

11-17-2021

Normalization of Simulation System Credibility Index Based on Vague Set

Yuhang Ren

Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

Li Wei

Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

Ma Ping

Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

Yang Ming

Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Normalization of Simulation System Credibility Index Based on Vague Set

Abstract

Abstract: Focus on various types of simulation system credibility indexes and the difficulty to convert the index results to credibility, *a normalization method of credibility indexes based on Vague sets is proposed*, which includes qualitative and quantitative conversion methods; Aiming at the problem of credibility Vague value index synthesis, *the weighted arithmetic mean operator and the weighted geometric mean operator based on Vague set are given*, and the applications are explained; According to the similarity principle of Vague sets, *a method of transforming the credibility Vague value to the credibility single value is proposed*, which improves the applicability of the index normalization method; The validity and feasibility of the method are verified by the credibility assessment of a simulation system.

Keywords

credibility evaluation, Vague sets, normalization of index value, multiple-parameters evaluation

Recommended Citation

Ren Yuhang, Li Wei, Ma Ping, Yang Ming. Normalization of Simulation System Credibility Index Based on Vague Set[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(11): 2691-2696.

基于 Vague 集的仿真系统可信度指标规范化

任宇航, 李伟*, 马萍, 杨明

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对仿真系统可信度指标类型多样、指标结果难以向可信度转换的问题, 提出一种基于 Vague 集的可信度指标规范化方法, 包括定性与定量 2 种指标的转化方法; 针对可信度 Vague 值指标综合的问题, 给出了基于 Vague 集的加权算术平均算子与加权几何平均算子, 说明了 2 种算子的应用场合; 依据 Vague 集相似度原理, 提出一种可信度 Vague 值向可信度单值转换的方法, 提高了该指标规范化方法的适用性; 通过应用于某仿真系统可信度评估中, 验证了该方法的有效性与可行性。

关键词: 可信度评估; Vague 集; 指标规范化; 指标综合

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X (2021) 11-2691-06

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.21-FZ0809

Normalization of Simulation System Credibility Index Based on Vague Set

Ren Yuhang, Li Wei*, Ma Ping, Yang Ming

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Focus on various types of simulation system credibility indexes and the difficulty to convert the index results to credibility, a normalization method of credibility indexes based on Vague sets is proposed, which includes qualitative and quantitative conversion methods; Aiming at the problem of credibility Vague value index synthesis, the weighted arithmetic mean operator and the weighted geometric mean operator based on Vague set are given, and the applications are explained; According to the similarity principle of Vague sets, a method of transforming the credibility Vague value to the credibility single value is proposed, which improves the applicability of the index normalization method; The validity and feasibility of the method are verified by the credibility assessment of a simulation system.

Keywords: credibility evaluation; Vague sets; normalization of index value; multiple-parameters evaluation

引言

建模与仿真技术是目前人们认识和改造现实世界的一种重要手段^[1], 已经在科学研究中起到越来越大的作用, 在任何一个学科和领域, 都能看到仿真的身影。建立一个可信的模型是仿真运行的基础, 对仿真系统可信度评估也是仿真活动的重要组成部分。通过进行可信度评估工作, 可以得到仿真系统可信度的量化结果, 进而对仿真系统进行评

价、选择、误差溯源等。

通常, 对仿真系统进行可信度评估是对仿真模型与参考对象输出进行一致性分析, 所得的结果一般是数据间的相似程度, 例如, 欧式距离、Theil 不确定系数、窗谱分析结果等。多数量、多类型数据选用不同的一致性分析方法, 导致得到的结果数据类型也更为多样。即使对于同一指标, 采用不同的方法或者依据不同专家所得到的评估结果的表示方法也并不统一, 可能采用精确值、区间数、统

收稿日期: 2021-06-15 修回日期: 2021-08-11

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB1701600)

第一作者: 任宇航(1997-), 男, 博士生, 研究方向为复杂系统仿真与评估。E-mail: ryh199669@163.com

通讯作者: 李伟(1980-), 男, 博士, 教授, 研究方向为复杂系统建模与评估。E-mail: frank@hit.edu.cn

计值、等级程度、模糊语言等多种定量数据和定性数据^[2]。

怎样处理多种数据一致性结果并得到系统可信度指标,并没有一种方便且普适的方法。尽管对仿真系统可信度评估方法比较成熟,但是针对可信度指标规范化的研究较少,比较依赖专家经验且只针对一种或者几种情况。Balci 等曾提出一种向可信度转换的方法,但没有详细阐述^[3]。周玉臣利用可信度—距离模型、正态权重函数给出了 TIC 法、灰色关联法以及 2 种时域一致性分析方法向可信度转换的方法^[4]。李玉宁通过给出特定转换函数完成可信度指标规范化^[5]。

为了获得科学合理、准确可靠的仿真系统可信度评估结果,评估人员需要充分利用各种类型数据所包含的信息,研究多数量、多类型可信度评估指标的规范性方法,以实现系统可信度综合。Vague 集理论作为一种具有实际意义的客观世界的描述方法与工具,其在模糊控制、多属性决策等方面具有较好的应用效果,可用于可信度评估工作中。本文提出一种基于 Vague 集的可信度指标规范化方法。

1 基于 Vague 集的可信度指标规范

1.1 可信度评估指标的 Vague 集表示

Vague 集在模糊集基础上进行了拓展和补充,包含真隶属度、假隶属度和犹豫度 3 部分^[6]。

为了进行可信度指标转化,这里定义 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为论域,其上集合 $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的指标 $X_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 是单值数据 x_i , 则其转化为的 Vague 值数据 $A_i(x_i) = [t_i, 1 - f_i]$ 满足:

有界准则: $t_i \in [0, 1], 1 - f_i \in [0, 1]$;

区间准则: $t_i \leq 1 - f_i$ 。

其中 t_i 为支持可信度,表示该指标隶属系统完全可信的程度; f_i 为反对可信度,表示该指标隶属系统完全不可信的程度; $h_i = 1 - t_i - f_i$ 为该指标的可信犹豫度,表示该指标判断系统可信的不确定度。

1.2 可信度评估定性指标的 Vague 集转化

仿真系统可信度指标一般可分为定性指标和定量指标 2 种。对于定性指标,由于指标的选取难以精确描述,专家对于该指标的把握存在局限性,用 Vague 值来进行描述,能够包含更多专家对该指标表现反映系统可信程度的信息。有些专家对可信度进行了分级,对于特定仿真系统,给出其具体等级判定,能够让用户对系统可信度具有直观印象。同时,也有学者对可信度等级进行映射,得出可信度量化的区间。依据九级语言变量表^[6]和可信度评估工作特点,提出可信度评估定性指标等级与 Vague 值对应关系,具体值如表 1 所示。

表 1 定性可信度指标 Vague 值

Tab. 1 Correspondence between Vague values of qualitative credibility indexes

可信度等级	Vague 值	犹豫度
绝对可信	[1.0, 1.0]	0
非常可信	[0.9, 1.0]	0.1
较为可信	[0.8, 0.9]	0.1
一般可信	[0.7, 0.8]	0.1
不太可信	[0.5, 0.7]	0.2
绝对不可信	[0, 0]	0

1.3 可信度评估定量指标的 Vague 集转化

对于定量指标,一般根据其特点,将其分为以下几种:

- (1) 效益型指标: 指标实际值越大指标属性越好;
- (2) 成本型指标: 指标实际值越小指标属性越好;
- (3) 固定型指标: 指标属性越接近某个固定值越好;
- (4) 区间型指标: 指标实际值越离某个区间越近(包括落入该区间)指标属性越好;
- (5) 偏离型指标: 指标实际值偏离某个固定值指标属性越好;
- (6) 偏离区间型指标: 指标实际值偏离某个固定区间指标属性越好。

在可信度评估工作中,效益型指标和成本性指标较多用,其他类型使用较少。

定义 x_{\max} , x_{\min} 为该评价指标中理论最大值和

理论最小值, 则效益型指标 x_i 的 Vague 集规范化:

$$t_i = \left(1 - \left(\frac{x_{\max} - x_i}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \right) \left(\frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \quad (1)$$

$$1 - f_i = \left(\left(1 - \left(\frac{x_{\max} - x_i}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \right) \left(\frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \right)^{1/2} \quad (2)$$

成本型指标 x_{ij} 的 Vague 集规范化:

$$t_i = \left(1 - \left(\frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \right) \left(\frac{x_{\max} - x_i}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \quad (3)$$

$$1 - f_i = \left(\left(1 - \left(\frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \right) \left(\frac{x_{\max} - x_i}{x_{\max} - x_{\min}} \right)^p \right)^{1/2} \quad (4)$$

其他类型指标的基于 Vague 集规范化方法可参见文献[7]。在应用中 p 可取 2, 指标值一般为数据一致性分析结果, 当指标样本比较大时, x_{\max} 的值可以直接选取实际出现的最大值, 即数据组一致性分析结果为最大值时视为完全可信; x_{\min} 一般取 0, 即数据无一致性时视为完全不可信。

2 可信度评估指标 Vague 计算

2.1 可信度指标 Vague 值综合

多评估指标综合目的是从总体上全面表示仿真模型可信水平, 可用于横向与纵向比较排序, 也可用于后续的评估结果分析。本文将单一可信度指标表示成 Vague 值, 可由 3 个部分提供某指标信息(支持可信度、反对可信度、可信犹豫度)。当底层指标全由 Vague 表征时, 求取上层指标综合值时, 可由式(5), (6)求得:

设 $f: I^n \rightarrow I$, $V_i = [t_i, 1 - f_i]$ 为一 Vague 值, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, 定义 n 维 Vague 值加权算术平均算子^[8]

$$f_{\omega}(V_1, V_2, \dots, V_n) = \sum_{k=1}^n \omega_k V_k = \left[1 - \prod_{i=1}^m (1 - t_i)^{\omega_i}, 1 - \prod_{i=1}^m f_i^{\omega_i} \right] \quad (5)$$

定义 n 维 Vague 值加权几何平均算子

$$f_{\omega}(V_1, V_2, \dots, V_n) = \prod_{k=1}^m V_k^{\omega_k} = \left[\prod_{i=1}^m t_i^{\omega_i}, \prod_{i=1}^m (1 - f_i)^{\omega_i} \right] \quad (6)$$

其中, $0 \leq \omega_k \leq 1$, $\sum_{k=1}^n \omega_k = 1$ 。

式(5), (6)可用于基于 Vague 集的仿真系统可信度综合。其中, 算术加权平均算子对指标数据要求不高, 仅要求各指标相互独立, 对指标值之间的差异并不敏感。算术几何平均算子对指标权重要求不高, 但是对指标的数值大小十分敏感, 某一指标值较小可能对整个综合结果有较大影响。因此, 算术加权平均算子可用于指标间相互独立、指标权重差异较大的情况; 加权几何平均算子可用于指标间关联、指标权重差异不大、指标值存在差异的情况。

2.2 可信度指标 Vague 值向单值转换

对于复杂系统来说, 其可信度指标数目较多, 无需全部进行基于 Vague 的规范化。而普遍采用的可信度指标为单值数据。当采用规范化的 Vague 值指标与其进行聚合时, 可以将规范化的指标进行单值转化, 再按照传统的聚合方法进行指标综合。本文提出一种基于 Vague 集相似度计算的可信度指标 Vague 值向单值转化的方法。

文献[9]使用一种得分函数, 对于 $x = [t_x, 1 - f_x]$, 其得分为 $Score(x) = t_x + t_x(1 - t_x - f_x)$ 。

然而如表 2 所示, 如果采取可信度得分的方法进行单值转换, 当真隶属度取值较小时, 尽管存在一定犹豫度, 但最后的可信度仍接近可信度最小值; 当真隶属度取值较大时, 尽管存在一定犹豫度, 但最后的可信度仍接近可信度最大值, 这与事实往往不相符。

表 2 Vague 值的得分转换
Tab. 2 Score table of some Vague values

序号	t_x	$1 - f_x$	Score
1	0.1	0.2	0.11
2	0.3	0.4	0.33
3	0.5	0.5	0.5
4	0.7	0.8	0.77
5	0.8	0.9	0.88
6	0.9	0.95	0.945

得分函数方法并不适用于可信度评估中,因此应该选取新的方法。为了将指标的 Vague 值转换成单值可信度,这里引入 Vague 集相似度的概念。

令 $x=[t_x, 1-f_x]$, $y=[t_y, 1-f_y]$ 是论域 U 上的 2 个 Vague 值,其中 $t_x \in [0,1]$, $f_x \in [0,1]$, $t_y \in [0,1]$, $f_y \in [0,1]$ 。下面给出 4 种 x, y 之间的相似性度量^[10]

$$M_C(x, y) = 1 - |(t_x - t_y) - (f_x - f_y)| / 2 \quad (7)$$

$$M_H(x, y) = 1 - (|t_x - t_y| + |f_x - f_y|) / 2 \quad (8)$$

$$M_L(x, y) = 1 - (|(t_x - t_y) - (f_x - f_y)|) / 4 - (|t_x - t_y| + |f_x - f_y|) / 4 \quad (9)$$

$$M_O(x, y) = 1 - \sqrt{[(t_x - t_y)^2 + (f_x - f_y)^2]} / 2 \quad (10)$$

相似度表示 2 个模糊集的知识模式是否完全一致或者近似程度。因此,本文选择通过用一个 Vague 集指标与绝对可信指标的相似性度量来表征这个指标的可信度单值。

一个绝对可信的指标 Vague 值可为 $v=[1,1]$, 即 $t_v=1$, $f_v=0$, $h_v=0$ 。则某一指标与绝对可信指标 4 种相似性度量为

$$M_C(V_i, v) = (t_i + 1 - f_i) / 2 \quad (11)$$

$$M_H(V_i, v) = (t_i + 1 - f_i) / 2 \quad (12)$$

$$M_L(V_i, v) = (t_i + 1 - f_i) / 2 \quad (13)$$

$$M_O(V_i, v) = 1 - \sqrt{[(1 - t_i)^2 + f_i^2]} / 2 \quad (14)$$

由计算结果可以看出,前式(11)~(13)结果相同,定义其为 Vague 值中值:

$$a_i = (t_i + 1 - f_i) / 2 \quad (15)$$

a_i 意义明确,即 Vague 值最高值与最低值的算术平均值。定义某可信度评估指标转换函数:

$$t_C(V_i) = (t_i + 1 - f_i) / 2 \quad (16)$$

$$t_0(V_i) = 1 - \sqrt{[(1 - t_i)^2 + f_i^2]} / 2 \quad (17)$$

由表 3 可以看出,2 种算法都能将 Vague 值转换为单值,都落在可信度最优与最差区间内,且在 $t_i > 0.5$ 时,二者相差不大;中值越大,转换后的单值可信度就越大。式(16)运算简便,其结果仅为 Vague 集中值,但由数据可以看出,尽管 2 个 Vague 值犹豫度有明显差别,但其转换后单值可信度相

同。选取式(17)所求得指标单值不同,且犹豫度大的 Vague 值转换后的单值相对较小,更符合人们的认知。

表 3 Vague 值的单值转换

Tab. 3 Single value conversion of some Vague values

序号	Vague 值	$t_C(V_i)$	$t_0(V_i)$
1	[0, 0]	0	0
2	[0.100, 0.200]	0.15	0.148 5
3	[0.200, 0.300]	0.25	0.248 3
4	[0.200, 0.400]	0.3	0.292 9
5	[0.500, 0.500]	0.5	0.500 0
6	[0.500, 0.900]	0.7	0.639 4
7	[0.700, 0.700]	0.7	0.700 0
8	[0.850, 0.950]	0.9	0.888 2
9	[0.875, 0.925]	0.9	0.896 9
10	[1.000, 1.000]	1.0	1.000 0

3 实例分析

本文以某系统线性回归辨识模型底层指标结果为例,具体数据参考表 4。用基于 Vague 集的可信度指标规范化方法进行一致性向可信度转换,并给出综合结果。

表 4 某系统底层指标结果

Tab.4 Bottom index results of a system

实验 序号	方法	一致性		
		典型输出 1	典型输出 2	典型输出 3
1	TIC	99.435	98.892	98.488
	GRA	63.702	63.793	65.480
2	TIC	99.446	98.992	98.885
	GRA	64.797	64.493	62.966
3	TIC	99.439	98.953	98.945
	GRA	68.490	65.772	61.747
4	TIC	99.401	98.951	98.941
	GRA	64.113	65.209	69.516
5	TIC	99.426	99.049	98.901
	GRA	65.989	64.447	65.170

可以看出,应用 2 种方法分别得出系统输出曲线距离之间的相似度与空间形状的相似度。尽管 2 种指标计算基于同组数据,但是采用了不同的评估方法,依据数据得到了系统的 2 种属性,其结果主要分布区段也不相同,因此分别对应该仿真系统 2

种可信度指标。若进行可信度指标综合, 需进行一定的处理。根据指标特点, 针对 TIC 系数法所得结果, 选取 $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 100$ 将指标值转换为 Vague 值; 针对 GRA 法所得结果, 选取 $x_{\max} = 80$, $x_{\min} = 0$ 将指标结果转换为 Vague 值, 表 5 为转换结果。

表 5 某系统底层指标 Vague 值结果
Tab.5 Bottom index Vague value results of a system

实验序号	方法	典型输出 1	典型输出 2	典型输出 3
1	TIC	[0.989, 0.990]	[0.978, 0.980]	[0.970, 0.980]
	GRA	[0.608, 0.780]	[0.610, 0.780]	[0.648, 0.800]
2	TIC	[0.989, 0.990]	[0.980, 0.990]	[0.978, 0.980]
	GRA	[0.632, 0.790]	[0.625, 0.790]	[0.825, 0.908]
3	TIC	[0.988, 0.990]	[0.979, 0.980]	[0.979, 0.980]
	GRA	[0.718, 0.840]	[0.655, 0.800]	[0.565, 0.750]
4	TIC	[0.988, 0.990]	[0.979, 0.980]	[0.979, 0.980]
	GRA	[0.617, 0.780]	[0.642, 0.800]	[0.742, 0.860]
5	TIC	[0.989, 0.990]	[0.981, 0.990]	[0.978, 0.980]
	GRA	[0.660, 0.810]	[0.624, 0.790]	[0.641, 0.800]

令 2 种方法权重相等, 每次实验结果的权值也相等, 由 Vague 值的平均几何加权算子得每个输出以及系统总体的可信度 Vague 值综合结果如表 6 所示。

表 6 某系统总体可信度 Vague 值结果
Tab. 6 Result of Vague value of total credibility of a system

对象	可信度
典型输出 1	[0.799, 0.893]
典型输出 2	[0.786, 0.887]
典型输出 3	[0.813, 0.902]
系统总体	[0.800, 0.894]

同时, 将系统可信度指标 Vague 值转化为单值如表 7 所示。

令 2 种方法权重相等, 每次实验结果的权值也相等, 应用乘法合成法计算所得每个输出以及总体的可信度综合结果, 如表 8 所示。

可以看出, 系统总体可信度单值落在由可信度 Vague 值中最优可信度与最差可信度所确定的区间内, 2 个结果相一致, 说明基于 Vague 值的可信度

指标规范化方法可应用于可信度评估工作中。

表 7 某系统底层指标规范化结果
Tab. 7 Normalized bottom index results of a system

实验序号	方法	指标可信度		
		典型输出 1	典型输出 2	典型输出 3
1	TIC	0.991	0.982	0.976
	GRA	0.682	0.684	0.715
2	TIC	0.991	0.984	0.982
	GRA	0.702	0.696	0.861
3	TIC	0.991	0.983	0.983
	GRA	0.773	0.721	0.646
4	TIC	0.991	0.983	0.983
	GRA	0.690	0.710	0.793
5	TIC	0.991	0.985	0.983
	GRA	0.725	0.695	0.709

表 8 某系统总体可信度结果
Tab. 8 Result of total credibility of a system

对象	可信度
典型输出 1	0.841
典型输出 2	0.831
典型输出 3	0.853
系统总体	0.841

4 结论

仿真系统可信度评估工作中, 存在数据一致性分析结果多元、评估指标不统一等问题。本文针对多类型可信度评估指标, 提出一种基于 Vague 集的可信度评估标准化方法; 针对相应的指标综合问题, 给出 2 种综合计算用平均算子; 提出可信度指标 Vague 值向单值转换的方法, 提高该方法的适用性。以某复杂仿真系统可信度评估过程为例, 验证了该方法的有效性。接下来, 可将该可信度指标规范化方法与多种指标赋权法、多指标聚合方法结合使用。

参考文献:

- [1] 王子才. 仿真科学的发展及形成[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(6): 1279-1281.
Wang Zicai. The Development and Formation of Simulation Science[J]. Journal of System Simulation, 2005, 17(6): 1279-1281.

- [2] 杨小军, 徐忠富, 张星, 等. 仿真模型可信度评估研究综述及难点分析[J]. 计算机科学, 2019, 46(增 1): 23-29.
Yang Xiaojun, Xu Zhongfu, Zhang Xing, et al. Review and Difficulty Analysis of Simulation Model Credibility Evaluation [J]. Computer Science, 2019, 46(S1): 23-29.
- [3] Balci O, Adams R J, Myers D S, et al. A Collaborative Evaluation Environment for Credibility Assessment of Modeling and Simulation Applications[C]// 2002 Winter Simulation Conference. San Diego: IEEE Press, 2002: 214-220.
- [4] 周玉臣. 数据一致性分析结果向可信度转换方法及工具研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
Zhou Yucheng. Research on Methods and Tools for Transforming Data Consistency Analysis Results into Credibility [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014.
- [5] 李玉宁. 基于灰色关联分析的仿真模型验证及辅助工具研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
Li Yuning. Research on Simulation Model Validation and Auxiliary Tools Based on Grey Correlation Analysis [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
- [6] 彭方明, 邢清华, 王三涛. 基于 Vague 集 TOPSIS 法的空中目标威胁评估[J]. 电光与控制, 2010, 17(10): 23-27.
Peng Fangming, Xing Qinghua, Wang Santao. Air Target Threat Assessment Based on TOPSIS Method of Vague Set[J]. Electro Optics and Control, 2010, 17(10): 23-27.
- [7] 钱渊, 张志伟, 夏靖波, 等. Vague 集综合评价中单值指标规范化研究[J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(7): 126-131.
Qian Yuan, Zhang Zhiwei, Xia Jingbo, et al. Research on Standardization of Single Value Index in Vague Set Comprehensive Evaluation [J]. Practice and Understanding of Mathematics, 2013, 43(7): 126-131.
- [8] 万树平. 基于 Vague 集的多属性群决策专家权重的确定[J]. 应用数学与计算数学学报, 2010, 24(1): 45-52.
Wan Shuping. Determination of Expert Weight in Multi Attribute Group Decision Making Based on Vague Set [J]. Journal of applied and Computational Mathematics, 2010, 24(1): 45-52.
- [9] 石振武, 孙钰泽. 基于 Vague 集的山岭重丘区公路选线绿色度评价研究[J]. 公路工程, 2021, 46(2): 246-251.
Shi Zhenwu, Sun Yuze. Green Degree Evaluation of Highway Route Selection in Mountainous and Hilly Area Based on Vague Set [J]. Highway Engineering, 2021, 46(2): 246-251.
- [10] 李艳红, 迟忠先, 阎德勤. Vague 相似度量与 Vague 熵[J]. 计算机科学, 2002(12): 129-132.
Li Yanhong, Chizhongxian, Yan Deqin. Vague Similarity Measure and Vague Entropy [J]. Computer Science, 2002(12): 129-132.