

9-17-2021

Learning Ant Colony Algorithm for Green Multi-depot Vehicle Routing Problem

Hu Rong

1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; ;2. Yunnan Key Laboratory of Artificial Intelligence, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

Wenbo Chen

1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; ;2. Yunnan Key Laboratory of Artificial Intelligence, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

Bin Qian

1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; ;2. Yunnan Key Laboratory of Artificial Intelligence, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

Guo Ning

1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; ;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Learning Ant Colony Algorithm for Green Multi-depot Vehicle Routing Problem

Abstract

Abstract: Considering the congested roads situation of urban central areas in China, a *speed calculation method based on vehicle driving sections is designed, and a model for the Green Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Total Fuel-Consumption cost Criterion (TFC-GMDVRP) is established, considering simultaneously the vehicle travel distance, load, and speed factors. A learning ant colony optimization algorithm (LACO), combining a knowledge model and an ant colony optimization algorithm (ACO), is proposed for solving the TFC-GMDVRP.* In order to improve the performance and robustness of the algorithm's global search, *the parameter knowledge that contains the different parameter combinations of ACO and the selection probability of each parameter combination is designed to adjust the ACO's parameters for each generation.* In order to enhance the ability of algorithm's local search, *the local operation knowledge that contains the contribution ratio of each neighborhood operation is designed to determine the execution times of each neighborhood operation for each generation.* Simulation experiments on different instances and comparisons of algorithms show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords

learning ant colony optimization, green multi-depot, vehicle routing problem, knowledge model, neighborhood search

Authors

Hu Rong, Wenbo Chen, Bin Qian, Guo Ning, and Fenghong Xiang

Recommended Citation

Hu Rong, Chen Wenbo, Qian Bin, Guo Ning, Xiang Fenghong. Learning Ant Colony Algorithm for Green Multi-depot Vehicle Routing Problem[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(9): 2095-2108.

学习型蚁群算法求解绿色多车场车辆路径问题

胡蓉^{1,2}, 陈文博^{1,2}, 钱斌^{1,2}, 郭宁¹, 向凤红¹

(1. 昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 云南 昆明 650500; 2. 昆明理工大学 云南省人工智能重点实验室, 云南 昆明 650500)

摘要: 针对我国城市中心区域路况较拥堵的实际情况, 设计基于车辆行驶路段的速度计算方法, 同时考虑车辆行驶距离、载重和速度因素, 建立以最小化总油耗费用为目标的绿色多车场车辆路径问题模型, 提出一种融合蚁群优化算法(Ant Colony Optimization, ACO)与知识模型的学习型蚁群优化算法(Learning Ant Colony Optimization, LACO)进行求解。为提高算法全局搜索性能和鲁棒性, 设计由不同 ACO 参数组合和各参数组合选取概率组成的参数知识, 用于每代调整 ACO 参数; 为增强算法局部搜索能力, 设计由各邻域操作贡献率组成的局部操作知识, 用于每代确定各邻域操作的执行次数。通过在不同规模问题上的仿真实验和算法对比, 验证所提 LACO 的有效性。

关键词: 学习型蚁群算法; 绿色多车场; 车辆路径问题; 知识模型; 邻域搜索

中图分类号: TP391.9

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X (2021) 09-2095-14

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0349

Learning Ant Colony Algorithm for Green Multi-depot Vehicle Routing Problem

Hu Rong^{1,2}, Chen Wenbo^{1,2}, Qian Bin^{1,2}, Guo Ning¹, Xiang Fenghong¹

(1. Faculty of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;

2. Yunnan Key Laboratory of Artificial Intelligence, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: Considering the congested roads situation of urban central areas in China, a speed calculation method based on vehicle driving sections is designed, and a model for the Green Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Total Fuel-Consumption cost Criterion (TFC-GMDVRP) is established, considering simultaneously the vehicle travel distance, load, and speed factors. A learning ant colony optimization algorithm (LACO), combining a knowledge model and an ant colony optimization algorithm (ACO), is proposed for solving the TFC-GMDVRP. In order to improve the performance and robustness of the algorithm's global search, the parameter knowledge that contains the different parameter combinations of ACO and the selection probability of each parameter combination is designed to adjust the ACO's parameters for each generation. In order to enhance the ability of algorithm's local search, the local operation knowledge that contains the contribution ratio of each neighborhood operation is designed to determine the execution times of each neighborhood operation for each generation. Simulation experiments on different instances and comparisons of algorithms show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: learning ant colony optimization; green multi-depot; vehicle routing problem; knowledge model; neighborhood search

收稿日期: 2020-06-15 修回日期: 2020-08-07

基金项目: 国家自然科学基金(61963022, 51665025)

第一作者: 胡蓉(1974-), 女, 博士, 副教授, 研究方向为智能优化调度, 物流优化。E-mail: ronghu@vip.163.com

引言

绿色车辆路径问题(Green Vehicle Routing Problem, GVRP)已成为研究热点且多车场车辆路径问题(Multi-Depot Vehicle Routing Problem, MDVRP)应用场景广泛。合理优化 MDVRP 对降低物流费用至关重要。在实际中,绿色多车场车辆路径问题(Green Multi-Depot Vehicle Routing Problem, GMDVRP)广泛存在于城乡配送^[1]、冷链物流^[2]、加油站补给^[3]等运输和服务行业。因此,研究 GMDVRP 不仅有现实的经济价值,更有深远的社会意义。在计算复杂度上,车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)已被证明具有非确定多项式难(Non-Deterministic Polynomial Hard, NP-hard)属性,而 VRP 又约归为 GMDVRP,故 GMDVRP 属于 NP-hard 问题,因而研究 GMDVRP 及其求解算法具有重要的理论价值和实际意义。

VRP 由 Dantzig 提出^[4],一直是研究的热点。GVRP 是 VRP 的一种变体,其研究内容之一是如何有效减少物流运输过程中车辆的能耗。而车辆能耗可反映在车辆耗油量、碳排放量指标上,故 GVRP 多以车辆耗油量或碳排放量作为评价指标。目前,已有学者对 GVRP 进行研究。Tavares 等^[5]在考虑车辆行驶距离和载重的基础上,提出了固体垃圾收集过程中以最小化车辆燃料消耗量为目标的车辆路径优化模型,并运用地理信息系统对其进行求解。Xiao 等^[6]在经典 VRP 中引入车辆载重变化因素,设计了一种考虑运输距离和车辆载重变化的燃油消耗模型,并运用基于混合交换规则的模拟退火算法对其进行求解。饶卫振等^[7]在经典 VRP 中引入道路坡度影响因素,设计了一种考虑道路坡度的 VRP 能耗模型,并运用基于改进规则的混合局部搜索算法和双目标策略对其进行求解。Wang 等^[8]在考虑车辆行驶距离和载重的基础上,建立以最小化车辆燃料消耗量为目标的 GVRP 模型,并运用混合智能算法和一种改进的模糊仿真方法对

其进行求解。Hooshmand 等^[9]在考虑车辆运输时段和加油决策变量的基础上,建立了以最小化碳排放量为目标的 GVRP 模型,并提出一种两阶段混合启发式算法对其进行求解。

虽然在 GVRP 的研究方面已有较多成果,但对 GMDVRP 的研究却十分有限。Jabir 等^[10]将绿色物流概念引入 MDVRP,设计了分别以经济费用、排放费用和总费用为指标,考虑车辆行驶距离和载重的 GMDVRP 模型,并用混合蚁群-变邻域算法对其进行求解。Li 等^[11]在 MDVRP 的基础上,设计了一种考虑油耗的可以共享仓库资源的低碳模型,并用混合遗传-自适应变邻域算法对其进行求解。Li 等^[12]同时考虑最大化收益、最小化成本、时间和碳排放量指标,设计了一种带时间窗的多目标 GMDVRP 模型,并用改进蚁群算法对其进行求解。Wang 等^[13]在 MDVRP 中引入时变速度和分段惩罚机制,设计了一种可以共享运输资源的 GMDVRP 模型,并用混合启发式算法对其进行求解。由上述文献可知,已有 GMDVRP 能耗模型多考虑车辆行驶距离和载重 2 种或其中某一因素的影响,但对于实际问题,车辆能耗与车辆行驶距离、载重和速度三者均密切相关。故研究同时考虑以上 3 种因素的 GMDVRP,不仅符合车辆能耗的实际情况,而且契合现代物流和环境保护的需求。

显然, GMDVRP 具有大规模、多约束、非线性、NP 难等属性,传统运筹学方法难以在合理时间内获得问题的优质解。因此,对于该类问题,采用智能优化算法(Intelligent Optimization Algorithms, IOA)在较短时间内获取问题的满意解,是一种可行的方法。蚁群优化算法(Ant Colony Optimization, ACO)由 Dorigo 等^[14]提出。该算法通过蚁群的群体学习能力及信息素的正反馈机制来引导算法的全局搜索过程,具有本质并行性、鲁棒性和易与其他算法相结合的特点。针对离散优化问题,ACO 可以在其解空间上进行多点并行的非确定

性搜索。ACO 已成功应用于多种 VRP 的求解^[15-18]。由文献调研可知, ACO 与其他有效算法和操作合理结合, 可丰富搜索行为, 有利于提高算法性能。

但是, 包含 ACO 在内的现有 IOA 还不能大量直接挖掘, 存储和应用待求解问题的相关知识, 难以高效获取优质解^[19]。针对复杂优化问题, 在优化过程中直接挖掘待求解问题的相关知识, 并以此建立知识模型来指导算法后续搜索行为的学习型智能优化算法(Learning Intelligent Optimization Algorithms, LIOA), 可实现 IOA 与对应知识模型的合理结合。在 LIOA 中, IOA 搜索优化问题的解空间, 同时知识模型在其优化过程中不断学习和积累具有优良特性个体的有用知识, 并进一步用知识来指导 IOA 的后续搜索行为。IOA 与知识模型的有效结合可以极大提高算法的搜索效率。目前, 已有学者将 LIOA 应用于多种组合优化问题的求解中。邢立宁等^[20]提出一种学习型遗传算法并将其用于求解双层有能力约束的弧路径优化问题。Yang 等^[21]设计了一种学习型单亲遗传算法并将其用于求解电车路径问题。由文献调研可知, LIOA 能根据不同问题在优化过程中直接挖掘相关知识, 并进一步将其用于构建相关知识模型, 从而指导后续优化过程, 提高 IOA 的求解效率。但目前尚没有 LIOA 求解 GMDVRP 的相关研究。

鉴于此, 本文研究 GMDVRP 的建模与求解。提出结合城市拥堵指数、道路限速要求和车辆行驶路段的速度计算模型, 并在该模型的基础上综合考虑车辆行驶距离、载重和行驶速度对车辆油耗的影响, 进而建立以最小化总油耗费用为目标的绿色多车场车辆路径问题(Green Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Total Fuel-Consumption Cost Criterion, TFC-GMDVRP)模型。根据 GMDVRP 的特点, 构建包含参数和局部操作的知识模型, 用以提高 ACO 的全局和局部搜索性能, 增加算法搜索的广度和深度。进而提出一种融合 ACO 与知识模型的学习型蚁群优化算法(Learning Ant Colony Optimization, LACO)进行求解。

1 模型描述

1.1 油耗模型

车辆油耗模型一般有 3 种: 多元线性回归油耗模型、理论油耗模型、台架试验油耗模型。理论油耗模型因置信度高, 异地适用性强等特点被广泛使用。本文引用 Ehsani 等^[22]建立的理论能耗模型推导相应油耗模型:

$$U_{xyz} = \frac{\eta_{\text{motor}} e_v \gamma_{\text{fuel}}}{L} \left[Mg \sin \theta d_g + C_i M_{\text{fr}} \beta a d_i + C_r Mg \cos \theta \Phi_r d_r \lambda_s + 0.5 \rho A_f C_d v_r^2 \beta d_a + \left(\frac{m^2 v^4}{R^2 C_{\text{av}}} \right) \beta \lambda_s d_c \right] \quad (1)$$

式中: U_{xyz} 为单位距离车辆总能耗($\text{MJ} \cdot \text{km}^{-1}$, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), x 为车辆类型, y 为发动机类型, z 为燃油类型; L 为车辆行驶距离(km); M 为车辆总质量, 包括车辆整备质量和当前载货质量(kg); g 为重力常数($9.8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$); θ 为道路坡度角; d_g 为重力做功距离(km); C_i 为惯性加速校正因子; M_{fr} 为车辆旋转质量(kg); β 为车辆在速度和加速度共同作用下的驱动影响系数; a 为车辆加速度($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$); d_i 为惯性做功距离(km); C_r 为滚动阻力系数; Φ_r 为车辆在滚动阻力和轮胎阻力作用下的温度影响因子; d_r 为滚动阻力做功距离(km); λ_s 为影响滚动阻力和轮胎性能的路面类型; ρ 为空气密度($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$); A_f 为车辆正面迎风面积(m^2); C_d 为空气阻力系数; v_r 为考虑风速影响的车辆速度($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$); d_a 为空气阻力做功距离(km); v 为车辆速度($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$); R 为车辆转弯半径(m); C_{av} 为轮胎侧偏刚度; d_c 为离心力做功距离(km); η_{motor} 为发动机效率; e_v 为风力影响因子; γ_{fuel} 为燃油效率。

能耗模型综合考虑了车辆在运输过程中的车辆特征、道路特征、车辆运行特征以及环境特征等因素, 能较完善体现车辆在运输过程中的实际工况。代入燃油转化率及燃油热值, 该能耗模型可转化为油耗模型:

$$F = \frac{\eta_{\text{motor}} e_v \gamma_{\text{fuel}}}{\gamma_f C_f \rho_f L} \left[Mg \sin \theta d_g + C_r M_{\text{fr}} \beta a d_i + C_r Mg \cos \theta \Phi_t d_r \lambda_s + 0.5 \rho A_f C_d v_r^2 \beta d_a + \left(\frac{m^2 v^4}{R^2 C_{\text{av}}} \right) \beta \lambda_s d_c \right] \quad (2)$$

式中: F 为单位距离耗油量($\text{L} \cdot \text{km}^{-1}$); γ_f 为燃油转化率; C_f 为燃油热值($\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$); ρ_f 为燃油密度($\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$).

在实际研究中,为便于求解,本文对油耗模型做简化假设:

- (1) 忽略道路坡度对车辆产生的影响;
- (2) 忽略转弯因素对车辆产生的影响;
- (3) 忽略加速度对车辆产生的影响;
- (4) 忽略惯性力对车辆产生的影响。

简化后的油耗模型为

$$F = (C_r Mg \Phi_t d_r \lambda_s e_v \eta_{\text{motor}}) / (L C_f \rho_f) + (0.5 \rho A_f C_d v_r^2 \beta d_a e_v \eta_{\text{motor}}) / (L C_f \rho_f) = G_1 (M_s + M_c) + G_2 v^2 \quad (3)$$

式中: $G_1 = (C_r g \Phi_t \lambda_s e_v \eta_{\text{motor}}) / (C_f \rho_f)$; $G_2 = (0.5 \rho A_f C_d \beta e_v \eta_{\text{motor}}) / (C_f \rho_f)$; $M = M_s + M_c$; M_s 为车辆整备质量(kg); M_c 为车辆载货质量(kg); v 为车辆行驶速度($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

由式(3)可知,车辆油耗 F 与车辆行驶距离、载重和速度均密切相关。油耗模型中相关的参数取值如表 1 所示。

表 1 油耗模型参数取值表

Tab. 1 Parameter values of fuel consumption model

参数定义	取值	符号	取值文献
滚动阻力系数	0.01	C_r	[22]
重力常数/($\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$)	9.8	g	
温度影响因子/ $^{\circ}\text{F}$	68	Φ_t	
路面类型(沥青)	0.29	λ_s	[22]
风力影响因子	1	e_v	[22]
发动机效率(柴油机)	0.4	η_{motor}	[22]
空气密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	1.293	ρ	
车辆迎风面积/ m^2	7.92	A_f	[22]
空气阻力系数	0.35	C_d	[22]
驱动影响系数	1	β	[22]
燃油热值(柴油)/($\text{MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	46.04	C_f	
燃油密度(柴油)/($\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$)	0.84	ρ_f	

1.2 速度模型

车辆速度严格来说是一个随时间变化的复杂非线性连续函数(模型),具体取值由路况、天气、车型车况、驾驶习惯等连续时间变量(因素)共同决定。采用这样的速度模型来建立本文的 TFC-GMDVRP,会使 TFC-GMDVRP 成为一个复杂而庞大的动态非线性混合整数规划问题。这类问题在求解时基本都是先按时间段做近似离散化(即去除时间变量),然后再设法求解,而如何近似离散化本身仍是一个开放问题。为方便求解,现有 VRP 系列问题的相关研究,大多将速度简化为某个常数。显然,将速度根据某种主要因素进行分段线性化处理,可在较少增加问题规模的同时有效提升问题模型的精度。相对其他因素,路况对车辆速度的影响较大且容易分段近似刻画。综上,本节在建立速度模型时进一步考虑路况的影响,以提高 1.3 节 TFC-GMDVRP 的建模精度。

在实际交通环境中,车辆行驶速度往往受限于具体区域路况(如堵车、限速、车流量大)而无法保持恒定。由高德地图城市交通分析报告^[23]可知,我国城市道路普遍存在中心区域相对周边区域路况较拥堵的实际情况,以北京市为例,其区域路况如图 1 所示。因此,对车辆行驶速度按区域进行分段线性化刻画是合理的。

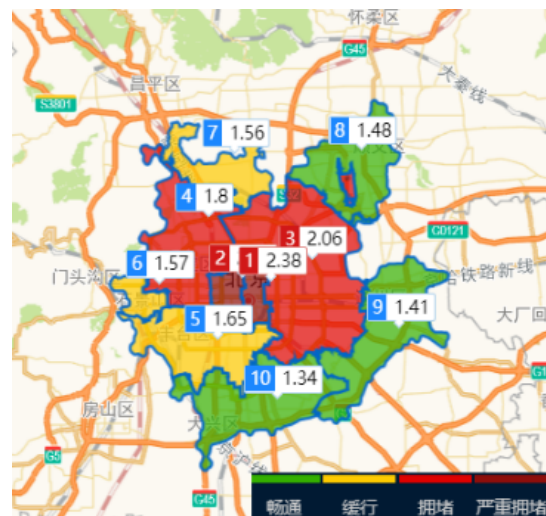


图 1 城市(北京)区域路况示意图

Fig. 1 Map of urban (Beijing) congestion

文献[7]中速度模型假设车辆从地点 i 到地点 j 的理论平均速度 v'_{ij} 与地点 i 和地点 j 距离城市中心的远近密切相关。在此基础上, 本文考虑城市路况的复杂多变性, 进一步引入城市拥堵指数 f 来反映不同城市或同一城市不同时段道路的整体通行状况, 进而可得车辆速度:

$$v'_{ij} = v_{\min} + \frac{d_{ic} + d_{jc}}{fd_{rc}} v_{\min} \quad (4)$$

式中: v'_{ij} 为车辆从地点 i 行驶到地点 j 的理论平均速度; v_{\min} 为车辆最低行驶速度; d_{rc} 为城市半径(即市中心与最远郊区的距离); d_{ic} 和 d_{jc} 分别为地点 i 和 j 距市中心的距离; f 为城市整体拥堵指数。式(4)基于 2 个基本假设: ①车辆速度在其行驶路段越靠近城市中心时越慢; ②车辆速度在城市交通整体拥堵时较慢。同时, 由于我国城市道路普遍存在限速要求, 故设计式(5)对式(4)计算所得 v'_{ij} 加以约束:

$$\begin{cases} v_{ij} = v'_{ij}, & v'_{ij} \leq v_{\max} \\ v_{ij} = v_{\max}, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中: v_{ij} 为车辆从地点 i 行驶到地点 j 的平均速度; v_{\max} 为车辆最高行驶速度(即道路限速要求)。基于上述假设和约束, v_{ij} 可较合理刻画现实中的车辆速度。速度模型中相关参数取值如表 2 所示。

表 2 速度模型参数取值表

Tab. 2 Parameter values of speed model

参数定义	取值	符号
最低行驶速度/(km·h ⁻¹)	25	v_{\min}
最高行驶速度/(km·h ⁻¹)	60	v_{\max}
城市拥堵指数	1.2	f

1.3 TFC-GMDVRP 模型

设客户数为 N , 客户集为 N_0 ; 配送中心数为 D , 配送中心集为 D_0 ; 客户 i 的货物需求为 r_i ; 配送中心的货物需求为 0; 每个配送中心的车辆数为 V ; 车辆的最大载重为 C ; 客户到客户, 配送中心到客户及客户到配送中心的距离均可表示为 d_{ij} ; 车辆在弧 (i, j) 上的载重为 Q_{ij} 。根据 1.1 节和 1.2 节的分析, 本文构建 TFC-MDGVRP 模型:

(1) 目标函数

基于式(3)~(5)的目标函数如式(6)所示, 为最小化总油耗费用:

$$\min \sum_{(i, j \in N_0 \cup D_0)} (G_1 M_s + G_1 Q_{ij} + G_2 v_{ij}^2) x_{ij} d_{ij} p_f \quad (6)$$

式中: M_s 为车辆本身质量; p_f 为单位油耗费用; Q_{ij} 为车辆在弧 (i, j) 上的载重。

(2) 决策变量

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in N_0 \cup D_0 \text{ 且 } i \neq j \quad (7)$$

式中: x_{ij} 为 0~1 决策变量。

(3) 约束条件

每个客户只能由一辆车访问一次且车辆不能直接从配送中心访问配送中心:

$$\sum_{(i \in N_0 \cup D_0)} x_{ij} = 1, \forall j \in N_0 \quad (8)$$

$$\sum_{(j \in N_0 \cup D_0)} x_{ij} = 1, \forall i \in N_0 \quad (9)$$

客户的总货物需求等于配送中心的总出货量:

$$\sum_{(i \in D_0, j \in N_0)} Q_{ij} = \sum_{j \in N_0} r_j \quad (10)$$

车辆在弧 (i, j) 上的载重约束:

$$r_j x_{ij} \leq Q_{ij} \leq (C - r_i) x_{ij}, \forall (i, j) \in N_0 \cup D_0 \quad (11)$$

客户之间的流平衡:

$$\sum_{(i \in N_0)} Q_{ij} - \sum_{(i \in N_0)} Q_{ji} = r_j, \forall j \in N_0 \quad (12)$$

车辆数约束:

$$0 < \sum_{(j \in N_0)} x_{ij} \leq V, \forall i \in D_0 \quad (13)$$

每辆车的起点和终点相同且都为配送中心:

$$\sum_{(j \in N_0)} x_{ij} = \sum_{(j \in N_0)} x_{ji}, \forall i \in D_0 \quad (14)$$

模型中相关参数取值为: $M_s=0.1C$, $p_f=6.4$ 。显然, 目标函数和油耗直接相关, 油耗越少, 则对应的总油耗费用越小。同时油耗越少, 对应的碳排放量也越小, 故本文问题属于绿色 VRP。

2 LACO 算法描述

2.1 编码与解码

针对 GMDVRP 的特点, 结合 LACO 特性, 本文提出基于车辆的编/解码策略。该策略以车辆为基本单位对需要服务的客户进行多段编码。

令 $N=10, D=2, V=2, C=5$, 客户编号为 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, 对应的客户需求为 $\{2, 3, 1, 2, 1, 2, 2, 3, 1, 2\}$, 配送中心 1 中车辆编号为 $\{11, 12\}$, 配送中心 2 中车辆编号为 $\{13, 14\}$ 。对该问题进行编码, 编码序列如图 2 所示。编码序列为以车辆编号开头并包含所有客户编号的一组随机序列, 同时该序列满足车辆容量约束。

对上述编码序列根据车辆编号进行解码可知, 车辆 13 依次服务的客户为 3, 5, 2; 车辆 11 依次服务的客户为 4, 7; 车辆 14 依次服务的客户为 8, 1; 车辆 12 依次服务的客户为 7, 9, 6。且知车辆 11, 12 属于配送中心 1, 车辆 13, 14 属于配送中心 2。即解码后可得到每辆车的服务客户对象及次序、行驶路径、车辆负载、所隶属的配送中心等信息。

2.2 初始化策略

本文采用节约算法和扩展启发式算法分别生成初始种群中的 1 个和其余个体。节约算法可生成问题的 1 个可行解, 扩展启发式算法可生成问题的多个不同可行解。相较于传统随机初始化方法, 同时采用本节的 2 种算法可整体提高初始解质量且保持种群多样性。

2.2.1 节约算法

节约算法是求解 VRP 的一种启发式构造方法, 由 Clarke 等提出^[24], 其核心是利用节约值的顺序进行路径构造。节约值的计算:

$$s_{ij} = c_{io} + c_{oj} - c_{ij} \quad (15)$$

式中: c_{io} 和 c_{oj} 分别为客户 i 和客户 j 到配送中心 o 的距离; c_{ij} 为客户 i 到客户 j 的距离; s_{ij} 为联结客户 i 和 j 产生的节约值。

2.2.2 扩展启发式算法

令车辆编号集合为 V_0 , 客户编号集合为 N_0 , 编码序列为 Π , 本文扩展启发式算法可描述为:

step 1: 令 $i=0, t=0, \Pi = \emptyset$;

step 2: 当 $V_0 \neq \emptyset$ 时, 从 V_0 中随机选取元素 v , $V_0 = V_0 - \{v\}, i = i + 1, \Pi = \Pi \cup \{v\}$;

step 3: 当 $N_0 \neq \emptyset$ 时, 计算 N_0 中各元素到 Π 中最后一个元素的距离并升序排列, 从距离列表的前 6 个值中随机选取一个并找到其在 N_0 中对应的元素 n , 执行 step 4, 否则执行 step 5;

step 4: 当 $t[i] + r[n] \leq C$ 时 $t[i] = t[i] + r[n], N_0 = N_0 - \{n\}, \Pi = \Pi \cup \{n\}$, 执行 step 3, 否则执行 step 2;

step 5: 输出 $\Pi = \Pi \cup V_0$ 。

2.3 蚁群优化算法

ACO 核心是蚂蚁路径构建和信息素更新机制, 一条完整的蚂蚁路径表示所求问题的一个可行解, 信息素进行基于蚁群正反馈机制的更新。ACO 的信息素矩阵可学习和保留精英个体中蕴含的变量概率分布信息, 从而能合理引导算法的全局搜索方向。

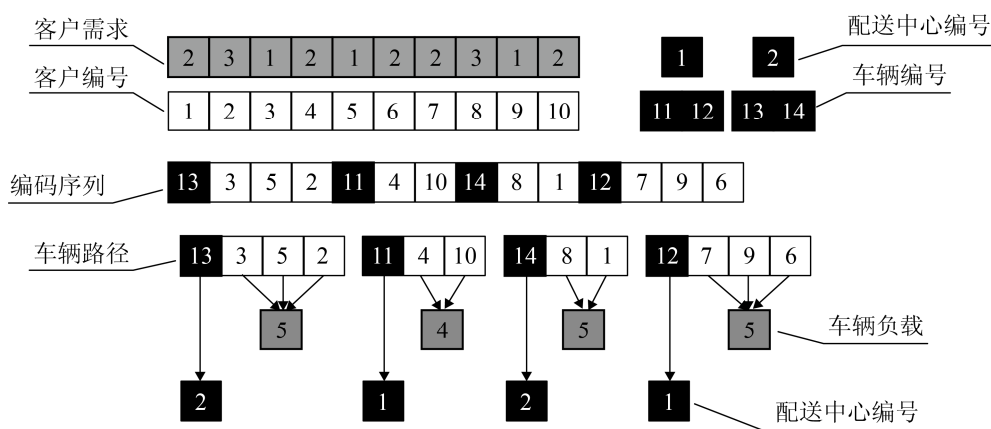


图 2 编码与解码

Fig. 2 Encoding and decoding

蚂蚁路径构建依式(16)进行:

$$p_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{k \in A} [\tau_{ik}(t)]^\alpha [\eta_{ik}(t)]^\beta}, & j \in A \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

式中: $p_{ij}(t)$ 为蚂蚁在 t 时刻从客户 i 出发选择客户 j 的概率; $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时刻边 (i, j) 上的信息素; α 为信息素权重; $\eta_{ij}(t)$ 为边 (i, j) 的启发因子(边 (i, j) 距离的倒数); β 为启发因子权重; A 为不在蚂蚁禁忌表中的客户集合。

信息素更新方式:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} Q/L_k, & (i, j) \in R_k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t, t+1) \quad (18)$$

式中: $\Delta\tau_{ij}(t, t+1)$ 为所有蚂蚁在边 (i, j) 上释放的信息素总和; Q 为信息素强度, 是常量; L_k 为蚂蚁 k 构建的可行路径 R_k 的长度; $(i, j) \in R_k$ 为蚂蚁 k 构建的可行路径 R_k 中包含边 (i, j) ; ρ 为信息素挥发因子。

根据 2.1 节和 2.2 节, 本文 ACO 可描述如下:

step 1: 采用节约算法和扩展启发式算法初始化种群;

step 2: 设置 ACO 参数;

step 3: 根据初始种群初始化 ACO 信息素矩阵, 即用初始种群依式(17), (18)更新信息素矩阵;

step 4: 从车辆集 V_0 中为每只蚂蚁随机选取未分配的 vehicle 并将其加入蚂蚁路径;

step 5: 判断客户集 N_0 中是否存在未分配的客户, 若存在, 依式(16)计算其访问的概率并采用轮盘赌方法为每只蚂蚁选定下个要访问的客户, 否则, 执行 step 7;

step 6: 对每只蚂蚁, 判断选定的客户加入当前蚂蚁路径后是否满足车辆容量约束, 若满足, 将其加入当前蚂蚁路径并执行 step 5, 否则, 执行 step 4;

step 7: 对每只蚂蚁, 判断车辆集 V_0 中是否存在未分配的 vehicle, 若存在, 将其加入当前蚂蚁路

径, 并将该路径加入新种群, 否则, 直接将当前蚂蚁路径加入新种群;

step 8: 根据式(6)计算新种群中每条蚂蚁路径(个体)的适应值, 对新种群进行评价;

step 9: 依据评价结果取新种群前 10% 优质个体为精英个体;

step 10: 对精英个体执行局部搜索;

step 11: 根据式(17), (18)用更新后的精英个体更新 ACO 信息素矩阵并记录当前最好解;

step 12: 判断算法是否满足终止条件, 若满足, 输出最好解, 否则跳转执行 step 2。

2.4 邻域操作和局部搜索

车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)系列问题的解空间庞大且复杂, 单一邻域的迭代搜索容易较早达到并停滞在该邻域结构的局部最小解, 但该解的质量大都一般。因此, 为增强算法的局部搜索能力, 本节设计由 3 种邻域操作混合并依次执行的局部搜索, 可在算法到达 3 种邻域结构共同的局部最小解前一直持续向下搜索, 从而增强搜索的深度, 有利于算法获得真正的优质解, 具体为:

(1) 点交换邻域操作: 在编码序列 Π 中随机选取 2 点, 互换其位置, 选取的点需同时为客户点或配送中心, 如图 3 所示。

(2) 点插入邻域操作: 在编码序列 Π 中随机选取 2 点, 将其中一点插入到另一点之后, 选取的点不能同时为配送中心, 如图 4 所示。

(3) 子路径交换邻域操作: 在编码序列 Π 中随机选取 2 点, 获取其所在车辆路径, 交换该 2 点之后的车辆子路径, 如图 5 所示。

令所有邻域操作执行总次数为 NT 。对蚁群优化算法产生的每个精英个体依次执行 $NT/3$ 次上述 3 种邻域操作, 在执行过程中, 若当前精英个体的质量得到改善, 则更新该精英个体并继续执行至操作次数用尽。

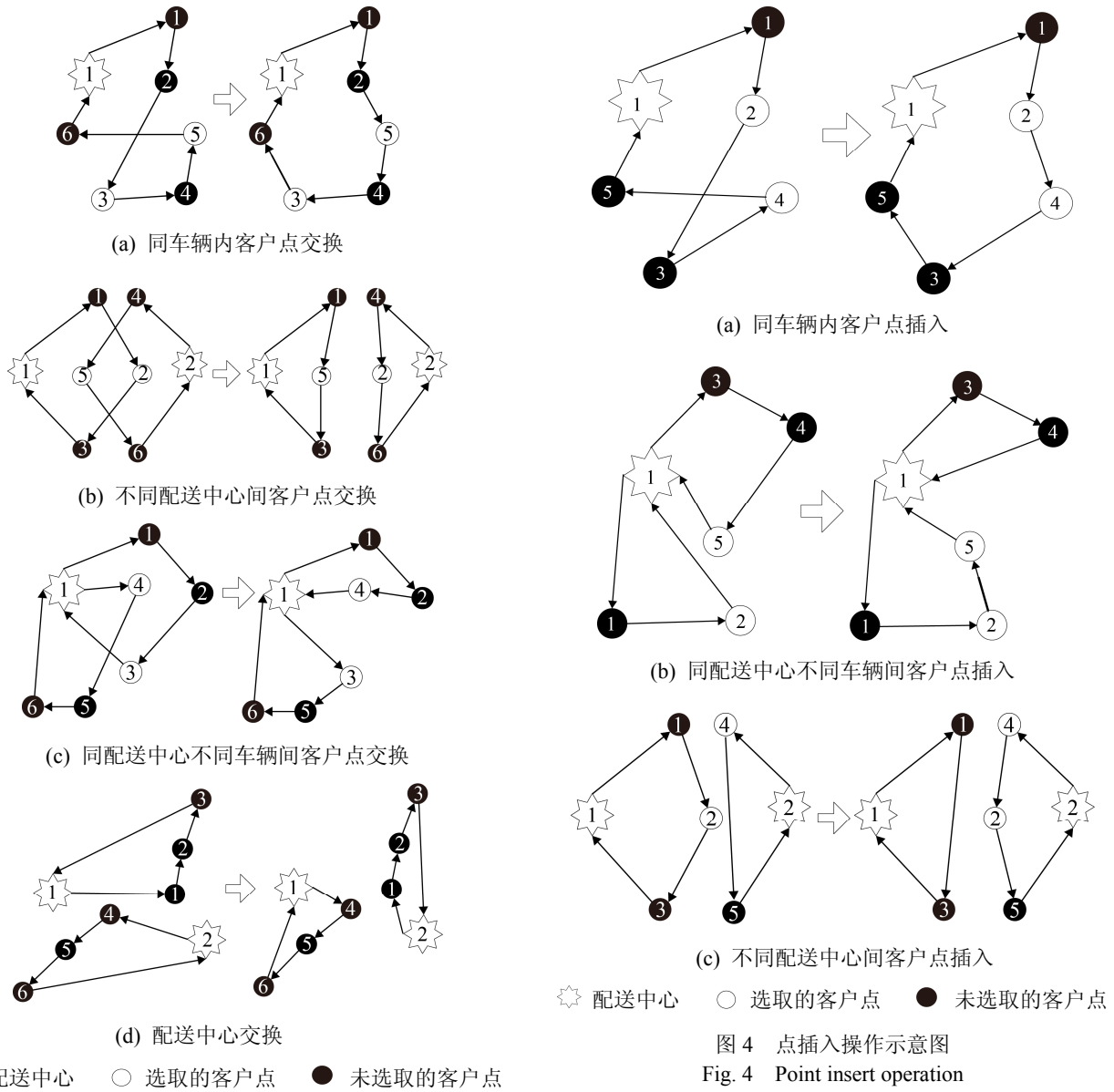


图 3 点交换操作示意图
Fig. 3 Point swap operation

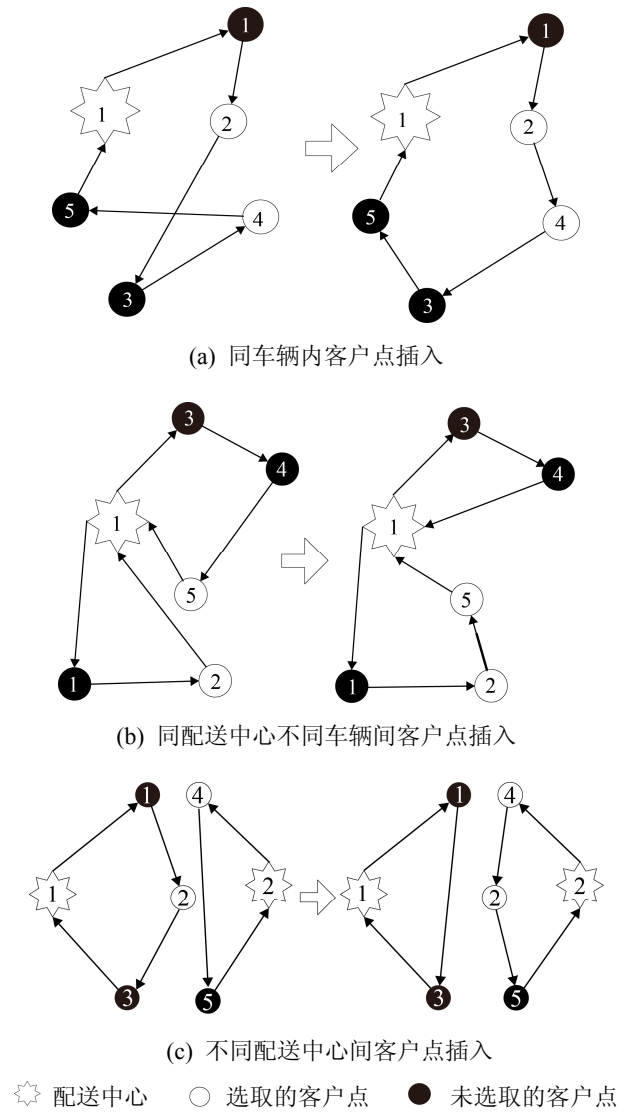


图 4 点插入操作示意图
Fig. 4 Point insert operation

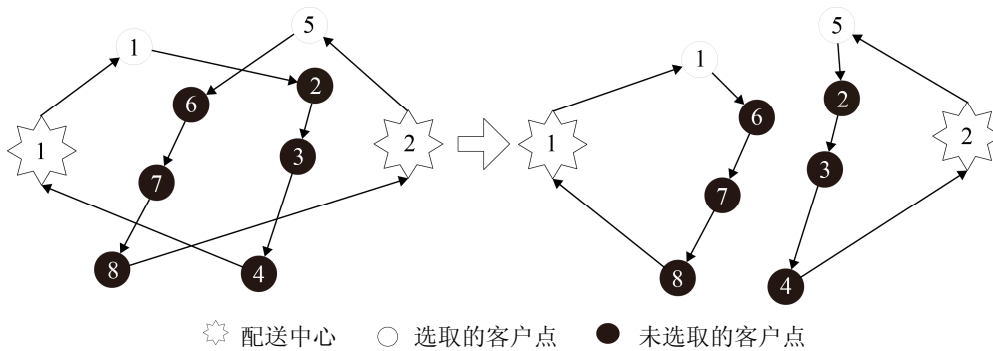


图 5 子路径交换操作示意图
Fig. 5 Sub-path exchange operation

2.5 知识模型

知识模型包括参数知识和局部操作知识, 两者在算法每代中学习和更新, 并分别用于进一步改进算法的全局和局部搜索能力: ①参数知识由不同 ACO 参数组合和各参数组合的选取概率组成。在每次迭代中, 算法根据各参数组合的优化绩效计算其选取概率, 并通过轮盘赌方法确定 ACO 当次迭代所使用的参数组合。在当次迭代中, 如果 ACO 种群平均质量得到改善, 那么当次迭代所用 ACO 参数组合的优化绩效得到提升; ②局部操作知识由本文设计的 3 种邻域操作的贡献率组成, 在每次迭代中, 算法根据当前各邻域操作的贡献值来计算其贡献率并动态确定每种邻域操作的执行次数。在每次邻域操作中, 如果当前解的质量得到改善, 那么此次执行的邻域操作的贡献值得到提升。

2.5.1 参数知识

参数知识由采用正交设计法产生的 m 组不同 ACO 参数组合 $Par(i), i \in (1, 2, \dots, m)$ 和各组参数的选取概率构成。每组参数的初始优化绩效值为 1, 其选取概率计算方法为

$$P(i) = \frac{N(i)}{\sum_{j=1}^m N(j)}, i \in (1, 2, \dots, m) \quad (19)$$

式中: $P(i)$ 为第 i 组参数被选取的概率; $N(i)$ 为第 i 组参数当前优化绩效值。

参数知识的学习过程可描述为:

step 1: 每组参数每代均根据式(19)计算其选取概率并用轮盘赌方法从中选出一组用于当次迭代;

step 2: 在当次迭代中, 若 ACO 种群的平均质量得到改善, 则该参数组合优化绩效加 1。

显然, 随着算法的不断迭代, 拥有较高优化绩效的 ACO 参数组合被选取的概率更大。

2.5.2 局部操作知识

局部操作知识由各邻域操作的贡献率组成。本文设计了 3 种邻域操作, 依次顺序执行, 每种邻域

操作的初始贡献值均为 1, 其贡献率的计算为

$$Cr(i) = \frac{L(i)}{\sum_{j=1}^3 L(j)}, i \in (1, 2, 3) \quad (20)$$

式中: $Cr(i)$ 为第 i 种邻域操作的贡献率; $L(i)$ 为第 i 种邻域操作当前贡献值。

在已知每种邻域操作贡献率的情况下, 可计算每种邻域操作每代的执行次数:

$$Num(i) = NT \cdot Cr(i) \quad (21)$$

式中: $Num(i)$ 为第 i 种邻域操作的执行次数; NT 为所有邻域操作执行的总次数。

局部操作知识的学习过程可描述为:

step 1: 每种邻域操作每代均根据式(20)计算其贡献率, 并根据式(21)确定各邻域操作的执行次数;

step 2: 在每种邻域操作执行过程中, 如果当前解的质量得到改善, 则该邻域操作的贡献值加 1。

显然, 随着算法的不断迭代, 拥有较高贡献率的邻域操作被执行的次数更多。

2.6 学习型蚁群优化算法

本文 LACO 是在 2.3 节 ACO 的基础上, 设计了 2.1 节的编解码方式, 并用 2.2 节初始化策略替代原有的随机初始化方法进行初始化, 进而构建了 2.5 节的知识模型用以调整和引导算法的搜索方向, 在搜索过程中, 设计 2.4 节的 3 种邻域操作和局部搜索方式来丰富算法的搜索区域, 提高算法的寻优效率。

根据 2.1~2.5 节, 本节给出 LACO 的流程图如图 6 所示。

LACO 算法步骤可描述为:

step 1: 初始化知识模型并同时采用节约算法和扩展启发式算法初始化 ACO 种群;

step 2: 采用 2.5.1 节中 step 1 的结果确定当次迭代 ACO 使用的参数组合;

step 3: 采用 2.3 节 step 3~7 生成 ACO 新种群;

step 4: 评价新种群, 更新当前个体最好值并根据 2.5.1 节中 step 2 更新参数知识;

step 5: 从新种群中选取前 10%个优质个体为精英个体;

step 6: 对每个精英个体均根据局部操作知识(见 2.5.2 节中 step 1)执行邻域操作并对其进行更新。同时, 在执行邻域操作过程中更新局部操作

知识(见 2.5.2 节中 step 2);

step 7: 更新后的精英个体用于更新 ACO 信息素矩阵;

step 8: 判断 LACO 算法是否满足终止条件, 若满足, 输出最好解, 否则, 跳转执行 step 2。

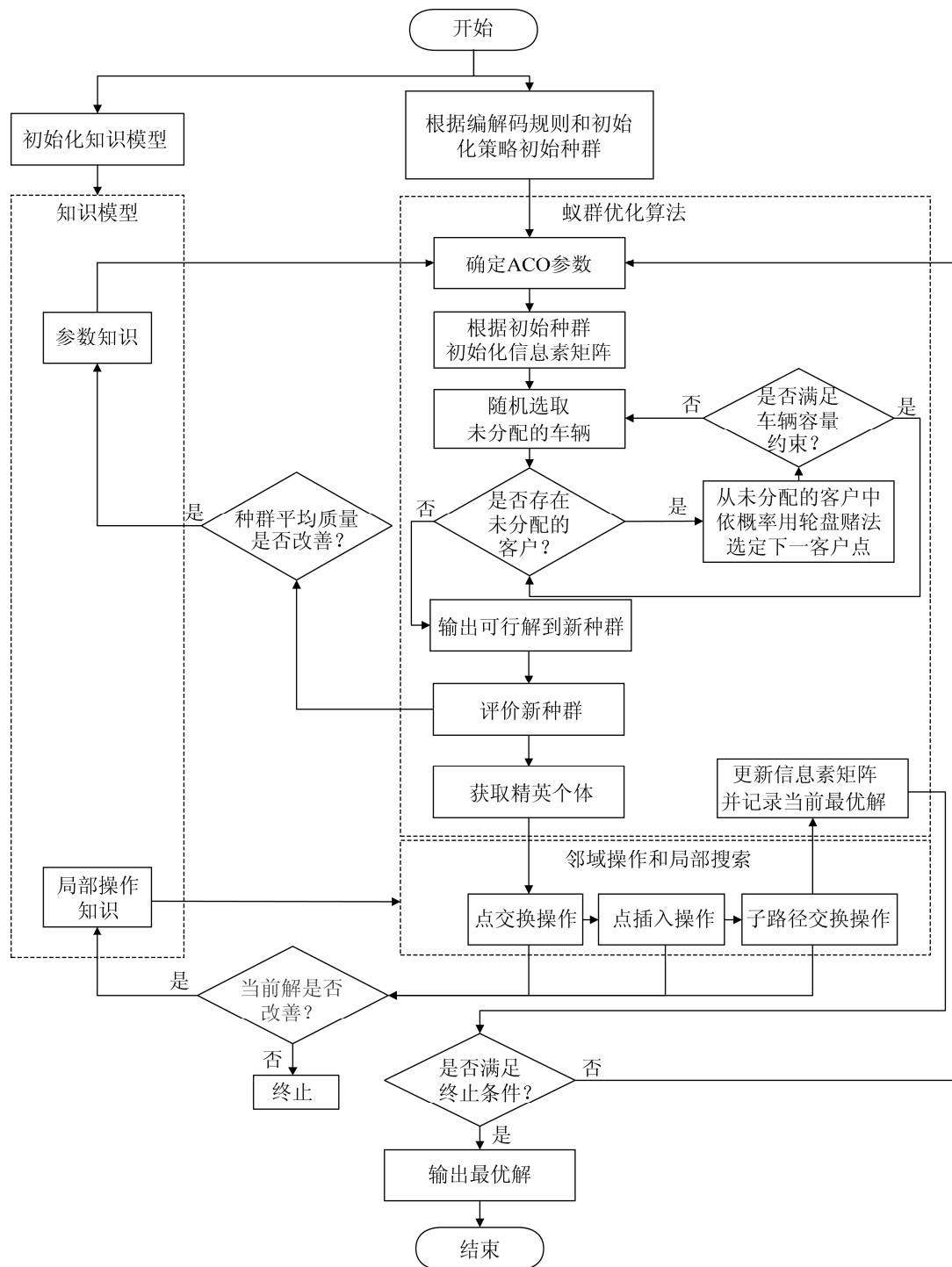


图 6 LACO 算法流程图

Fig. 6 LACO's flow chart

<http://www.china-simulation.com>

由图 6 和上述算法步骤可知, LACO 不仅采用 ACO 和基于邻域操作的局部搜索分别对问题解空间执行全局和局部搜索, 而且利用知识模型动态确定算法每代中 ACO 的参数组合和局部搜索的邻域操作, 故有望是求解 TFC-GMDVRP 的有效算法。

3 实验设计与分析

本文实验均在同一实验环境中进行, 其中 CPU 主频为 2.3 GHz, 内存为 16 GB, 操作系统为 64 位 Windows 10, 编程语言为 MATLAB R2019a。本文测试数据来源于网站^[25]中 MDVRP 的 24 个基准算例。该 24 个基准算例的客户数量范围为 48~360, 配送中心数量范围为 2~9, 配送中心的车辆数量范围为 1~14。

3.1 参数设置

ACO 参数有信息素权重 α , 启发因子权重 β , 信息素挥发因子 ρ , 信息素强度 Q , 蚂蚁数量 N_{Ant} 。各参数均设置 4 个水平, 如表 3 所示。继而采用正交设计法产生规模为 $L_{16}(4^5)$ 的正交表, 如表 4 所示, 正交表中每行所组成的参数组合代表 ACO 的一组参数。其他参数: 邻域操作执行总次数 $NT=1\ 500$ 。

3.2 仿真结果与比较

为验证 LACO 的有效性, 本节将 LACO 分别与 ACO* 和 ACO_VNS^[10], IACO^[12] 进行比较。ACO* 是本文 LACO 去除知识模型后的算法, ACO_VNS 和 IACO 均是求解 GMDVRP 的有效算法。对于不同规模问题, 设定每种算法在相同运行时间下均进行 15 次独立实验, 每个问题对应的最好结果用粗体表示。各算法对不同规模问题的求解结果如表 5 所示。其中, TC 为所有客户的总需求; N 为客户数量; D 为配送中心数量; V 为每个配送中心的车辆数; C 为车辆最大载重。令 Fit 表示算法独立运行 1 次的输出结果, 则 $AVG = \sum_{i=1}^{15} Fit_i / 15$ 表示算法独立运行 15 次输出结果的平均值, $BEST = \min\{Fit_i | i=1, 2, \dots, 15\}$ 表示算法独立运行 15 次输出结果的最好值。

表 3 ACO 参数水平表

Tab. 3 Combinations of ACO parameter values

参数	水平			
	1	2	3	4
α	0.5	1	1.5	2
β	0.5	1	1.5	2
ρ	0.05	0.1	0.15	0.2
Q	1 500	2 000	2 500	3 000
N_{Ant}	30	40	50	60

表 4 ACO 参数正交表

Tab. 4 Orthogonal array of ACO parameter

参数组合	参数水平				
	α	β	ρ	Q	N_{Ant}
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4
5	2	1	2	3	4
6	2	2	1	4	3
7	2	3	4	1	2
8	2	4	3	2	1
9	3	1	3	4	2
10	3	2	4	3	1
11	3	3	1	2	4
12	3	4	2	1	3
13	4	1	4	2	3
14	4	2	3	1	4
15	4	3	2	4	1
16	4	4	1	3	2

由表 5 可知, LACO 在 24 个 MDVRP 基准算例上的测试结果均明显优于其他 3 种比较算法, 这表明 LACO 的求解性能更好。其中, LACO 与 ACO* 的对比结果表明本文设计的知识模型可进一步增强算法的搜索能力。此外, LACO, ACO_VNS 和 IACO 都是以 ACO 为基础, 对其进行融合或改进后的混合智能算法。ACO_VNS 在 ACO 中引入一种位交换操作来产生邻域结构, 搜索细致但比较耗时, 容易陷入局部最小解而导致算法提前收敛。IACO 改进了 ACO 的信息素更新机制, 加强了算法在局部搜索上的扰动, 使算法更有能力跳出局部最小解而趋于最优解, 但无法避免 ACO 对于设置参数敏感的问题。相较于以上 2 种算法, 本文 LACO 在 ACO 中融入包含参数知识和局部操作知识的知

识模型, 参数知识能够根据算法每代求解结果动态调整 ACO 的设置参数, 从而有效避免 ACO 对于参数设置敏感的问题, 局部操作知识采用 3 种不同邻域操作来扩展算法在全局和局部搜索上的广度和深度, 有效避免了算法提前收敛, 从而提高算法搜索效率并增强其鲁棒性。与 ACO_VNS 和 IACO 相比, 在相同的算法运行时间下, LACO 的性能更好。这说明 ACO 与相关知识模型的融合是一种更有效的搜索策略, 同时也说明学习型智能算法是求解组合优化问题的有效算法。

为验证 LACO 与 ACO_VNS 和 IACO 间性能差异是否显著, 采用配对 t 检验法对上述 3 种算法的求解结果进行分析, 分析结果如表 6~7 所示。其中, $P>0.05$ 表示差异不显著, $P<0.05$ 表示差异显著。从表 6~7 中可以看出, LACO 的最好值和平均

值相对于 ACO_VNS 和 IACO 的对应值均表现出显著的差异性, 而 ACO_VNS 与 IACO 之间的差异性不显著。因此, LACO 在统计意义下显著优于其他 2 种比较算法。

为直观比较 LACO 与 ACO_VNS 和 IACO 在求解过程中的动态性能变化, 将这 3 种算法在 1 个中等规模问题 $144 \times 4 \times 3 \times 190$ (即表 5 中的 No. 12) 上的平均运行性能曲线显示于图 7。图 7 中的每条曲线由对应算法在每隔 1 s 时的平均历史最优值(算法重复运行 15 次)连线形成。由图 7 可知, LACO 的曲线下降速度较快, 且一直低于 ACO_VNS 和 IACO 的曲线。这表明 LACO 可在求解过程中更合理地确定搜索方向, 从而引导算法更快地获取优质解。在其他测试问题上可得到与图 7 类似的结论。

表 5 LACO 与 ACO_VNS, IACO 和 ACO* 求解结果比较 (2N s)
Tab. 5 Comparison of LACO with ACO_VNS, IACO and ACO* (2N s)

NO.	NDVC	TC	ACO_VNS		IACO		ACO*		LACO	
			BEST	AVG	BEST	AVG	BEST	AVG	BEST	AVG
1	48×4×1×200	657	10 352.39	10 352.39	10 180.47	10 641.62	9 849.37	9 983.39	9 027.84	9 119.67
2	50×4×2×80	777	5 271.76	5 475.79	5 111.24	5 242.59	4 814.39	4 957.14	4 343.55	4 476.41
3	50×4×4×160	777	3 025.26	3 094.82	2 965.73	3 093.15	2 789.76	2 873.59	2 673.28	2 723.24
4	72×6×1×200	948	14 760.31	15 311.53	14 512.83	15 025.20	14 330.34	14 330.34	12 369.64	12 854.21
5	75×5×3×140	1 364	6 409.22	6 622.68	6 025.17	6 319.88	6 431.70	6 431.70	5393.72	5 502.19
6	80×2×5×60	432	4 768.23	5 017.50	4 432.97	4 615.71	4 954.60	5 142.09	4 032.32	4 120.93
7	96×4×2×195	1 220	15 751.74	15 929.92	15 564.83	15 951.78	17 100.49	18 140.07	12 884.08	13 267.68
8	100×2×5×200	1 458	10 818.18	11 021.41	10 802.54	11 261.99	11 772.21	11 772.21	9 196.15	9 351.97
9	100×2×8×100	1 458	7 182.83	7 432.97	6 998.44	7 202.88	7 583.61	7 739.32	6 228.96	6 360.59
10	100×3×6×100	1 458	6 204.61	6 346.52	6 086.74	6 211.64	6 419.13	6 419.13	5 382.33	5 440.51
11	100×4×4×100	1 458	6 453.66	6 567.36	6 184.51	6 457.95	6 942.18	6 946.96	5 527.19	5 645.31
12	144×4×3×190	1 788	23 637.23	24 522.49	24 781.13	25 296.51	24 933.82	24 933.82	20 235.36	20 829.34
13	144×6×2×190	2 006	24 390.21	25 527.55	23 188.18	24 114.06	25 008.07	25 008.07	18 658.88	19 872.16
14	160×4×5×60	864	10 817.53	11 255.08	10 178.28	10 562.75	11 597.08	11 597.08	8 835.14	9 071.60
15	192×4×4×185	2 477	28 209.20	29 435.41	27 875.76	28 978.05	31 304.43	31 304.43	22 740.52	23 872.07
16	216×6×3×180	2 736	28 463.91	29 955.86	29 929.74	31 161.68	31 669.48	31 669.48	24 970.49	25 732.28
17	240×4×5×180	3 351	30 611.00	32 976.09	31 847.95	32 571.81	34 922.55	34 922.55	25 426.46	26 869.83
18	240×5×5×60	1 296	17 697.32	18 746.46	16 879.75	17 451.91	17 394.55	17 394.55	14 345.57	14 776.82
19	249×2×14×500	12 106	169 865.44	171 872.07	172 219.04	174 785.13	171 857.36	171 857.36	147 494.37	154 526.77
20	249×3×12×500	12 106	156 842.44	161 283.45	154 017.40	158 492.04	155 500.77	155 500.77	133 673.92	137 612.31
21	249×4×4×500	12 106	145 220.74	151 834.93	149 397.73	153 859.76	145 352.44	145 352.44	130 722.56	132 965.62
22	249×5×6×500	12 106	139 293.32	144 159.81	146 115.90	150 418.49	132 855.92	132 855.92	125 520.90	129 997.42
23	288×4×6×175	3 671	35 464.03	38 052.05	36 217.05	38 068.29	37 954.60	37 954.60	29 286.33	30 762.43
24	360×9×5×60	1 944	27 703.20	29 594.08	27 702.53	28 359.54	26 092.17	26 092.17	23788.16	24 501.90
Average			38 717.24	40 099.51	39 134.00	40 256.02	39 142.96	39 215.80	33 448.24	34 593.89

注: 本表给出了设定程序运行时间为 2N s (N 为客户数量) 时各算法对比结果, 程序运行时间为 N s 和 3N s 时各算法对比结果类似

表 6 BEST 的 t-检验
Tab. 6 Student t-test for BEST

统计数值	LACO 与 ACO_VNS	LACO 与 IACO	ACO_VNS 与 IACO
t	3.962	3.785	1.081
df	23	23	23
P (双尾)	0.000 6	0.001 0	0.291 0

表 7 AVG 的 t-检验
Tab. 7 Student t-test for AVG

统计数值	LACO 与 ACO_VNS	LACO 与 IACO	ACO_VNS 与 IACO
t	4.208	3.913	0.447
df	23	23	23
P (双尾)	0.000 3	0.000 7	0.659 1

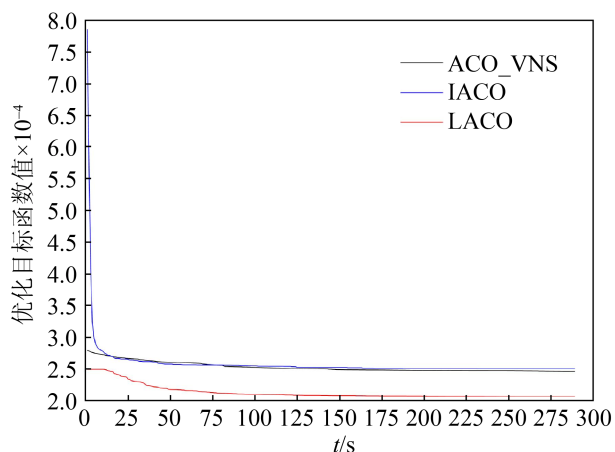


图 7 LACO 与 ACO_VNS 和 IACO 的在求解过程中的动态性能曲线

Fig. 7 Dynamic performance curves of LACO, ACO_VNS, and IACO in solving process

4 结论

本文在传统 MDVRP 的基础上, 进一步考虑路况信息, 建立以最小化总油耗费用为目标的 TFC-GMDVRP 模型。针对该模型, 提出一种融合 ACO 和知识模型的 LACO 进行求解。LACO 在 ACO 中引入多邻域局部搜索以增强算法的搜索深度, 从而形成有效的混合 ACO。在此基础上, 利用算法在进化过程中获取的信息, 建立由参数知识和局部操作知识构成的知识模型, 并通过参数知识动态选取对种群进化有利的参数, 同时通过局部操

作知识动态调整各邻域操作的执行次数, 从而可增强算法的搜索性能。仿真实验和算法比较结果验证了 LACO 是求解 TFC-GMDVRP 的有效算法。MDVRP 广泛存在于第三方物流公司、电商平台、连锁超市等的货物配送场景中, 故可采用 LACO 设计相应的配送软件, 帮助企业管理团队快速确定有效配送方案, 从而实现经济利益与环境效益的提升。未来研究方向是把 LACO 扩展用于求解带有模糊需求的多车场车辆路径问题。

参考文献:

- [1] 王坤, 王广翔. 基于 GIS 和 MDVRP 的成都市城乡配送网络仿真[J]. 综合运输, 2019, 41(3): 99-104.
Wang Kun, Wang Guangxiang. Simulation Research of Urban and Rural Distribution Network in Chengdu Based on GIS and MDVRP[J]. China Transportation Review, 2019, 41(3): 99-104.
- [2] 鲍春玲, 张世斌. 考虑碳排放的冷链物流联合配送路径优化[J]. 工业工程与管理, 2018, 23(5): 95-100.
Bao Chunling, Zhang Shibin. Route Optimization of Cold Chain Logistics in Joint Distribution with Consideration of Carbon Emission[J]. Industrial Engineering and Management, 2018, 23(5): 95-100.
- [3] Carotenuto P, Giordani S, Massari S, et al. A Multi-depot Periodic Vehicle Routing Model for Petrol Station Replenishment[C]// Advances in Intelligent Systems and Computing. Cham: Springer International Publishing, 2018: 421-437.
- [4] Dantzig G B, Ramser J H. The Truck Dispatching Problem[J]. Management Science (S0025-1909), 1959, 6(1): 80-91.
- [5] Tavares G, Zsigraiova Z, Semiao V, et al. Optimisation of MSW Collection Routes for Minimum Fuel Consumption Using 3D GIS Modelling[J]. Waste Management (S0275-6196), 2009, 29(3): 1176-1185.
- [6] Xiao Y, Zhao Q, Kaku I, et al. Development of a Fuel Consumption Optimization Model for the Capacitated Vehicle Routing Problem[J]. Computers & Operations Research (S0305-0548), 2012, 39(7): 1419-1431.
- [7] 饶卫振, 金淳, 王新华, 等. 考虑道路坡度因素的低碳 VRP 问题模型与求解策略[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(8): 2092-2105.
Rao Weizhen, Jin Chun, Wang Xinhua, et al. A Model of Low-carbon Vehicle Routing Problem Considering Road

- Gradient and its Solving Strategy[J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2014, 34(8): 2092-2105.
- [8] Wang R, Zhou J, Yi X, et al. Solving the Green-fuzzy Vehicle Routing Problem Using a Revised Hybrid Intelligent Algorithm[J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing* (S1868-5145), 2019, 10(1): 321-332.
- [9] Hooshmand F, Mirhassani S A. Time Dependent Green VRP with Alternative Fuel Powered Vehicles[J]. *Energy Systems* (S1868-3975), 2019, 10(3): 721-756.
- [10] Jabir E, Panicker V V, Sridharan R. Design and Development of a Hybrid Ant Colony-variable Neighborhood Search Algorithm for a Multi-Depot Green Vehicle Routing Problem[J]. *Transportation Research Part D: Transport and Environment* (S1361-9209), 2017, 57: 422-457.
- [11] Li J, Wang R, Li T, et al. Benefit Analysis of Shared Depot Resources for Multi-depot Vehicle Routing Problem with Fuel Consumption[J]. *Transportation Research Part D-transport and Environment* (S1361-9209), 2018, 59: 417-432.
- [12] Li Y, Soleimani H, Zohal M. An Improved Ant Colony Optimization Algorithm for the Multi-depot Green Vehicle Routing Problem with Multiple Objectives[J]. *Journal of Cleaner Production* (S0959-6526), 2019, 227: 1161-1172.
- [13] Wang Y, Assogba K, Fan J, et al. Multi-depot Green Vehicle Routing Problem with Shared Transportation Resource: Integration of Time-dependent Speed and Piecewise Penalty Cost[J]. *Journal of Cleaner Production* (S0959-6526), 2019, 232: 12-29.
- [14] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* (S1083-4419), 1996, 26(1): 29-41.
- [15] Bell J E, McMullen P R. Ant Colony Optimization Techniques for the Vehicle Routing Problem[J]. *Advanced Engineering Informatics* (S1474-0346), 2004, 18(1): 41-48.
- [16] Yu B, Yang Z, Yao B. An Improved Ant Colony Optimization for Vehicle Routing Problem[J]. *European Journal of Operational Research* (S0377-2217), 2009, 196(1): 171-176.
- [17] Goel R, Maini R. A Hybrid of Ant Colony and Firefly Algorithms (HAFA) for Solving Vehicle Routing Problems[J]. *Journal of Computational Science* (S1877-7503), 2018, 25: 28-37.
- [18] Sandhya Goel R. Fuzzy Based Parameter Adaptation in ACO for Solving VRP[J]. *International Journal of Operations Research and Information Systems* (IJORIS) (S1947-9328), 2019, 10(2): 65-81.
- [19] 邢立宁, 陈英武, 向尚. 学习型智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2018.
- Xing Lining, Chen Yingwu, Xiang Shang. *Learnable Intelligent Optimization Algorithm and its Application*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2018.
- [20] 邢立宁, 姚锋. 求解双层 CARP 优化问题的演化学习型遗传算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2012, 34(6): 1187-1192.
- Xing Lining, Yao Feng. *Learnable Genetic Algorithm to Double-layer CARP Optimization Problems*[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(6): 1187-1192.
- [21] Yang H, Yang S, Xu Y, et al. Electric Vehicle Route Optimization Considering Time-of-Use Electricity Price by Learnable Partheno-Genetic Algorithm[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid* (S1949-3053), 2015, 6(2): 657-666.
- [22] Ehsani M, Ahmadi A, Fadaei D. Modeling of Vehicle Fuel Consumption and Carbon Dioxide Emission in Road Transport[J]. *Renewable & Sustainable Energy Reviews* (S1364-0321), 2016, 53: 1638-1648.
- [23] 高德交通-中国主要城市交通分析报告[EB/OL]. (2019-10-08). [2020-06-13]. https://report.amap.com/download_city.do.
- Amap Traffic-Analysis Report of Major Cities in China[EB/OL]. (2019-10-08) [2020-06-13]. https://report.amap.com/download_city.do.
- [24] Clarke G, Wright J W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points[J]. *Operations Research* (S0030-364X), 1964, 12(4): 568-581.
- [25] Multiple Depot VRP Instances Vehicle Routing Problem[EB/OL]. [2020-06-13]. <http://neo.lcc.uma.es/vrp/vrp-instances/multiple-depot-vrp-instances/>.