduling[J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2002, 139(3): 585-597.
- [12] Bhulai S, Koole G, Pot A. Simple Methods for Shift Scheduling in Multiskill Call Centers[J]. *Management Science* (S0025-1909), 2008, 10(3): 411-420.
- [13] 李军祥, 藏万斌. 基于耐心阈值下联络中心放弃率的仿真研究[J]. *系统仿真学报*, 2021, 33(1): 169-179.  
Li Junxiang, Zang Wanbin. Simulation Research on Abandonment Rate of Contact Center Based on Patience Threshold[J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(1): 169-179.
- [14] Ibrahim R. Managing Queueing Systems Where Capacity is Random and Customers are Impatient[J]. *Production and Operations Management* (S1059-1478), 2018, 27(2): 234-250.
- [15] 于淼. 考虑延迟提醒的呼叫中心排队系统建模及人员配置方法研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2016.  
Yu Miao. Modelling of Queueing Systems and Staffing for Call Centers with Delay Announcements[D]. Shenyang: Northeastern University, 2016.
- [16] 王吉权, 程志文, 张攀利, 等. 求解有约束优化问题的实数遗传算法改进研究[J]. *控制与决策*, 2019, 34(5): 937-945.  
Wang Jiquan, Cheng Zhiwen, Zhang Panli, et al. Research on Improvement of Real-coded Genetic Algorithm for Solving Constrained Optimization Problems[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(5): 937-945.