

2-23-2022

## Optimal Path Planning for Multi-stage Automatic Parking and Simulation Analysis

Qiming Wang

*School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; wang.qiming2008@163.com*

Gaoqiang Zong

*School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

Jinming Xu

*School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Optimal Path Planning for Multi-stage Automatic Parking and Simulation Analysis

## Abstract

**Abstract:** To resolve the path planning for narrow parallel parking spaces and the discontinuous curvature of the parking trajectory, this paper proposes a method of optimal multi-stage parking path planning considering collision avoidance constraints. *A trajectory equation for the center of the vehicle rear axle is derived for the case when the steering wheel speed is constant. A function of collision avoidance constraints is developed to ensure the safe parking of the vehicle. With the center of the rear axle of the parking path as the control point, the optimal path is solved according to parking indicators such as the minimum parking space and the smallest final parking attitude angle.* Simulink/Carsim co-simulation is performed to build a model. The simulation results show that a parking path designed by this method can achieve fast and stable parking in narrow parallel parking spaces under the premise of meeting parking safety needs.

## Keywords

vehicle engineering, automatic parking, optimal path planning, collision avoidance constraint, five-stage path

## Recommended Citation

Qiming Wang, Gaoqiang Zong, Jinming Xu. Optimal Path Planning for Multi-stage Automatic Parking and Simulation Analysis[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(2): 385-395.

## 多段式自动泊车最优路径规划与仿真分析

王启明, 宗高强, 胥津铭

(上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093)

**摘要:** 针对狭小平行泊车位的路径规划和泊车轨迹曲率不连续等问题, 同时考虑避撞约束, 提出了一种最优化多段式泊车路径规划方法。建立了车辆方向盘转速恒定时的车辆后轴中心运动轨迹方程; 其次为保证车辆安全停车, 建立了避障约束函数; 设置泊车路径后轴中心为控制点, 以泊车空间最小、最终泊车姿态角最小等泊车指标求取路径最优解。通过 Simulink 与 Carsim 联合仿真搭建模型, 仿真结果表明, 基于此方法设计的泊车路径, 在满足泊车安全的前提下, 可实现快速、稳定狭小平行泊车位停车。

**关键词:** 车辆工程; 自动泊车; 最优路径规划; 避撞约束; 五段式路径

中图分类号: U471.15; TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2022)02-0385-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0715

## Optimal Path Planning for Multi-stage Automatic Parking and Simulation Analysis

Wang Qiming, Zong Gaoqiang, Xu Jinming

(School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** To resolve the path planning for narrow parallel parking spaces and the discontinuous curvature of the parking trajectory, this paper proposes a method of optimal multi-stage parking path planning considering collision avoidance constraints. A trajectory equation for the center of the vehicle rear axle is derived for the case when the steering wheel speed is constant. A function of collision avoidance constraints is developed to ensure the safe parking of the vehicle. With the center of the rear axle of the parking path as the control point, the optimal path is solved according to parking indicators such as the minimum parking space and the smallest final parking attitude angle. Simulink/Carsim co-simulation is performed to build a model. The simulation results show that a parking path designed by this method can achieve fast and stable parking in narrow parallel parking spaces under the premise of meeting parking safety needs.

**Keywords:** vehicle engineering; automatic parking; optimal path planning; collision avoidance constraint; five-stage path

## 引言

全球汽车保有量的不断增加造成了泊车环境的日益复杂、泊车位狭小且紧缺, 这就对驾驶员及车辆智能化提出了更高的要求。为解决此类问题, 以泊车空间最小、最终泊车姿态角趋于 0 且考虑避撞约束为目标的自动泊车系统得到了汽车

厂商和学者广泛关注<sup>[1]</sup>。文献[2]采用短距离激光雷达扩大停车环境感知范围, 并构建领域地图, 采用 B 样条曲线规划泊车路径未考虑避撞约束。文献[3]提出了一种基于遗传算法的终点分区二次并行自动停车方法, 对泊车过程可能发生的碰撞建立避撞约束函数, 并对泊车路径进行规划,

收稿日期: 2020-09-18

修回日期: 2021-01-11

基金项目: 国家自然科学基金(51575232); 上海市科委青年科技英才扬帆计划项目(19YF1434600)

第一作者: 王启明(1991-), 女, 博士, 讲师, 主要从事车辆智能化检测、机器视觉等研究。Email: wang.qiming2008@163.com

但其最小停车位采用估算使得结果出现偏差。文献[4]提出一种基于回旋曲线的垂直泊车轨迹规划与跟踪控制方法,将垂直泊车轨迹规划问题解耦成路径规划和速度规划问题,但泊车验证阶段仅实现特定工况。文献[5]提出了一种利用多分辨率路线图的自动泊车轨迹规划方法,该路线图以人工设计的停车场几何信息比如停车场布局、障碍物配置等作为输入,可用较少的在线计算代替泊车前后运动组成的复杂停车轨迹。文献[6]提出一种新的自动泊车方法,该方法可直接得出泊车所需的控制动作。简单的泊车引导控制策略可完成大多数泊车任务,但所需泊车空间较大。文献[7]采用多段式泊车路径,考虑避撞约束且初始位置可不为0,并且整个过程无原地转向、曲率连续,但未考虑方向盘转角随时间变化等因素,泊车过程最优解问题仍未得到深入研究。文献[8]提出基于B样条理论的平行泊车路径规划,尽可能满足曲率连续但在泊车过程中仍出现原地转向。文献[9]采用了入位避死区的思路,很大程度上解决了泊车过程所需泊车空间较大的问题,但车辆行驶至泊车初始位置时,方向盘需在较短时间内急速转动较大角度,这不符合实际操作。文献[10]提出了基于B样条曲线理论建立非线性约束单步平行泊车路径优化函数,可同时满足曲率连续和避撞等条件,但要求泊车初始位置车身与停车位平行。文献[11]借鉴熟练驾驶员泊车经验设计了一种新的自动泊车规划算法,能实现精确自动泊车,满足精度和实时性要求,但所需驾驶员经验样本较多。

基于上述问题,本文提出采用曲率连续的多段曲线构成泊车路径,并假设泊车过程中转动方向盘转速恒定且泊车速度恒定,从而得到对泊车初始位姿要求较低,泊车过程曲率连续,并满足避撞约束条件与实际工况的平行泊车最优路径。

## 1 平行泊车路径规划

泊车过程中,车辆后轴中心轨迹完全能够体现车辆泊车过程的轨迹特征<sup>[12]</sup>,可采用车辆后轴中心轨迹来代表车辆泊车轨迹。

为了使车辆泊车过程连贯,泊车轨迹曲率连续,提高乘客舒适性。本文提出的规划路径有5段,分别为1段双曲线、2段圆弧和首尾两端曲线。2段圆弧是方向盘打满的泊车轨迹,剩余曲线路径均通过匀速转向实现曲率连续变化,泊车轨迹如图1所示。

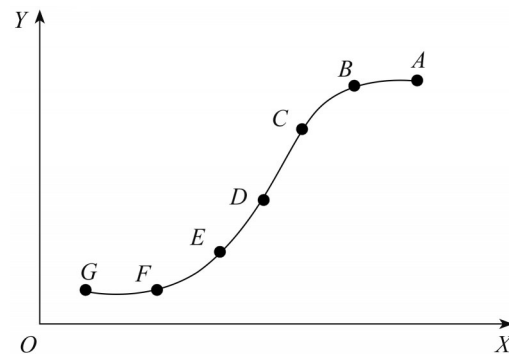


图1 车辆后轴中心轨迹图

Fig. 1 Trajectory of center of vehicle rear axle

车辆后轴中心泊车初始位置记为A点,初始姿态角可为较小角度,泊车全程以速度 $V$ 匀速泊车,所提及的时间均为每一段路径的行驶时间。

泊车第1阶段:初始车辆前轮与车身平行,方向盘以角速度 $\omega$ 匀速顺时针转动,此时车辆转弯半径逐渐增大,直至方向盘打满为 $-540^\circ$ (定义顺时针为负,逆时针为正),行驶路径为 $A \rightarrow B$ ,行驶时间为 $t_1 = 540/\omega$ 。

泊车第2阶段:保持方向盘顺时针最大转角不变,行驶路径为 $B \rightarrow C$ ,行驶时间为 $t_2$ 。

泊车第3阶段:控制方向盘以角速度 $\omega$ 从顺时针最大转角向反方向转动,直至其转至逆时针最大转角,行驶路径为 $C \rightarrow D \rightarrow E$ ,行驶时间为 $t_3 = 1\ 080/\omega$ 。

泊车第4阶段:保持方向盘逆时针最大转角

不变, 行驶路径为  $E \rightarrow F$ , 行驶时间为  $t_4$ 。

泊车第 5 阶段: 控制方向盘以角速度  $\omega$  从逆时针最大转角顺时针转动至回正, 行驶路径为  $F \rightarrow G$ , 行驶时间为  $t_5 = 540/\omega$ 。

### 1.1 前轮转角及姿态角的计算

根据上文所述, 假设此时车身无侧向力影响即无滑移<sup>[13-14]</sup>, 可建立运动学模型进行研究, 如图 2 所示。

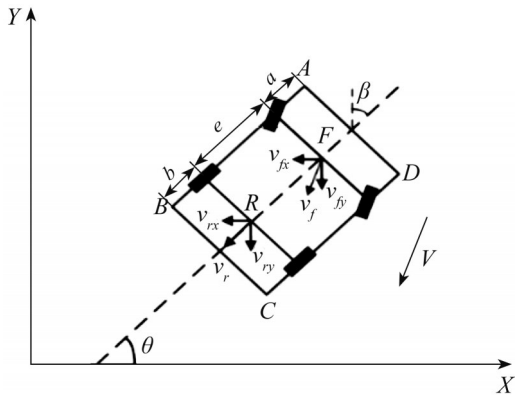


图 2 泊车运动学模型示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of kinematic parking model

图 2 中  $\theta$  为车身姿态角;  $\beta$  为等效前轮转角;  $e$  为轴距;  $a, b$  为前悬, 后悬;  $R$  为后轴中心点, 用坐标  $(x(t), y(t))$  表示;  $F$  为前轴中心点, 用坐标  $(x_f(t), y_f(t))$  表示;  $V$  为前轴中心的速度。泊车时的初始位置, 后轴中心坐标用  $(x_0, y_0)$  表示。

后轴中心的坐标为  $(x(t), y(t))$ , 则依图 1 可得前轴中心的坐标为

$$\begin{aligned} x_f(t) &= x(t) + e \cdot \cos \theta(t) \\ y_f(t) &= y(t) + e \cdot \sin \theta(t) \end{aligned} \quad (1)$$

又因车辆在泊车过程中后轴中心速度方向始终平行于车身, 则后轴中心的横向速度为 0, 可得:

$$\dot{x}(t) \sin \theta(t) - \dot{y}(t) \cos \theta(t) = 0 \quad (2)$$

此时, 式(1)微分得:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= \dot{x}(t) - e \dot{\theta}(t) \sin \theta(t) \\ \dot{y}_f(t) &= \dot{y}(t) + e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \end{aligned} \quad (3)$$

据式(2)和式(3)化简可得:

$$\dot{x}_f(t) \sin \theta(t) - \dot{y}_f(t) \cos \theta(t) + e \dot{\theta}(t) = 0 \quad (4)$$

此时对前轴中心做  $x$  方向与  $y$  方向的速度分解, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= V \cos(\theta(t) + \beta(t)) \\ \dot{y}_f(t) &= V \sin(\theta(t) + \beta(t)) \end{aligned} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)中可得:

$$\dot{\theta}(t) = \frac{V \sin \beta(t)}{e} \quad (6)$$

考虑到整个行车轨迹中, 车辆前轮转向角与姿态角均在  $0^\circ \sim 90^\circ$ , 将式(5)和式(6)代入式(3)中可得:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= V |\cos \theta(t) \cos \beta(t)| \\ \dot{y}(t) &= V |\cos \theta(t) \sin \beta(t)| \end{aligned} \quad (7)$$

根据所设计的路径, 前轮转角随行驶时间的关系为

$$\beta(t) = \begin{cases} -\omega k t_{p_1}, t_{p_1} \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], t \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], & \text{第1段路径 } A \rightarrow B \\ -540 k, t_{p_2} \in [0, t_2], t \in \left[\frac{540}{\omega}, t_2 + \frac{540}{\omega}\right], & \text{第2段路径 } B \rightarrow C \\ (-540 + \omega t_{p_3})k, t_{p_3} \in \left[0, \frac{1080}{\omega}\right] & \text{第3段路径 } C \rightarrow E \\ 540 k, t_{p_4} \in [0, t_4], & \text{第4段路径 } E \rightarrow F \\ t \in \left[t_2 + \frac{1620}{\omega}, t_2 + \frac{1620}{\omega} + t_4\right] & \\ (540 - \omega t_{p_5})k, t_{p_5} \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], & \text{第5段路径 } F \rightarrow G \\ t \in \left[t_2 + \frac{1620}{\omega} + t_4, t_2 + \frac{2160}{\omega} + t_4\right], & \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $t_p$  为每段路径的总时间;  $k$  为车辆方向盘与等效前轮转角的转速比;  $t$  为总行驶路径的动态时间;  $\omega$  为方向盘转动角速度;  $t_{px}$  为每段路径的动态时间。

将式(8)代入到式(6), 再对式(6)积分可得:

$$\theta(t) = \begin{cases} \theta_1(t) = \frac{V \sin(\omega k t_{p_1})}{\omega k e}, t_{p_1} \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], t \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], & A \rightarrow B \\ \theta_2(t) = \theta_1(t) + \frac{V \sin(540 k) t_{p_2}}{e}, t_{p_2} \in [0, t_2], & \\ t \in \left[\frac{540}{\omega}, t_2 + \frac{540}{\omega}\right] & \\ \theta_{31}(t) = \theta_2(t) + \frac{V \cos[(540 - \omega t_{p_3})k]}{\omega k e}, t_{p_{31}} \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], & B \rightarrow C \\ t \in \left[t_2 + \frac{540}{\omega}, t_2 + \frac{1080}{\omega}\right], & \\ \theta_{32}(t) = \theta_2(t) - \frac{V \cos[(540 - \omega t_{p_3})k]}{\omega k e}, t_{p_{32}} \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], & C \rightarrow D \\ t \in \left[t_2 + \frac{1080}{\omega}, t_2 + \frac{1620}{\omega}\right], & \\ \theta_4(t) = \theta_3(t) - \frac{V \sin(540 k) t_{p_4}}{e}, t_{p_4} \in [0, t_4], & D \rightarrow E \\ t \in \left[t_2 + \frac{1620}{\omega}, t_2 + \frac{1620}{\omega} + t_4\right], & \\ \theta_5(t) = \theta_4(t) - \frac{V \cos[(540 - \omega t_{p_5})k]}{\omega k e}, t_{p_5} \in \left[0, \frac{540}{\omega}\right], & E \rightarrow F \\ t \in \left[t_2 + \frac{1620}{\omega} + t_4, t_2 + \frac{2160}{\omega} + t_4\right], & \\ & F \rightarrow G \end{cases} \quad (9)$$

因此,由以上分析可得每一段路径随时间以及方向盘角速度变化的方位角函数关系式以及车辆前轮转角函数关系式,以下对每一段路径的横向位移以及纵向位移进行具体分析。

## 1.2 泊车路径位移计算

由1.1可得各段路径方位角及姿态角,以下对各段路径的行车位移进行分析,建立车辆后轴中心运动轨迹方程。假定泊车初始速度为预定速度 $V$ 。

第1段路径行车位移分析:

根据图3(a)第1段路径示意图可假设车辆在泊车初始位置有3种情况,即车辆初始位置方位角大于0、等于0和小于0这3种情况<sup>[15]</sup>。设初始车辆方位角为 $\theta_0$ ,则第1段路径横向位移与纵向位移表达式为

$$\dot{x}_1 = V \cos \left[ \frac{V \sin(\omega k t_{p_1})}{\omega k e} + \theta_0 \right] \cos(\omega k t_{p_1}) \quad (10)$$

$$\dot{y}_1 = V \sin \left[ \frac{V \sin(\omega k t_{p_1})}{\omega k e} + \theta_0 \right] \cos(\omega k t_{p_1})$$

第1段路径的横向位移与纵向位移的表达式均为非初等函数,无法求其原函数,下文的3,5两段路径亦如此,故采用梯形数值积分算法求得:

$$I = \frac{h}{2} [f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b)] \quad (11)$$

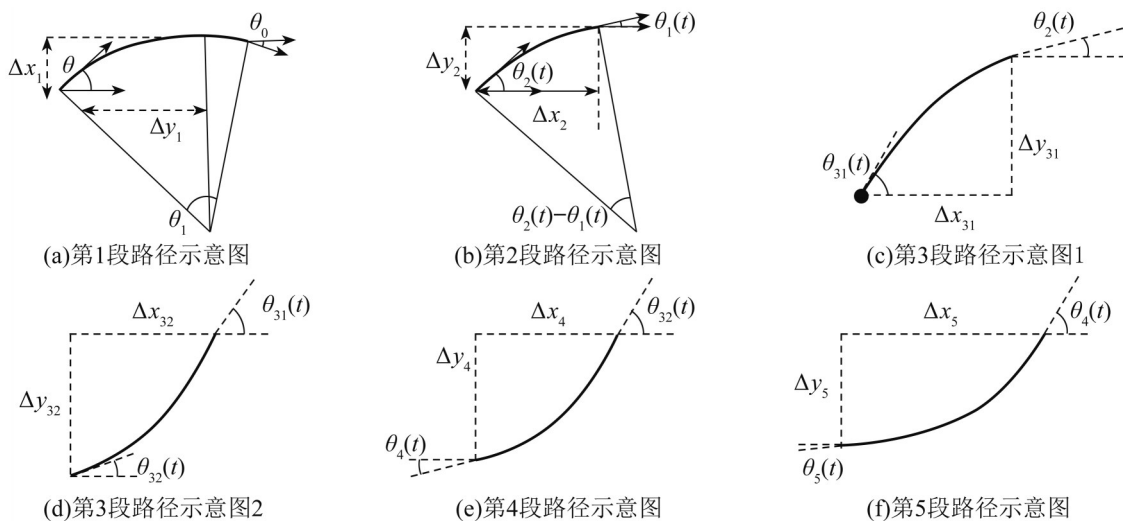


图3 泊车路径参数分析图  
Fig. 3 Analysis of parking path parameters

由上文可得第1段路径的车辆后轴中心坐标为 $[x_0 - x_1(t), y_0 - y_1(t)]$ 。

第2段路径行车位移分析:

如图3(b)第2段路径近似为一段圆弧形轨迹, 因此根据几何分析可得第2段路径的圆心角为 $\theta_2(t) - \theta_1(t)$ 。此时计算车辆最小转弯半径 $R_{\min}^{[16]}$ , 如图4所示, 得:

$$R_{f\min} = \frac{e}{\sin \beta_{\max}} \quad (12)$$

$$R_{\min} = (R_{f\min})^2 - e^2$$

则第2段路径横向位移与纵向位移分别为

$$\begin{aligned} x_2 &= R_{\min} [\sin \theta_2(t) - \sin \theta_1(t)] \\ y_2 &= R_{\min} [\cos \theta_1(t) - \cos \theta_2(t)] \end{aligned} \quad (13)$$

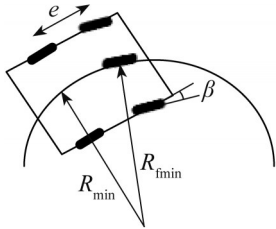


图4 最小转弯半径示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the minimum turning radius

第2段路径的车辆后轴中心坐标为:  $[x_0 - x_1(t) - x_2(t), y_0 - y_1(t) - y_2(t)]$

第3段路径行车位移分析:

图3(c)和(d)为第3段路径示意图, 将其分为2段, 以下标31, 32区分, 同上, 采用梯形数值积分算法求解求得 $x_{31}, x_{32}, y_{31}, y_{32}$ 。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{31} &= V \cos \left[ \theta_2(t) + \frac{V \cos[(-540 + \omega t_{p_{31}})k]}{\omega k e} \right] \cdot \\ &\quad \cos[(-540 + \omega t_{p_{31}})k] \\ \dot{y}_{31} &= V \sin \left[ \theta_2(t) + \frac{V \cos[(-540 + \omega t_{p_{31}})k]}{\omega k e} \right] \cdot \\ &\quad \cos[(-540 + \omega t_{p_{31}})k] \\ \dot{x}_{32} &= V \cos \left[ \theta_{31}(t) - \frac{V \cos[(-540 + \omega t_{p_{32}})k]}{\omega k e} \right] \cdot \\ &\quad \cos[(-540 + \omega t_{p_{32}})k] \\ \dot{y}_{32} &= V \cos \left[ \theta_{31}(t) - \frac{V \cos[(-540 + \omega t_{p_{32}})k]}{\omega k e} \right] \cdot \\ &\quad \cos[(-540 + \omega t_{p_{32}})k] \end{aligned} \quad (14)$$

则第3段路径横向位移与纵向位移为

$$x_3 = x_{31} + x_{32}$$

$$y_3 = y_{31} + y_{32}$$

第3段路径的车辆后轴中心坐标为

$$[x_0 - x_1(t) - x_2(t) - x_3(t), y_0 - y_1(t) - y_2(t) - y_3(t)]$$

与第2段路径同理, 第4段路径图3(e)行车位移分析:

$$\begin{aligned} x_4 &= R_{\min} [\sin \theta_{32}(t) - \sin \theta_4(t)] \\ y_4 &= R_{\min} [\cos \theta_4(t) - \cos \theta_{32}(t)] \end{aligned} \quad (15)$$

则第4段路径的车辆后轴中心坐标为

$$[x_0 - x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) - x_4(t), y_0 - y_1(t) - y_2(t) - y_3(t) - y_4(t)]$$

第5段路径图3(f)行车位移分析:

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 &= V \cos \left[ \theta_4(t) - \frac{V \cos[(-540 + \omega t_{p_5})k]}{\omega k e} \right] \cdot \\ &\quad \cos[(-540 + \omega t_{p_5})k] \\ \dot{y}_5 &= V \cos \left[ \theta_4(t) - \frac{V \cos[(-540 + \omega t_{p_5})k]}{\omega k e} \right] \cdot \\ &\quad \cos[(-540 + \omega t_{p_5})k] \end{aligned} \quad (16)$$

同上, 采用梯形数值积分算法求解求得

$x_5, y_5$ 。

则第5段路径的车辆后轴中心坐标为

$$[x_0 - x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) - x_4(t) - x_5(t), y_0 - y_1(t) - y_2(t) - y_3(t) - y_4(t) - y_5(t)]$$

对5段路径进行分析, 整个过程中, 速度 $V$ 为一常量, 则自变量有方向盘转速 $\omega$ , 第2段路径行驶时间 $t_{p_2}$ , 以及第4段路径行驶时间 $t_{p_4}$ , 当得知这3个自变量后即可确定整个泊车路径的行驶轨迹。

## 2 泊车参数的确定

### 2.1 泊车避障约束

针对整个泊车工况确定泊车碰撞约束条件, 坐标系建立如图5所示。

以停车位左上顶点为原点,  $L_w$ 为车辆泊车时的上边界到停车位上边界的距离;  $P_c$ 为停车位的长度;  $P_k$ 为停车位的宽度;  $W_1$ 为车辆后轴中心点到停车位右边界的距离;  $H_1$ 为车辆后轴中心处距离停车位上边界的距离。

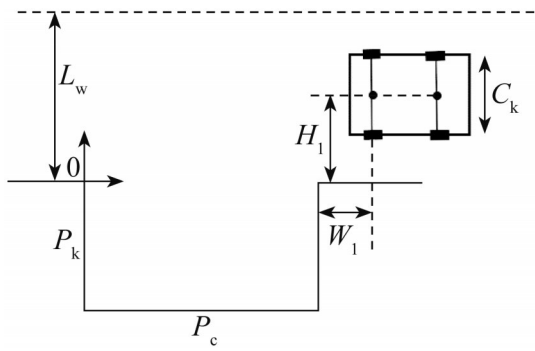


图 5 泊车避让坐标系

Fig. 5 Coordinate system for parking collision avoidance

则由上文求出的各路径阶段的位移, 可以得出下列约束条件:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5 &= W_1 + P_c - b - \delta_1 \\ \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \Delta y_4 + \Delta y_5 &= H_1 + P_k - \frac{C_k}{2} - \delta_2 \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $\delta_1, \delta_2$  为车辆在泊车完毕时停车位的预留空间, 可根据不同泊车工况设置此参数。

由式(17)可确定泊车路径轨迹参数 3 个自变量中的 2 个, 因此对整个泊车过程进行碰撞分析确定第 3 个约束条件, 而要对碰撞进行分析需先确定车身的各关键点<sup>[17]</sup>。

由上文可知,  $F$  点坐标为  $(x + e \cos \theta, y + e \sin \theta)$ ,  $R$  点坐标为  $(x, y)$ , 则由图 2 可得, 泊车过程中车辆各顶点  $A, B, C, D$  的坐标为

$$\begin{cases} A: (x + e \cos \theta + a \sin \theta - \frac{C_k}{2} \sin \theta, y + e \sin \theta + a \cos \theta + \frac{C_k}{2} \cos \theta), \\ B: (x + e \cos \theta + a \sin \theta + \frac{C_k}{2} \sin \theta, y + e \sin \theta + a \cos \theta - \frac{C_k}{2} \cos \theta), \\ C: (x - b \cos \theta + \frac{C_k}{2} \sin \theta, y - b \sin \theta - \frac{C_k}{2} \cos \theta), \\ D: (x - b \cos \theta - \frac{C_k}{2} \sin \theta, y - b \sin \theta + \frac{C_k}{2} \cos \theta) \end{cases}$$

下面对泊车的整个过程中可能发生的碰撞进行分析<sup>[18]</sup>。

由图 6 可知, 为避免车辆与周围环境相撞, 则整个泊车路径函数应满足以下条件:

(a) 泊车过程中要避免车辆左前端与道路边界相撞, 故当  $x \in [0, x_0]$  时,  $y_A$  的最大值不大于  $L_w$ , 即  $\max y_A \leq L_w$ 。

(b) 泊车过程中要避免车身轮廓线  $BC$  与车位前方发生碰撞, 因此当  $x_B \geq P_c$  且  $x_C \leq P_c$ , 点  $a$  要在车辆轮廓线  $BC$  下方, 故  $x_B \geq P_c$  且  $x_C \leq P_c$  时,  $\tan \theta (P_c - x_C) + y_C \geq 0$ 。

(c) 车辆进入车位时, 为避免轮廓左后端与车位后方发生碰撞, 要求  $x_D$  的最小值不小于 0, 即当  $x \in [0, x_0]$  时,  $\min x_D \geq 0$ 。

(d) 车辆进入车位后摆正车身时, 要避免车身右前点与车位前方发生碰撞, 要求当  $y_B \leq 0$  时,  $x_B \leq l_c$ 。

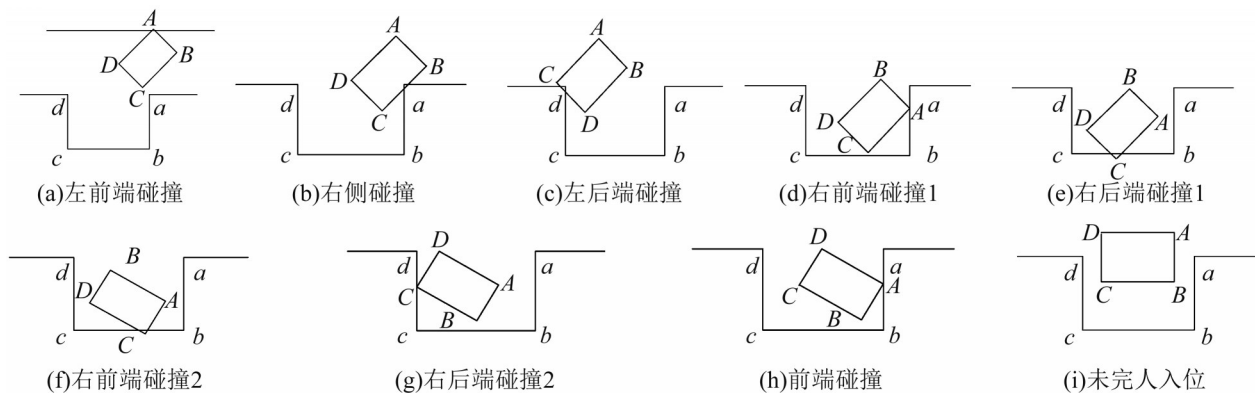


图 6 泊车过程中车辆可能碰撞示意图

Fig. 6 Schematic diagram of possible vehicle collisions during parking



(e) 车辆进入车位后, 要避免车辆右后点与车位右侧发生碰撞, 要求 $y_c$ 最小值不小于 $-P_k$ , 即当 $x \in [0, x_0]$ 时,  $\min y_c \geq -P_k$ 。

(f) 车辆进入车位后, 避免车辆右前点与车位右侧发生碰撞, 要求 $y_b$ 最小值不小于 $-P_k$ , 即当 $x \in [0, x_0]$ 时,  $\min y_b \geq -P_k$ 。

(g) 车辆在车位中, 避免车身右后点与车位后方发生碰撞, 当 $x \in [0, x_0]$ 时,  $\min x_c \geq 0$ 。

(h) 车辆在车位内时, 避免车身左前点与车位后方发生碰撞, 当 $y_d \leq 0$ 时,  $\min x_d \leq P_c$ 。

(i) 泊车结束时车辆完全进入车位中, 要求当 $x = x_{\text{end}}$ 时,  $y_D \leq 0$ , 且 $y_A \leq 0$ , 其中 $x_{\text{end}}$ 为泊车结束后轴中点的X轴方向坐标。

## 2.2 建立多目标评价函数

泊车路径函数通过上述限制条件可得出若干条满足泊车工况以及满足避障条件的路径, 但是这些路径有些可能不能满足车体转向参数的限制以及实际操作要求, 因此建立多目标评价函数选取最优路径, 所提出的泊车轨迹应包含以下4点性能<sup>[19]</sup>: 可行性、安全性、平顺性、工效性。

(1) 可行性评价主要需满足车辆最小半径以及方向盘转速限制, 而根据泊车路径规划策略, 除第2段与第4段路径方向盘需打满外, 其他段路径均无打满, 则所规划路径肯定满足车辆最小半径这一限制条件, 而方向盘转速限制即 $\omega$ 需满足 $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$ 条件。

(2) 安全性评价需满足不会与周围的障碍物碰撞, 为此建立防碰撞分析图以及防碰撞函数。可以保证泊车安全, 但是每个安全控制量的安全性程度又有所不同, 为此建立如下指标:

$$D_{\max} = \max(D_{\min q_i}, D_{\min q_{i+1}}) \quad (18)$$

式中:  $D_{\min q_i}$  指在第 $i$ 个参数解时车辆边界距离障碍物边界最短的长度, 记录此组参数, 同理 $D_{\min q_{i+1}}$ 为第 $i+1$ 个参数解。选取其中较大距离的参

数解。

(3) 平顺性需保证路径曲率连续, 避免停车调整转向<sup>[20]</sup>。泊车方案中, 无中途停车转向调整且方向盘在整个泊车过程无大幅度摆动匀速转动, 因此整个泊车路径平滑, 曲率连续, 满足了平顺性要求。

(4) 工效性指生成的轨迹距离应尽可能短, 以最快速度到达目标点, 以此提高泊车效率。每次控制量的选取应当使下一时刻的状态尽可能接近目标点状态, 因此工效性评价指标 $E_f$ 选取如下:

$$E_f = R_x \cdot ex^2_{i+1} + R_y \cdot ey^2_{i+1} + R_\theta \cdot e\theta^2_{i+1} \quad (19)$$

式中:  $ex_{i+1} = x_{i+1} - x_g$ ,  $ey_{i+1} = y_{i+1} - y_g$ 和 $e\theta_{i+1} = \theta_{i+1} - \theta_g$ 分别代表车辆在相应控制输入下得到的状态量 $q_{i+1}$ 与目标点 $q_g[x_g, y_g, \theta_g]$ 之间的横纵坐标和姿态角的差值。 $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ 分别代表各项差值的权重值。

则多目标评价函数如下:

$$E(q_{i+1}) = R_e (R_x \cdot ex^2_{i+1} + R_y \cdot ey^2_{i+1} + R_\theta \cdot e\theta^2_{i+1}) + R_s \cdot D_{\max} \quad (20)$$

因此在方向盘转速满足上述限制条件后, 等式右边两项分别代表了轨迹的工效性和安全性,  $R_e$ ,  $R_s$ 分别代表相应的权重值。由于前面防碰撞函数及路径规划方案已经一定程度上保证了安全性及平顺性, 为此评价函数中工效性的权重明显比其他项大, 并在评价函数中起主要作用<sup>[21]</sup>。

## 3 仿真实验

### 3.1 仿真设置

本文基于Matlab/Simulink与CarSim联合仿真搭建系统模型。如图7所示, CarSim中采用3辆车模拟平行泊车环境, 前后两辆车为不动车, 中间为被试车辆。其中泊车停车位因考虑建模效果与软件传感器识别实际情况, 泊车过程中识别为方框体, 且后车左侧上顶点为泊车坐标系的原点。



图7 C-class Hatback 联合仿真  
Fig. 7 C-class Hatback co-simulation

如图8所示,联合仿真模型包括4个模块,分别为CarSim构成的信号反馈模块、参数检测计算模块、泊车控制模块及参数显示模块,后三者均在Simulink中搭建。CarSim信号反馈模块以Simulink模块计算得到的速度、控制制动压力以及方向盘转角为输入变量,得到车辆运动速度以及实时车辆传感器信号分别给到Simulink模型中的泊车控制模块和参数检测计算模块。显示模块显示实际所需的停车位长度、宽度、以及泊车时间(车辆开始倒车时进行计时)。

为验证仿真结果的准确可靠性与算法普适性,选取两辆试验车型,分别为CarSim车辆模型库中

自带车辆C-class Hatchback S- prung Mass 2012及D-class, Sedan [L]。

### 3.2 仿真工况 1

为了验证本文提出算法的有效性,以CarSim自带车型D-class, Sedan [L]为例,设置其参数为常见轿车车型奥迪A4L,如表1工况1所示。泊车工况如表2工况1所示。仿真动画如图9(a)所示。

如图10(a)所示,Simulink参数显示模块中最优路径实际停车位所需长度为5.243 m( $\delta_1=0.1$  m),所需宽度2.282 m ( $\delta_2=0.1$  m),泊车时间9.394 s。查阅GA/T 850-2009《城市道路路内停车泊位设置规范》<sup>[22]</sup>,对于奥迪A4L这类小型车,停车位长度一般为5.5~6 m,停车位宽度为2.5 m,因此以停车位长度为5.5 m为例,采用此种泊车方案停车位长度减少5.14%,宽度减少8.72%。

### 3.3 仿真工况 2

选取和文献[7]中同样的目标车型车身参数和停车初始环境,具体参数如表1, 2所示,且与之对比验证本文提出算法的有效性。仿真动画如图9(b)所示。

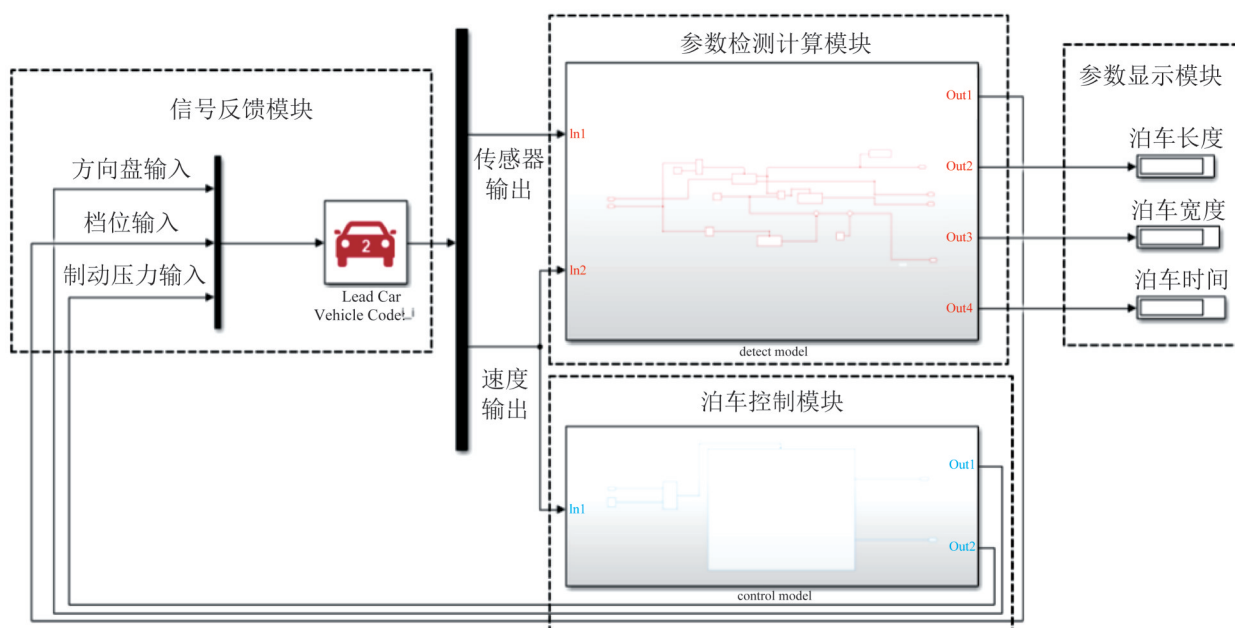


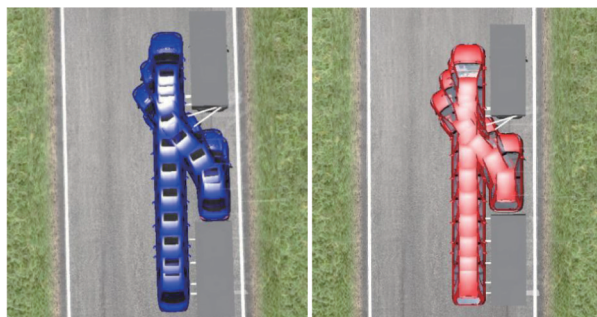
图8 Simulink与CarSim联合仿真建模图  
Fig. 8 Simulink/CarSim co-simulation modeling

表 1 2 种工况车辆参数设置  
Table 1 Vehicle parameter settings for two working conditions

工况	车身参数						
	车长/m	车宽/m	轴距/m	前悬/m	后悬/m	前轮最大转向角/(°)	方向盘最大转速/(rad/s)
1	4.851	1.847	2.908	0.843	1.1	36.05	4.89
2	4.315	1.783	2.63	1.03	0.685	38.5	5.136

表 2 泊车工况参数  
Table 2 Parameters of parking conditions

泊车工况	停车位长度	停车位上边界到车辆初始位置后轴中心距离 $W_i/m$	停车位右边界到车辆初始后轴中心距离 $H_i/m$	停车位宽度	车辆泊车速度
	$P_j/m$			$P_k/m$	$V/(km/h)$
工况 1	5.4	1.12	1.9	2.3	10
工况 2	5.5	1	1.8	2.3	9.36



(a)工况1 (b)工况2

图 9 联合仿真泊车动画

Fig. 9 Co-simulation parking animation

如图 10(b)所示, 通过 Simulink 参数显示模块计

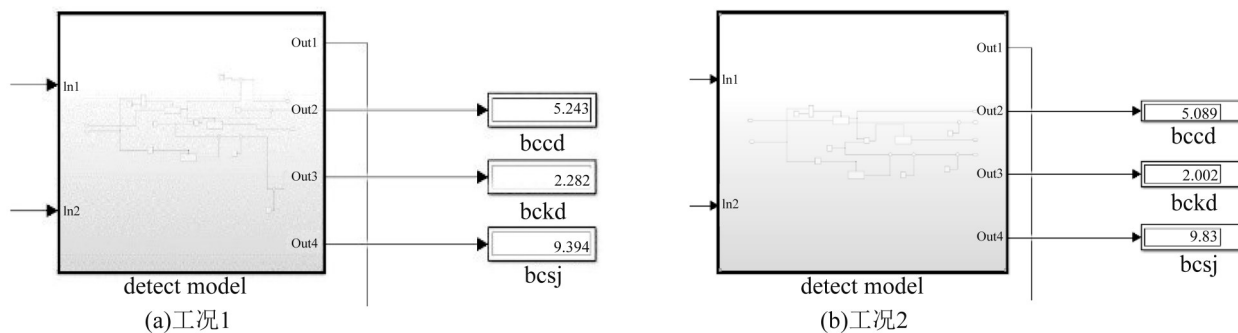


图 10 联合仿真泊车参数

Fig. 10 Co-simulation parking parameters

表 3 各工况之间对比结果

Table 3 Comparison results of working conditions

参数	工况 1		工况 2	
	国家标准	工况 1	文献[7]	工况 2
泊车长度/m	5.5	5.243	5.5	5.089
泊车宽度/m	2.5	2.282	2	2

算得到最优路径实际停车位所需长度为 5.089 m ( $\delta_1=0.1$  m), 所需宽度 2.002 m ( $\delta_2=0.1$  m), 泊车时间 9.83 s。对比文献[7]中泊车方案停车位所需长度 5.5 m, 因此通过控制泊车速度, 保证二者车辆参数一致且车辆停靠初始位置相同<sup>[23-24]</sup>, 由表 3 可知本文泊车方案较文献[7]泊车车位长度缩小 8.07%。

### 3.4 跟踪控制精度

验证本方案路径跟踪实际效果, 如图 11, 12 所示, 分别为路径跟踪精度, 以及方向盘转角精度, 以工况 1 为效果样本。

如图11路径跟踪所示,在最终停车位置横向偏差基本为0,而纵向距离偏差最大为0.312 m,因此工况1中,当车辆宽度与泊车位宽度之差大于0.312 m时,车辆可沿预先规划路径停放在车位中。分析图12可知,实际方向盘转角变化基本保持匀速转动,无较大波动,乘车舒适性良好。

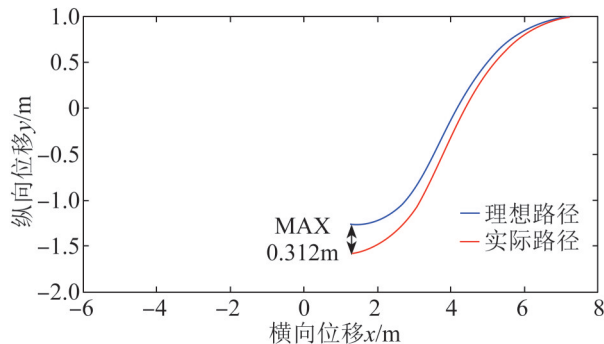


图11 路径跟踪图

Fig. 11 Diagram of tracked path

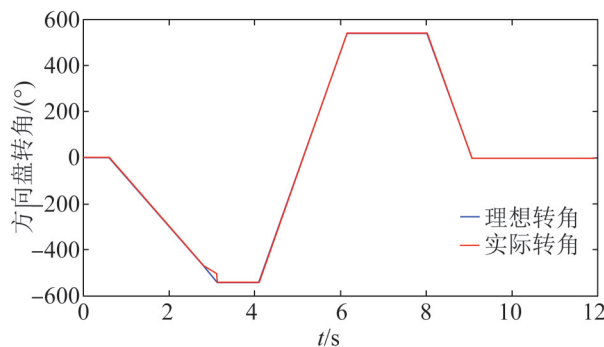


图12 方向盘转角跟踪图

Fig. 12 Diagram of tracked steering wheel angle

综上所述,当车辆宽度与泊车位宽度之差大于0.312 m时车辆可按照预先规划路径安全、稳定停放在车位中;后续工况也应给定误差值<sup>[25]</sup>,使车辆安全停入泊车位。

## 4 结论

(1) 提出了采用曲率连续的多段曲线构成泊车路径,且泊车过程中转动方向盘时转速恒定和泊车速度恒定,从而得到初始位姿要求不高且曲率连续的泊车路径。

(2) 考虑避障约束条件下将泊车空间小、安全性等多目标评价函数代入路径解中,有效的解决了泊车位长度较小时的平行泊车路径规划问题。

(3) 通过 Simulink 与 CarSim 联合仿真搭建模型,结果表明:较城市内泊车设置规范 GA/T 850-2009 要求,停车位长度减少 5.14%,宽度减少 8.72%;与其他泊车方案(文献[7])相比,泊车位长度缩小 8.07%。

(4) 泊车过程中方向盘转角变化的曲线图,较为直观观察到车辆方向盘在转动时近似匀速转动,无剧烈转向,因此该泊车方案乘车舒适性较好,轮胎不易磨损。

## 参考文献

- [1] Hongbo G, Guotao X, Xinyu Z, et al. Autonomous Parking Control for Intelligent Vehicles based on a Novel Algorithm[J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications(S1005-8885), 2017, 24(4): 51-56.
- [2] Song J, Zhang W, Wu X, et al. Laser-based SLAM Automatic Parallel Parking Path Planning and Tracking for Passenger Vehicle[J]. IET Intelligent Transport Systems(S1751-956X), 2019, 13(10): 1557-1568.
- [3] Su B, Yang J, Li L, et al. Secondary Parallel Automatic Parking of Endpoint Regionalization based on Genetic Algorithm[J]. Cluster Computing(S1386-7857), 2019, 22(3): 7515-7523.
- [4] 张家旭,赵健,施正堂,等.基于回旋曲线的垂直泊车轨迹规划与跟踪控制[J].东南大学学报(自然科学版),2020,50(1):182-191.  
Zhang Jiaxu, Zhao Jian, Shi Zhengtang, et al. Vertical Parking Trajectory Planning and Tracking Control based on Cyclotron Curve[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2020, 50(1): 182-191.
- [5] Tazaki Y, Okuda H, Suzuki T. Parking Trajectory Planning using Multiresolution State Roadmaps[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles(S2379-8858), 2017, 2(4): 298-307.
- [6] Tan J, Xu C, Li L, et al. Guidance Control for Parallel Parking Tasks[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica(S2329-9266), 2019, 7(1): 301-306.
- [7] 钱立军,胡伟龙,刘庆,等.多段式自动泊车路径规划及其关键技术[J].吉林大学学报(工学版),2016,46(3):785-791.  
Qian Lijun, Hu Weilong, Liu Qing, et al. Multi-stage

- Automatic Parking Path Planning and Its Key Technologies [J]. Journal of Jilin University (Engineering Science Edition), 2016, 46 (3): 785-791.
- [8] 李红, 王文军, 李克强. 基于B样条理论的平行泊车路径规划[J]. 中国公路学报, 2016, 29(9): 143-153.  
Li Hong, Wang Wenjun, Li Keqiang. Parallel Parking Path Planning based on B-spline Theory[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29 (9): 143-153.
- [9] 李茂月, 陈月, 徐光岐. 基于入位基准线的避车区自动泊车路径规划[J]. 中国机械工程, 2019, 30(1): 53-63.  
Li Maoyue, Chen Yue, Xu Guangqi. Automatic Parking Path Planning in the Avoidance Zone based on the Inposition Baseline [J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30 (1): 53-63.
- [10] 吴中伟. 乘用车自动泊车系统路径规划与仿真分析[D]. 广州: 华南理工大学, 2018.  
Wu Zhongwei. Path Planning and Simulation Analysis of Passenger Car Automatic Parking System[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2018.
- [11] 胡文, 谭运生, 康龙云, 等. 基于驾驶员经验的自动泊车规划算法研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(12): 1394-1400, 1415.  
Hu Wen, Tan Yunsheng, Kang Longyun, et al. Research on Automatic Parking Planning Algorithm based on Driver Experience[J]. Automotive Engineering, 2019, 41 (12): 1394-1400, 1415.
- [12] 钱立军, 吴冰, 仇多洋, 等. 基于hp自适应伪谱法的自主泊车路径规划[J]. 机械工程学报, 2020, 56(4): 125-134.  
Qian Lijun, Wu Bing, Qiu Duoyang, et al. Autonomous Parking Path Planning based on hp Adaptive Pseudospectral Method[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(4): 125-134.
- [13] Samani N N, Danesh M, Ghaisari J. Parallel Parking of a Car-like Mobile Robot based on the P-domain Path Tracking Controllers[J]. Control Theory & Applications Iet(S1751-8644), 2016, 10(5): 564-572.
- [14] 江浩斌, 沈峥楠, 马世典, 等. 基于信息融合的自动泊车系统车位智能识别[J]. 机械工程学报, 2017, 53(22): 125-133.  
Jiang Haobin, Shen Zhengnan, Ma Shidian, et al. Intelligent Recognition of Parking Spaces in Automatic Parking Systems based on Information Fusion[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(22): 125-133.
- [15] Kartal S K, Casalino G. Horizontal Parking Control of Autonomous Underwater Vehicle, FOLOGA[J]. IFAC-PapersOnLine(S2405-8963), 2019, 52(8): 397-402.
- [16] Suhr J K, Jung H G. Automatic Parking Space Detection and Tracking for Underground and Indoor Environments[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics(S0278-0046), 2016, 63(9): 5687-5698.
- [17] Ock I. A Study on Parking Control System for Fully Automated[J]. Journal of the Korea Society of Digital Industry and Information Management(S1598-849X), 2019, 15(3): 79-87.
- [18] 姜立标, 杨杰. 基于滑模控制的自动泊车系统路径跟踪研究[J]. 农业机械学报, 2019, 50(2): 356-364.  
Jiang Libiao, Yang Jie. Research on Path Tracking of Automatic Parking System based on Sliding Mode Control[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2019, 50(2): 356-364.
- [19] 周莎, 钟颖, 闫晓雷. 自动泊车系统性能评价方法[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2020, 40(2): 109-116.  
Zhou Sha, Zhong Ying, Yan Xiaolei. Performance Evaluation Method of Automatic Parking System[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2020, 40(2): 109-116.
- [20] Lee H, Chun J, Jeon K. Autonomous Back-in Parking based on Occupancy Grid Map and EKF SLAM with W-band Radar[C]//2018 International Conference on Radar (RADAR). IEEE, 2018: 1-4.
- [21] Kartal S K, Casalino G. Horizontal Parking Control of Autonomous Underwater Vehicle, FOLOGA[J]. IFAC-PapersOnLine(S2405-8963), 2019, 52(8): 397-402.
- [22] Jang C, Kim C, Lee S, et al. Re-plannable Automated Parking System with a Standalone Around View Monitor for Narrow Parking Lots[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems(S1524-9050), 2019, 21(2): 777-790.
- [23] Wu B, Qian L, Lu M, et al. Optimal Control Problem of Multi-vehicle Cooperative Autonomous Parking Trajectory Planning in a Connected Vehicle Environment[J]. IET Intelligent Transport Systems(S1751-956X), 2019, 13 (11): 1677-1685.
- [24] Schafle T R, Tokui A, Uchiyama N. A Hybrid Systems Approach with Input-output Linearization for Automotive Parking Control of a Nonholonomic Mobile Robot[C]//2018 3rd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM). IEEE, 2018: 1-6.
- [25] Rashid M M, Rahman M M, Islam M R, et al. Autonomous 4WD Smart Car Parallel Self-Parking System by Using Fuzzy Logic Controller[J]. American International Journal of Sciences and Engineering Research(S2277-9655), 2019, 2(2): 1-31.