

9-17-2021

Chaotic Gravitational Search Iterative Identification for Wiener Systems

Shanling Xu

Nantong University, Nantong 226019, China;

Junhong Li

Nantong University, Nantong 226019, China;

Mengru Liu

Nantong University, Nantong 226019, China;

Hua Liang

Nantong University, Nantong 226019, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Chaotic Gravitational Search Iterative Identification for Wiener Systems

Abstract

Abstract: The Wiener nonlinear system is composed of a dynamic linear subsystem and a series of nonlinear static subsystems, which is widely used in the fields of automatic control, chemical engineering, electrical and other fields. Considering the identification of the Wiener Output Error Autoregressive (Wiener OEAR) system, *a chaotic gravitational search iterative identification algorithm is proposed, in which the chaotic optimization mechanism is introduced into the gravitational search algorithm to estimate the unknown parameters of the Wiener OEAR system and the convergence is proved.* In order to show the effectiveness of the proposed identification algorithm, the gravitational search algorithm and gradient iterative algorithm are used to identify the same system, and a simulation example and an application example are given. The simulation results show that the three algorithms can effectively identify the Wiener OEAR system, and the chaotic gravitational search iterative identification is better than the gravitational search algorithm and gradient iterative algorithm in the accuracy of parameter estimation.

Keywords

Wiener systems, system identification, parameter estimation, chaotic mechanism, gravitational search

Recommended Citation

Xu Shanling, Li Junhong, Liu Mengru, Hua Liang. Chaotic Gravitational Search Iterative Identification for Wiener Systems[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(9): 2138-2146.

Wiener 系统的混沌引力搜索迭代辨识

徐珊玲, 李俊红*, 刘梦茹, 华亮

(南通大学, 江苏 南通 226019)

摘要: Wiener 非线性系统是由动态线性子系统串联非线性静态子系统而成, 被广泛应用于自动控制、化工、电气等领域。考虑 Wiener 输出误差自回归(Wiener Output Error Autoregressive, Wiener OEAR)系统的辨识问题, 提出了一种混沌引力搜索迭代辨识算法, 通过在引力搜索算法中引入混沌优化机制来估计 Wiener OEAR 系统的未知参数, 并证明了所提出的算法的收敛性。为证明所提辨识算法的有效性, 采用了引力搜索算法和梯度迭代算法对该系统进行辨识。仿真结果表明: 3 种算法能够有效地对 Wiener OEAR 系统进行辨识, 混沌引力搜索迭代辨识算法在参数估计精度方面要优于引力搜索算法和梯度迭代算法。

关键词: Wiener 系统; 系统辨识; 参数估计; 混沌机制; 引力搜索

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X (2021) 09-2138-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0352

Chaotic Gravitational Search Iterative Identification for Wiener Systems

Xu Shanling, Li Junhong*, Liu Mengru, Hua Liang

(Nantong University, Nantong 226019, China)

Abstract: The Wiener nonlinear system is composed of a dynamic linear subsystem and a series of nonlinear static subsystems, which is widely used in the fields of automatic control, chemical engineering, electrical and other fields. Considering the identification of the Wiener Output Error Autoregressive (Wiener OEAR) system, a chaotic gravitational search iterative identification algorithm is proposed, in which the chaotic optimization mechanism is introduced into the gravitational search algorithm to estimate the unknown parameters of the Wiener OEAR system and the convergence is proved. In order to show the effectiveness of the proposed identification algorithm, the gravitational search algorithm and gradient iterative algorithm are used to identify the same system, and a simulation example and an application example are given. The simulation results show that the three algorithms can effectively identify the Wiener OEAR system, and the chaotic gravitational search iterative identification is better than the gravitational search algorithm and gradient iterative algorithm in the accuracy of parameter estimation.

Keywords: Wiener systems; system identification; parameter estimation; chaotic mechanism; gravitational search

引言

在系统辨识领域, 线性系统的辨识理论和方法

日趋成熟, 如最小二乘类辨识方法、辅助模型类辨识方法、递阶辨识方法等^[1-4]。然而在实际的工业

收稿日期: 2020-06-15

修回日期: 2020-09-12

基金项目: 国家自然科学基金(61973176); 江苏省自然科学基金(BK20181457); 江苏省六大人才高峰项目(XYDXX-038); 江苏省高等学校自然科学基金(18KJB120007)

第一作者: 徐珊玲(1995-), 女, 硕士生, 研究方向为系统辨识。E-mail: xushanlingtu@163.com

通讯作者: 李俊红(1980-), 女, 博士, 博士生导师, 教授, 研究方向为系统辨识。E-mail: missjunhong@163.com

控制过程中,理想的线性系统是不存在的,大多数是结构复杂、干扰不确定的非线性系统,因此如何对非线性系统进行辨识进而对其进行有效地控制具有重要的研究意义^[5-6]。由于非线性系统本身的多样性和复杂性,目前并没有统一的模型结构和辨识方法去描述各种非线性系统。在实际的应用中,人们常常采取的措施是把一些非线性系统进行模块化^[7-8]。

Wiener 模型是由线性动态块和非线性静态块组成的一类非线性系统。工业过程中的很多非线性过程都可以用 Wiener 模型来表示,如精馏塔、换热器、电弧炉炼钢、pH 中和过程等^[9-12]。Wiener 非线性系统的辨识和建模受到广泛关注。

许多研究人员采用不同的启发式优化算法作为解决非线性系统辨识问题的有效工具。引力搜索算法是 Rashedi 等提出的一种新型群体智能优化算法^[13]。引力搜索算法的原理来源于物理中最常见的万有引力现象。引力搜索算法已被成功应用于各种领域^[14-16]。然而,现有的研究成果表明,在有限的迭代次数内,引力搜索算法存在求解精度不高和收敛速度慢等问题。因此,需要对基本的引力搜索算法进行改进,以提高算法的优化性能。

许多学者对引力搜索算法进行了研究,并应用于多个领域。例如,为了提高基于种群元启发式算法的开发能力,Garciarodenas 等将牛顿方法引入混沌引力搜索算法并利用它求解无约束全局优化问题^[17];Somu 等提出了基于 Newton-Raphson 启发式的二进制引力搜索策略对云环境下的服务质量进行预测^[18];为了有效地辨识水轮机调节系统的参数,Zhang 等提出了一种基于混合策略的引力搜索算法^[19];Mittal 等提出一种混沌引力搜索算法,利用混沌模型对基本的引力搜索算法进行改进^[20]。本文基于文献[20]的基本思想和迭代辨识技术,推导混沌引力搜索迭代辨识算法来估计 Wiener 输出误差自回归(Wiener Output Error Autoregressive, Wiener OEAR)系统的未知参数。

1 系统描述

考虑图 1 所示的 Wiener OEAR 系统的模型,其中 $u(t)$ 和 $y(t)$ 分别为系统的输入和输出, $v(t)$ 为服从 $N(0, \sigma^2)$ 的高斯白噪声信号, $\omega(t)$ 为有色噪声, $x(t)$ 为非线性环节的输出,中间变量 $\bar{u}(t)$, $\omega(t)$ 和 $x(t)$ 是不可测的。

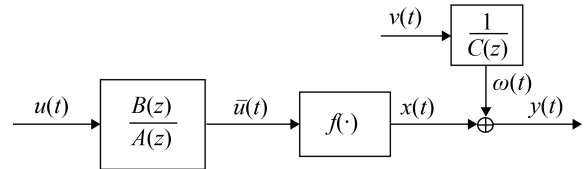


图 1 Wiener OEAR 模型结构图
Fig. 1 Wiener OEAR model structure diagram

系统的线性部分定义为

$$\bar{u}(t) = \frac{B(z)}{A(z)} u(t) \quad (1)$$

系统的非线性部分的输出是系数为 $(r_1, r_2, \dots, r_{n_r})$ 的已知非线性基 $(f_1, f_2, \dots, f_{n_r})$ 的线性组合,即:

$$\begin{aligned} x(t) &= f(\bar{u}(t)) = \\ &= f_1(\bar{u}(t)) + \dots + f_{n_r}(\bar{u}^{n_r}(t)) = \\ &= r_1 \bar{u}(t) + r_2 \bar{u}^2(t) + \dots + r_{n_r} \bar{u}^{n_r}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

噪声输出:

$$\omega(t) = \frac{1}{C(z)} v(t) \quad (3)$$

式中: $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ 都是关于 z 的多项式, z 为后移算子: $z^{-1}y(t) = y(t-1)$, 且满足:

$$A(z) := 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a} \quad (4)$$

$$B(z) := b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b} \quad (5)$$

$$C(z) := 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{n_c} z^{-n_c} \quad (6)$$

假定 n_a, n_b, n_c, n_r 已知,且当 $t \leq 0$ 时,输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 的值为 0, $u(t)$ 为持续激励信号。为了得到唯一的参数估计,将非线性分量 r_1 的值设为 1。

接下来推导 Wiener OEAR 系统的辨识模型。将式(1)的两边同时乘以 $A(z)$ 得到:

$$A(z)\bar{u}(t) = B(z)u(t) \quad (7)$$

将式(4), (5)代入 $A(z)$ 和 $B(z)$ 得到:

$$\bar{u}(t) = -\sum_{i=1}^{n_a} a_i \bar{u}(t-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i u(t-i) \quad (8)$$

同理，式(3)可以转化为

$$\omega(t) = -\sum_{i=1}^{n_c} c_i \omega(t-i) + v(t) \quad (9)$$

从图 1 可以看出，输出 $y(t)$ 可表示为

$$y(t) = f(\bar{u}(t)) + \omega(t) = \bar{u}(t) + \dots + r_{n_r} \bar{u}^{n_r}(t) + \omega(t) \quad (10)$$

将式(8)，(9)代入(10)，有：

$$y(t) = -\sum_{i=1}^{n_a} a_i \bar{u}(t-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i u(t-i) + r_2 \bar{u}^2(t) + r_3 \bar{u}^3(t) + \dots + r_{n_r} \bar{u}^{n_r}(t) - \sum_{i=1}^{n_c} c_i \omega(t-i) + v(t) \quad (11)$$

信息向量 $\varphi(t)$ 和参数向量 ϑ 表示为

$$\varphi(t) = [-\bar{u}(t-1), \dots, -\bar{u}(t-n_a), u(t-1), \dots, u(t-n_b), \bar{u}^2(t), \dots, \bar{u}^{n_r}(t), -\omega(t-1), \dots, -\omega(t-n_c)]^T \in R^n \quad (12)$$

$$\vartheta := [a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}, r_2, \dots, r_{n_r}, c_1, \dots, c_{n_c}]^T \in R^n \quad (13)$$

$$n := n_a + n_b + n_c + n_r - 1$$

图 1 中的 Wiener OEAR 系统的辨识模型可以表述为

$$y(t) = \varphi^T(t) \vartheta + v(t) \quad (14)$$

下面小节中的目标是利用输入输出测量数据估计参数向量 ϑ 。

2 引力搜索算法

在引力搜索算法中，每个粒子都受到解空间中其他粒子引力的影响，并产生加速度向较大的粒子移动。由于粒子的质量与其适应度值有关，质量较小的粒子会逐渐接近质量较大的粒子从而得到最优解。考虑以下的最小化问题：

$$\min f(x), x \in R \quad (15)$$

假定有 N 个个体，个体 i 的质量定义：

$$m_i(k) = [f_i(k) - f_w(k)] / [f_b(k) - f_w(k)] \quad (16)$$

$$M_i(k) = \frac{m_i(k)}{\sum_{j=1}^N m_j(k)} \quad (17)$$

式中： $f_i(k)$ 和 $M_i(k)$ 分别为在第 k 次迭代时第 i 个个体的适应度函数值和质量； $f_b(k)$ 和 $f_w(k)$ 为在第 k 次迭代时所有个体中最优适应度函数值和最差适应度函数值，对最小化问题，其定义为

$$f_b(k) = \min_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} f_i(k) \quad (18)$$

$$f_w(k) = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} f_i(k)$$

在 d 维空间中，个体 i 所受的引力为

$$F_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^{k_b} r_j G(k) \frac{M_j(k) M_i(k)}{R_{ij}(k) + \varepsilon} (x_j(k) - x_i(k)) \quad (19)$$

式中： $G(k)$ 为在第 k 次迭代时万有引力常数的取值， $G(t) = G_0 e^{-\alpha k/L}$ (G_0 和 α 为常数， L 为最大迭代次数)； $R_{ij}(k)$ 为个体 i 和 j 之间的欧氏距离且 $i \neq j$ ； ε 为一常数，防止分母为 0； r_j 为 0~1 之间一个的随机数； k_b 为最好适应值或者最大惯性质量前 k 个个体的一组集合。

根据运动定律，第 i 个个体的加速度 $a_i(k)$ 为

$$a_i(k) = F_i(k) / M_i(k) \quad (20)$$

更新每个个体的速度 $s_i(k)$ 和位置 $x_i(k)$ ：

$$s_i(k+1) = r s_i(k) + a_i(k) \quad (21)$$

$$x_i(k+1) = x_i(k) + s_i(k+1) \quad (22)$$

3 混沌引力搜索算法

因为有限的迭代次数内，基本的引力搜索算法存在求解精度不高和收敛速度慢等问题。因此，通过在引力搜索算法中引入混沌优化机制来避免算法陷入局部最优解^[20]。

在 d 维空间中，个体 i 所受的引力如式(19)所示。对式(19)的参数 k_b 进行改进：

$$k_b(k) = (N - \eta)(L - k) / L + \eta z_k \quad (23)$$

$$z_{k+1} = \mu z_k (1 - z_k) \quad (24)$$

式中： z_k 为第 k 次迭代时的混沌数，其值在 0~1 之间； μ 为一正常数； η 为物体向其他物体施加力的百分比；式(24)表示在引力搜索算法中引入了一种混沌优化机制，使其脱离局部最优。

4 混沌引力搜索迭代辨识算法

从式(13)可知系统有 n 个参数需要估计, 因此将优化的搜索空间设置为 n 。假定群体由 N 个个体组成 $(\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_N)$ 。

定义信息向量为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_k(t) = & [-\bar{u}_k(t-1), \dots, -\bar{u}_k(t-n_a), u(t-1), \dots, \\ & u(t-n_b), \bar{u}_k^2(t), \dots, \bar{u}_k^{n_r}(t), \\ & -\omega_k(t-1), \dots, -\omega_k(t-n_c)]^T \in R^n \end{aligned} \quad (25)$$

将 $\mathbf{Y}_l(t)$ 和 $\boldsymbol{\psi}_l(t)$ 分别定义为叠加输出向量和信息矩阵。 l 表示数据长度:

$$\mathbf{Y}_l(t) = [y(l), y(l-1), \dots, y(1)]^T \in R^l \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\psi}_l(t) = [\boldsymbol{\varphi}(l), \boldsymbol{\varphi}(l-1), \dots, \boldsymbol{\varphi}(1)]^T \in R^{n \times l} \quad (27)$$

因此, 式(14)中的辨识模型可以改写为

$$\mathbf{Y}_l(t) = \boldsymbol{\psi}_l^T(t) \boldsymbol{\theta} + \mathbf{V}_l(t) \quad (28)$$

其中: $\mathbf{V}_l(t) = [v(l), v(l-1), \dots, v(1)]^T \in R^l$ 。设 $\hat{\boldsymbol{\phi}}_k(t)$ 为第 k 次迭代时 $\boldsymbol{\phi}_k(t)$ 的估计值:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\phi}}_k(t) = & [-\hat{u}_k(t-1), \dots, -\hat{u}_k(t-n_a), u(t-1), \dots, \\ & u(t-n_b), \hat{u}_k^2(t), \dots, \hat{u}_k^{n_r}(t), \\ & -\hat{\omega}_k(t-1), \dots, -\hat{\omega}_k(t-n_c)]^T \in R^n \end{aligned} \quad (29)$$

$\hat{\boldsymbol{\psi}}_k(l)$ 可表示为:

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_k(l) = [\hat{\boldsymbol{\phi}}_k(l), \hat{\boldsymbol{\phi}}_k(l-1), \dots, \hat{\boldsymbol{\phi}}_k(1)]^T \quad (30)$$

将每个个体的独立位置和速度设置为 $\hat{\boldsymbol{g}}_i$ 和 $\hat{\boldsymbol{S}}_i$, 其中 $\hat{\boldsymbol{g}}_i$ 为 \boldsymbol{g}_i 的估计值:

$$\hat{\boldsymbol{g}}_i = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n_a}, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{n_b}, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_{n_r}, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{n_c}]^T \in R^n, \quad (31)$$

$$\hat{\boldsymbol{S}}_i = [\hat{s}_{1i}, \hat{s}_{2i}, \dots, \hat{s}_{ni}]^T \in R^n, i=1, 2, \dots, N \quad (32)$$

本文中, 在计算个体 i 在第 k 次迭代的质量时采用平均绝对误差适应度函数。可以使用式(33)确定适应度函数^[21]:

$$\hat{f}_i(k) = \|\mathbf{Y}_l(t) - \hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T(t) \hat{\boldsymbol{g}}_i(k)\| \quad (33)$$

对第 k 次迭代时个体 i 的位置 $\hat{\boldsymbol{g}}_i(k)$ 和历史最优位置 $\hat{\boldsymbol{g}}_{il}(k-1)$ 取最小值作为个体最优位置 $\hat{\boldsymbol{g}}_{il}(k)$ ^[22]。

用 $\hat{\boldsymbol{g}}(k)$ 表示所有个体的全局最佳位置:

$$\hat{\boldsymbol{g}}(k) = \arg \min \left(\|\mathbf{Y}(l) - \hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T(t) \hat{\boldsymbol{g}}_{il}(k)\| \right) \quad (34)$$

$\hat{M}_i(k)$ 表示第 k 次迭代时个体 i 的质量:

$$\hat{m}_i(k) = \left[\hat{f}_i(k) - \hat{f}_w(k) \right] / \left[\hat{f}_b(k) - \hat{f}_w(k) \right] \quad (35)$$

$$\hat{M}_i(k) = \hat{m}_i(k) / \sum_{j=1}^N \hat{m}_j(k) \quad (36)$$

式中:

$$\hat{f}_b(k) = \min_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \|\mathbf{Y}_l(t) - \hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T(t) \hat{\boldsymbol{g}}_i(k)\| \quad (37)$$

$$\hat{f}_w(k) = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \|\mathbf{Y}_l(t) - \hat{\boldsymbol{\psi}}_k^T(t) \hat{\boldsymbol{g}}_i(k)\| \quad (38)$$

令 $\hat{\mathbf{F}}_i(k)$ 表示个体 i 在第 k 次迭代时受到的引力合力, 计算公式为

$$\hat{k}_b(k) = (N - \eta)(L - k) / L + \eta \hat{z}_k \quad (39)$$

$$\hat{z}_{k+1} = \mu \hat{z}_k (1 - \hat{z}_k) \quad (40)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_i(k) = \sum_{j \in k_b, j \neq i}^N r_j G(k) \frac{\hat{M}_j(k) \hat{M}_i(k)}{\hat{R}_{ij}(k) + \varepsilon} (\hat{\boldsymbol{g}}_j(k) - \hat{\boldsymbol{g}}_i(k)) \quad (41)$$

$\hat{\mathbf{a}}_i(k)$ 为个体的加速度:

$$\hat{\mathbf{a}}_i(k) = \hat{\mathbf{F}}_i(k) / \hat{M}_i(k) \quad (42)$$

在下一迭代中更新每个个体的位置和速度:

$$\hat{\mathbf{S}}_i(k+1) = r \hat{\mathbf{S}}_i(k) + \hat{\mathbf{a}}_i(k) \quad (43)$$

$$\hat{\boldsymbol{g}}_i(k+1) = \hat{\boldsymbol{g}}_i(k) + \hat{\mathbf{S}}_i(k+1) \quad (44)$$

因此, 式(26)~(44)构成了混沌引力搜索迭代辨识算法。Wiener OEAR 系统的混沌引力搜索辨识算法 (Chaotic Gravitational Search Identification Algorithm, CGSIA) 的流程图如图 2 所示。

5 收敛性分析

本节对 CGSIA 算法进行收敛性分析^[23-24]。

假设 1 给定一个在有界封闭区域 H 上的连续函数 $f: R_n \rightarrow R$ 和 $H \subseteq R_n$, 找到点 $\hat{\boldsymbol{g}} \in H$ 使得 f 最小。

定义 1 假设 ζ_n 是概率空间中的随机序列, 如果存在随机变量 ζ , 对于 $\forall \varepsilon_0 > 0$, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\zeta_n - \zeta| < \varepsilon_0\} = 1$, 则随机序列 $\{\zeta_n\}$ 以一定的概率收敛到 ζ 。若存在或者 $P\{\bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k \geq n} |\zeta_n - \zeta| \geq \varepsilon_0\} = 0$, 则随机序列 $\{\zeta_n\}$ 依概率 1 收敛到 ζ 。

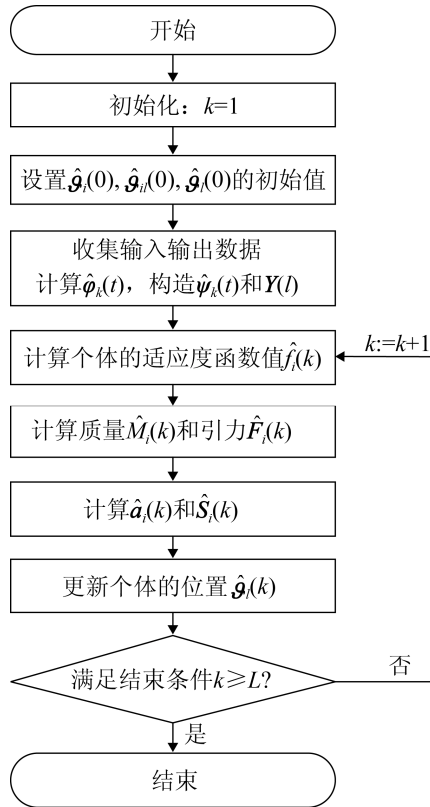


图 2 混沌引力搜索辨识算法流程图
Fig. 2 Flow diagram of CGSIA algorithm

引理 1 (Borel–Cantelli 引理^[24]) 假设 $\{A_k : k \geq 1\}$ 为具有一定概率分布的事件序列, 当 $\sum_{k=1}^{\infty} P\{A_k\} < \infty$ 时,

$$P\left\{\bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k \geq n} A_k\right\} = 0; \text{ 当 } \sum_{k=1}^{\infty} P\{A_k\} = \infty \text{ 时, } P\left\{\bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k \geq n} A_k\right\} = 1.$$

引理 2 若假设 1 成立, 有 $I = \{\hat{\theta} | \arg \min_{\hat{\theta} \in H} f(\hat{\theta})\} \neq \emptyset$.

对于给定的 $\varepsilon_0 > 0$, 定义 $D_0 = \{\hat{\theta} \in H | |f(\hat{\theta}) - f^*| < \varepsilon_0\}$; $D_1 = H / D_0$, 其中 $f^* = \min\{f(\hat{\theta}) : \hat{\theta} \in H\}$, 设 $q_{ij} (i, j = 0, 1)$ 是从 $\hat{\theta}(k)$ 中的状态 I_i 到 $\hat{\theta}(k+1)$ 中的 I_j 的状态转移概率。在 H 中由 CGSIA 生成的位置矢量 $\hat{\theta}_i(k)$ 有^[24]:

(1) 至少一个粒子属于 D_0 为状态 I_0 , 对于 $\hat{\theta}(k)$ 中状态为 I_0 的粒子, 有 $q_{00} = 1$;

(2) 所有粒子都属于 D_1 为状态 I_1 对于 $\hat{\theta}(k)$ 中状态为 I_1 的粒子, 存在常数 $b \in (0, 1)$, 使得 $q_{11} \leq b$.

定理 1 令 $\{\hat{\theta}_i(k)\} \in \hat{\theta}_i$ 表示 CGSIA 算法在第 k 次迭代后群体中的最优解的序列。若满足假设 1, 则 $P\{\lim_{k \rightarrow \infty} f(\hat{\theta}_i(k)) = f^*\} = 1$, 也就是说, $\hat{\theta}_i$ 是以概

率 1 收敛到假设 1 的全局解。

证明: 对于给定的 $\varepsilon_1 > 0$, 定义 $P_k = P\{|f(\hat{\theta}_i(k)) - f^*| \geq \varepsilon_1\}$, 其中 $f^* = \min\{f(\hat{\theta}) : \hat{\theta} \in H\}$ 。

$$\text{因此, } P_k = \begin{cases} 0 & |f(\hat{\theta}_i(t)) - f^*| < \varepsilon_1 \quad (\exists t \in (0, 1, \dots, k)) \\ \bar{P}_k & |f(\hat{\theta}_i(t)) - f^*| \geq \varepsilon_1 \quad (\forall t \in (0, 1, \dots, k)) \end{cases}.$$

由引理 2 可得 $\bar{P}_k = q_{11}^k \leq b^k$, 使 $\sum_{k=1}^{\infty} \bar{P}_k \leq \sum_{k=1}^{\infty} b^k = b/(1-b) < \infty$ 。通过引理 1 得到 $P\left\{\bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k \geq n} |f(\hat{\theta}_i(k)) - f^*| \geq \varepsilon_1\right\} = 0$ 。由定义 1 可知, $f(\hat{\theta}_i(k))$ 依概率 1 收敛到 f^* 。因此, CGSIA 算法可以被视为全局搜索算法。

6 梯度迭代算法

本节提出梯度迭代算法(GI)与 CGSIA 进行比较。收集 1 至 P_g 组的数据。输出向量 $Y(P_g)$ 和噪声 $V(P_g)$ ^[25]:

$$Y(P_g) := [y(P_g), y(P_g - 1), \dots, y(1)]^T \in R^{P_g} \quad (45)$$

$$V(P_g) := [v(P_g), v(P_g - 1), \dots, v(1)]^T \in R^{P_g} \quad (46)$$

信息矩阵 $\psi(P_g)$ 可表示为:

$$\psi(P_g) := [\varphi(P_g), \varphi(P_g - 1), \dots, \varphi(1)]^T \in R^{P_g \times n} \quad (47)$$

因此, 式(14)中的辨识模型可以改写为

$$Y(P_g) = \psi(P_g)\theta + V(P_g) \quad (48)$$

选择准则函数 $J(\hat{\theta})$

$$J(\hat{\theta}) = \frac{1}{2} [Y(P_g) - \psi(P_g)\hat{\theta}]^2 \quad (49)$$

计算 $J(\hat{\theta})$ 的梯度:

$$\text{grad}[J(\hat{\theta})] = \frac{\partial [J(\hat{\theta})]}{\partial \hat{\theta}} = -\psi^T(P_g)[Y(P_g) - \psi(P_g)\hat{\theta}_{k-1}(P_g)] \quad (50)$$

为解决式(50)中的最小化问题, 采用沿负梯度方向的迭代辨识算法:

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} - \beta_k \text{grad}[J(\hat{\theta})] = \hat{\theta}_{k-1} + \beta_k \psi^T(P_g)[Y(P_g) - \psi(P_g)\hat{\theta}_{k-1}(P_g)] \quad (51)$$

式中: $\hat{\theta}_k$ 为 θ 的估计; β_k 为迭代的步长。为了保证 $\hat{\theta}_k$ 的收敛, β_k 的取值范围应为

$$0 < \beta_k \leq \frac{2}{\lambda_{\max}[\hat{\psi}^T(P_g)\hat{\psi}(P_g)]} \quad (52)$$

设 $\hat{\phi}_k(t)$ 为第 k 次迭代时 $\phi_k(t)$ 的估计值:

$$\hat{\phi}_k(t) = [-\hat{u}_k(t-1), \dots, -\hat{u}_k(t-n_a), u(t-1), \dots, u(t-n_b), \hat{u}_k^2(t), \dots, \hat{u}_k^{n_r}(t), -\hat{\omega}_k(t-1), \dots, -\hat{\omega}_k(t-n_c)]^T \in R^n \quad (53)$$

第 k 次迭代时 $\psi(P_g)$ 的估计值为

$$\hat{\psi}_k(P_g) = [\hat{\phi}_k(P_g), \hat{\phi}_k(P_g-1), \dots, \hat{\phi}_k(1)]^T \quad (54)$$

因此, $\hat{\theta}_k$ 参数估计为

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + \beta_k \hat{\psi}_k^T(P_g) [Y(P_g) - \hat{\psi}_k(P_g) \hat{\theta}_{k-1}] \quad (55)$$

$$x(t) = \bar{u}(t) + r_2 \bar{u}^2(t) + r_3 \bar{u}^3(t) = \bar{u}(t) - 1.220 \bar{u}^2(t) - 0.230 \bar{u}^3(t)$$

$$\omega(t) = \frac{1}{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}} v(t) = \frac{1}{1 + 0.120 z^{-1} + 0.010 z^{-2}} v(t)$$

$$\theta = [a_1, a_2, b_1, b_2, r_2, r_3, c_1, c_2]^T = [-0.185, 0.380, 1.090, 0.730, -1.220, -0.230, 0.120, 0.010]^T$$

7 仿真实验

考虑 Wiener OEAR 系统:

$$\bar{u}(t) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} u(t) = \frac{1.090 z^{-1} + 0.730 z^{-2}}{1 - 0.185 z^{-1} + 0.380 z^{-2}} u(t)$$

对于本次仿真, 输入 $\{u(t)\}$ 是一个不相关的零均值单位方差随机噪声信号序列, $\{v(t)\}$ 是方差 δ^2 的零均值白噪声信号。模型的参数估计误差计算公式为 $\delta = \frac{\|\hat{\theta}(t) - \theta\|}{\|\theta\|} \times 100\%$ 。

用 CGSIA 算法, GSA 算法和 GI 算法辨识该系统, 仿真结果如表 1~4 和图 3~4 所示。

表 1 GI 算法估计及其误差 ($\sigma^2=0.50^2$)

Tab. 1 GI estimation errors ($\sigma^2=0.50^2$)

k	a_1	a_2	b_1	b_2	r_2	r_3	c_1	c_2	δ
10	-0.037 8	0.101 2	1.058 8	0.968 5	-0.250 1	1.195 9	-0.015 1	0.045 1	49.826 3
50	-0.019 0	0.249 8	1.070 6	0.955 3	-0.778 5	0.004 0	-0.016 3	0.050 9	26.186 9
100	-0.044 7	0.296 9	1.068 5	0.929 5	-1.041 2	-0.156 4	-0.019 0	0.051 9	16.163 0
200	-0.087 5	0.329 8	1.076 6	0.891 6	-1.166 1	-0.252 7	-0.022 6	0.050 0	11.792 5
300	-0.112 1	0.344 4	1.086 9	0.862 9	-1.173 5	-0.252 7	-0.024 2	0.046 9	10.591 9
真值	-0.185 0	0.380 0	1.090 0	0.730 0	-1.220 0	-0.230 0	0.120 0	0.010 0	0

表 2 GSA 算法估计及其误差 ($\sigma^2=0.50^2$)

Tab. 2 GSA estimation errors ($\sigma^2=0.50^2$)

k	a_1	a_2	b_1	b_2	r_2	r_3	c_1	c_2	δ
10	-0.247 3	0.608 1	0.374 3	0.473 3	-1.524 4	1.270 7	-1.424 1	1.459 2	146.965 9
50	0.170 4	-0.027 6	0.936 0	1.267 4	0.947 4	-0.259 3	1.016 9	0.007 7	132.953 9
100	-0.236 0	0.362 0	1.081 5	0.607 6	-1.262 0	-0.258 3	0.169 2	-0.095 2	9.927 1
200	-0.223 1	0.358 7	1.056 2	0.624 3	-1.282 1	-0.268 0	0.169 6	-0.093 9	9.737 6
300	-0.223 1	0.358 7	1.056 1	0.624 3	-1.282 1	-0.268 0	0.169 6	-0.093 9	9.738 8
真值	-0.185 0	0.380 0	1.090 0	0.730 0	-1.220 0	-0.230 0	0.120 0	0.010 0	0

表 3 CGSIA 算法估计及其误差 ($\sigma^2=0.50^2$)

Tab. 3 CGSIA estimation errors ($\sigma^2=0.50^2$)

k	a_1	a_2	b_1	b_2	r_2	r_3	c_1	c_2	δ
10	-0.652 0	0.227 1	0.928 2	-0.404 2	1.116 9	0.114 1	-0.889 8	1.625 5	176.411 9
50	0.048 4	0.105 6	1.676 7	1.710 5	-0.610 7	-0.064 0	-0.312 1	0.021 1	76.474 1
100	-0.202 4	0.358 6	1.129 3	0.681 5	-1.196 7	-0.243 3	0.126 0	0.025 5	4.027 0
200	-0.210 0	0.362 0	1.109 8	0.672 4	-1.212 1	-0.245 9	-0.123 3	0.017 9	3.824 6
300	-0.210 0	0.361 9	1.109 8	0.672 3	-1.212 2	-0.245 9	-0.123 3	0.017 9	3.824 2
真值	-0.185 0	0.380 0	1.090 0	0.730 0	-1.220 0	-0.230 0	0.120 0	0.010 0	0

表 4 CGSIA 算法估计及其误差($\sigma^2=1.00^2$)
Tab. 4 CGSIA estimation errors ($\sigma^2=1.00^2$)

k	a_1	a_2	b_1	b_2	r_2	r_3	c_1	c_2	δ
10	-0.640 9	0.223 2	0.912 3	-0.397 3	1.375 0	0.112 1	-0.874 6	1.594 7	185.469 6
50	-0.116 2	0.385 8	0.880 8	0.276 0	-1.282 0	0.939 8	-0.688 5	0.102 2	81.391 2
100	-0.254 0	0.342 2	1.166 6	0.569 8	-1.208 4	-0.206 5	0.077 4	0.156 8	13.372 1
200	-0.221 4	0.351 8	1.124 8	0.609 2	-1.235 4	-0.227 0	0.079 8	0.158 3	10.996 5
300	-0.221 4	0.351 9	1.124 8	0.609 2	-1.235 5	-0.227 1	0.079 8	0.158 3	10.996 1
真值	-0.185 0	0.380 0	1.090 0	0.730 0	-1.220 0	-0.230 0	0.120 0	0.010 0	0

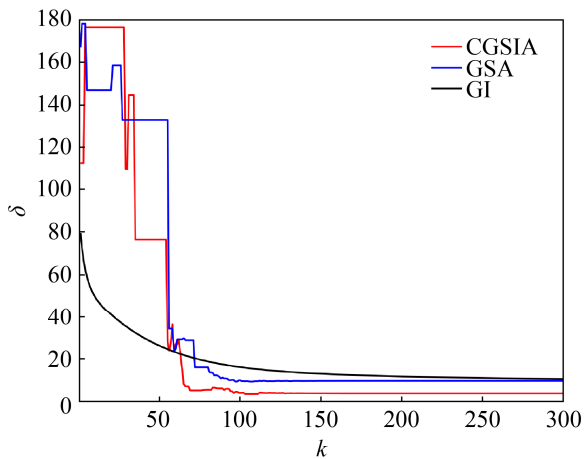


图 3 CGSIA, GSA 和 GI 算法的估计误差($\sigma^2=0.50^2$)
Fig. 3 CGSIA, GSA and GI estimation errors ($\sigma^2=0.50^2$)

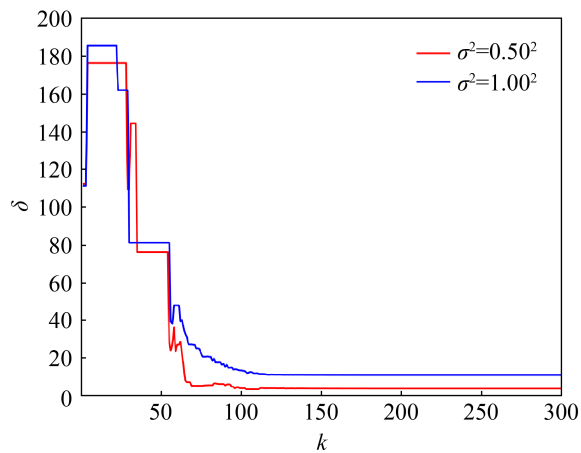


图 4 不同方差下 CGSIA 算法的估计误差
Fig. 4 CGSIA estimation errors under different variances

从表 1~4 和图 3~4 可以得出,随着迭代次数的增加,3 种算法的参数估计值和估计误差呈现出收敛的趋势,因此,CGSIA, GSA 和 GI 算法都可以有效地辨识 Wiener OEAR 系统;从表 1~3 和图 3 可以看出,CGSIA 比 GSA 和 GI 算法具有更高的参数估计精度;从表 3~4 和图 4 可以看出,当噪声

方差改变时,CGSIA 算法仍然能够有效地辨识 Wiener 非线性系统的参数。

8 应用实例

连续搅拌釜反应器(Continuous Stirred Tank Reactor, CSTR)是化工生产中广泛使用的设备,其建模和控制受到广泛关注。CSTR 动态特性复杂,具有较强的非线性,可以用 Wiener 非线性模型描述^[26]。CSTR 的工艺原理图如图 5 所示。

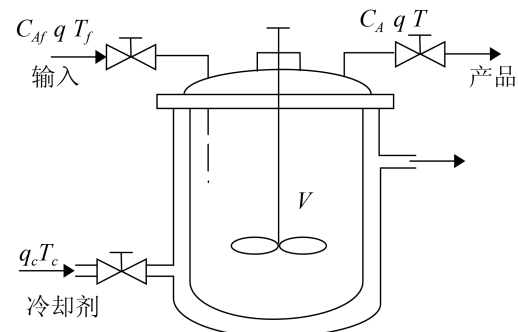


图 5 连续搅拌釜反应器(CSTR)工艺原理图
Fig. 5 Schematic diagram of continuous stirred tank reactor equipment

假定在反应装置中完成了不可逆的放热反应,其中 C_A , T , q 和 q_c 分别是 A 的输出流体浓度,反应器温度,进料流量和冷却剂流量。CSTR 过程的输入是冷却剂流量 q_c , 输出是输出流体的浓度 C_A 。

图 6 为该过程的输入和输出信号^[27]。假设该 CSTR 的 Wiener 模型的参数:

$$\bar{u}(t) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} u(t) = \frac{1.12 z^{-1} + 0.55 z^{-2}}{1 - 0.25 z^{-1} + 0.32 z^{-2}} u(t)$$

$$x(t) = \bar{u}(t) + r_2 \bar{u}^2(t) + r_3 \bar{u}^3(t) =$$

$$\bar{u}(t) - 1.20 \bar{u}^2(t) + 0.22 \bar{u}^3(t)$$

$$\omega(t) = \frac{1}{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}} v(t) =$$

$$\frac{1}{1 - 0.09 z^{-1} + 0.18 z^{-2}} v(t)$$

$$\theta = [a_1, a_2, b_1, b_2, r_2, r_3, c_1, c_2]^T =$$

$$[-0.25, 0.32, 1.12, 0.55, -1.20,$$

$$0.22, -0.09, 0.18]^T$$

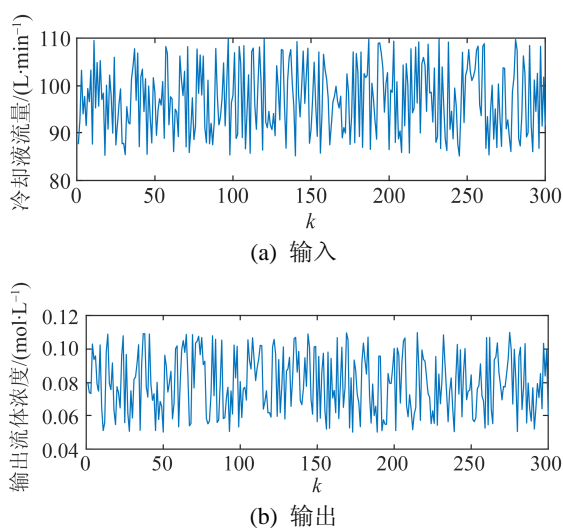
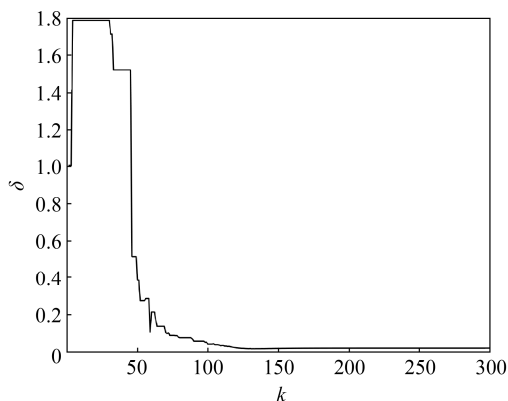


图 6 CSTR 过程的输入和输出信号

Fig. 6 Input and output signals of CSTR system

将 CGSIA 算法应用于该 CSTR 系统, 参数估计误差 δ 与 k 之间的关系如图 7 所示。从图 7 可以看出, 随着迭代次数 k 的增加, 参数估计误差逐渐减少, CGSIA 算法能够实现 CSTR 过程的参数辨识。

图 7 CSTR 系统的 CGSIA 估计误差 δ Fig. 7 CGSIA estimation errors δ of CSTR system

9 结论

本文针对 Wiener OEAR 系统的参数辨识问题, 利用混沌机制、引力搜索算法和迭代辨识技术, 提出了一种混沌引力搜索迭代辨识算法, 进行了算法的收敛性分析, 并与基本引力搜索算法和梯度迭代辨识算法进行了对比。仿真结果和应用结果表明, 在持续输入信号激励下, 混沌引力搜索迭代辨识算法能够有效地辨识 Wiener OEAR 非线性系统, 混沌引力搜索算法比基本引力搜索算法和梯度迭代算法具有更高的参数估计精度。

参考文献:

- [1] 丁锋. 系统辨识新论[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
Ding Feng. New Theory of System Identification[M]. Beijing: Science Press, 2013.
- [2] 丁锋, 陈启佳. 输出非线性方程误差类系统递推最小二乘辨识方法[J]. 南京信息工程大学学报(自然科学版), 2015, 7(3): 193-213.
Ding Feng, Chen Qijia. Recursive Least Squares Identification Method for Error System of Output Nonlinear Equations[J]. Journal of Nanjing University of Information Science & Technology (Natural Science), 2015, 7(3): 193-213.
- [3] Ding F, Liu X, Liu M, et al. The Recursive Least Squares Identification Algorithm for A Class of Wiener Nonlinear Systems[J]. Journal of the Franklin Institute-engineering and Applied Mathematics (S0016-0032), 2016, 353(7): 1518-1526.
- [4] Munker T, Nelles O. Nonlinear System Identification with Regularized Local FIR Model Networks[J]. IFAC-Papers OnLine (S2405-8963), 2016, 49(5): 61-66.
- [5] 许自富, 李嗣福, 陈宗海. 基于 Lag-SBP 的 Wiener 型非线性系统的辨识方法[J]. 系统仿真学报, 2002, 14(8): 1053-1055.
Xu Zifu, Li Sifu, Chen Zonghai. Identification Method of Wiener Type Nonlinear System Based on Lag-SBP[J]. Journal of System Simulation, 2002, 14(8): 1053-1055.
- [6] 靳其兵, 杨瑞庚, 王珠, 等. 一类统一非线性特性的 Hammerstein 模型辨识方法研究[J]. 系统仿真学报, 2014, 26(12): 2887-2891.
Jin Qibing, Yang Ruigeng, Wang Zhu, et al. Study on the Identification Method of Hammerstein Model with Unified Nonlinear Characteristics[J]. Journal of System Simulation, 2014, 26(12): 2887-2891.

- [7] 徐小平, 白博, 钱富才. 基于改进差分进化算法的 Wiener 模型辨识[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(1): 147-153.
Xu Xiaoping, Bai Bo, Qian Fucui. Wiener Model Identification Based on Improved Differential Evolution Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(1): 147-153.
- [8] 胡德文, 王正志. 非线性系统 Wiener 模型辨识[J]. 自动化学报, 1991, 17(2): 151-159.
Hu Dewen, Wang Zhengzhi. Wiener Model Identification of Nonlinear Systems[J]. Journal of Automation, 1991, 17(2): 151-159.
- [9] Gomez J C, Jutan A. Identification and Model Predictive Control of A pH Neutralization Process Based on Linear and Wiener Models[J]. IFAC Proceedings (S1474-6670), 2003, 36(16): 1507-1512.
- [10] Benitez M, Bermudez A, Rodriguezcalo J F, et al. Adjoint Method for Parameter Identification Problems in Models of Stirred Tank Chemical Reactors[J]. Chemical Engineering Research & Design (S0263-8762), 2017, 123(1): 214-229.
- [11] Li L, Ding S X, Yang Y, et al. Robust Fuzzy Observer-Based Fault Detection for Nonlinear Systems with Disturbances[J]. Neurocomputing(S0925-2312), 2016, 174: 767-772.
- [12] Sersour L, Djamah T, Bettayeb M, et al. Nonlinear System Identification of Fractional Wiener Models[J]. Nonlinear Dynamics (S0924-090X), 2018, 92(4): 1493-1505.
- [13] Rashedi E, Nezamabadipour H, Saryazdi S, et al. GSA: A Gravitational Search Algorithm[J]. Information Sciences (S0020-0255), 2009, 179(13): 2232-2248.
- [14] Pelusi D, Mascella R, Tallini L G, et al. Neural Network and Fuzzy System for the Tuning of Gravitational Search Algorithm Parameters[J]. Expert Systems with Applications (S0957-4174), 2018, 102(C): 234-244.
- [15] Mahanipour A, Nezamabadipour H. A Multiple Feature Construction Method Based on Gravitational Search Algorithm[J]. Expert Systems with Applications (S0957-4174), 2019, 127: 199-209.
- [16] Beigvand S D, Abdi H, La Scala M, et al. Combined Heat and Power Economic Dispatch Problem Using Gravitational Search Algorithm[J]. Electric Power Systems Research (S0378-7796), 2016, 133: 160-172.
- [17] Garciarodenas R, Linares L J, Lopezgomez J A, et al. A Memetic Chaotic Gravitational Search Algorithm for Unconstrained Global Optimization Problems[J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2019, 79: 14-29.
- [18] Somu N, Raman M R, Kaveri A, et al. IBGSS: An Improved Binary Gravitational Search Algorithm Based Search Strategy for QoS and Ranking Prediction in Cloud Environments[J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2019, 88: 105945. DOI: 10.1016/j.asoc.2019.105945.
- [19] Zhang N, Li C, Li R, et al. A Mixed-Strategy Based Gravitational Search Algorithm for Parameter Identification of Hydraulic Turbine Governing System[J]. Knowledge Based Systems (S0950-7051), 2016, 109(C): 218-237.
- [20] Mittal H, Pal R, Kulhari A, et al. Chaotic Kbest Gravitational Search Algorithm (CKGSA)[C]. Ninth International Conference on Contemporary Computing, 2016.
- [21] Banyhussan Q S, Hanoon A N, Aldahawi A, et al. Development of Gravitational Search Algorithm Model for Predicting Packing Density of Cementitious Pastes[J]. Journal of Building Engineering (S2352-7102), 2019, 27: 100946. DOI: 10.1016/j.job.2019.100946.
- [22] 吴兵. 基于万有引力粒子群算法的网络视频业务特征选择[D]. 南京: 南京邮电大学, 2018.
Wu Bing. Feature Selection of Network Video Services Based on Gravitational Particle Swarm Algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2018.
- [23] Solis F J, Wets R J. Minimization by Random Search Techniques[J]. Mathematics of Operations Research (S0364-765X), 1981, 6(1): 19-30.
- [24] Jiang S, Wang Y, Ji Z, et al. Convergence Analysis and Performance of an Improved Gravitational Search Algorithm[J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2014, 24: 363-384.
- [25] Li J, Zheng W X, Gu J, et al. A Recursive Identification Algorithm for Wiener Nonlinear Systems with Linear State-Space Subsystem[J]. Circuits Systems and Signal Processing (S0278-081X), 2018, 37(6): 2374-2393.
- [26] Benitez M, Bermudez A, Rodriguezcalo J F, et al. Adjoint Method for Parameter Identification Problems in Models of Stirred Tank Chemical Reactors[J]. Chemical Engineering Research & Design (S0263-8762), 2017, 123(1): 214-229.
- [27] Li J, Zong T, Gu J, et al. Parameter Estimation of Wiener Systems Based on the Particle Swarm Iteration and Gradient Search Principle[J]. Circuits Systems and Signal Processing (S0278-081X), 2020, 39(7): 3470-3495.