

5-25-2022

## Cellular Automata Model of Mixed Traffic Flow Composed of Intelligent Connected Vehicles' Platoon

Yangsheng Jiang

*1.School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;2.National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;3.National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China; jiangyangsheng@swjtu.cn*

Sichen Wang

*1.School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;2.National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;*

Kuan Gao

*1.School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;2.National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;*

Meng Liu

*1.School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;2.National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Cellular Automata Model of Mixed Traffic Flow Composed of Intelligent Connected Vehicles' Platoon

## Abstract

**Abstract:** To solve the existing cellular automata model of automatic-manual driving that does not consider the behavior of vehicle platoon, a *cellular automata model of mixed traffic flow with the intelligent connected vehicles platoon* is proposed, and the characteristics of mixed traffic flow are analyzed. The existing car-following behaviors in mixed traffic flow are analyzed. Based on the characteristics of the car-following behaviors, the cellular automata rules of human-driven vehicles (HDV), adaptive cruise control (ACC), and cooperative adaptive cruise control (CACC) are developed, respectively. Based on the numerical simulation experiments, the mixed traffic flow characteristics and congestion conditions are analyzed under different intelligent networked vehicle penetration rates. The result shows that with intelligent connected vehicles, the road capacity and average vehicle speed can be improved significantly, and traffic congestion can be alleviated effectively.

## Keywords

intelligent connected vehicles' platoon, traffic flow characteristics, cellular automata model, mixed traffic flow, penetration rate

## Authors

Yangsheng Jiang, Sichen Wang, Kuan Gao, Meng Liu, and Zhihong Yao

## Recommended Citation

Yangsheng Jiang, Sichen Wang, Kuan Gao, Meng Liu, Zhihong Yao. Cellular Automata Model of Mixed Traffic Flow Composed of Intelligent Connected Vehicles' Platoon[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(5): 1025-1032.

## 混入智能网联车队的混合交通流元胞自动机模型

蒋阳升<sup>1,2,3</sup>, 王思琛<sup>1,2</sup>, 高宽<sup>1,2</sup>, 刘梦<sup>1,2</sup>, 姚志洪<sup>1,2,3\*</sup>

(1. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 综合交通大数据应用技术国家工程实验室, 四川 成都 611756;  
3. 西南交通大学 西南交通大学综合交通运输智能化国家地方联合工程实验室, 四川 成都 611756)

**摘要:** 针对现有自动-手动驾驶混合交通流元胞自动机模型未考虑智能网联车队队列行为, 提出了考虑智能网联车队的混合交通流元胞自动机模型, 研究混入智能网联汽车车队的混合交通流特征。对混合交通流中的跟驰行为进行了分析, 基于跟驰行为的特征, 分别构建人工驾驶跟驰模式、自适应巡航模式、协同自适应巡航车队模式的元胞自动机规则, 基于数值仿真实验对不同智能网联车渗透率下的混合交通流特性及拥堵情况进行了分析。结果表明: 智能网联汽车的应用可显著提高道路通行能力和车辆平均速度, 进而有效地缓解交通拥堵。

**关键词:** 智能网联汽车车队; 交通流特性; 元胞自动机; 混合交通流; 渗透率

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X (2022) 05-1025-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0976

## Cellular Automata Model of Mixed Traffic Flow Composed of Intelligent Connected Vehicles' Platoon

Jiang Yangsheng<sup>1,2,3</sup>, Wang Sichen<sup>1,2</sup>, Gao Kuan<sup>1,2</sup>, Liu Meng<sup>1,2</sup>, Yao Zhihong<sup>1,2,3\*</sup>

(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;  
2. National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;  
3. National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China)

**Abstract:** To solve the existing cellular automata model of automatic-manual driving that does not consider the behavior of vehicle platoon, a cellular automata model of mixed traffic flow with the intelligent connected vehicles platoon is proposed, and the characteristics of mixed traffic flow are analyzed. The existing car-following behaviors in mixed traffic flow are analyzed. Based on the characteristics of the car-following behaviors, the cellular automata rules of human-driven vehicles (HDV), adaptive cruise control (ACC), and cooperative adaptive cruise control (CACC) are developed, respectively. Based on the numerical simulation experiments, the mixed traffic flow characteristics and congestion conditions are analyzed under different intelligent networked vehicle penetration rates. The result shows that with intelligent connected vehicles, the road capacity and average vehicle speed can be improved significantly, and traffic congestion can be alleviated effectively.

**Keywords:** intelligent connected vehicles' platoon; traffic flow characteristics; cellular automata model; mixed traffic flow; penetration rate

## 引言

智能网联汽车作为车联网与智能汽车有机结

合的新兴产物, 近年来在世界范围内快速发展。最新研究表明<sup>[1]</sup>, 2045 年城市道路上 L4 级别的智能

收稿日期: 2020-12-07 修回日期: 2020-12-15

基金项目: 国家自然科学基金(52002339); 四川省科技计划(2021YJ0535); 综合交通大数据国工室交大数科创新中心项目(JDSKCXZX202003)

第一作者: 蒋阳升(1976-), 男, 博士, 教授, 研究方向为交通系统优化。E-mail: jiangyangsheng@swjtu.cn

通讯作者: 姚志洪(1991-), 男, 博士, 助教, 研究方向为智能网联交通系统建模、仿真、优化控制。E-mail: zhyao@swjtu.edu.cn

网联车渗透率预计仅能达到 24.8%。这表明未来道路将会有很长一段时间呈现人工驾驶车与智能网联车混行的局面<sup>[2]</sup>。同时,当智能网联汽车组成车队时,不仅能够减少车辆油耗,还能极大地增加道路和交叉口的通行能力<sup>[3]</sup>。因此,研究混入智能网联车队的混合交通流特性将具有重要的意义。

元胞自动机可以通过简单的规则,较为真实地模拟复杂的交通现象。文献[4-5]提出经典 NS 元胞自动机交通流模型。随后,许多学者将 NS 规则根据实际应用场景进行了改进,如:TT 模型<sup>[6-7]</sup>、巡航控制极限模型<sup>[8-9]</sup>、FI 模型<sup>[10-11]</sup>、速度效应模型<sup>[12-13]</sup>、敏感驾驶模型<sup>[14]</sup>和改进的舒适驾驶模型<sup>[15]</sup>等,这些模型都在一定程度上重现了特殊的交通现象。随着智能网联车的发展,相关学者采用元胞自动机模拟混入智能网联车的混合交通流特征。文献[16]提出了 4 个包含自动控制安全系统的元胞自动机模型,并与 NS 模型、TT 模型和 BJH 模型进行了对比,结果表明该模型可以显著提升高速公路的通行能力。文献[17]将 Gipps 安全距离规则引入 NS 模型中,提出了基于安全距离的手动-自动驾驶元胞自动机混合交通流模型。数值仿真结果表明,随着自动驾驶车辆比例的增加交通拥堵会显著降低,且自动驾驶车辆采用较小的反应时间有利于道路通行能力的提高。文献[18]基于元胞自动机研究了手动-自动驾驶车辆混合交通流的安全问题,得出了应合理设置自动驾驶车辆安全间距进而减少事故率。从以上分析可知,元胞自动机被广泛应用于交通流特性的研究。但现有研究仅考虑了智能网联

车单车驾驶行为,未考虑多辆智能网联车跟驰时会形成车队队列的情况。因此,智能网联车队对混合交通流特性的影响机理尚待揭示。

为解决该问题,本文研究混入智能网联车队的混合交通流元胞自动机模型。首先,分析了混合交通流中存在的 3 种跟驰模式;在此基础上,引入智能网联车队概念,分别构建了不同跟驰模式下的元胞自动机模型;最后,设计了数值仿真实验,对智能网联环境下的混合交通流相关特性进行了分析。

## 1 跟驰特性分析

当道路上同时存在智能网联车与人工驾驶车时,不同车辆的跟驰特性可由图 1 描述。通过分析可知,共存在 3 种跟驰模式:①人工跟驰模式(human-driven vehicles, HDV);②自适应巡航模式(adaptive cruise control, ACC);③协同自适应巡航模式(cooperative adaptive cruise control, CACC)。

### 1.1 人工跟驰模式

由图 1 可知,HDV 跟驰模式包括 2 种情况,分别为:①本车为人工驾驶车,前车为智能网联车;②本车和前车均为人工驾驶车。此时,本车均为人工驾驶车,故当前车驾驶行为发生改变时,本车驾驶员在采取措施之前需要时间感知、识别并判断前车行驶状态的变化,本文将此称为反应时间。该模式下反应时间由驾驶员本身决定,且由于驾驶员心态等不确定因素,本车可能会产生随机的车辆减速现象。

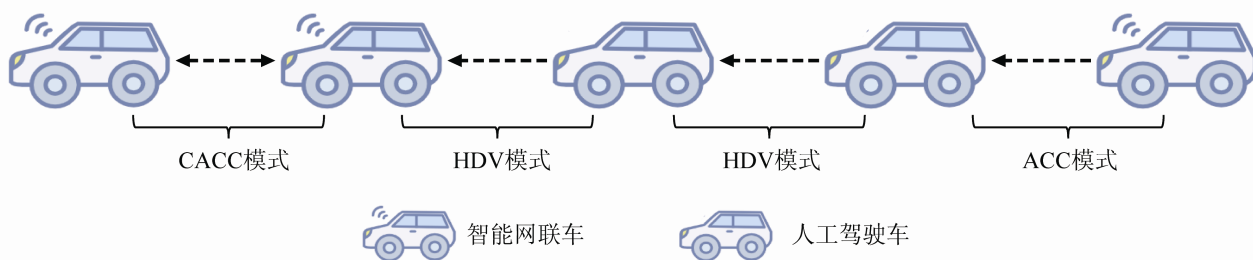


图 1 混合交通流中的跟驰模式  
Fig. 1 Car-following modes in mixed traffic flow



## 1.2 自适应巡航模式

若本车为智能网联车, 前车为人工驾驶车, 则两车间的跟驰模式为 ACC 模式。由于前车为人工驾驶车, 两车之间无法实现通信, 本车基于车载感知系统来获取前车的状态信息。当前车驾驶行为发生改变时, 本车可迅速感知并采取相应的措施。此时, 反应时间为车载感知系统的处理时间, 与 HDV 模式相比较短。

## 1.3 协同自适应巡航模式

若本车与前车均为智能网联车, 则两车间的跟驰模式为 CACC 模式。本车与前车可进行实时的通讯, 来实现驾驶行为的同步改变。因此, 可将其视为一个“车队”队列。此时, 反应时间为系统的通信和制动延迟, 其取值远小于 HDV 模式, 通常可取为 0。

## 2 混合交通流元胞自动机模型

元胞自动机模型常用的规则有加速、减速、随机慢化及位置更新。虽然规则简单, 但可准确地模拟出道路中的各种交通流现象。针对以上 3 种跟驰模式特性, 采用不同的元胞自动机规则进行建模, 进一步得到混合交通流元胞自动机模型。

### 2.1 安全间距

参考文献[17], 引入安全间距的概念。安全间距为考虑前车紧急刹车情况下, 为保证本车不与之相撞的最小车辆间距, 可根据式(1)求得:

$$d_{n,\text{safe}} = v_n(t)\tau_n + \frac{v_n(t)^2}{2B_n} - \frac{v_{n-1}(t)^2}{2B_{n-1}} \quad (1)$$

式中:  $v_n(t)$  和  $v_{n-1}(t)$  分别为第  $n$  和  $n-1$  辆车在  $t$  时刻的速度;  $B_n$  和  $B_{n-1}$  分别为第  $n$  与  $n-1$  辆车的最大减速度;  $\tau_n$  为第  $n$  辆的反应时间, 其中, 智能网联车与人工驾驶车取值分别为  $\tau_n^{\text{CAV}}$  和  $\tau_n^{\text{HDV}}$ 。

### 2.2 元胞自动机模型

以下将具体构建 3 种跟驰模式下的元胞自动机规则。

#### 2.2.1 HDV 和 ACC 跟驰模式元胞自动机模型

考虑到 HDV 和 ACC 跟驰模式仅在反应时间上存在差异, 因此, 此处一起进行建模。

##### (1) 加速

对于 HDV 和 ACC 模式, 当本车(第  $n$  辆车)与其前车(第  $n-1$  辆车)的间距  $d_n$  大于其所需的安全间距  $d_{n,\text{safe}}$  时, 本车出于对更高速度的追求, 按照式(2)所示规则进行加速:

$$v_n(t+1) = \min(v_n(t) + a_n, v_{\text{max}}, d_n), d_n > d_{n,\text{safe}} \quad (2)$$

式中:  $v_n(t+1)$  为车辆  $n$  在  $t+1$  时刻的速度;  $a_n$  为车辆  $n$  的常规加速度;  $v_{\text{max}}$  为车辆的最大行驶速度;  $d_n = x_{n-1}(t) - x_n(t) - l_{n-1}$  表示第  $n$  与第  $n-1$  辆车之间的距离;  $l_{n-1}$  表示第  $n-1$  辆车的长度;  $x_n(t)$  和  $x_{n-1}(t)$  分别表示第  $n$  和  $n-1$  辆车在  $t$  时刻的位置;  $d_{n,\text{safe}}$  为安全间距, 由式(1)可知, 其与反应时间有关, 因此, 应针对不同车辆类型采用对应的反应时间。

##### (2) 减速

当本车(第  $n$  辆车)与其前车(第  $n-1$  辆车)的间距  $d_n$  小于等于安全间距  $d_{n,\text{safe}}$  时, 出于对安全的考虑, 本车会进行减速。特别地,  $d_n$  等于安全间距  $d_{n,\text{safe}}$  且前车行驶平稳时, 在保证安全的情况下本车会进行匀速行驶。对应的规则为

$$v_n(t+1) = \min(v_n(t), d_n), d_n \leq d_{n,\text{safe}} \quad (3)$$

与加速规则一样, 应针对不同车辆类型采用对应的反应时间。

##### (3) 随机慢化

由于在驾驶过程中存在不确定因素的影响, 可能导致车辆减速。通常以概率  $p_{\text{slow}}$  对行驶中的车辆进行随机慢化, 其规则为

$$v_n(t+1) = \max(v_n(t) - b_n, 0) \quad (4)$$

式中:  $b_n$  为车辆  $n$  的随机慢化减速度。特别地, 考虑到 ACC 模式的车辆为智能网联车, 不存在人工驾驶的随机慢化过程。

##### (4) 位置更新

在获得车辆的速度后, 采用式(5)对其位置进行更新。

$$x_n(t+1) = x_n(t) + v_n(t+1) \quad (5)$$

## 2.2.2 CACC 跟驰模式元胞自动机模型

CACC 跟驰模式与 HDV 和 ACC 跟驰模式相比, 车辆之间可以进行实时通讯, 进而实现驾驶行为的同步改变。当车辆跟驰模式为 CACC 时, 后车不仅可以通过车载感应系统实时感知前车的驾驶状态, 还可通过车间通信提前获知前车下一时刻的驾驶行为。若发生紧急情况, 前车则会立刻将制动措施通知后车, 车辆一起进行制动。因此, 以 CACC 模式行驶车辆的安全间距很小, 本文假设为 0.5 m (即  $d_{n,\text{safe}}=0.5$ )。综上分析可知, CACC 跟驰模式下的车辆能够以车队队列的形式进行行驶。因此, 此处引入“车队”概念, 同一车队中的车辆可保持稳定间距并实现相同的驾驶行为。综上, 其元胞自动机规则可概括为形成车队前和形成车队后。

### (1) 形成车队前

当本车(第  $n$  辆车)与其前车(第  $n-1$  辆车)的间距  $d_n > d_{n,\text{safe}}$  时, 本车为尽可能快地与前车形成车队, 将对速度进行调整。由于 CACC 跟驰模式下本车可同步获得前车下一时刻的驾驶行为信息, 故本车可据此对速度进行调整, 具体规则为

$$v_n(t+1) = \min(v_n(t) + a_n, v_{\max}, d_n + v_{n-1}(t+1) - d_{n,\text{safe}}), d_n > d_{n,\text{safe}} \quad (6)$$

式中:  $d_n + v_{n-1}(t+1) - d_{n,\text{safe}}$  为本车在下一个时间步长内形成车队所需的速度。

### (2) 形成车队后

当本车(第  $n$  辆车)与其前车(第  $n-1$  辆车)的间距  $d_n = d_{n,\text{safe}}$  时, 两车即成为一个稳定的车队, 具有相同的驾驶行为(加减速)且保持安全的行驶间距。因此, 本车与其前车具有同样的驾驶行为, 演化规则如式(7)所示。

$$v_n(t+1) = v_{n-1}(t+1), d_n = d_{n,\text{safe}} \quad (7)$$

### (3) 位置更新

由于 CACC 跟驰模式下的车辆均为智能网联车, 不存在随机慢化过程。因此, 在获得车辆的速度后, 采用式(5)对其位置进行更新。

## 3 数值仿真

### 3.1 仿真环境设置

以长度  $L=4$  km 的高速公路单车道为例, 采用周期性边界条件, 初始时车辆均匀分布在道路上且采用随机速度。元胞长度设为 1 m, 车辆长度设为 5 m, 即占用 5 个元胞。车辆行驶的最大速度设为 35 m/s (126 km/h), 常规加速度  $a_n$  和随机减速度  $b_n$  分别设为 2 m/s<sup>2</sup> 和 3 m/s<sup>2</sup>, 最大减速度  $B_n$  设为 5 m/s<sup>2</sup>, 反应时间  $\tau_n^{\text{HDV}}$  和  $\tau_n^{\text{CAV}}$  分别设为 2 s 和 1 s, 随机慢化概率  $p_{\text{slow}}$  为 0.3。仿真时长为 4 000 s, 仿真精度为 1 s。收集交通流稳定后(后 2 000 s)的数据作为仿真结果进行分析。为研究智能网联车渗透率对混合交通流特性的影响, 将渗透率分别设为 0%、20%、40%、60%、80%和 100%。同时, 为避免随机性对仿真结果的影响, 同一渗透率下采用不同随机种子仿真 10 次, 取平均值作为最终结果。

### 3.2 仿真结果分析

#### 3.2.1 交通流基本图

图 2 所示为不同智能网联车渗透率下的密度-流量-速度基本图。由图 2(a)可知, 车辆的平均速度会随着密度的增加不断降低; 但在同一密度下, 随着渗透率增加, 车辆的平均速度显著提升。同时, 由图 2(b)可知, 随着渗透率的增加, 道路通行能力也不断提高。当渗透率为 60%时, 道路通行能力是纯人工驾驶车的 2.2 倍; 当渗透率为 80%时, 道路通行能力是纯人工驾驶车的 3.9 倍。当智能网联车渗透率为 100%时, 车辆流量随着密度线性增加, 在密度达到饱和前, 道路中车辆的平均速度均等于最大速度, 此时, 车辆均为自由行驶状态。分析可知, 智能网联车不仅不会产生随机减速, 且会不断调整速度快速形成车队。其中, 未形成车队的车辆会不断加速紧追前一个车队, 直到加入前一个车队或达到最大速度为止。最终, 当所有车辆行驶状态稳定后, 会形成一个或多个以最大速度行驶的车队。因此, 当全部为智能网联车时, 道路通行能

力将只受临界密度的影响, 故提高智能网联车渗透率有利于提升道路通行能力。

### 3.2.2 时空速度图

图 3 为密度为 60 辆/km 时, 不同智能网联车渗透率下的时空速度图。其中, 不同色度值表示不同的速度值。由图 3 可知, 随着渗透率的增加, 车辆速度不断提高。当渗透率为 100% 时, 时空图除初始一段时间外(初始速度随机生成), 其余有车位置色度值均为红色。分析可知, 此时车辆已快速形成一个或多个车队, 故道路中的车辆均以最大速度行驶。

### 3.2.3 交通拥堵分析

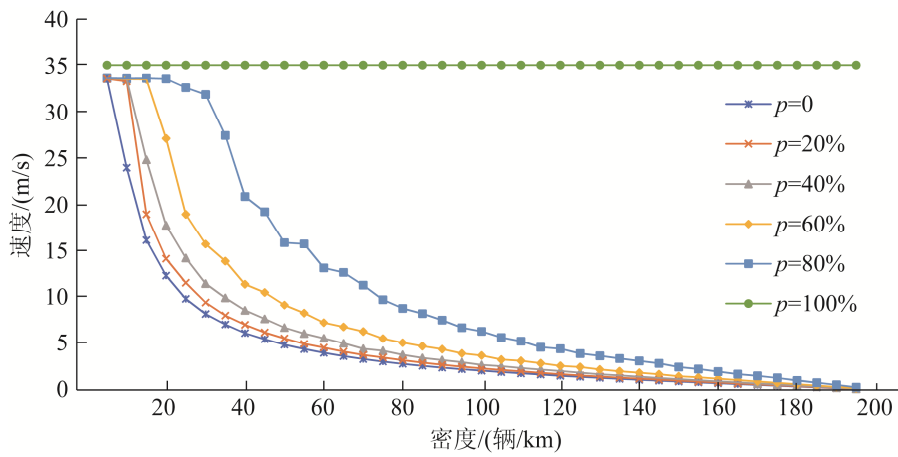
采用拥堵车辆占比来描述道路的交通拥堵情

况, 参考文献[17], 拥堵车辆占比计算公式为

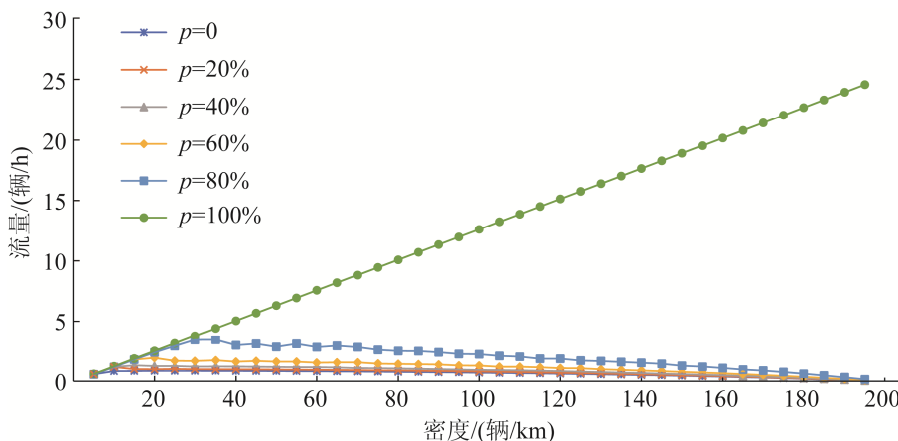
$$CR = \frac{n}{\Delta TN} \quad (8)$$

式中:  $n$  为严重拥堵的车辆数, 参考文献[19], 将速度低于 10 km/h 的车辆定义为严重拥堵车辆;  $\Delta T$  为仿真时长;  $N$  为车辆总数。

图 4 所示为不同渗透率下的拥堵比例随密度变化情况。由图 4 可知, 道路拥堵比例随着密度的增加而增加。纯人工驾驶车情况下, 道路在密度为 10 辆/km 时, 已经开始逐渐出现拥堵; 而智能网联车渗透率为 80% 时, 道路在密度为 30 辆/km 时才出现拥堵现象。进一步选取交通密度为 100 辆/km 为例, 计算不同渗透率下拥堵减少百分比, 如表 1 所示。



(a) 速度-密度关系图



(b) 流量-密度关系图

图 2 不同智能网联车辆渗透率下的基本图

Fig. 2 Fundamental diagram with different penetration rates

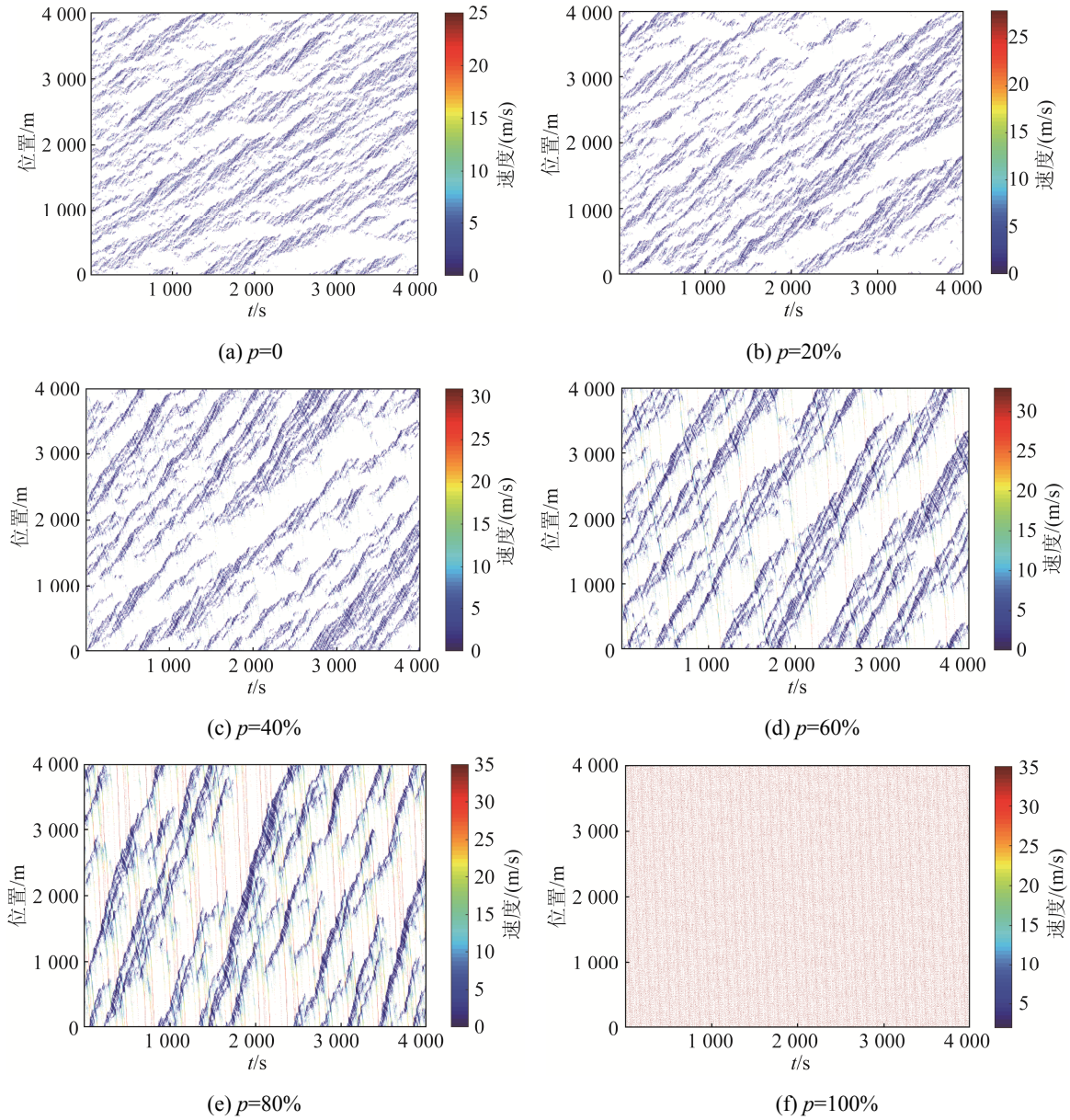


图3 不同智能网联车渗透率下的时空速度图

Fig. 3 Time and space velocity diagrams under different penetration rates

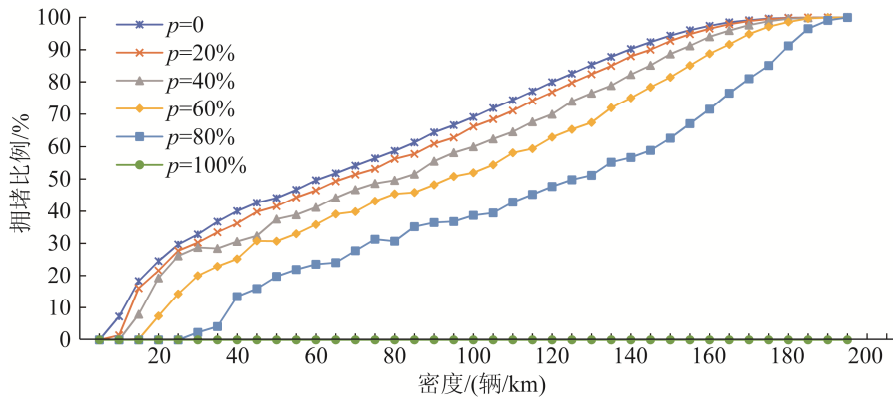


图4 不同智能网联车渗透率下的拥堵车辆占比随密度变化图

Fig. 4 Congestion ratio vs. density under penetration rates

<http://www.china-simulation.com>

表 1 不同渗透率下拥堵减少百分比(100 辆/km)  
Table 1 Congestion reduction percentage under different penetration rates (100 vehicles/km) %

渗透率	拥堵比例	减少百分比
0	69.12	0
20	66.18	4.25
40	60.01	13.18
60	51.99	24.78
80	38.74	43.95
100	0	100

由表 1 可知, 当交通密度和渗透率分别为 100 辆/km 和 80%时, 与纯人工驾驶车相比, 拥堵减少了 43.95%。特别地, 图 4 中当渗透率为 100%时, 各密度下的拥堵比例均为 0。分析可知, 此时智能网联车已经可以形成稳定车队队列, 车辆均以自由流状态行驶。因此, 智能网联车的大规模应用可有效缓解交通拥堵。

## 4 结论

本文构建了混入智能网联汽车车队的混合交通流的元胞自动机模型。通过数值模拟, 得出了不同智能网联车渗透率条件下交通流特性及拥堵情况。具体结论如下:

(1) 智能网联车渗透率对道路通行能力有显著的影响, 当渗透率为 80%时, 与纯人工驾驶车相比, 道路通行能力可提升 2.9 倍。

(2) 交通流的平均速度随密度增加不断降低, 但在同一密度下, 智能网联车渗透率的提高可大幅提升道路车辆的平均速度。

(3) 随着交通密度的增加, 拥堵程度逐渐严重。但随着智能网联车渗透率的提高, 道路出现拥堵的密度值逐渐增大。且在同一密度下, 智能网联车的应用能够有效地抑制交通拥堵的产生。

(4) 当智能网联车渗透率为 100%时, 车辆均以车队形式自由行驶, 道路通行能力将只受临界密度的影响。

本文虽构建了混入智能网联汽车车队的混合交通流元胞自动机模型, 但仅考虑了高速公路单车道场景。未来将引入车辆换道规则, 构建混入

智能网联汽车车队的混合交通流多车道元胞自动机模型, 并将模型应用扩展至复杂的城市交通环境中, 充分考虑交叉口对模型的影响, 进一步研究更符合实际场景的混合交通流特性。

## 参考文献:

- [1] Bansal P, Kockelman K M. Forecasting Americans' Long-Term Adoption of Connected and Autonomous Vehicle Technologies[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* (S0965-8564), 2017, 95: 49-63.
- [2] Yao Z, Xu T, Jiang Y, et al. Linear Stability Analysis of Heterogeneous Traffic Flow Considering Degradations of Connected Automated Vehicles and Reaction Time[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (S0378-4371), 2021, 561: 125218.
- [3] Zhao W, Ngoduy D, Shepherd S, et al. A Platoon Based Cooperative Eco-Driving Model for Mixed Automated and Human-Driven Vehicles at a Signalised Intersection[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* (S0968-090X), 2018, 95: 802-821.
- [4] Nagel K, Schreckenberg M. A Cellular Automaton Model for Freeway Traffic[J]. *Journal De Physique I* (S1155-4339), 1992, 2(12): 2221-2229.
- [5] Dan Zhou, Sheng Jin, Dongfang Ma, et al. Modeling Mixed Bicycle Traffic Flow: A Comparative Study on the Cellular Automata Approach[J]. *Discrete Dynamics in Nature & Society* (S1026-0226), 2015(8): 1-11.
- [6] Takayasu M, Takayasu H. 1/f Noise in a Traffic Model[J]. *Fractals* (S0218-348X), 1993, 1(4): 860-866.
- [7] 刘建仁. 基于元胞自动机仿真建模的交叉口公交优先策略[D]. 西安: 长安大学, 2015.  
Liu Jianren. Evaluation of Transit Priority Strategies on Intersections Based on Cellular Automata Modeling[D]. Xi'an: Chang'an University, 2015.
- [8] Nagel K, Paczuski M. Emergent Traffic Jams[J]. *Physical Review E* (S1539-3755), 1995, 51(4): 2909-2918.
- [9] Zeng J, Yu S, Qian Y, et al. Expressway Traffic Flow Model Study Based on Different Traffic Rules[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica* (S2329-9266), 2018, 5(6): 1099-1103.
- [10] Fukui M, Ishibashi Y. Traffic Flow in 1D Cellular Automaton Model Including Cars Moving with High Speed[J]. *Journal of the Physical Society of Japan* (S0031-9015), 1999, 65(6): 1868-1870.

- [11] Essadni K W, Ez-Zahraouy H. Car Accidents Simulation of the Intersection of Two Roads in the Mixed Traffic Flow Using Fukui-Ishibashi Model[J/OL]. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences (S1819-6608), 2018, 13: 9. [http://www.arnjournals.org/jeas/research\\_papers/rp\\_2018/jeas\\_0518\\_7050.pdf](http://www.arnjournals.org/jeas/research_papers/rp_2018/jeas_0518_7050.pdf).
- [12] Li X, Wu Q, Jiang R. Cellular Automaton Model Considering the Velocity Effect of a Car on the Successive Car[J]. Physical Review E (S1539-3755), 2001, 64(6): 066128.
- [13] 李硕, 夏运达. 改进的考虑前车速度效应的交通流元胞自动机模型[J]. 公路工程, 2019, 44(1): 120-124.  
Li Shuo, Xia Yunda. Modified Cellular Automaton Models of Traffic Flow Considering the Velocity Effect of the Front Vehicle[J]. Highway Engineering, 2019, 44(1): 120-124.
- [14] Li L, Yu X, Dai S Q. One-dimensional Sensitive Driving Cellular Automaton Model for Traffic Flow[J]. Acta Physica Sinica (S1000-3290), 2003, 52(9): 2121-2126.
- [15] Jiang R, Wu Q S. Cellular Automata Models for Synchronized Traffic Flow[J]. Journal of Physics A General Physics (S0305-4470), 2003, 36(2): 381.
- [16] Lo S C, Hsu C H. Cellular Automata Simulation for Mixed Manual and Automated Control Traffic[J]. Mathematical & Computer Modelling (S0895-7177), 2010, 51(7/8): 1000-1007.
- [17] 邱小平, 马丽娜, 周小霞, 等. 基于安全距离的手动—自动驾驶混合交通流研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2016, 16(4): 101-108.  
Qiu Xiaoping, Ma Lina, Zhou Xiaoxia, et al. The Mixed Traffic Flow of Manual-Automated Driving Based on Safety Distance[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2016, 16(4): 101-108.
- [18] Liu Y, Lin X, He F, et al. Cellular Automata for Modeling Safety Issues in Mixed Traffic of Conventional and Autonomous Vehicles[C]// CICTP 2018: Intelligence, Connectivity, and Mobility. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2018: 56-65.
- [19] 贾斌. 基于元胞自动机的交通系统建模与模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2007.  
Jia Bin. Models and Simulations of Traffic System Based on the Theory of Cellular Automaton[M]. Beijing: Science Press, 2007.