

1-14-2022

## Planning and Analysis on UAV Trajectory Based on PCE Method

Sijie Zeng

*College of Liberal Arts and Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;*

Yan Liang

*College of Liberal Arts and Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;*

Xiaojun Duan

*College of Liberal Arts and Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Planning and Analysis on UAV Trajectory Based on PCE Method

### Abstract

**Abstract:** Focusing on the uncertainty in the UAV trajectory planning, combined with the artificial potential energy method, a *UAV trajectory planning method based on polynomial chaos expansion (PCE)*, which can also efficiently obtain the optimal parameters of the model based on artificial potential field method is proposed. The PCE proxy model is established, and the stochastic collocation method is used to quickly solve the problem, so as to avoid the insufficient computing resources. Through the Sobol sensitivity analysis, the calculation overhead of the uncertainty parameters in the trajectory planning model is reduced. Cases of UAV trajectory planning prove the effectiveness of the method. Compared with the classic artificial potential field model, uncertainty analysis is added and the calculation efficiency of the model is improved.

### Keywords

PCE model, UAV, trajectory planning, artificial potential energy method, cost function

### Recommended Citation

Zeng Sijie, Yan Liang, Duan Xiaojun. Planning and Analysis on UAV Trajectory Based on PCE Method[J]. Journal of System Simulation, 2022, 34(1): 145-152.

# 基于 PCE 方法的无人机轨迹规划与分析

曾思劫, 晏良, 段晓君\*

(国防科技大学 文理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 针对无人机轨迹规划过程中不确定因素的特点, 提出了一种利用多项式混沌展开(*polynomial chaos expansion, PCE*), 并获得基于人工势能法的模型最优参数的无人机轨迹规划方法。通过建立 PCE 代理模型, 利用随机配置点法进行快速求解, 规避了对已有的最优控制模型直接优化带来的计算资源不足的问题; 通过 Sobol 灵敏度分析, 减少不确定性参数在轨迹规划模型中的计算量; 通过无人机轨迹规划案例, 证明了方法的有效性。仿真结果表明: 该方法与经典的人工势能模型相比, 增加了不确定性分析, 提高了模型计算效率。

**关键词:** 多项式混沌展开模型; 无人机; 轨迹规划; 人工势能法; 代价函数

中图分类号: TP391.9      文献标志码: A      文章编号: 1004-731X (2022) 01-0145-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0669

## Planning and Analysis on UAV Trajectory Based on PCE Method

Zeng Sijie, Yan Liang, Duan Xiaojun\*

(College of Liberal Arts and Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Focusing on the uncertainty in the UAV trajectory planning, combined with the artificial potential energy method, a UAV trajectory planning method based on polynomial chaos expansion (PCE), which can also efficiently obtain the optimal parameters of the model based on artificial potential field method is proposed. The PCE proxy model is established, and the stochastic collocation method is used to quickly solve the problem, so as to avoid the insufficient computing resources. Through the Sobol sensitivity analysis, the calculation overhead of the uncertainty parameters in the trajectory planning model is reduced. Cases of UAV trajectory planning prove the effectiveness of the method. Compared with the classic artificial potential field model, uncertainty analysis is added and the calculation efficiency of the model is improved.

**Keywords:** PCE model; UAV; trajectory planning; artificial potential energy method; cost function

## 引言

无人机诞生于第一次世界大战期间, 和其他武器装备相比, 具有成本低廉、灵活可靠、操作简便, 及无人员伤亡等特点。能够实现远程无人攻击, 也可用于潜入敌方阵地进行监视和骚扰等。随着现代战争的进行, 战后形式的发展, 以及现代科技的进步, 无人机技术及产业在军事上得到

了越来越广泛的应用, 同时在其他领域也逐渐崭露头角。

随着无人机领域的发展, 轨迹规划问题成为众人关注的问题之一。轨迹规划算法不仅可以为无人机提供安全的可飞行轨迹, 也可以预测敌方无人机可能飞行的区域。目前, 常用的轨迹规划算法有 A\* 算法、人工势能法、遗传算法、混合整

收稿日期: 2020-09-07      修回日期: 2020-11-28

基金项目: 国家自然科学基金(11771450); 国家数值风洞工程(NNW2019ZT7-B23)

第一作者: 曾思劫(1997-), 女, 硕士生, 研究方向为不确定性量化。E-mail: zeng99\_97@163.com

通讯作者: 段晓君(1976-), 女, 博士, 教授, 研究方向为复杂系统理论。E-mail: xjduan@nudt.edu.cn

数线性规划、贪婪算法等<sup>[1]</sup>。根据各算法的特点,以及不同的适用范围,本文拟采用人工势能法建立无人机约束方程。人工势能法是由 Khatib 提出的一种虚拟力法<sup>[2]</sup>,具有简单、可扩展和适应多种任务的优势,可应用于编队生成、路径规划和任务分配等。文献[3]基于人工势能法和最优控制问题,研究了无人机轨迹规划问题中可能出现的飞行碰撞问题,但是没有对模型中的不确定因素进行分析,对计算资源的需求也较大。

在无人机轨迹规划问题中会遇到各种不确定因素,包括:空气阻力、风向、电磁干扰等,导致模型存在很大的不确定性。例如在人工势能法中,引力参数和斥力参数等关键参数就会受到不确定因素的影响,从而影响模型响应。与传统优化方法相比,不确定性量化(uncertainty quantification, UQ)更加受到工程应用中的关注,其研究的核心问题就是处理由于随机输入带来的高维逼近,从而了解并确定试验因素的不确定性,实现对影响试验结果因素的控制和优化,获得模型最优解。国内外已提出了许多不确定性量化方法,包括蒙特卡罗模拟<sup>[4]</sup>、摄动方法<sup>[5]</sup>和随机展开<sup>[6]</sup>等。

多项式混沌展开(polynomial chaos expansion, PCE)属于随机展开法,是用来评估系统参数中存在的具有一定概率的不确定性非抽样方法<sup>[7]</sup>。最初的多项式混沌源于 Wiener 理论中的齐次函数<sup>[8]</sup>。它通过构建 Hermite 正交多项式,描述具有高斯随机变量的随机过程。20 世纪末, Ghanem 等<sup>[9]</sup>介绍了 PCE 方法, PCE 方法逐渐得到广泛应用。为了对非高斯过程建模, Xiu<sup>[10-11]</sup>利用不同类型的正交多项式基函数构建混合多项式,将 Wiener 多项式混沌展开外推至广义的多项式混沌展开(generalized polynomial chaos, gPC),不同的随机输入分布类型,有不同的正交多项式基函数与之相对应。

多项式混沌方法的求解需要生成联立方程组,通常使用随机配置点法(stochastic collocation, SC)

来降低求解难度。它结合了蒙特卡罗方法和传统多项式 Galerkin 投影方法的优点<sup>[12]</sup>。其主要思想是通过计算一些特殊的样本信息,构造高精度的多项式逼近,从而避免了求解联立的方程组,只需要求解一定数量的确定性问题。

当实际问题求解困难时,可以使用计算量较小的简化模型替代原模型,从而加速优化过程。PCE 模型是解决高维问题的代理模型,在不同领域都得到了广泛应用。如热传导,流体力学问题等。文献[13]使用了 PCE 方法建立代理模型对无人机动力学模型进行近似,对比了 PCE 方法和 Monte-Carlo 方法,但仅仅是验证了 PCE 方法对响应函数的有效逼近,并未将其应用到轨迹规划实例当中。文献[14]研究了静态误差、柔性的非线性动力学模型,利用 PCE 方法进行参数灵敏度分析和不确定性分析,在 PCE 模型的基础上,基于方差的灵敏度分析表达式仅取决于模型系数,因此可以以可忽略的计算成本进行计算<sup>[15]</sup>。

上述文献主要是理论研究或者针对常用的不确定性问题进行实验。而从应用的角度来说,无人机轨迹规划问题也需要对不确定性进行分析,针对这一问题,几乎没有相关文献。本文拟采用 PCE 方法结合人工势能法对无人机轨迹规划进行不确定性分析,保留人工势能法在模型时效性上的优势,同时利用 PCE 方法降低了计算难度,加快了求解效率。人工势能法和最优控制模型用于建立无人机轨迹规划模型;PCE 方法将随机变量表征为多项式展开的形式,并基于随机配置点构造相互独立的确定性方程组,降低原模型的求解难度;还通过 Sobol 方差分解法,对比不确定性参数对各类因素的敏感程度,得到对模型影响最大的关键参数。

## 1 多项式混沌展开

根据多项式混沌理论,设概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ ,  $\mathcal{M}$  为原模型,  $Y = \mathcal{M}(\xi)$  为输出,其在完全多项式空间内展开的有限阶 PCE 模型可表示为

$$Y \approx \tilde{Y} = \sum_{i=0}^{N_{pc}} \hat{c}_i \Phi_i(\xi) \quad (1)$$

式中:  $\xi$  为定义在有界区域  $D$  的一组  $n$ -维独立随机变量, 代表输入的不确定性;  $\Phi_i(\xi)$  为在某阶  $p$  被截断的基函数集;  $N_{pc} = \frac{(p+n)!}{p!n!} - 1$ ;  $\hat{c}_i$  为所求系数。

在 PCE 模型中, 所求的多项式混沌展开系数由其概率密度函数和应用的基函数的正交特性决定。如果不确定性分析中的所有输入参数都可以用相互独立的高斯分布、均匀分布等来描述, 可以直接由 Askey 方案<sup>[16]</sup>确定不同的最优正交多项式基函数。如果是其他分布的概率形式, 可以使用随机变量变换或 Gram-Schmidt PCE 方法来计算相对应的正交基函数<sup>[17]</sup>。

PCE 模型的优势在于, 一旦 PCE 模型构建好, 就相当于构建了一个原随机输出变量的代理模型, 能够对具有任意分布形式的随机变量进行较为精确的近似, 且求解得到 PCE 模型的各项系数之后, 可以利用这些系数来重构响应函数的统计特性<sup>[18]</sup>。其中:

$$\mu = \hat{c}_0 \quad (2)$$

$$\text{var}(Y) = \sum_{i=1}^{N_{pc}} \hat{c}_i^2 \quad (3)$$

建立 PCE 模型, 需要在空间内选取  $N_{pc} + 1$  个随机向量  $\xi_i = (\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n), i = 0, 1, \dots, N_{pc}$ , 进行  $N_{pc} + 1$  次确定性求解, 得到线性方程组:

$$\begin{pmatrix} \Phi_0(\xi_0) & \Phi_1(\xi_0) & \dots & \Phi_{N_{pc}}(\xi_0) \\ \Phi_0(\xi_1) & \Phi_1(\xi_1) & \dots & \Phi_{N_{pc}}(\xi_1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Phi_0(\xi_n) & \Phi_1(\xi_n) & \dots & \Phi_{N_{pc}}(\xi_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}_0 \\ \hat{c}_1 \\ \vdots \\ \hat{c}_{N_{pc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y(\xi_0) \\ Y(\xi_1) \\ \vdots \\ Y(\xi_n) \end{pmatrix}$$

求解该线性方程组, 可直接利用一般线性最小二乘方法进行求解, 或者根据 PCE 模型本身的特点, 用随机配置点法代替抽样法, 这样大大减少了计算量, 提高了计算效率。

随机配置点法的求解方法很多, 常用的方法有最小二乘回归法和高斯积分法。最小二乘回归法直

接利用回归系数估计多项式展开的系数。

$$\hat{c} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi Y \quad (4)$$

其中需要注意的是, 若多项式的最高阶为  $p$ , 则至少需要  $p+1$  个积分点才能保证精度。

高斯积分法利用 PCE 模型的正交性, 得到:

$$\hat{c}_i = \int_D Y(\xi) \Phi_i(\xi) w(\xi) d\xi = \sum_{j=1}^N W_j Y(X_j) \Phi_k(X_j) \quad (5)$$

式中:  $X_j$  为高斯积分点;  $W_j$  为权重。与最小二乘方法对比, 高斯积分法能够避免对矩阵求逆, 从而加快计算, 尤其是在高维情况下, 计算复杂度由高斯积分点的数量与选取方式决定。

## 2 无人机轨迹规划

### 2.1 无人机动力学方程

为解决无人机轨迹规划问题, 将单个无人机作为对象。为便于计算, 在无人机飞行过程中将其视为质点, 建立动力学模型:

$$\begin{cases} x' = v \cos \theta \cos \psi \\ y' = v \cos \theta \sin \psi \\ z' = v \sin \theta \\ v' = (T - D_1)/m - g \sin \theta \\ \theta' = (ma_2 + D_2)/m - (g/v) \cos \theta \\ \psi' = a_3/(v \cos \theta) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $(x, y, z)$  为位置向量;  $v$  为无人机的速度;  $\theta$  为无人机的轨迹倾角;  $\psi$  为无人机的轨迹偏角;  $T$  为无人机发动机产生的推力;  $D_1, D_2$  分别为无人机飞行过程中所受的空气阻力和气升动力;  $m$  为无人机的质量;  $g$  为重力加速度;  $a_2, a_3$  分别为无人机法相加速度的数值分量和水平分量。

空气阻力  $D_1$  和气升动力  $D_2$  都来自于空气动力学相关物理背景, 满足:

$$D_1 = \frac{S_1}{2m} \rho v^2 C_x \quad (7)$$

$$D_2 = \frac{S_2}{2m} \rho v^2 C_y$$

式中:  $S_1, S_2$  分别为无人机迎风面积和侧风面积;  $\rho$ ,

$C_x, C_y$  分别为无人机在空气中的空气密度, 空气阻力系数和气升动力系数, 是系统中不可控的不确定性参数。

对推力  $T$  而言, 设  $a_1=T/m$ ,  $(a_1, a_2, a_3)$  为无人机的控制变量, 将其转换至惯性坐标系, 得到  $\mathbf{a}=(a_x, a_y, a_z)$ , 满足:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = L(\theta, \psi) \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad (8)$$

在加速度  $\mathbf{a}$  的作用下, 无人机能够到达空间内的任意一点。

综上所述, 无人机动力学模型中的不确定性来源主要是空气相关系数  $\rho, C_x, C_y$ 。

## 2.2 基于人工势能的轨迹规划模型

人工势能法的基本原理是将无人机简化为质点, 将无人机的运动区域看成一个虚拟势场, 其中目标点诱导出虚拟引力, 障碍物诱导出虚拟斥力, 则无人机在势场中同时受到引力和斥力, 力的大小与无人机和目标点及障碍物的距离有关。

如图1所示, 无人机在各个势场的叠加合力作用下, 自动调整式(6)中加速度  $\mathbf{a}$  的数值, 使得无人机向着目标点运动, 并规避障碍物。

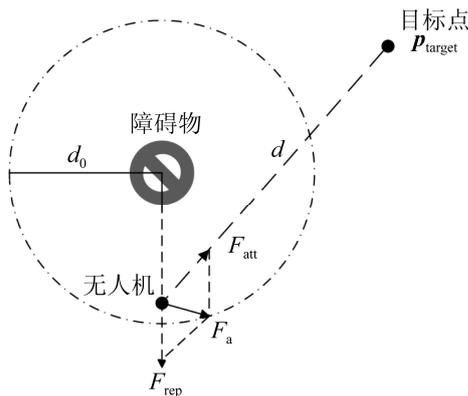


图1 人工势场法基本原理

Fig. 1 Basic principles of artificial potential field method

设引力场的函数为抛物线形式为

$$U_{\text{att}}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} k_a d^2(\mathbf{q}) \quad (9)$$

式中:  $d = \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_{\text{target}}\|$  为无人机与目标点之间的距离;  $k_a$  为引力参数, 势场引力可以通过求解引力场函数的负梯度得到:

$$F_{\text{att}}(\mathbf{q}) = \nabla U_{\text{att}}(\mathbf{q}) = -k_a \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_{\text{target}}\| \quad (10)$$

对斥力场进行分析, 当无人机靠近障碍物时, 斥力将迅速增大, 以避免其与障碍物相碰撞, 反之则会减小。若无人机处在安全距离以外, 将不再受障碍物斥力干扰。因此, 设斥力场的函数为指数形式。

$$U_{\text{rep}}(\mathbf{q}_i) = \begin{cases} \varepsilon e^{-\frac{1}{d_0} \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\|}, & \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\| \leq d_0 \\ 0, & \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\| \geq d_0 \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\varepsilon$  为斥力参数, 影响斥力场函数的形状和上限;  $i$  为第  $i$  个障碍物;  $d_0$  为安全距离。安全距离以外的斥力场为 0, 无人机不会受到障碍物干扰。

同理, 势场斥力满足:

$$F_{\text{repi}}(\mathbf{q}) = U_{\text{repi}}(\mathbf{q}) = \begin{cases} \varepsilon \frac{\mathbf{q} - \mathbf{p}_i}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\|}, & \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\| \leq d_0 \\ 0, & \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\| \geq d_0 \end{cases} \quad (12)$$

综上所述, 在通过人工势能法对无人机进行轨迹规划的过程中, 不确定因素的来源主要是人工势场参数, 即  $k_a$  和  $\varepsilon$ 。

## 2.3 最优控制模型

为了获得人工势能法的最优参数, 引入代价函数。用加速度和速度的二次型来表示代价函数, 以表征无人机的控制能量和飞行路径。

(1) 控制能量代价:

$$\min J_1 = \min \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \|\mathbf{a}\|^2 dt = \min \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{a}^T \mathbf{a} dt \quad (13)$$

加速度变化越大, 系统所需的能量就越高。

(2) 飞行路径代价:

$$\min J_2 = \min \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \|\mathbf{v}\|^2 dt = \min \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{v}^T \mathbf{v} dt \quad (14)$$

对式(13)和(14)进行加权, 得到无人机轨迹规划问题总体代价函数:

$$\min J = \alpha J_1 + \beta J_2 \quad (15)$$

式中:  $\alpha, \beta$  为权系数, 满足:

$$0 \leq \alpha \leq 1, \quad \beta = 1 - \alpha \quad (16)$$

无人机的动力系统能够提供的推力有限, 无人机的运动轨迹也要控制在一定的边界条件内, 因此需要构建相应的性能约束边界:

$$\begin{aligned} (x_l, y_l, z_l, v_l, \theta_l, \psi_l) &\leq (x, y, z, v, \theta, \psi) \triangleq \\ [\mathbf{x}, \mathbf{a}] &\leq (x_u, y_u, z_u, v_u, \theta_u, \psi_u) \end{aligned} \quad (17)$$

综上所述, 得到最优控制问题形式:

$$\min J = \alpha \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{a}^T \mathbf{a} dt + \beta \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{v}^T \mathbf{v} dt \quad (18)$$

$$\mathbf{x}_l(t_k) \leq \mathbf{x}(t_k) \leq \mathbf{x}_u(t_k)$$

$$\mathbf{a}_l(t_k) \leq \mathbf{a}(t_k) \leq \mathbf{a}_u(t_k)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_f$$

式中:  $t_k$  为各仿真时间节点; 最后两项等式分别为无人机起始点和目标点的位置约束。

最优控制模型没有引入新的不确定参数, 而是在人工势场模型的基础上对原有参数进行优化, 从而获得模型的局部最优解。

## 2.4 基于最优控制模型的 PCE 解算

本文对无人机在空间内避障轨迹规划进行计算和仿真。原模型采用以人工势能法为基础的最优控制模型, 使用 PCE 模型替代原模型进行计算, 加快了计算速度, 提高了模型的效率, 极大减少了计算时间, 降低了后续分析处理的难度。主要分为:

**step 1:** 初始设置。设置无人机初始参数, 确定障碍物类型及空间位置, 确定输入输出以及问题中存在的确定性变量;

**step 2:** 采样。对基于人工势能控制的无人机动力系统采样, 考虑到后续要利用随机配置点法进行解算, 因此采样点设置为随机配置点;

**step 3:** 进行 PCE 建模。在采样基础上得到 PCE 代理模型, 利用随机配置点法进行解算, 得到模型系数;

**step 4:** 灵敏度分析。利用求解得到的 PCE 系数进行 Sobol 灵敏度分析, 基于灵敏度分析结果对不确定性参数进行筛选。重复 step 2~3 获得高精度

的 PCE 模型;

**step 5:** 模型优化。将 PCE 代入控制方程中, 引入代价函数, 以函数值最小的轨迹对应结果为初值, 对式(18)进行优化, 寻找局部最优解。

## 3 无人机轨迹规划应用

### 3.1 参数设置与灵敏度分析

本案例基于人工势能法对无人机轨迹规划模型进行灵敏度分析, 结合 2.1、2.2 节可知, 不确定变量为  $\rho, C_x, C_y, k_a, \varepsilon$ , 通用具体参数数值情况如表 1 所示。

表 1 无人机动力学模型的通用参数设置

Table 1 General parameter setting of UAV dynamic model

参数	含义	数值/分布
$S_1$	无人机迎风面积/m <sup>2</sup>	0.1
$S_2$	无人机侧风面积/m <sup>2</sup>	0.2
$\rho$	空气密度	U~[0.9, 1.35]
$C_x$	空气阻力系数	U~[0.32, 0.48]
$C_y$	气升动力系数	U~[0.16, 0.24]
$k_a$	引力场参数	U~[0.01, 1]
$\varepsilon$	斥力场参数	U~[400, 1 000]
$\alpha$	代价函数路程权重	0.2
$\beta$	代价函数能量权重	0.8
$m$	无人机质量/kg	1.9

为了降低计算成本, 需要先对这 5 个不确定变量进行灵敏度分析, 找到对模型影响较大的关键不确定变量。

将无人机飞行初始参数  $(x_0, y_0, z_0, v_0, \theta_0, \psi_0)$  设置为(0, 0, 20, 5, 0, 45), 目标点设置为(180, 180, 60), 仿真步长设置为 0.1 s。考虑 3 阶 PCE 模型, 利用随机配置点法进行采样, 获得 60 个样本点, 通过随机配置点法求解得到 PCE 模型。

Sobol 方差分解法是常用的灵敏度分析方法之一, 且与 PCE 方法较为配适, Sobol 指数  $S_i$  表示  $x_i$  独自对输出方差总量的贡献量, 在 PCE 系数已知的前提下, 可以表示为

$$S_i = \frac{\sum_{p \in P_i} \hat{c}_p^2}{\sum_{i=1}^{N_{pc}} \hat{c}_i^2} \quad (19)$$

式中:  $P_i = \{0 \leq p \leq P | \Phi_p(x) = \Phi_p(x = x_i)\}$ 。

通过式(19)计算灵敏度指标  $S_i$ , 可以得到各不确定变量对模型随时间的影响, 如图2所示, 灵敏度指标越高, 说明其在该时刻对模型的影响越大。

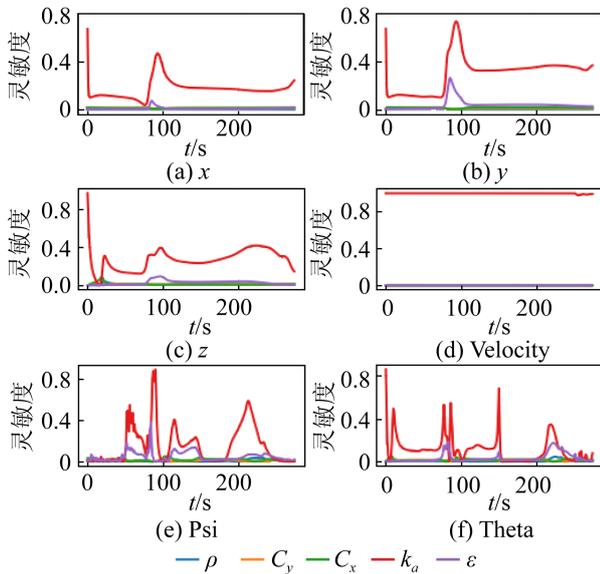


图2 不确定参数的灵敏度关系  
Fig. 2 Sensitivity relationship of uncertain parameters

通过图像发现, 人工势场参数  $k_a$ ,  $\epsilon$  对模型的影响更大, 而相比之下空气相关参数  $\rho$ ,  $C_x$ ,  $C_y$  的影响几乎可以忽略不计。因此在后续计算过程中, 固定  $\rho=0.90$ ,  $C_x=0.32$ ,  $C_y=0.16$ , 只考虑  $k_a$ ,  $\epsilon$  这2个参数的不确定性。

### 3.2 无人机轨迹规划仿真案例分析

以下案例均基于人工势场法对无人机进行轨迹规划, 再利用最优控制模型进行参数优化。

#### 案例 A: 立方体障碍物仿真

假设障碍物形态为立方体。由于此时不确定参数由5个变为2个, 因此利用随机配置点法采样得到20个样本点, 初始参数与3.1节保持一致, 根据2.4节步骤, 可以得到无人机避障飞行的轨迹对比示意图, 如图3所示。其中最佳路径为当前代价函数最小的路径, 即该20条曲线中代价函数最小的路径; 优化路径为最佳路径优化后得到的新路径; 均值路径为PCE解算结果。

将参数解算结果代入代价函数中, 对比当前最佳路径的代价函数  $J_1$  和优化路径的代价函数  $J_2$  的值以及其对应的不确定参数  $k_a$ ,  $\epsilon$ , 如表2所示。

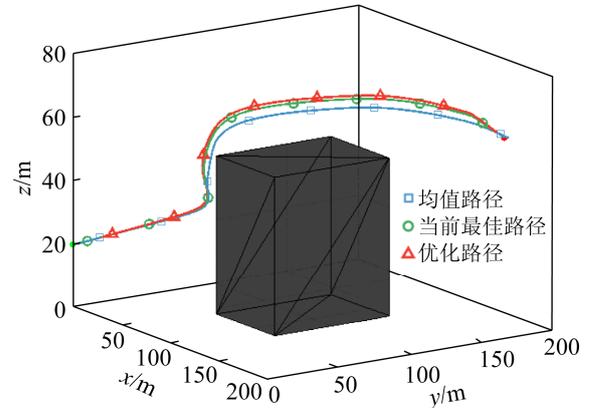


图3 无人机绕立方体障碍轨迹对比  
Fig. 3 Three trajectories for UAV to bypass cube obstacles

表2 案例 A 路径优化前后解算结果  
Table 2 Solution results of case A

对应路径	代价函数	不确定参数
当前最佳路径	$J_1 \approx 499.88$	$k_{a,1} \approx 0.41$ , $\epsilon_1 \approx 173.06$
优化路径	$J_2 \approx 477.78$	$k_{a,2} \approx 0.35$ , $\epsilon_2 \approx 180.29$

从表2中可以看出, 经过最优控制模型优化后比优化前的代价函数值要小, 变化幅度大约为4%, 实现了降低代价函数的目的, 对应的2个不确定参数也因此均发生了小范围改变。其中, 引力势场参数  $k_a$  的值降低了, 斥力势场参数  $\epsilon$  的值升高了, 说明在轨迹优化过程中降低了目标点对无人机的引力, 增加了斥力场对无人机的影响。结合3.1节中2个参数的敏感性, 理论上来说  $k_a$  的改变对模型的影响更大, 但结果却显示在参数优化过程中,  $k_a$  的变化幅度为12%, 要明显高于  $\epsilon$  的4%, 表明当前最佳路径具有很强的可优化性, 与无人机的理想飞行状态还有比较大的距离, 从另一个角度来看, 也说明了最优控制模型的必要性。

#### 案例 B: 多几何形状障碍物仿真

在立方体障碍物的基础上增加障碍物种类, 如图4所示。利用随机配置点法采样得到20个样本点, 初始参数与案例A保持一致。

结合图3~4可以看出, 当前最佳路径和优化路

径差异较小, 因为优化路径只是在当前最佳路径的基础上进行局部优化, 解得代价函数的局部最小值, 并不会对整体方向和走向有大的影响, 而均值路径则与其余 2 条路径相隔较远, 差异较大。

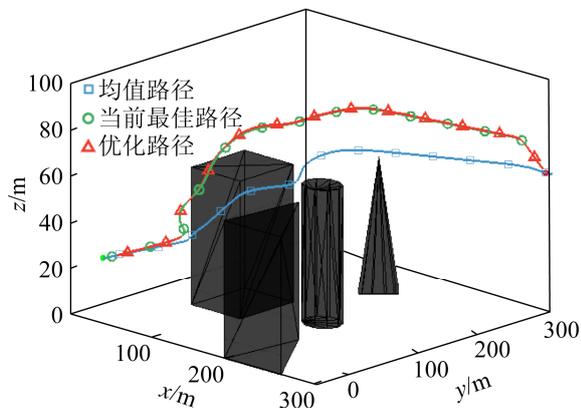


图 4 无人机在多几何形状障碍物下的轨迹规划  
Fig. 4 Trajectory planning of UAV under multi-geometric obstacles

案例 B 路径优化前后的解算结果如表 3 所示。结合表 2 和表 3, 对比案例 A 和案例 B 可以看出, 在出发点和目标点一致的情况下, 虽然障碍物个数和种类增多, 但最后解算出来的代价函数反而降低, 说明障碍物的增多使斥力场发生改变, 改变了无人机的受力情况, 使其在某个位置可能达到平衡, 降低了能量损耗。

表 3 案例 B 路径优化前后解算结果

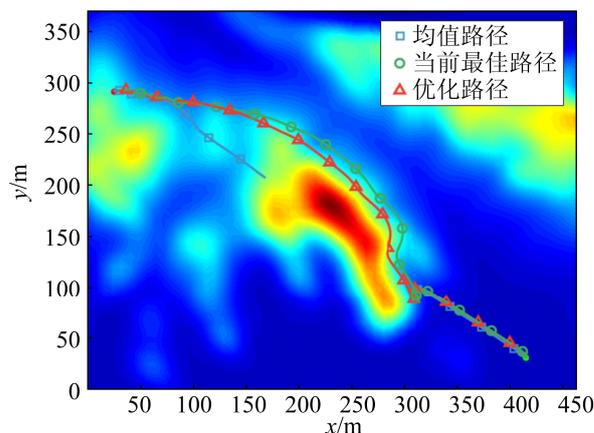
Table 3 Solution results of case B

对应路径	代价函数	不确定参数
当前最佳路径	$J_1 \approx 456.65$	$k_{a,1} \approx 0.11, \varepsilon_1 \approx 321.53$
优化路径	$J_2 \approx 453.86$	$k_{a,2} \approx 0.10, \varepsilon_2 \approx 319.84$

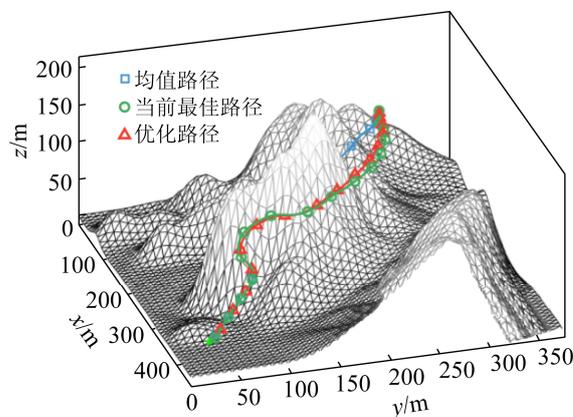
#### 案例 C: 复杂地形仿真

将规则的障碍物更改为更复杂的山地地形, 将初始参数更改为(415, 30, 20, 5, 0, 45), 得到无人机飞行轨迹, 如图 5 所示。由图 5 可以看出, PCE 的均值路径穿过山体障碍, 说明在不考虑优化参数的前提下, 直接利用人工势能法很有可能得到不可达路径。通过引入代价函数得到的当前最佳路径, 以及优化参数后得到的优化路径避开了山体障碍, 证明了引入代价函数的必要性。案例 C 路径优化前

后的解算结果如表 4 所示。



(a) 俯视图



(b) 侧视图

图 5 无人机在复杂地形障碍物下的轨迹规划

Fig. 5 Trajectory planning of UAV obstacles under complex terrain

表 4 案例 C 路径优化前后解算结果

Table 4 Solution results of case C

对应路径	代价函数	不确定参数
当前最佳路径	$J_1 \approx 695.57$	$k_{a,1} \approx 0.09, \varepsilon_1 \approx 543.95$
优化路径	$J_2 \approx 644.67$	$k_{a,2} \approx 0.11, \varepsilon_2 \approx 536.14$

## 4 结论

本文在处理复杂障碍物场景下的无人机轨迹规划问题时, 以人工势能法为基础, 定义了代价函数, 并对无人机进行了约束, 从而将单纯的人工势能法轨迹规划问题转化为最优控制问题。针对问题中存在的确定性因素, 建立了非嵌入式 PCE 模型, PCE 方法和随机配置点构造相结合, 将基于复

杂动力方程的最优控制问题转化为基于简单 PCE 模型的最优化问题, 保留时效性的同时提升了计算效率。Sobol 灵敏度分析则在 PCE 模型的基础上给出了不确定性参数对各类因素敏感程度的对比, 计算出了对模型影响力最大的 2 个不确定性参数, 即人工势场参数  $k_a$  和  $\varepsilon$ , 降低了后续的计算难度。与传统的微分解算方法相比, 减少了不确定性传播的计算量, 收敛速度更快, 有利于实现高效优化, 节约大量计算资源。

### 参考文献:

- [1] Qiong W, Meiwan L, Weijian R, et al. Overview of Common Algorithms for UAV Path Planning[J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition) (S1671-5896), 2019, 37(1): 58-67.
- [2] Cetin O, Yilmaz G. Real-time Autonomous UAV Formation Flight with Collision and Obstacle Avoidance in Unknown Environment[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems (S0921-0296), 2016, 84(1/4): 415-433.
- [3] 张思宇. 多无人机协同航迹规划及其控制方法研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.  
Zhang Siyu. Research on Multi-UAVs Cooperative Trajectory Planning and Control Method[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016.
- [4] Ghandeharioun A, Eoff B, Jou B, et al. Characterizing Sources of Uncertainty to Proxy Calibration and Disambiguate Annotator and Data Bias[C]//2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision Workshop (ICCVW). IEEE, 2019: 4202-4206.
- [5] Chen N, Yu D, Xia B, et al. Uncertainty Analysis of A Structural-acoustic Problem using Imprecise Probabilities Based on P-box Representations[J]. Mechanical Systems and Signal Processing (S1096-1216), 2016, 80: 45-57.
- [6] Schaefer J, Hosder S, West T, et al. Uncertainty quantification of turbulence model closure coefficients for transonic wall-bounded flows[J]. AIAA Journal (S0001-1452), 2017, 55(1): 195-213.
- [7] 熊芬芬, 杨树兴, 刘宇, 等. 工程概率不确定性分析方法[M]. 北京: 科学出版社, 2015.  
Xiong Fenfen, Yang Shuxing, Liu Yu, et al. Engineering Probability Uncertainty Analysis Method [M]. Beijing: Science Press, 2015.
- [8] Wiener N. The Homogeneous Chaos[J]. American Journal of Mathematics (S0022-2488), 1938, 60(4): 897-936.
- [9] Ghanem R G, Spanos P D. Stochastic finite elements: a spectral approach[M]. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [10] Xiu D, Karniadakis G E. The Wiener-Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations[J]. SIAM J Sci Compute (S1064-8275), 2002, 24(2): 619-644.
- [11] Xiu D, Karniadakis G E. Modeling Uncertainty in Flow Simulations via Generalized Polynomial Chaos[J]. Journal of Computational Physics (S0021-9991), 2003, 187(1): 137-167.
- [12] Tang T. Recent Developments in High Order Numerical Methods for Uncertainty Quantification[J]. Scientia Sinica (S1674-7216), 2015, 58(7): 891.
- [13] 刘博. 基于 PCE 的飞行器不确定性量化方法[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(12): 4555-4562.  
Liu Bo. Uncertainty Quantification Method for Aircraft Using PCE Model[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(12): 4555-4562.
- [14] 张金洋, 张建国, 彭文胜, 等. 基于 PCE 的谐波减速器动态精度不确定性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(5): 1056-1065.  
Zhang Jinyang, Zhang Jianguo, Peng Wensheng, et al. Dynamic Accuracy Uncertainty Analysis of Harmonic Reducer Based on PCE[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(5): 1056-1065.
- [15] Ehre M, Papaioannou I, Straub D. Global sensitivity analysis in high dimensions with PLS-PCE[J]. Reliability Engineering & System Safety(S0951-8320), 2020, 198: 106861.
- [16] Schoutens W. Stochastic Processes and Orthogonal polynomials[M]. New York: Springer-Verlag, 2000.
- [17] Witteveen J A S, Bijl H. Modeling arbitrary uncertainties using Gram-Schmidt polynomial chaos[C]//44th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit. 2006: 896.
- [18] Li J, Li J, Xiu D. An Efficient Surrogate-Based Method for Computing Rare Failure Probability[J]. Journal of Computational Physics (S0021-9991), 2011, 230(24): 8683-8697.