

4-19-2022

## Hybrid Variable Neighborhood Search algorithm for the Multi-trip and Heterogeneous-fleet Electric Vehicle Routing Problem

Weiquan Wang

*1.School of International Trade and Economics, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;3.Department of Information Management, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;; wangweiquan@uibe.edu.cn*

Ding Ding

*1.School of International Trade and Economics, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;; dingd@uibe.edu.cn*

Shuyan Cao

*2.School of Statistics, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Hybrid Variable Neighborhood Search algorithm for the Multi-trip and Heterogeneous-fleet Electric Vehicle Routing Problem

## Abstract

**Abstract:** Based on the real business practice, the multi-trip and heterogeneous-fleet electric vehicle routing problem (MTHF-EVRP) with time windows in green logistics is studied. *A path-based mixed-integer linear model is built for the precise solution to the small-scale instances. A hybrid variable neighborhood search algorithm (Hybrid VNS) combined the variable neighborhood search algorithm with the labeling algorithm is proposed for the large-scale instances. The algorithm generates a modified insertion heuristic with random factor to construct the initial solution, allows the time window and range violation, adopts the neighborhood operators for the local search, and applies a labeling algorithm to solve the fixed-route recharging problem precisely.* The methods are tested on the real-world benchmark instances for MTHF-EVRP. The results on the small-scale instances show that Hybrid VNS can find the optimal solutions in a very short time. Compared with the state-of-the-art algorithm on the large-scale instances, the algorithm can significantly reduce the logistics cost and the great competitiveness of Hybrid VNS is showed.

## Keywords

heterogeneous-fleet, multi-trip, electric vehicle routing problem, variable neighborhood search, labeling algorithm

## Recommended Citation

Weiyan Wang, Ding Ding, Shuyan Cao. Hybrid Variable Neighborhood Search algorithm for the Multi-trip and Heterogeneous-fleet Electric Vehicle Routing Problem[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(4): 910-919.

# 混合变邻域搜索算法求解大规模电动车辆路径优化问题

王伟权<sup>1,3</sup>, 丁鼎<sup>1\*</sup>, 曹淑艳<sup>2</sup>(1. 对外经济贸易大学 国际经济贸易学院, 北京 100029; 2. 对外经济贸易大学 统计学院, 北京 100029;  
3. 对外经济贸易大学 网络安全和信息化处, 北京 100029)

**摘要:** 基于真实的物流场景, 研究了带时间窗的多车型和多循环电动车辆路径问题。建立了一个基于路径的混合整数线性规划模型, 可精确求解小规模算例。提出了将变邻域搜索算法和标签算法相结合的混合启发式算法, 用以求解大规模情形。该算法提出了一种带随机因子的启发式算法构造初始解, 并对时间窗和里程约束进行了松弛, 使用邻域算子进行变邻域搜索, 使用标签算法精确求解了固定商户配送顺序下的路径最优充电决策问题。测试结果表明: 混合变邻域搜索算法可在极短时间内找到最优解, 能大幅度降低物流成本。

**关键词:** 多车型; 多循环; 电动车辆路径优化问题; 变邻域搜索算法; 标签算法

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2022)04-0910-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-1133

## Hybrid Variable Neighborhood Search algorithm for the Multi-trip and Heterogeneous-fleet Electric Vehicle Routing Problem

Wang Weiquan<sup>1,3</sup>, Ding Ding<sup>1\*</sup>, Cao Shuyan<sup>2</sup>(1. School of International Trade and Economics, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;  
2. School of Statistics, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China;  
3. Department of Information Management, University of International Business and Economics, Beijing 100029, China)

**Abstract:** Based on the real business practice, the multi-trip and heterogeneous-fleet electric vehicle routing problem (MTHF-EVRP) with time windows in green logistics is studied. A path-based mixed-integer linear model is built for the precise solution to the small-scale instances. A hybrid variable neighborhood search algorithm (Hybrid VNS) combined the variable neighborhood search algorithm with the labeling algorithm is proposed for the large-scale instances. The algorithm generates a modified insertion heuristic with random factor to construct the initial solution, allows the time window and range violation, adopts the neighborhood operators for the local search, and applies a labeling algorithm to solve the fixed-route recharging problem precisely. The methods are tested on the real-world benchmark instances for MTHF-EVRP. The results on the small-scale instances show that Hybrid VNS can find the optimal solutions in a very short time. Compared with the state-of-the-art algorithm on the large-scale instances, the algorithm can significantly reduce the logistics cost and the great competitiveness of Hybrid VNS is showed.

**Keywords:** heterogeneous-fleet; multi-trip; electric vehicle routing problem; variable neighborhood search; labeling algorithm

收稿日期: 2021-11-05 修回日期: 2021-12-23

基金项目: 北京市社会科学基金(17GLB026); 对外经济贸易大学中央高校基本科研业务费专项资金(16JQ01, 19YB06)

第一作者: 王伟权(1991-), 男, 博士生, 研究方向为电动车辆路径优化。E-mail: wangweiquan@uibe.edu.cn

通讯作者: 丁鼎(1977-), 男, 博士, 博士生导师, 副教授, 研究方向为物流与供应链管理。E-mail: dingd@uibe.edu.cn

## 引言

纯电动汽车以节能、低碳的优势成为国内各大城市物流运输的新型交通工具,在国家政策<sup>[1]</sup>的激励下,电动物流车辆在中国大幅度增长。如何在满足诸多现实约束条件下高效合理地规划配送路径对企业降低物流成本有着重要的现实意义。

电动车辆路径问题源于Solomon<sup>[2]</sup>经典VRP(vehicle routing problem)问题。Erdogan等<sup>[3]</sup>研究了绿色燃料可补充的车辆路径问题。Roberti等<sup>[4]</sup>研究了带时间窗约束的电动车辆旅行商问题。Schneider等<sup>[5]</sup>引入了带时间窗的电动车辆路径问题(electric vehicle routing problem with time windows and recharging stations, EVRPTW)。Desaulniers等<sup>[6]</sup>做了进一步拓展,研究了4种不同的充电情形。上述的研究皆为单一车型,Hiemann等<sup>[7]</sup>研究了多车型电动车辆路径问题(electric fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and recharging stations, E-FSMFTW),考虑使用不同载重、电池容量和购置成本的车型进行物流配送。Golden<sup>[8-10]</sup>等研究了纯电动汽车与其他汽车混合车队的问题。赵灿华<sup>[11-15]</sup>等进一步研究了多车型多循环电动车辆路径问题(multi-trip and heterogeneous-fleet electric vehicle routing problem, MTHF-EVRP)。

为了精确求解电动车辆路径问题,国内外的大多数学者,如Schneider<sup>[5,7,9,16-19]</sup>等的模型都是基于充电站副本的模型。这类模型的缺点在于需要设置充电站副本的数量,而数量设置过多将增加求解时间,数量设置过少则很可能达不到最优解。Montoya等<sup>[20]</sup>提出了设置充电站副本数量的准则。为了避免复制充电站副本,Bruglieri等<sup>[21-22]</sup>提出了基于路径的模型,但是他们的模型并未考虑多车型和时间窗约束的问题。

从目前的国内外文献来看,针对电动车辆路径问题的启发式算法大多以邻域搜索算法为主,如Schneider等<sup>[5]</sup>提出的变邻域搜索与禁忌搜索结合的启发算法。赵灿华<sup>[11-12,23-26]</sup>等提出的大规模邻域搜索

算法。Vidal<sup>[27-29]</sup>等提出的遗传算法、蚁群算法、智能水滴算法等。在求解电动车辆路径问题时,固定商户配送顺序下的最优充电决策问题(fixed-route vehicle recharging problem, FRVCP)是一个非常重要的子问题。该问题对求解的质量有重要影响,由Montoya等<sup>[20]</sup>提出,可以看作是Irnich等<sup>[30]</sup>研究的带资源约束下的最短路径问题的变种问题。

基于上述分析可知,尽管已有学者研究了MTHF-EVRP问题并提出了对应的数学模型,但其模型都是基于充电站副本的模型,需要提前设置充电站副本的数量,求解困难。以Zhou等<sup>[13]</sup>为例,其模型引入了一个四维下标的整型决策变量,仅能精确求解商户规模为8个、充电站规模为2个的小规模算例。赵灿华<sup>[11-15]</sup>等采用了邻域搜索算法求解了MTHF-EVRP问题,但仅Zhao等<sup>[12]</sup>使用了标签算法,并只允许2个非充电节点之间访问一个充电站,其余学者并未采用标签算法强化的质量。

鉴于此,针对MTHF-EVRP问题,本文提出了一个基于路径的模型和一个以变邻域搜索算法为基础的混合启发式算法(Hybrid VNS)。本文模型相比于传统的基于充电站副本的模型,不需要设置充电站副本的个数,且求解效率更高。

本文启发式算法使用了一种带随机因子的插入算法构造初始解,使用标签算法强化局部最优解的质量,引入了商户关联度函数来缩减邻域的规模加速算法收敛。通过对不同规模下的真实物流算例进行测试,该算法在求解质量方面优于相关文献中的算法。

## 1 问题描述

多车型多循环电动车辆路径问题(MTHF-EVRP)可表述为:某物流企业有若干种电动车型,每种车型有对应的最大行驶里程、最大载重、最大容积、单位行驶里程成本和购置成本。该物流企业有一个配送中心,需要对全市的商户进行服务。每个商户都有服务时间窗。该城市有若干个充电站,

每个充电站允许多个车辆同时充电。车辆需从配送中心出发，服务完商户后返回配送中心，如果提前到达商户则需等待并计入等待成本。车辆在里程耗尽前需前往充电站进行充电，车辆将一次充满，所有车型每次充电的时间和充电的成本为固定值。车辆在行驶途中可多次返回配送中心装载货物并完全充电，此时车辆需在配送中心等待一个固定时间并产生等待成本。总物流成本包括车辆的固定成本、行驶里程的运输成本、等待时间成本，及充电成本，希望合理配置车辆类型和配送路径使总成本最小。

MTHF-EVRP 问题同时包含了多车型电动车辆路径问题和多循环车辆路径问题的特征，并受限于载重容量约束、时间窗约束和里程约束。

## 2 基于路径的数学模型

### 2.1 枚举路径

通过枚举的方式，将任意 2 个非充电节点(起点配送中心、商户和终点配送中心)之间所有车型通过的路径枚举出来。本文对所有路径的集合  $P$  通过两种定义进行分类处理：

(1) 定义  $P = P^{DP} \cup P^{CDP} \cup P^{CRP}$ 。任意 2 个非充电节点之间只有 3 种连接方式：①直接达到，该路径集称为直达路径集  $P^{DP}$ ；②访问中间配送节点到达，该路径集称为充电路径集  $P^{CDP}$ ；③访问充电站节点到达，该路径集称为充电路径集  $P^{CRP}$ 。

(2) 定义  $P = \Omega^{OC} \cup \Omega^{CC} \cup \Omega^{CO}$ 。任意 2 个非充电节点之间只有 3 种起点到终点的组合：①从起点配送中心出发到商户终止，这类路径集为  $\Omega^{OC}$ ；②从商户出发到商户终止，这类路径集为  $\Omega^{CC}$ ；③从商户出发到配送中心终止，这类路径集为  $\Omega^{CO}$ 。

本文模型符号如下： $V$ 为车型的集合； $C$ 为商户节点的集合； $N$ 为所有节点的集合； $P^{DP}$ 为所有直接到达的路径的集合； $P^{CRP}$ 为所有通过充电站节点到达的路径集合； $P^{CDP}$ 为所有通过中间配送中心节点到达的路径集合； $\Omega^{OC}$ 为所有从起点配送中心开始到商户终止的路径集合； $\Omega^{CC}$ 为所有从商

户开始到商户终止的路径集合； $\Omega^{CO}$ 为所有从商户开始到终点配送中心终止的路径集合； $P$ 为所有路径集合  $P = P^{DP} \cup P^{CDP} \cup P^{CRP}$ ,  $P = \Omega^{OC} \cup \Omega^{CC} \cup \Omega^{CO}$ ； $M$ 为一个充分大的数； $D_p$ 为路径  $p$  的行驶距离； $T_p$ 为路径  $p$  的通过时间； $Q_p^w$ 为通过路径  $p$  车型的最大载重； $Q_p^v$ 为通过路径  $p$  车型的最大容积； $Q_p^r$ 为通过路径  $p$  车型的最大里程； $\theta_p$ 为通过路径  $p$  车型的单位行驶成本； $f_p$ 为通过路径  $p$  车型的固定成本； $R_p$ 为通过路径  $p$  的充电站节点个数； $s_i$ 为商户  $i$  的服务时间； $w_i$ 为商户  $i$  的服务载重； $v_i$ 为商户  $i$  的服务容积； $[\alpha_i, \beta_i]$ 为商户  $i$  的时间窗； $[A, B]$ 为配送中心的时间窗； $\delta$ 为单位时间的等待成本； $K$ 为中间配送中心的固定服务时间； $\omega$ 为每一次充电的固定成本； $\phi_p(L)$ 为路径  $p$  上从左边非充电节点到最左充电节点的距离； $\phi_p(R)$ 为路径  $p$  上从最右充电节点到右边非充电节点的距离； $x_p = \{0, 1\}$ 为如果车辆访问路径  $p$  则为 1，反之，则为 0； $a_i$ 为车辆到达商户  $i$  的时间； $l_i$ 为车辆离开商户  $i$  的时间； $\tau_i^w$ 为车辆离开商户  $i$  的载重状态； $\tau_i^v$ 为车辆离开商户  $i$  的容积状态； $\tau_i^r$ 为车辆离开商户  $i$  的里程状态。

由于在充电站的充电时间和在中间配送中心停留的时间是固定的，因此通过每一条路径  $p$  的时间也是固定的，即为  $T_p$ 。此外，每一条路径  $p$  有通过该路径的车型  $t$  对应的最大里程  $Q_p^r$ 、最大载重与最大容积  $Q_p^w$ 、 $Q_p^v$  和固定成本  $f_p$ 。

### 2.2 剔除不可行路径和被占优路径

以  $t$  种车型、 $m$  个非充电节点、 $n$  个充电站节点为例，枚举的复杂度为  $O(t \cdot m^2 \cdot n!)$ 。因此本文需要通过约束条件和占优规则对枚举的路径进行剔除。

通过约束条件剔除不可行的路径。对于任意一条路径  $\forall p_{ij} \in P$ ，节点  $i$  与节点  $j$  的载重、容积之和超出车型最大载重、最大容积则为不可行的路径；从节点  $i$  的最早服务时间开始服务，到达节点  $j$  的时间超出节点  $j$  最晚服务时间则为不可行路径：

$$(w_i + w_j > Q_p^w) \vee (v_i + v_j > Q_p^v) \vee (\alpha_i + s_i + T_p > \beta_j)$$



通过距离信息设置占优准则剔除被占优的路径。假设有2条访问充电站节点的路径 $p^1 \in P^{CRP}$ 和 $p^2 \in P^{CRP}$ , 它们从左节点到最左侧充电站的距离分别为 $\phi_L^1$ 和 $\phi_L^2$ ; 它们从最右侧充电站到右节点的距离分别为 $\phi_R^1$ 和 $\phi_R^2$ , 它们的行驶距离分别为 $D_1$ 和 $D_2$ 。如果它们满足 $(D_1 > D_2) \wedge (\phi_L^1 > \phi_L^2) \wedge (\phi_R^1 > \phi_R^2)$ , 则路径 $p^1$ 被路径 $p^2$ 占优, 可以剔除掉 $p^1$ 。

### 2.3 数学建模

基于上述定义, 本文模型描述如下:

行驶里程成本、固定成本、充电成本和等待时间成本之和为

$$\min \sum_{p \in P} x_p D_p \theta_p + \sum_{p_{0j} \in \Omega^{OC}} x_p f_p + \sum_{p \in P} x_p R_p \omega + \sum_{i \in C} (l_i - a_i - s_i) \delta + \sum_{p \in P^{CRP}} x_p K \delta \quad (1)$$

每个商户节点必须且只能被访问一次:

$$\sum_{p \in P_{ij}, i \in N, t \in V} x_p = 1, \quad \forall i \in C \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P_{ij}, i \in N, t \in V} x_p = 1, \quad \forall j \in C \quad (3)$$

从起点配送中心出发的车辆数等于返回终点配送中心的车辆数:

$$\sum_{p_1 \in \Omega^{OC}} x_{p_1} = \sum_{p_2 \in \Omega^{CO}} x_{p_2} \quad (4)$$

到达和离开每个商户的车型是一致的:

$$\sum_{p \in P_{ij}, j \in N} x_p = \sum_{p \in P_{ij}, i \in N} x_p, \quad \forall i \in C, \forall t \in V \quad (5)$$

每个商户节点的载重和容积不得超过该路径对应车型的最大载重和容积:

$$\tau_i^w + w_i - Q_i^w \leq M(1 - x_p), \quad \forall p \in P_{ij}, \quad \forall i \in C \quad (6)$$

$$\tau_i^w + w_i - Q_i^w \leq M(1 - x_p), \quad \forall p \in P_{ji}, \quad \forall i \in C \quad (7)$$

$$\tau_i^v + v_i - Q_i^v \leq M(1 - x_p), \quad \forall p \in P_{ij}, \quad \forall i \in C \quad (8)$$

$$\tau_i^v + v_i - Q_i^v \leq M(1 - x_p), \quad \forall p \in P_{ji}, \quad \forall i \in C \quad (9)$$

商户到商户的直达路径与访问充电站节点的路径不得违反对应车型的载重与容积限制:

$$\tau_i^w - \tau_j^w - w_j \geq M(x_p - 1), \quad \forall p \in (P_{ij}^{DP} \cup P_{ij}^{CRP}) \cap \Omega_{ij}^{CC} \quad (10)$$

$$\tau_i^v - \tau_j^v - v_j \geq M(x_p - 1), \quad \forall p \in (P_{ij}^{DP} \cup P_{ij}^{CRP}) \cap \Omega_{ij}^{CC} \quad (11)$$

通过中间配送中心后重新装载的路径不得违反对应车型的载重与容积限制:

$$Q_i^w - \tau_j^w - w_j \geq M(x_p - 1), \quad \forall p \in P_{ijt}^{CDP}, \quad \forall j \in C \quad (12)$$

$$Q_i^v - \tau_j^v - v_j \geq M(x_p - 1), \quad \forall p \in P_{ijt}^{CDP}, \quad \forall j \in C \quad (13)$$

每个商户不得违反时间窗:

$$\alpha_i \leq l_i - s_i \leq \beta_i, \quad \forall i \in C \quad (14)$$

$$(x_p - 1) \leq a_j - l_i - T_p \leq M(1 - x_p), \quad \forall p \in \Omega_{ij}^{CC} \quad (15)$$

车辆在第一个商户时间窗允许的范围可以延迟起点配送中心的发车时间:

$$M(x_p - 1) \leq a_j - A - T_p, \quad \forall p \in \Omega_{0j}^{OC} \quad (16)$$

车辆不得晚于配送中心的最晚时间回来:

$$M(x_p - 1) \leq B - l_i - T_p, \quad \forall p \in \Omega_{i0}^{CO} \quad (17)$$

每条路径上的节点里程不得超出该路径对应车型的最大里程:

$$\tau_i^r - Q_i^r \leq M(1 - x_p), \quad \forall p \in \Omega_{ijt}^{CC} \cup \Omega_{i0t}^{CO} \quad (18)$$

确保车辆有足够的续航前往第一个需要服务的商户:

$$\tau_j^r + D_p - Q_p^r \leq M(1 - x_p), \quad \forall p_{0jt} \in \Omega^{OC} \cap P^{DP}, \quad j \in C, \quad t \in V \quad (19)$$

$$M(x_p - 1) \leq \tau_j^r + \phi_p(R) - Q_i^r \leq M(1 - x_p), \quad \forall p_{0jt} \in \Omega^{OC} \cap P^{CRP}, \quad j \in C, \quad t \in V \quad (20)$$

确保车辆有足够的续航返回终点配送中心:

$$\tau_i^r - D_p \geq M(x_p - 1), \quad \forall p_{i0t} \in \Omega^{CO} \cap P^{DP}, \quad i \in C, \quad t \in V \quad (21)$$

$$\tau_i^r - \phi_p(L) \geq M(x_p - 1), \quad \forall p_{i0t} \in \Omega^{CO} \cap P^{CRP}, \quad i \in C, \quad t \in V \quad (22)$$

对于任意2个商户节点之间直接连接的路径集, 确保车辆续航的可行性:

$$M(x_p - 1) \leq \tau_i^r - \tau_j^r - D_p \leq M(1 - x_p), \quad \forall p_{ijt} \in \Omega^{CC} \cap P^{DP}, \quad i, j \in C, \quad t \in V \quad (23)$$

对于任意2个商户节点之间需要通过访问充电站节点的路径集, 确保车辆有足够的续航前往充电:

$$\tau_i^r - \phi_p(L) \geq M(x_p - 1), \quad \forall p_{ijt} \in \Omega^{CC} \cap (P^{CRP} \cup P^{CDP}) \quad (24)$$

确保车辆在充电节点进行完全充电:

$$M(x_p - 1) \leq \tau_j^r + \phi_p(R) - Q_i^r \leq M(1 - x_p),$$

$$\forall p_{ij} \in \Omega^{CC} \cap (P^{CRP} \cup P^{CDP}) \quad (25)$$

决策变量的取值范围:

$$a_i \geq 0, l_i \geq 0, \tau_i^w \geq 0, \tau_i^v \geq 0, \tau_i^r \geq 0, \forall i \in C \quad (26)$$

### 2.4 与基于充电站副本模型比较

表 1 展示本文模型与文献[13]提出的基于充电站副本模型在整型决策变量上的比较。副本模型的思路是对节点之间的弧是否被访问设置为 0~1 的整型变量, 整型决策变量的维度对求解效率有很大影响。本文模型的整型决策变量为一维决策变量表示所枚举的第  $p$  条路径是否选中, 而 Zhou 等<sup>[13]</sup>设置了四维整型变量  $x_{ij}^k, x_{i0j}^k$  表示车型为  $k$  的第  $l$  辆车从  $i$  访问  $j$ 。

表 1 本文模型与基于充电站副本模型比较  
Table 1 Comparison with replication-based model

模型	0~1 整型变量
文献[13]	$x_{ij}^k, x_{i0j}^k$
本文	$x_p$

## 3 混合变邻域搜索算法

本文以 Hansen 等<sup>[31]</sup>的变邻域搜索算法为基础, 提出了一个混合变邻域搜索算法(Hybrid VNS), 具体流程如图 1 所示。本文算法先构造初始解, 然后对当前解进行随机扰动得到扰动后的解, 使用变邻域搜索算法得到局部最优解, 对该解进行可行性检验并更新惩罚因子, 使用标签算法进一步强化的质量, 达到终止条件后停止算法并输出最终最优解。

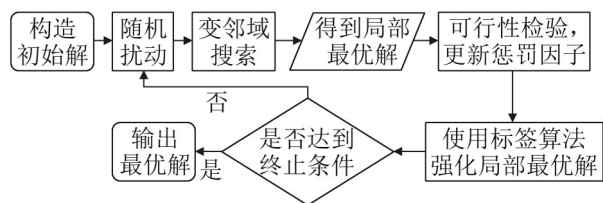


图 1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of algorithm

### 3.1 构造带惩罚系数的目标函数

本文算法对里程约束和时间窗约束进行了松弛, 但不允许违反载重容积约束。给定车型  $t$ , 路

径  $r$  的目标函数定义:

$$f_{gen}^t(r) = f(r) + \lambda(P_{TW}(r) + P_{Range}(r)) \quad (27)$$

式中:  $f(r)$  为原目标函数;  $P_{TW}(r)$  为违反时间窗约束的惩罚值;  $P_{Range}(r)$  为违反里程约束的惩罚值;  $\lambda$  为惩罚系数;  $f_{gen}^t(r)$  为构造的带惩罚系数的路径目标函数。由于一个解  $S = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  是由若干条路径所构成, 因此解的目标函数可定义为

$$f_{gen}(S) = \sum_{i=1}^n \min_{r \in V} f_{gen}^t(r_i) \quad (28)$$

### 3.2 构造初始解

本文使用带随机因子的启发式最优插入算法构造初始解。首先构造一个包含若干辆空车的空解。其次对所有的商户按照最晚服务时间从早到晚排列, 得到一个商户列表。从该列表的前  $\chi$  个商户当中随机选中一个商户, 根据目标函数式(28), 将该商户插入到使目标函数增加最少的位置。通过此插入准则, 将所有商户插入到解当中, 从而得到初始解。该初始解里可能存在大量违反时间窗和里程约束的路径, 这些路径将在后续的邻域搜索阶段通过惩罚系数被修复。

### 3.3 邻域结构的设计

使用 2-Opt\*, Relocate, Swap 和 InsertRemoveIF 邻域算子进行变邻域搜索。2-Opt\* 算子是随机选择 2 条路径, 将每条路径从中间的某个位置断开并交叉重连, 形成新的 2 条路径。Relocate 算子是随机选择一个节点, 将其插入到另一个位置。Swap 算子是随机选择 2 个不同的节点, 将其交换位置。InsertRemoveIF 算子是随机将一个充电站插入到一个商户的前(后)面, 或者随机移除当前解中的某个充电站。

### 3.4 随机扰动

随机从设定的邻域结构选择一个对当前解进行扰动, 生成的新解可能比当前解更差, 这种机制可以让算法避免陷入局部最优解。

### 3.5 变邻域搜索

设定参数  $\eta_{\text{penalty}}$  来控制惩罚系数  $\lambda$  的动态变化。使用邻域算子对当前解进行变邻域搜索,按照最优接受准则,得到局部最优解。如果连续  $\eta_{\text{penalty}}$  次搜索到不可行解,将惩罚系数  $\lambda$  乘以 10,加大惩罚力度使算法向可行解区域靠拢;如果连续  $\eta_{\text{penalty}}$  次搜索到可行解,则将惩罚系数  $\lambda$  除以 10,减少惩罚力度以求得更优解。此外,  $\lambda$  设定有上下界  $(\lambda_{\min}, \lambda_{\max})$ 。

### 3.6 减小邻域规模

随着问题规模的增大,邻域解的空间也会随之增长,使算法消耗大量的搜索时间。因此本文将采用 Vidal 等<sup>[27]</sup>提出的方法适当缩小邻域的范围,使算法在合理的时间内快速收敛。根据商户之间的时间窗和距离信息,定义商户关联度函数,用该函数构造邻域。给定商户  $i$  和  $j$ ,其关联度函数为

$$r(i, j) = d_{ij} + r^{\text{WT}} \max(\alpha_j - s_i - t_{ij} - \beta_i, 0) + r^{\text{TW}} \max(\alpha_i + s_i + t_{ij} - \beta_j, 0) \quad (29)$$

$r^{\text{WT}}$  和  $r^{\text{TW}}$  分别为最少等待时间和最少违反时间窗的惩罚系数。邻域构造如下:对每一个商户,计算其与其他商户的关联度函数,并只取前  $|\Gamma|$  个关联度最高的商户作为邻域商户对。邻域算子将只作用在这些关联度高的商户对上,根据商户的规模,调整  $|\Gamma|$  的值来控制邻域的大小。关联度函数的基础参数设定为:  $|\Gamma| = |N| \times 40\%$ ,  $r^{\text{WT}} = 0.2$ ,  $r^{\text{TW}} = 1.0$ ,  $|N|$  为商户规模。

### 3.7 标签算法解决固定商户配送顺序下的最优充电决策问题

给定车型  $t$ ,其单位行驶里程成本定义为  $\theta_t$ ,最大载重为  $Q_t^w$ 、最大容积为  $Q_t^v$ 、最大行驶里程为  $Q_t^r$ 。车辆在充电站固定充电时间定义为  $T_c$ 。节点  $i$  的标签定义为  $L = (t, T_i, T_i^w, W_i, V_i, R_i, d_i, f_i)$ 。其中,  $t$  为车型;  $T_i$  为离开  $i$  时的时间;  $T_i^w$  为离开  $i$  时的累计等待时间;  $W_i$ ,  $V_i$  和  $R_i$  分别为离开  $i$  时车辆的载

重、容积和里程状态;  $d_i$  为离开  $i$  时的累计行驶里程;  $f_i$  为离开  $i$  时的累计物流成本。时间窗、载重、容积和里程可行性约束为

$$(0 \leq T_i - s_i \leq \beta_i) \wedge (W_i \leq Q_t^w) \wedge (V_i \leq Q_t^v) \wedge (R_i \leq Q_t^r) \quad (30)$$

给定车型  $t$ ,从起点配送中心开始,沿着路径上的商户节点依次向后拓展标签。当标签处在节点  $i$  时,有 3 种可能的方式拓展至节点  $j$ 。

#### (1) 直接拓展

直接从节点  $i$  拓展至节点  $j$ 。先确保该标签有足够的里程前往节点  $j$ :  $R_i + d_{ij} \leq Q_t^r$ ,否则该标签不可拓展,反之,则拓展规则为

$$T_j = \max\{T_i + t_{ij}, \alpha_j\} + s_j \quad (31)$$

$$T_j^w = T_i^w + \max\{0, \alpha_j - T_i - t_{ij}\} \quad (32)$$

$$W_j = W_i + w_j, V_j = V_i + v_j, R_j = R_i + d_{ij} \quad (33)$$

$$d_j = d_i + d_{ij} \quad (34)$$

$$f_j = f_i + \delta \cdot \max\{0, \alpha_j - T_i - t_{ij}\} + \theta_t \cdot d_{ij} \quad (35)$$

#### (2) 通过访问充电站节点拓展

从节点  $i$  访问充电站节点  $\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$  拓展至  $j$ ,先确保该标签有足够的里程前往最左充电站  $k_1$ :  $R_i + d_{ik_1} \leq Q_t^r$ ,否则该标签不可拓展,反之,则拓展规则为

$$T_j = \max\{T_i + t_{ik_1} + t_{k_1 k_2} \dots + t_{k_{n-1} j} + nT_c, \alpha_j\} + s_j \quad (36)$$

$$T_j^w = T_i^w + \max\{0, \alpha_j - (T_i + t_{ik_1} + t_{k_1 k_2} \dots + t_{k_{n-1} j} + nT_c)\} \quad (37)$$

$$W_j = W_i + w_j, V_j = V_i + v_j, R_j = d_{k_n j} \quad (38)$$

$$d_j = d_i + d_{ik_1} + d_{k_1 k_2} + \dots + d_{k_n j} \quad (39)$$

$$f_j = f_i + \delta \cdot \max\{0, \alpha_j - (T_i + t_{ik_1} + t_{k_1 k_2} \dots + t_{k_n j} + nT_c)\} + \theta_t \cdot (d_{ik_1} + \dots + d_{k_n j}) + n\omega \quad (40)$$

#### (3) 通过访问中间配送节点拓展

从节点  $i$  访问中间配送中心  $0$  拓展至  $j$ ,先确保该标签有足够的里程前往配送中心:  $R_i + d_{i0} \leq Q_t^r$ ,否则该标签不可拓展,反之,则拓展规则为

$$T_j = \max\{T_i + t_{i0} + K + t_{0j}, \alpha_j\} + s_j \quad (41)$$

$$T_j^w = T_i^w + \max\{0, \alpha_j - T_i - t_{i0} - K - t_{0j}\} \quad (42)$$

$$W_j = w_j, V_j = v_j, R_j = d_{0j} \quad (43)$$

$$d_j = d_i + d_{i0} + d_{0j} \quad (44)$$



$$f_j = f_i + \delta \cdot (\max\{0, \alpha_j - T_i - t_{i0} - K - t_{0j}\} + K) + \theta_i \cdot (d_{i0} + d_{0j}) \quad (45)$$

随着标签的逐步拓展，标签的数量将指数级增长，因此本文将采用如下统治规则在每一个节点拓展完成后剔除掉被统治的标签。

给定车型  $t$ ，在节点  $i$  有 2 个标签  $L=(t, T_i, T_i^w, W_i, V_i, R_i, d_i, f_i)$  和  $L'=(t, T_i', T_i'^w, W_i', V_i', R_i', d_i', f_i')$ 。如果满足式(46)，则  $L'$  被  $L$  所统治，即可剔除。

$$(T_i \leq T_i') \wedge (T_i^w \leq T_i'^w) \wedge (W_i \leq W_i') \wedge (V_i \leq V_i') \wedge (R_i \leq R_i') \wedge (d_i \leq d_i') \wedge (f_i \leq f_i') \quad (46)$$

给定车型  $t$ ，按照拓展规则和统治规则将标签从起点配送中心一直拓展至终点配送中心后，得到互相不被统治的标签集。对标签集下的每条标签对应的路径做进一步处理。通过延迟车辆从起点配送中心出发的时间进一步减少等待时间成本，得到每个标签的最终物流成本，其成本最小的标签所对应的路径则为车型  $t$  下的最优解。按照上述方法遍历每种车型，成本最小的车型则为最优车型。

## 4 仿真实验

### 4.1 实验算例

本文以京东某城配送物流中心已脱敏的 6 组实际数据作为实验算例。每次充电成本固定为 50 元，每次充电时间固定为 30 min，等待成本为 24 元/h，最早发车时间为早上 8 点，回配送中心最晚时间为当日 24 点。中途返回配送中心时将固定等待 60 min。该物流中心共有 2 种车型，车型 1 的固定成本为 200 元、最大载重为 2 000 kg、最大容积为 12 m<sup>3</sup>、最大续航里程为 100 000 m 和单位行驶成本为 0.012 元/m；车型 2 的固定成本为 300 元、最大载重为 2 500 kg、最大容积为 16 m<sup>3</sup>、最大续航里程为 120 000 m 和单位行驶成本为 0.014 元/m。

### 4.2 实验环境

本文的数学模型 Path-Based Model 采用

CPLEX 12.8，在 CPU 为 3.80-GHz AMD Core 3900x、内存为 32G 的 Windows 10 实验平台下运行。本文的启发式算法 Hybrid VNS 采用 Java 为编程工具，在 CPU 为 3.30-GHz Intel Core i5-4590、内存为 8G 的 Windows 7 实验平台下运行。

### 4.3 算法参数设定

本文启发式算法的参数如下： $\chi$  为构造初始解的随机因子； $\lambda$  为惩罚系数， $(\lambda_{\min}, \lambda_{\max})$  为惩罚系数的上下界， $\eta_{\text{penalty}}$  为惩罚系数更新的迭代次数， $\eta_{\text{label}}$  为调使用标签算法的迭代次数。参数设定： $\chi = \max\{10\% \cdot |N|, 2\}$ ，其中  $|N|$  为商户规模； $(\lambda, \lambda_{\min}, \lambda_{\max}) = (10, 0.01, 10\ 000)$ ； $\eta_{\text{penalty}} = 50$ ； $\eta_{\text{label}} = 100$ 。如无特殊说明，算法的终止条件设定为 15 000 次迭代。

### 4.4 小规模算例的实验结果

本文从京东实际数据中随机构造了 10 组小规模算例，5 组算例商户规模为 10 个，5 组算例商户规模为 15 个，每组算例都包含了 10 个充电站。以充电站被复制一次的副本模型作为参照，以验证本文模型和本文算法的性能。数学模型用 CPLEX 求解，最长运行时间设定为 3 600 s。本文算法对每个算例都重复运行 10 次，取其最好的结果。最终结果如表 2 所示，每个算例的最优解进行了加粗显示。表 2 显示传统的副本模型求解效率不如本文基于路径的模型，且对于所有算例，都只能在限定时间内找到上界解。本文模型对所有构造的小规模算例皆能在限定时间内精确求解。此外，本文的启发式算法对所有小规模算例，可以用普通的 CPU 在极短的时间内找到它们的最优解。

### 4.5 大规模算例的实验结果

本文分别对京东的 6 个客户规模为 1 000、1 100、1 200、1 300、1 400、1 500 的算例进行实验。

表2 小规模算例的实验结果  
Table 2 Results of small-scale MTHF-EVRP instances

算例	基于副本的模型		本文模型		本文算法	
	成本(元)	t/s	成本(元)	t/s	成本(元)	t/s
C10_R10_1	4 488.10	3 600	4 488.10	7.91	4 488.10	0.26
C10_R10_2	5 443.10	3 600	5 443.10	5.31	5 443.10	0.32
C10_R10_3	4 846.23	3 600	4 846.23	0.44	4 846.23	0.27
C10_R10_4	4 976.69	3 600	4 861.40	7.92	4 861.40	0.45
C10_R10_5	4 928.12	3 600	4 928.12	3.51	4 928.12	0.34
C15_R10_1	6 558.50	3 600	6 558.50	175.77	6 558.50	0.46
C15_R10_2	6 293.41	3 600	6 070.31	4.69	6 070.31	0.43
C15_R10_3	6 147.51	3 600	6 018.59	76.84	6 018.59	0.85
C15_R10_4	5 679.04	3 600	5 050.40	48.91	5 050.40	0.39
C15_R10_5	6 204.76	3 600	5 378.22	16.78	5 378.22	0.53

表3显示本文算法在规模为1 000的算例上得到的最优解比Li等<sup>[14]</sup>降低了8.49%，节约了21 169元，比Zhou等<sup>[13]</sup>降低了4.79%，节约了11 491元。表4显示了在规模为1 100~1 500的算例上，本文算法将运行时间限定为300 s，每个算例重复运行10次，取最优解。本文算法对5个算例在相同时间内找到的最优成本比赵灿华等<sup>[11]</sup>平均降低了13.48%，平均节约了35 699.4元。比Liu等<sup>[15]</sup>平均降低了9%，平均节约了26 036.9元。其可能原因在于：①本文算法对里程约束和时间窗约束进行了松弛，可能找到更好的局部最优解；②本文通过标签算法对搜索到的局部最优解进行固定配送顺序的最优充电决策，可进一步强化解的质量。此外，表4显示本文算法的平均标准差为1 468.7元，相比263 417元的平均成本，说明了本文算法的稳定性更好。图2是本文算法在300 s内对5个算例求解的平均成本收敛曲线图，可以看到本文算法能在短时间内快速收敛到高质量的局部最优解。

表3 算法对大规模算例的最优实验结果比较

算例规模	物流成本(元)		
	文献[14]	文献[13]	本文算法
1 000	249 358	239 680	228 189

表4 算法在300 s内对大规模算例的最优实验结果比较  
Table 4 Results for large-scale instances in 300 s

算例规模	物流成本(元)			标准差
	文献[11]	文献[15]	本文算法	
1 100	241 274.7	226 180.0	214 476.6	1 065.3
1 200	270 673.5	250 799.8	236 668.6	1 362.0
1 300	267 968.5	251 350.5	237 748.9	1 556.3
1 400	354 097.1	333 672.3	310 636.3	1 685.6
1 500	361 568.4	338 895.4	317 554.5	1 674.2
平均	299 116.4	289 453.9	263 417.0	1 468.7

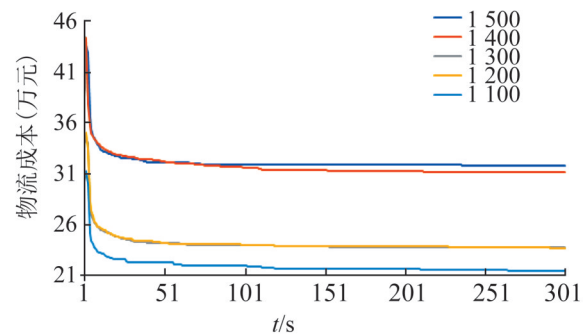


图2 本文算法对5个算例的平均成本收敛曲线

Fig. 2 Average logistics cost-time curve of 5 MTHF-EVRP instance in 300 s

## 5 结论

本文研究了带时间窗的多车型和多循环电动车辆路径优化问题。首先，建立了一个基于路径的混合整数线性规划模型可精确求解小规模算例。其次，提出了一种变邻域搜索算法与标签算法相结合的混合启发式算法，该算法引入惩罚系数并对里程约束和时间窗约束进行了松弛，在局部阶段使用标签算法强化解的质量，从实验结果来看，该算法可以快速找到小规模算例的最优解，对于大规模算例，该算法可以在短时间内收敛到高质量的局部最优解，验证了算法的有效性。本文研究的问题是一个完全充电的问题，未来我们将对该设定进行拓展，进一步研究允许车辆部分充电的问题。

## 参考文献:

- [1] 国务院. 北京打赢蓝天保卫战三年行动计划[EB/OL]. (2018-09-15) [2021-11-05]. <http://www.gov.cn/zhengce/>

- content/2018-10/09/content\_5328817.htm.
- [2] Solomon M M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints[J]. *Operations Research (S0030-364X)*, 1987, 35(2): 254-265.
- [3] Erdoğan S, Miller-Hooks E. A Green Vehicle Routing Problem[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review (S1366-5545)*, 2012, 48(1): 100-114.
- [4] Roberti R, Wen M. The Electric Traveling Salesman Problem with Time Windows[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review (S1366-5545)*, 2016, 89: 32-52.
- [5] Schneider M, Stenger A, Goetze D. The Electric Vehicle-Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations[J]. *Transportation Science (S0041-1655)*, 2014, 48(4): 500-520.
- [6] Desaulniers G, Errico F, Irnich S, et al. Exact Algorithms for Electric Vehicle-Routing Problems with Time Windows[J]. *Operations Research (S0030-364X)*, 2016, 64(6): 1388-1405.
- [7] Hiermann G, Puchinger J, Ropke S, et al. The Electric Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations[J]. *European Journal of Operational Research (S0377-2217)*, 2016, 252(3): 995-1018.
- [8] Golden B, Assad A, Levy L, et al. The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem[J]. *Computers & Operations Research (S0305-0548)*, 1984, 11(1): 49-66.
- [9] Hiermann G, Hartl R F, Puchinger J, et al. Routing a Mix of Conventional, Plug-In Hybrid, and Electric Vehicles[J]. *European Journal of Operational Research (S0377-2217)*, 2019, 272(1): 235-248.
- [10] Macrina G, Laporte G, Guerriero F, et al. An Energy-Efficient Green-Vehicle Routing Problem with Mixed Vehicle Fleet, Partial Battery Recharging and Time Windows[J]. *European Journal of Operational Research (S0377-2217)*, 2019, 276(3): 971-982.
- [11] 赵灿华, 侍洪波. 基于自适应邻域搜索的大规模电动汽车路径优化[J]. *华东理工大学学报(自然科学版)*, 2020, 46(5): 694-701.  
Zhao Canhua, Shi Hongbo. Large-Scale Electric Vehicle Route Optimization Based on Adaptive Variable Neighborhood Search[J]. *Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2020, 46(5): 694-701.
- [12] Zhao M, Lu Y. A Heuristic Approach for a Real-World Electric Vehicle Routing Problem[J]. *Algorithms (S1999-4893)*, 2019, 12(2): 45.
- [13] Zhou Y, Huang J, Shi J, et al. The Electric Vehicle Routing Problem with Partial Recharge and Vehicle Recycling[J]. *Complex & Intelligent Systems (S2199-4536)*, 2021, 7(3): 1-14.
- [14] Li H, Li Z, Cao L, et al. Research on Optimization of Electric Vehicle Routing Problem with Time Window[J]. *IEEE Access(S2169-3536)*, 2020, 8: 146707-146718.
- [15] Liu H, Zhang Z, Guo X. Restricted Neighborhood Search for Large Scale Vehicle Routing Problems[C]//2019 IEEE 16th International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC). IEEE, 2019: 98-103.
- [16] Goetze D, Schneider M. Routing a Mixed Fleet of Electric and Conventional Vehicles[J]. *European Journal of Operational Research (S0377-2217)*, 2015, 245(1): 81-99.
- [17] Schiffer M, Walther G. The Electric Location Routing Problem with Time Windows and Partial Recharging[J]. *European Journal of Operational Research (S0377-2217)*, 2017, 260(3): 995-1013.
- [18] 揭婉晨, 杨珺, 杨超. 多车型电动汽车车辆路径问题的分支定价算法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2016, 36(7): 1795-1805.  
Jie Wanchen, Yang Jun, Yang Chao. Branch-and-price Algorithm for Heterogeneous Electric Vehicle Routing Problem[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2016, 36(7): 1795-1805.
- [19] 李得成, 陈彦如, 张宗成. 基于分支定价算法的电动车与燃油车混合车辆路径问题研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2021, 41(4): 995-1009.  
Li Decheng, Chen Yanru, Zhang Zongcheng. A Branch-and-Price Algorithm for Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows and Mixed Fleet[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2021, 41(4): 995-1009.
- [20] Montoya A, Guéret C, Mendoza J E, et al. The Electric Vehicle Routing Problem with Nonlinear Charging Function[J]. *Transportation Research Part B: Methodological (S0191-2615)*, 2017, 103: 87-110.
- [21] Bruglieri M, Mancini S, Pezzella F, et al. A Path-Based Solution Approach for the Green Vehicle Routing Problem [J]. *Computers & Operations Research (S0305-0548)*, 2019, 103: 109-122.
- [22] Froger A, Mendoza J E, Jabali O, et al. Improved Formulations and Algorithmic Components for the Electric Vehicle Routing Problem with Nonlinear Charging Functions[J]. *Computers & Operations Research (S0305-0548)*, 2019, 104: 256-294.
- [23] Schiffer M, Walther G. An Adaptive Large Neighborhood Search for the Location-Routing Problem with Intra-route Facilities[J]. *Transportation Science (S0041-1655)*, 2018, 52(2): 331-352.

- [24] Keskin M, Çatay B. Partial Recharge Strategies for the Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* (S0968-090X), 2016, 65: 111-127.
- [25] Felipe Á, Ortuño M T, Righini G, et al. A Heuristic Approach for the Green Vehicle Routing Problem with Multiple Technologies and Partial Recharges[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* (S1366-5545), 2014, 71: 111-128.
- [26] Wen M, Linde E, Ropke S, et al. An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Electric Vehicle Scheduling Problem[J]. *Computers & Operations Research* (S0305-0548), 2016, 76: 73-83.
- [27] Vidal T, Crainic T G, Gendreau M, et al. A Hybrid Genetic Algorithm with Adaptive Diversity Management for a Large Class of Vehicle Routing Problems with Time-Windows[J]. *Computers & Operations Research* (S0305-0548), 2013, 40(1): 475-489.
- [28] 胡蓉, 陈文博, 钱斌, 等. 学习型蚁群算法求解绿色多车场车辆路径问题[J]. *系统仿真学报*, 2021, 33(9): 2095-2108.
- [29] Hu Rong, Chen Wenbo, Qian Bin, et al. Learning Ant Colony Algorithm for Green Multi-Depot Vehicle Routing Problem[J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(9): 2095-2108.
- [29] 范双南, 陈纪铭, 高为民, 等. 基于改进智能水滴算法的动态车辆配送路径优化[J]. *系统仿真学报*, 2020, 32(9): 1808-1817.
- [29] Fan Shuangnan, Chen Jiming, Gao Weimin, et al. Dynamic Vehicle Distribution Path Optimization Based on Improved Intelligent Water Drop Algorithm[J]. *Journal of System Simulation*, 2020, 32(9): 1808-1817.
- [30] Irnich S, Desaulniers G. Shortest Path Problems with Resource Constraints[M]// *Column generation*. Springer, Boston: MA, 2005: 33-65.
- [31] Hansen P, Mladenović N. Variable Neighborhood Search: Principles and Applications[J]. *European Journal of Operational Research*(S0377-2217), 2001, 130(3): 449-467.