

6-16-2022

Fuzzy Super-twisting Second Order Sliding Mode Trajectory Tracking Control for Robotic Manipulator

Baolin Du

School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China,;
15119698824@163.com

Dachang Zhu

School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China,;
zdc98998@gzhu.edu.cn

Yihua Pan

School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Fuzzy Super-twisting Second Order Sliding Mode Trajectory Tracking Control for Robotic Manipulator

Abstract

Abstract: A fuzzy super-twisting second order sliding mode control method is proposed for the uncertainties of the model error and external disturbance on the trajectory tracking accuracy of robotic manipulator. *Based on the dynamic model of the robotic, a new non-singular terminal sliding mode manifold is designed, and an improved super-twisting algorithm is used to design the second order sliding mode controller. In order to solve the problem that the matching disturbance can only be compensated under the condition of the known disturbance boundary in the sliding mode control, the fuzzy logic algorithm is used to carryout the online compensation for uncertainty of the system. The stability of the closed-loop control system is guaranteed by Lyapunov theory.* The simulation and experiment results show that the proposed controller can track the trajectory accurately under the uncertainty of the robotic and can effectively suppress the chattering phenomenon of the system.

Keywords

second order sliding mode control, fuzzy reasoning algorithm, uncertain robotic manipulator, trajectory tracking

Recommended Citation

Baolin Du, Dachang Zhu, Yihua Pan. Fuzzy Super-twisting Second Order Sliding Mode Trajectory Tracking Control for Robotic Manipulator[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(6): 1343-1352.

机械臂模糊超螺旋二阶滑模轨迹跟踪控制

杜宝林, 朱大昌*, 盘意华

(广州大学 机械与电气工程学院, 广东 广州 510006)

摘要: 针对工业机械臂模型误差和外部干扰等不确定性因素对末端轨迹跟踪精度的影响, 设计了一种新的模糊自适应超螺旋二阶滑模轨迹跟踪控制方法。基于机械臂动力学模型, 设计一种新的非奇异终端滑模面, 采用超螺旋算法设计二阶滑模控制律; 为解决滑模控制只能在已知扰动边界的情况下对匹配扰动进行补偿问题, 结合模糊推理算法实现对系统未知不确定性的在线补偿, 采用 Lyapunov 理论证明了闭环控制系统的稳定性。仿真与实验对比表明: 该控制方法可使机械臂在复杂不确定性因素下实现末端轨迹精确跟踪, 并对系统抖振现象进行有效抑制。

关键词: 二阶滑模控制; 模糊推理算法; 不确定机械臂; 轨迹跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X(2022)06-1343-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-0066

Fuzzy Super-twisting Second Order Sliding Mode Trajectory Tracking Control for Robotic Manipulator

Du Baolin, Zhu Dachang*, Pan Yihua

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: A fuzzy super-twisting second order sliding mode control method is proposed for the uncertainties of the model error and external disturbance on the trajectory tracking accuracy of robotic manipulator. Based on the dynamic model of the robotic, a new non-singular terminal sliding mode manifold is designed, and an improved super-twisting algorithm is used to design the second order sliding mode controller. In order to solve the problem that the matching disturbance can only be compensated under the condition of the known disturbance boundary in the sliding mode control, the fuzzy logic algorithm is used to carryout the online compensation for uncertainty of the system. The stability of the closed-loop control system is guaranteed by Lyapunov theory. The simulation and experiment results show that the proposed controller can track the trajectory accurately under the uncertainty of the robotic and can effectively suppress the chattering phenomenon of the system.

Keywords: second order sliding mode control; fuzzy reasoning algorithm; uncertain robotic manipulator; trajectory tracking

引言

随着现代智能制造技术的快速发展, 为了提高社会生产力和产品质量, 机床及机械臂等生产设备的精确机械运动显得尤为重要。精准的传感

器、可靠的控制器和稳定快速的机械结构是实现所需性能的必要条件^[1]。然而, 由于机械臂多关节耦合及关节间存在摩擦、间隙等非线性因素, 传统线性控制器难以满足机械臂的运动精度要求,

收稿日期: 2021-01-22

修回日期: 2021-03-21

基金项目: 国家自然科学基金(51905115, 61806058); 广州市教育局高校科研项目(202032821)

第一作者: 杜宝林(1997-), 男, 硕士生, 研究方向为机器人非线性控制。E-mail: 15119698824@163.com

通讯作者: 朱大昌(1973-), 男, 博士, 教授, 研究方向为柔顺、并联机构及智能控制。E-mail: zdc98998@gzhu.edu.cn

一些具有强鲁棒性的控制策略成为了机械臂高精度运动控制主要方法,例如滑模控制^[2]、神经网络控制^[3]和模糊控制^[4-5]等。其中,滑模控制本质上是一类特殊的非线性控制,控制系统的“结构”不固定,而是在动态过程中根据系统当前的状态进行变化,从而迫使系统按照预定“滑动模态”的状态轨迹滑动,且滑动模态可以进行设计并与对象参数及扰动无关,广泛应用于非确定机械臂精确轨迹跟踪控制技术领域^[6-7]。Zhu等^[8]考虑关节摩擦对机器人轨迹跟踪精度的影响,提出了一种反演滑模轨迹跟踪控制器,有效提高了系统控制性能。

在滑模控制中,状态跟踪误差的快速收敛性是重要的性能指标之一^[9]。终端滑模控制通过在滑模面引入非线性项,可明显加快状态跟踪误差的收敛速度而成为研究热点。徐传忠等^[10]采用径向基神经网络自适应方法在线估计不确定因素的上界,并根据终端滑模控制和反演方法设计反演终端滑模控制器,解决了存在建模误差和不确定干扰的多关节机械臂轨迹跟踪问题。然而,终端滑模存在着奇异性问题,对此,Su等^[11]针对不确定性机器人全局有限时间跟踪问题,提出一种完全消除奇异性的积分滑模面及其终端滑模控制方法,并证明了滑模面和跟踪误差全局收敛性。非奇异终端滑模控制在加快系统收敛速度的同时,由于高频的控制开关会引起抖振现象,可能导致执行器损坏^[12]。为了抑制抖振,一些学者提出了高阶滑模控制思想,宋胜利等^[13]提出一种 super-twisting 二阶滑模控制算法,将不连续符号隐藏在积分项中,实现系统误差稳定收敛到零,有效抑制了系统抖振现象。Kali等^[14]利用时延估计算法估计系统不确定性,基于超螺旋算法设计滑模控制律,保证了鲁棒性、有限时间收敛和抑制抖振。

然而,传统滑模控制器只能在已知扰动边界的情况下对匹配扰动进行补偿,对此,Fang等^[15]针对具有未知模型不确定性和外界干扰的悬臂梁振动控制问题,利用模糊控制逼近和补偿未知不确定性。Keighobadi等^[16]针对具有输入时滞和部分

状态约束不确定问题,提出一种自适应模糊跟踪控制方法,并应用于永磁直流电机驱动的机械臂控制,采用自适应控制使得控制增益根据外界扰动边界值而自调整,从而提高了系统性能。

本文提出一种新的模糊超螺旋二阶滑模控制方法,该方法基于机械臂动力学模型,采用超螺旋算法设计二阶滑模控制律。为解决滑模控制只能在已知扰动边界的情况下对匹配扰动进行补偿问题,在滑模控制器的基础上结合模糊自适应推理系统,实现对系统未知不确定性进行补偿。该方法能够使得机械臂在复杂环境下末端执行器实现快速轨迹跟踪,并且有效削弱了系统高频的抖振现象。

1 问题描述及系统建模

采用牛顿-欧拉递推方法,机械臂动力学方程为^[1]

$$M(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u - F(\dot{q}) \quad (1)$$

式中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 分别为关节角位移、速度和加速度矢量; $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为机械臂惯性矩阵; $B(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为反对称矩阵,包括哥氏力和离心力; $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为重力力矩; $F(\dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为外部干扰; u 为控制输入。

考虑机械臂系统建模误差因素,式(1)可为

$$\ddot{q} = M^{-1}(q)[u - B(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - H] \quad (2)$$

式中: H 为集总未知动力学矩阵。

$$H = \Delta M(q)\ddot{q} + \Delta B(q, \dot{q})\dot{q} + \Delta G(q) + F(\dot{q}) \quad (3)$$

机械臂动力学模型具有如下特性^[7]:

特性1 惯性矩阵 $M(q)$ 为对称正定矩阵:

$$0 < \|M(q)\| \leq M_{\max} \quad (4)$$

式中: M_{\max} 为对角正常数矩阵。

特性2 矩阵 $B(q, \dot{q})$ 为反对称矩阵,满足如下关系:

$$x^T [M(q) - 2B(q, \dot{q})] x = 0 \quad (5)$$

式中: x 为任意状态向量。

特性3 重力力矩 $G(q)$ 为有界:

$$\|G(q)\| \leq G_k \quad (6)$$

式中: G_k 为正定常数。

机械臂轨迹跟踪问题描述为: 通过逆运动学求解末端期望路径对应的各关节参考轨迹, 设计轨迹跟踪控制器, 使得实际各关节角位移与参考轨迹间的跟踪误差趋近于零域, 从而间接使得机械臂末端跟踪预设期望路径。

2 机械臂控制器设计

2.1 超螺旋二阶滑模控制器

机械臂关节空间轨迹跟踪误差定义为

$$e = q - q_d \quad (7)$$

式中: $q_d \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为给定参考输入轨迹。

在滑模控制中, 传统终端滑模控制在滑模面引入非线性项, 可明显加快状态跟踪误差的收敛速度, 然而, 却存在奇异性问题。因此文中采用非线性项与积分项相结合, 设计一种新的非奇异终端积分滑模函数:

$$s = c_1 e^{\gamma/\beta} + c_2 \int e dt + \frac{de(t)}{dt} \quad (8)$$

式中: $c_1, c_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为对角常系数矩阵; γ 和 β 为奇数, 且满足 $1 < (\gamma/\beta) < 2$ 。

将式(8)对时间求导得:

$$\dot{s} = \frac{c_1 \gamma}{\beta} e^{\gamma/\beta - 1} \dot{e} + c_2 e + \ddot{e} \quad (9)$$

机械臂轨迹跟踪控制律 u 构造过程如下:

由式(7)可得:

$$\dot{s} = \frac{c_1 \gamma}{\beta} e^{\gamma/\beta - 1} \dot{e} + c_2 e + (\ddot{q} - \ddot{q}_d) \quad (10)$$

将式(2)代入式(10)可得:

$$\dot{s} = \frac{c_1 \gamma}{\beta} e^{\gamma/\beta - 1} \dot{e} + c_2 e - \ddot{q}_d + M^{-1}(q)(u - H - B(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)) \quad (11)$$

由式(11)可知, 等效控制 u_{eq} 可选择为:

$$u_{eq} = H + B(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - M(q) \left(\frac{c_1 \gamma}{\beta} e^{\gamma/\beta - 1} \dot{e} + c_2 e - \ddot{q}_d \right) \quad (12)$$

超螺旋滑模控制作为一种特殊的二阶滑模控制, 其符号函数作用于控制输入的导数中, 具有绝对连续的滑模算法优点, 则使用超螺旋算法可将二阶滑模控制律设计为

$$u = H + B(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - M(q) \left(\frac{c_1 \gamma}{\beta} e^{\gamma/\beta - 1} \dot{e} + c_2 e - \ddot{q}_d - u_{STA} + k_1 \text{sign}(s) \right) \quad (13)$$

式中: k_1 为控制增益, 且 $k_1 \geq 0$; $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数; u_{STA} 为超螺旋算法, 设计如下:

$$\begin{cases} u_{STA} = -k_2 |s|^{1/2} \text{sign}(s) + v \\ \dot{v} = -k_3 \text{sign}(s) \end{cases} \quad (14)$$

式中: k_2, k_3 为控制增益, 且 $k_2, k_3 \geq 0$ 。

所设计的超螺旋算法将不连续项隐藏在积分项中, 因此, 积分后的实际控制信号是连续的, 以削弱系统抖振现象, 提高系统的控制性能。

2.2 模糊自适应滑模控制器

二阶滑模控制器在非线性和补偿方面需要已知机械臂的详细信息, 如集总未知动力学 H 信息, 然而在实际应用中难以实现。因此针对具有未知模型不确定性和外部干扰的机械臂控制问题, 采用模糊逻辑推理算法对系统未知不确定性进行补偿。

选取滑模面 s 及其微分 \dot{s} 作为模糊系统的输入。输入和输出模糊集定义为 $\{NB, NM, ZO, PM, PB\}$ 。其中 NB 为负大; NM 为负中; ZO 为零; PM 为正中; PB 为正大。

模糊系统的高斯隶属函数可表达为^[5]

$$\mu_z(\Omega_i) = \exp \left[- \left(\frac{\Omega_i - \alpha}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (15)$$

式中: Ω_i 为模糊系统的输入和输出; 隶属函数 μ_z 下标 Z 为模糊规则集, 如 $\{NB, NM, ZO, PM, PB\}$; α 和 σ 分别为模糊规则集 Z 的中心和宽度。

当状态轨迹偏离滑模面或趋近速度较小时, 应适当增加输出以使其快速到达滑模面; 当状态轨迹接近滑模面或趋近速度较大时, 应适当减小输出以抑制抖振。根据以上分析, 模糊规则确定见表 1。

通过 m 个模糊规则可建立其模糊推理系统, 其中 i 个模糊规则设置为 R^i 。如果 x_1 为 μ_1^i , x_2 为 μ_2^i , \dots , x_n 为 μ_n^i , 那么 y 为 $B^i(j = 1, 2, \dots, m)$ 。其中 μ_i^j 为 $x_i(i = 1, 2, \dots, n)$ 的隶属函数。

表 1 模糊控制规则
Table 1 Fuzzy control rules

s	ṡ				
	NB	NM	ZO	PM	PB
NB	PB	PB	PB	PM	ZO
NM	PB	PM	PM	ZO	NM
ZO	PM	PM	ZO	NM	NM
PM	PM	ZO	NM	NM	NM
PB	ZO	NM	NB	NB	NB

在规则库中，采用中心平均去模糊化和乘积推理方法，模糊系统输出可表示为^[5]

$$y = \frac{\sum_{j=1}^m \theta_j (\prod_{i=1}^n \mu_i^j(x_i))}{\sum_{j=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_i^j(x_i))} = \Gamma^T \Psi \quad (16)$$

式中： $\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_i, \dots, \Gamma_m]^T$ ； $\Psi = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_i, \dots, \Psi_m]^T$ ，其中：

$$\Gamma_i(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_i^j(x_i)}{\sum_{j=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_i^j(x_i))} \quad (17)$$

定义模糊函数为

$$\rho = \Gamma^T(x) \Psi \quad (18)$$

式中： $\Gamma^T(x)$ 为隶属函数； Ψ 为自适应模糊参数。

定义 $\hat{\Psi}$ 为最佳逼近常数，假设 $\hat{\Psi}$ 变化缓慢，即 $\dot{\hat{\Psi}} = 0$ ，则逼近误差定义为 $\tilde{\Psi} = \hat{\Psi} - \Psi$ ，自适应律设计如下：

$$\dot{\tilde{\Psi}} = \delta (M^{-1}(q))^T \Gamma s \quad (19)$$

式中： δ 为标量设计参数，且 $\delta > 0$ 。

则模糊自适应二阶滑模控制器设计为

$$u = H - \rho + B(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) - M((c_1\gamma/\beta)e^{\gamma/\beta-1}\dot{e} + c_2e - \ddot{q}_d - u_{STA} + k_1\text{sign}(s) + \eta s + (s/\|s\|^2)\phi) \quad (20)$$

式中： ρ 为模糊函数； $\eta, \phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为待设计的常数系数对角矩阵。

模糊自适应超螺旋二阶滑模控制系统结构组成如图 1 所示。

2.3 系统稳定性分析

证明：将式(13)代入式(11)，可得闭环系统：

$$\begin{cases} \dot{s} = -k_1\text{sign}(s) - k_2|s|^{1/2}\text{sign}(s) + v \\ \dot{v} = -k_3\text{sign}(s) \end{cases} \quad (21)$$

令：

$$x = [|s|^{1/2}\text{sign}(s), v]^T = [x_1, x_2]^T \quad (22)$$

选择正定的 Lyapunov 函数为

$$V = x^T P x + \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2\delta} \tilde{\Psi}^T \tilde{\Psi} \quad (23)$$

式中： P 为正定对称矩阵，满足式(24)。

$$A^T P + P A = -Q \quad (24)$$

式中： $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}k_2 & 1 \\ -k_3 & 0 \end{bmatrix}$ 为 Hurwitz 矩阵； Q 为任意

正定对称矩阵。

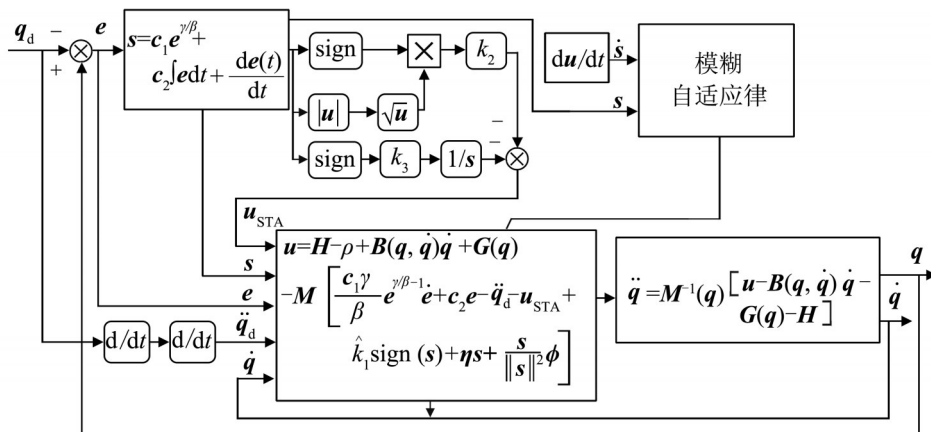


图 1 模糊自适应超螺旋二阶滑模控制系统

Fig. 1 Block diagram of fuzzy adaptive super-twisting second order sliding mode control system

则对式(22)求导得

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}|s|^{-1/2}(-k_1 \text{sign}(s) - k_2|s|^{1/2} \text{sign}(s) + v) \\ -k_3 \text{sign}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{|s|^{1/2}} \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}k_2 & \frac{1}{2} \\ -k_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |s|^{1/2} \text{sign}(s) \\ v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = \frac{1}{|x_1|} \left(Ax - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (25)$$

对式(23)求导, 将式(11)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{x}^T Px + x^T P \dot{x} + s^T \dot{s} - \frac{1}{\delta} \tilde{\Psi}^T \dot{\Psi} = \\ & \frac{1}{|x_1|} \left(Ax - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T Px + \\ & x^T P \frac{1}{|x_1|} \left(Ax - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \right) - \frac{1}{\delta} \tilde{\Psi}^T \dot{\Psi} + \\ & s^T \left[\frac{c_1 \gamma}{\beta} e^{\gamma/\beta-1} \dot{e} + c_2 e - \ddot{q}_d + M^{-1}(q) \right. \\ & \left. (u - H - B(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)) \right] \quad (26) \end{aligned}$$

将式(20)代入式(26), 并由式(18)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{|x_1|} \left(Ax - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T Px + \\ & x^T P \frac{1}{|x_1|} \left(Ax - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s) \\ 0 \end{bmatrix} \right) - \frac{1}{\delta} \tilde{\Psi}^T \dot{\Psi} + \\ & s^T (u_{STA} - k_1 \text{sign}(s)) - s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & \eta s^T s - \phi + (s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \Psi) \quad (27) \end{aligned}$$

则整理得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{|x_1|} \left(x^T A^T Px - \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s), 0 \end{bmatrix}^T Px - \right. \\ & \left. x^T PAx - x^T P \begin{bmatrix} \frac{1}{2}k_1 \text{sign}(s), 0 \end{bmatrix}^T \right) + \\ & s^T (u_{STA} - k_1 \text{sign}(s)) - s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & \eta s^T s - \phi + \tilde{\Psi}^T ((M^{-1}(q))^T \Gamma s - \frac{1}{\delta} \dot{\Psi}) \quad (28) \end{aligned}$$

由于 $|(x, y)| \leq |x||y|$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &< \frac{1}{|x_1|} x^T (A^T P + PA)x - s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & \frac{1}{|x_1|} k_1 \text{sign}(s) |s|^{1/2} \text{sign}(s) \lambda_{\min}(P) + \\ & |s^T| |u_{STA} - k_1 \text{sign}(s)| - \eta s^T s - \phi + \\ & \tilde{\Psi}^T ((M^{-1}(q))^T \Gamma s - \frac{1}{\delta} \dot{\Psi}) \quad (29) \end{aligned}$$

由于 $|x| \text{dian} |y| \leq \frac{1}{2} (|x|^2 + |y|^2)$, 则:

$$\begin{aligned} \dot{V} &< -\frac{1}{|x_1|} x^T Qx - k_1 \lambda_{\min}(P) - (\eta - \frac{1}{2}) s^T s - \\ & s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} + \frac{1}{2} |u_{STA} - k_1 \text{sign}(s)|^2 - \phi + \\ & \tilde{\Psi}^T ((M^{-1}(q))^T \Gamma s - \frac{1}{\delta} \dot{\Psi}) \quad (30) \end{aligned}$$

则将式(14)代入式(30):

$$\begin{aligned} \dot{V} &< -\frac{1}{|x_1|} x^T Qx - (\eta - \frac{1}{2}) s^T s - s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & \left(\phi - \frac{1}{2} |(-k_2|s|^{1/2} - k_1) \text{sign}(s) + v|^2 \right) + \\ & \tilde{\Psi}^T ((M^{-1}(q))^T \Gamma s - \frac{1}{\delta} \dot{\Psi}) \quad (31) \end{aligned}$$

将式(19)代入式(31)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &< -\frac{1}{|x_1|} \lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 - (\eta - \frac{1}{2}) s^T s - \\ & s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & \left(\phi - \frac{1}{2} |(-k_2|s|^{1/2} - k_1) \text{sign}(s) + v|^2 \right) \quad (32) \end{aligned}$$

则整理得

$$\begin{aligned} \dot{V} &< -\lambda_{\min}(Q) \|x\| - (\eta - 1/2) s^T s - s^T M^{-1}(q) \Gamma^T \hat{\Psi} - \\ & \left(\phi - \frac{1}{2} |(-k_2|s|^{1/2} - k_1) \text{sign}(s) + v|^2 \right) \quad (33) \end{aligned}$$

因此, 通过设定 $\phi > \frac{1}{2} |(-k_2|s|^{1/2} - k_1) \text{sign}(s) + v|^2$, $\eta > 1/2$, 可使所设计的闭环控制系统渐进稳定。

3 仿真与实验分析

为验证算法的控制性能, 将所提出的控制器应用于三自由度刚性机械臂轨迹跟踪控制中。假设每个连杆质量集中, 其质心位于连杆几何中心;

以底座与前臂的转轴处为原点，建立基础坐标系。其中，第2连杆的长度为 L_2 ，质量为 m_2 ；第3连杆的长度为 L_3 ，质量为 m_3 ； r_2 、 r_3 分别为连杆2、3的质心距离。机械臂模型结构简图如图2所示，模型参数如表2所示。

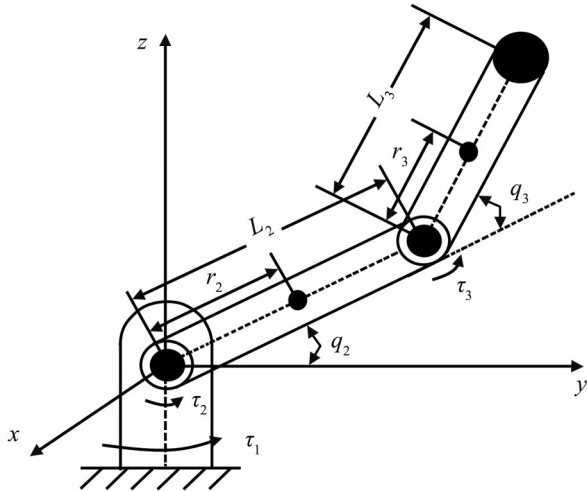


图2 三自由度机械臂

Fig. 2 Robotic manipulator with three degree-of-freedom

表2 三自由度机械臂模型参数

Table 2 Model parameters of 3 DoF Robotic manipulator

连杆	质量 m_i / kg	长度 L_i / m	质心距离 r_i / m	惯量 I_i / (kg·m ²)
1	1.50	0	0	0.35
2	1.50	0.20	0.10	0.30
3	1.00	0.20	0.10	0.30

采用牛顿-欧拉递推方法，该机械臂系统的理想动力学模型建立为

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中： $M_{11} = I_1 + a_1 \cos^2(q_2) + a_2 \cos(q_2 + q_3) + 2a_3 \cos(q_2) \cos(q_2 + q_3)$ ；
 $M_{12} = M_{21} = M_{13} = M_{31} = 0$ ；
 $M_{22} = I_2 + a_1 + a_2 + 2a_3 \cos(q_3)$ ；

$$M_{23} = M_{32} = a_2 + a_3 \cos(q_3)；$$

$$M_{33} = I_3 + a_2；$$

$$B_{11} = -(1/2)a_1\dot{q}_2 \sin(2q_2) - a_3\dot{q}_3 \cos(q_2) \sin(q_2 + q_3) - (1/2)a_2(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \sin(2q_2 + 2q_3) - a_3\dot{q}_2 \sin(2q_2 + q_3)；$$

$$B_{12} = -(1/2)a_1\dot{q}_1 \sin(2q_2) - a_3\dot{q}_1 \sin(2q_2 + q_3) - (1/2)a_2\dot{q}_1 \sin(2q_2 + 2q_3)；$$

$$B_{13} = -a_3\dot{q}_1 \cos(q_2) \sin(q_2 + q_3) - (1/2)a_1\dot{q}_1 \sin(2q_2 + 2q_3)；$$

$$B_{21} = -B_{12}； B_{31} = -B_{13}； B_{33} = 0；$$

$$B_{32} = -a_3\dot{q}_2 \sin(q_3)；$$

$$B_{23} = -a_3(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \sin(q_3)；$$

$$B_{22} = -a_3\dot{q}_3 \sin(q_3)； G_1 = 0；$$

$$G_2 = b_1 \cos(q_2) + b_2 \cos(q_2 + q_3)；$$

$$G_3 = b_2 \cos(q_2 + q_3)；$$

$$F_1 = 10 \sin(q_1 q_2)； F_2 = 5 \cos(\dot{q}_1 \dot{q}_2)；$$

$$F_3 = 5 \cos(\dot{q}_1 q_3)；$$

其中， $a_1 = m_2 r_2^2 + m_3 L_2^2$ ； $a_2 = m_3 r_3^2$ ； $a_3 = m_3 r_3 L_3$ ；

$$b_1 = (m_2 r_2 + m_3 L_2)g； b_2 = m_3 r_3 g。$$

3.1 数值仿真分析

在MATLAB/Simulink环境下进行仿真实验，设置仿真时长为10 s、仿真步长为0.001 s，取系统初始状态为 $q_0 = [0.8, 0.85, -0.95]^T$ ，选择空间圆柱螺线为参考轨迹：

$$\begin{aligned} x &= 0.2 + 0.1 \cos(t) \\ y &= 0.2 + 0.1 \sin(t) \end{aligned} \quad (35)$$

$$z = 0.1 - 0.02t$$

为了验证所提控制器的有效性，选择传统PID控制与基于滑模面 $s_n = e + (1/k_n)e^{\gamma/\beta_1}$ 的非奇异终端滑模控制器(nonsingular terminal sliding mode control, NTSMC)进行对比仿真实验，非奇异终端滑模控制器设计如下：

$$\begin{aligned} u_{\text{NTSMC}} &= -\frac{k_n \beta_1}{\gamma_1} \dot{e}^{1-\gamma_1/\beta_1} (M\dot{e} + Bs_n) + M\ddot{q}_d + \\ & B\dot{q} + G - K\text{sign}(s_n) \end{aligned} \quad (36)$$

PID 控制器参数设置为 $K_p = \text{diag}[350, 420, 500]$, $K_I = \text{diag}[30, 35, 40]$, $K_D = \text{diag}[90, 200, 250]$; 非奇异终端滑模控制参数设置为 $\gamma_1 = 5$, $\beta_1 = 3$, $k_n = 10$, $K = \text{diag}[12, 12, 8]$; 所设计控制器参数设置为 $c_1 = \text{diag}[0.1, 0.1, 0.1]$, $c_2 = \text{diag}[250, 150, 250]$, $\gamma = 5$, $\beta = 3$, $k_1 = \text{diag}[50, 45, 50]$, $k_2 = \text{diag}[200, 150, 200]$, $k_3 = \text{diag}[2, 3, 2]$, $\eta = \text{diag}[2, 3, 2]$, $\phi = \text{diag}[10, 15, 10]$; 建模误差取 $\Delta M = 0.2M$, $\Delta B = 0.2B$, $\Delta G = 0.2G$ 。图3~5分别展示了机械臂末端轨迹跟踪响应、各关节轨迹跟踪响应和各控制器控制力矩输入, 各控制器性能比较如表3所示。

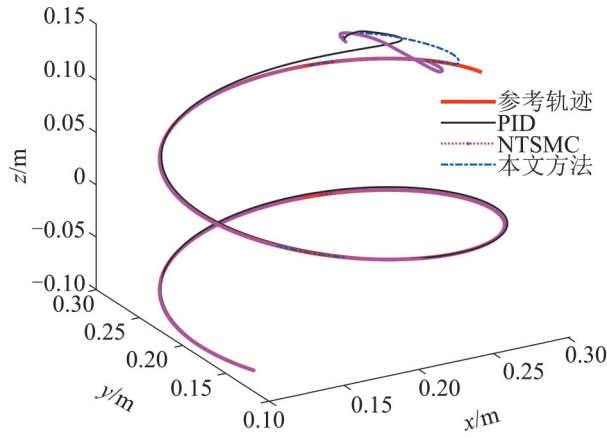
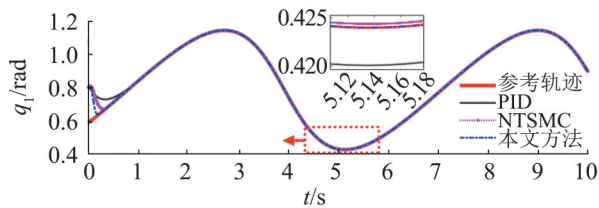
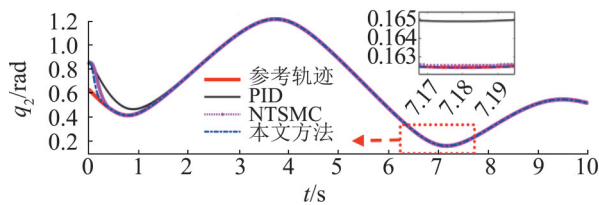


图3 末端轨迹跟踪响应

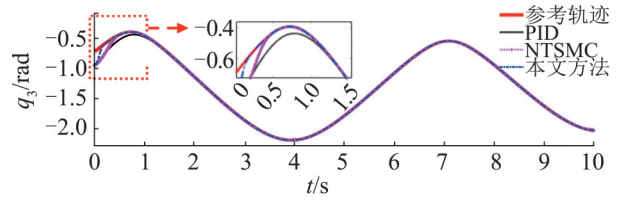
Fig. 3 Trajectory tracking responses of end-effector



(a) 关节1



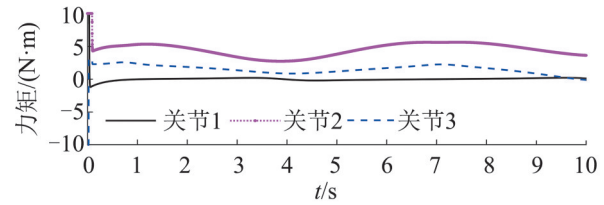
(b) 关节2



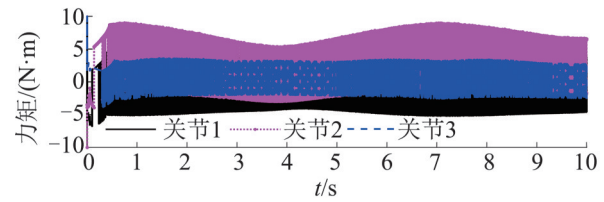
(c) 关节3

图4 关节的轨迹跟踪响应

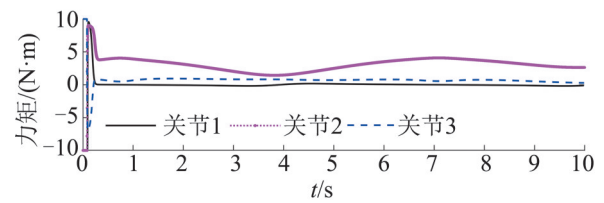
Fig. 4 Trajectory tracking responses



(a) PID



(b) NTSMC



(c) 本文方法

图5 各控制器的控制力矩输入

Fig. 5 Control torque inputs of each controller

表3 各控制器性能参数

Table 3 Performance parameters for each controller

性能指标	PID	NTSMC	本文方法
关节1跟踪误差 $\ e_1\ _{RMS}/\text{rad}$	0.021 7	0.018 4	0.008 8
关节2跟踪误差 $\ e_2\ _{RMS}/\text{rad}$	0.035 2	0.021 0	0.013 0
关节3跟踪误差 $\ e_3\ _{RMS}/\text{rad}$	0.029 6	0.023 8	0.014 4
关节1输出力矩 $\ \tau_1\ _{RMS}/(\text{N}\cdot\text{m})$	0.617 9	4.268 3	1.258 7
关节2输出力矩 $\ \tau_2\ _{RMS}/(\text{N}\cdot\text{m})$	4.655 8	5.923 9	3.400 7
关节3输出力矩 $\ \tau_3\ _{RMS}/(\text{N}\cdot\text{m})$	1.710 3	2.743 5	1.290 8

为了便于比较, 取均方根为性能指标^[13]:

$$\|e\|_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|e(k)\|^2}, \|\tau\|_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\tau(k)\|^2} \quad (37)$$

仿真结果表明, 所提出的控制器在存在建模误差和外界干扰情况下对机械臂各关节都表现出较好的轨迹跟踪控制性能, 由图4和表3可知, 该控制器比传统PID和非奇异终端滑模控制器具有更快的响应速度和更小的稳态误差, 各关节稳态误差均在 10^{-4} rad以内, 调整时间在0.3s以内, 并对不确定性干扰的抗干扰能力更强。由图5可知, 本文方法相对于非奇异终端滑模控制器对系统的控制输入抖振现象进行有效抑制, 本文控制器有效地产生连续的无抖振信号。另外, 为了进行数值分析, 3个控制器的平均控制转矩输入 $\|\tau\|_{RMS}$ 作为系统性能指标列于表3中, 结果表明, 本文控制器相较于NTSMC, 其控制输入均方根性能指标降幅最大降低了3.0096 N·m, 最小降低了1.4527 N·m。综上所述, 本文所提出的控制器可以有效克服机械臂模型参数和外界干扰等不确定性的影响, 提高了不确定机械臂轨迹跟踪的性能, 并对系统抖振现象进行了有效抑制。

3.2 实验验证

本文的实验设备如图6所示。机器人实验样机设计为一个平面二自由度机械臂, 连杆1长度为0.2m, 连杆2长度为0.2m, 两转动关节采用2套交流伺服电机驱动。控制器采用固高公司的GTS-400-PV-PCI四轴运动控制卡, 两关节均采用带传动装置传递转矩, 关节角位移、角速度信息由分辨率为2500 p/r的编码器检测。

实验时间设置为10s, 采样点个数为50001, 参考跟踪轨迹取式(38)定义的圆形线轨迹:

$$\begin{aligned} x &= 0.2 + 0.1 \cos(t) \\ y &= 0.2 + 0.1 \sin(t) \end{aligned} \quad (38)$$

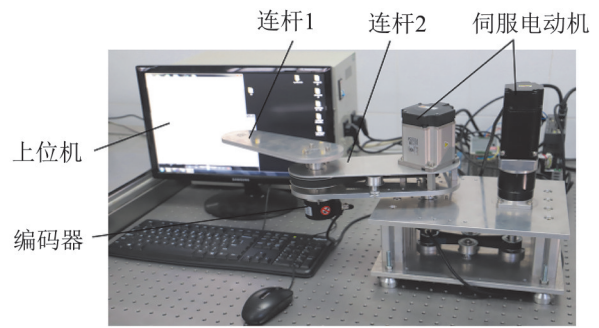


图6 机械臂实验平台

Fig. 6 Experimental platform of robotic manipulator

PID控制器参数设置为 $K_p = \text{diag}[3.05, 0.25]$, $K_i = \text{diag}[0.006, 0.0003]$, $K_d = \text{diag}[0.15, 0.016]$; 传统非奇异终端滑模控制参数设置为 $\gamma_1 = 5$, $\beta_1 = 3$, $k_n = 10$, $K = \text{diag}[22, 18]$; 本文所设计控制器参数设置为 $c_1 = \text{diag}[30.5, 30.5]$, $c_2 = \text{diag}[0.0085, 0.008]$, $\gamma = 5$, $\beta = 3$, $k_1 = \text{diag}[2.5, 1.5]$, $k_2 = \text{diag}[1.5, 1]$, $\eta = \text{diag}[2, 2]$, $k_3 = \text{diag}[0.01, 0.01]$, $\phi = \text{diag}[10, 10]$ 。图7~9分别展示了机械臂末端轨迹跟踪响应(实验条件下)、关节1、2的轨迹跟踪响应和各控制器控制力矩输入(实验条件下), 各控制器实验数据性能比较如表4所示。

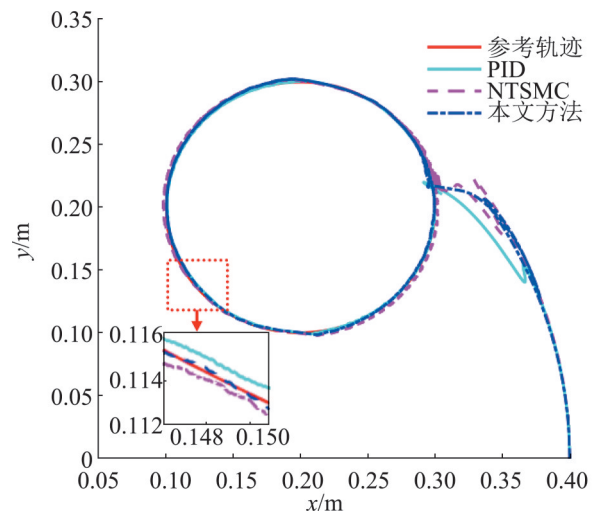


图7 末端轨迹跟踪响应(实验条件下)

Fig. 7 Trajectory tracking responses of end-effector (under experimental conditions)

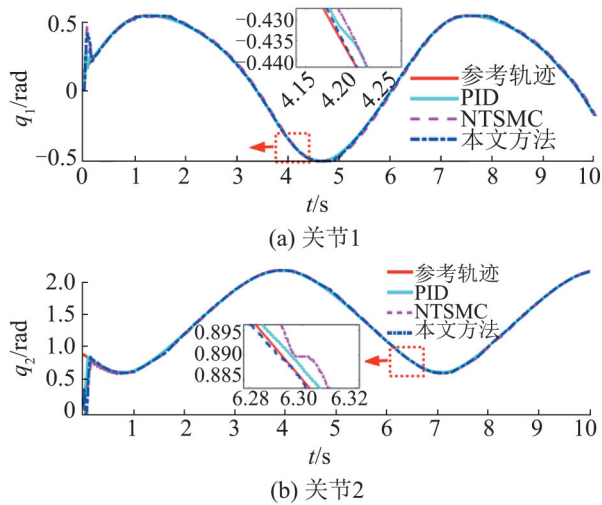


图 8 关节 1、2 的轨迹跟踪响应(实验条件下)
Fig. 8 Trajectory tracking responses of joint 1 and 2 (under experimental conditions)

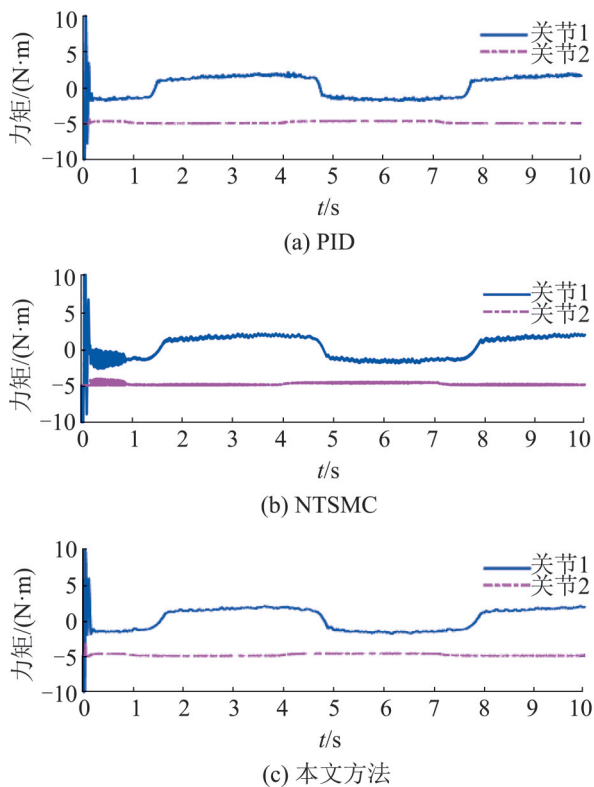


图 9 各控制器控制力矩输入(实验条件下)
Fig. 9 Control torque inputs of each controller (under experimental conditions)

从图 7~9 可以看出, 本文所设计的模糊自适应超螺旋二阶滑模控制器在两关节动态性能存在差异的情况下, 末端执行器具有更好的跟踪性能; 而

NTSMC 在受到关节摩擦和实际机械臂动力学建模误差的影响, 即使在控制增益选取较好的情况下, 也不能有效地保证末端执行器的跟踪精度, 在某个时间段其控制性能比 PID 控制器要差, 存在一定的稳态误差。由表 4 可知, 本文方法与 PID 控制器和非奇异终端滑模控制器相比, 所设计的控制器可使机械臂各关节轨迹跟踪误差均方根更小, 通过模糊推理算法对系统实际未知不确定性进行补偿, 对未建模误差、关节摩擦等具有良好的鲁棒性, 实验验证了本文设计控制方法的优越性。

表 4 各控制器性能参数(实验条件下)
Table 4 Performance parameters for each controller (under experimental conditions)

控制器	PID	NTSMC	本文方法
关节 1 跟踪误差 $\ e_1\ _{RMS}/rad$	0.022 8	0.020 3	0.009 1
关节 2 跟踪误差 $\ e_2\ _{RMS}/rad$	0.035 9	0.025 7	0.013 2
关节 1 输出力矩 $\ \tau_1\ _{RMS}/(N \cdot m)$	1.163 8	1.802 5	1.169 6
关节 2 输出力矩 $\ \tau_2\ _{RMS}/(N \cdot m)$	4.211 0	4.828 3	4.321 9

值得注意的是由于本实验样机两关节均采用带传动装置传递转矩, 因此在初始阶段由于需要皮带张紧过程, 从而对系统的初始阶段的跟踪性能产生一定程度的影响。

4 结论

针对工业机械臂模型误差和外部干扰等不确定性因素对末端执行器轨迹跟踪精度的影响, 设计了一种改进的模糊自适应超螺旋二阶滑模控制方法。仿真与实验结果对比表明: 所设计的控制器可使机械臂在复杂不确定性因素下实现末端执行器轨迹精确跟踪, 同时滑模控制的抖振得到有效的削弱, 提高了不确定机械臂系统的运动性能。然而, 本实验样机利用带传动传递转矩, 接下来将研究带传动装置对机械臂初始阶段运行性能的影响。

参考文献:

[1] Saleh Mobayen, Fairouz Tchier, Lakhdar Ragoub, et al.

- Design of an Adaptive Tracker for N-Link Rigid Robotic Manipulators Based on Super-Twisting Global Nonlinear Sliding Mode Control[J]. *International Journal of Systems Science(S0020-7721)*, 2017, 48(9): 1990-2002.
- [2] Yi Shanchao, Zhai Junyong. Adaptive Second-Order Fast Nonsingular Terminal Sliding Mode Control for Robotic Manipulators[J]. *ISA Transactions(S0019-0578)*, 2019, 90: 41-51.
- [3] Zhu D C, Du B L, Zhu P C, et al. Constant Force PID Control for Robotic Manipulator Based on Fuzzy Neural Network Algorithm[J]. *Complexity(S1076-2787)*, 2020 (3). DOI:10.1155/2020/3491845.
- [4] Carvajal J, Chen G, Gmen H. Fuzzy PID Controller: Design, Performance Evaluation, and Stability Analysis [J]. *Information Sciences(S0020-0255)*, 2000, 123(3/4): 249-270.
- [5] Yang Y, Yan Y. Attitude Regulation for Unmanned Quadrotors Using Adaptive Fuzzy Gain-Scheduling Sliding Mode Control[J]. *Aerospace Science and Technology(S1270-9638)*, 2016, 54: 208-217.
- [6] Ren B, Wang Y, Chen J. Trajectory-Tracking-Based Adaptive Neural Network Sliding Mode Controller for Robot Manipulators[J]. *Journal of Computing and Information Science in Engineering(S1530-9827)*, 2020, 20(3): 1-23.
- [7] 张瑞民, 陈巧玉. 基于光滑二阶滑模的机械臂轨迹跟踪控制[J]. *系统仿真学报*, 2021, 33(6): 1315-1322.
- Zhang Ruimin, Chen Qiaoyu. Trajectory Tracking Control of Robotic Manipulators Based on Smooth Second-Order Sliding Mode[J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(6): 1315-1322.
- [8] Zhu D C, Du B L, Zhu P C, et al. Adaptive Backstepping Sliding Mode Control of Trajectory Tracking for Robotic Manipulators[J]. *Complexity(S1076-2787)*, 2020(3). DOI:10.1155/2020/3156787.
- [9] 于树友, 孟凌宇, 许芳, 等. 基于三步法的机械臂轨迹跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(5): 1034-1044.
- Yu Shuyou, Meng Lingyu, Xu Fang, et al. Trajectory Tracking Control of Manipulators with Triple-Step Method[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 1034-1044.
- [10] 徐传忠, 王永初. 基于反演设计的机械臂非奇异终端神经滑模控制[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(23): 36-40.
- Xu Chuazhong, Wang Yongchu. Nonsingular Terminal Neural Network Sliding Mode Control for Manipulator Joint Based on Backstepping[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(23): 36-40.
- [11] Su Y X, Zheng C H. A New Nonsingular Integral Terminal Sliding Mode Control for Robot Manipulators[J]. *International Journal of Systems Science(S0020-7721)*, 2020, 51(8): 1418-1428.
- [12] Li Tzuu Hseng S, Huang Yuncheng. MIMO Adaptive Fuzzy Terminal Sliding-Mode Controller for Robotic Manipulators[J]. *Information Sciences(S0020-0255)*, 2010, 180: 4641-4660.
- [13] 宋胜利, 陈文浩, 张兴龙, 等. 快速二阶终端控制及其在下肢外骨骼的应用[J]. *控制与决策*, 2019, 34(1): 36-40.
- Song Shengli, Chen Wenhao, Zhang Xinglong, et al. Fast Second-Order Terminal Sliding Mode Control and Its Application in Exoskeleton of Lower Extremities[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(1): 36-40.
- [14] Yassine Kali, Maarouf Saad, Khalid Benjelloun, et al. Super-Twisting Algorithm with Time Delay Estimation for Uncertain Robot Manipulators[J]. *Nonlinear Dynamics(S0924-090X)*, 2018, 93: 557-569.
- [15] Fang Y, Fei J, Hu T. Adaptive Backstepping Fuzzy Sliding Mode Vibration Control of Flexible Structure[J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control(S0263-0923)*, 2018, 37(4): 1-18.
- [16] Keighobadi J, Fateh M M, Xu B. Adaptive Fuzzy Voltage-Based Backstepping Tracking Control for Uncertain Robotic Manipulators Subject to Partial State Constraints and Input Delay[J]. *Nonlinear Dynamics(S0924-090X)*, 2020, 100: 2609-2634.