

8-19-2021

A Signal Decomposition Method Based on Multi-Layer Iteration Structured Singular Spectrum Analysis

Yumiao Wei

1. *Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;* ;

Zhili Zhang

1. *Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;* ;

Hongguang Li

2. *Unit 92786 of the Chinese PLA, Hanzhong 723000, China;*

Shuqing Li

2. *Unit 92786 of the Chinese PLA, Hanzhong 723000, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

A Signal Decomposition Method Based on Multi-Layer Iteration Structured Singular Spectrum Analysis

Abstract

Abstract: To process the complex signals with concentrated frequency distribution, *an adaptive decomposition method based on singular spectrum analysis with multi-layer iteration structure is researched. The traditional singular spectrum analysis is improved by frequency band subdivision and iterative filtering approach. A high-precision decomposition algorithm base on recursive structure is therefore designed, solving the problems such as insufficient adaptive capability and unsatisfied decomposition.* Simulation results show that adaptive decomposition capability of the proposed method is effectively enhanced. For the multi-mode vibration signal with 0.2% ratio of spitting frequency to center frequency, the components are all accurately extracted, and consistent well with the theoretical value.

Keywords

singular spectrum analysis, multi-layer iteration, adaptive decomposition, multi-mode vibration

Recommended Citation

Wei Yumiao, Zhang Zhili, Li Hongguang, Li Shuqing. A Signal Decomposition Method Based on Multi-Layer Iteration Structured Singular Spectrum Analysis[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(8): 1818-1824.

一种基于多层迭代奇异谱分析的信号分解方法

魏玉淼¹, 张志利¹, 李洪光², 李述清²

(1. 火箭军工程大学, 陕西 西安 710025; 2. 中国人民解放军 96744 部队, 陕西 汉中 723000)

摘要: 针对复杂信号中相邻频率成分的分解问题, 研究了一种基于多层迭代结构的奇异谱分析方法。通过频带细分和迭代筛选, 对传统的奇异谱分析进行改进, 设计出一种具有多层迭代结构的高精度分解算法, 解决了原方法自适应分解能力不足、单次分解效果不佳的问题。仿真结果表明, 改进方法的信号自适应分解能力得到了有效增强, 能够准确地从频差/中心频率为 0.2% 的多模态振动信号中提取出各分量, 且与理论值一致性好, 波形失真度小, 证明了其有效性。

关键词: 奇异谱分析; 多层迭代; 自适应分解; 多模态振动

中图分类号: TM743; TP391 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X (2021) 08-1818-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0267

A Signal Decomposition Method Based on Multi-Layer Iteration Structured Singular Spectrum Analysis

Wei Yumiao¹, Zhang Zhili¹, Li Hongguang², Li Shuqing²

(1. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China; 2. Unit 92786 of the Chinese PLA, Hanzhong 723000, China)

Abstract: To process the complex signals with concentrated frequency distribution, an adaptive decomposition method based on singular spectrum analysis with multi-layer iteration structure is researched. The traditional singular spectrum analysis is improved by frequency band subdivision and iterative filtering approach. A high-precision decomposition algorithm base on recursive structure is therefore designed, solving the problems such as insufficient adaptive capability and unsatisfied decomposition. Simulation results show that adaptive decomposition capability of the proposed method is effectively enhanced. For the multi-mode vibration signal with 0.2% ratio of spitting frequency to center frequency, the components are all accurately extracted, and consistent well with the theoretical value.

Keywords: singular spectrum analysis; multi-layer iteration; adaptive decomposition; multi-mode vibration

引言

信号分解, 作为信号处理领域一项重要的研究内容^[1-2], 能将多分量复杂信号分解成一组在时频分布上较为简单、规则的单分量信号。由于信号分解过程的计算精度直接影响后续参数估计以及特征提取等分析的结果, 所以它也是开展设备健康监测、机械故障诊断、模态参数识别等方面工作的基础和前提^[1-5]。

在传统的信号分解方法中, 傅里叶分解由于建立在信号平稳性的假定条件之上, 故其不适宜处理非平稳和非线性信号^[1-2,6]。小波分解方法虽具备刻画信号局部时频特征的能力, 能对非平稳时变信号进行分解, 但其处理结果依赖于小波基、分解层数等参数的设置和选取, 不具备自适应能力^[5-7]。当选定的基函数与信号特征匹配度不佳时, 通常难以取得理想的分解效果。

收稿日期: 2020-05-21

修回日期: 2020-06-29

基金项目: 陕西省自然科学基金基础研究计划青年人才项目(S2019-JC-QN-2408)

第一作者: 魏玉淼(1988-), 男, 博士, 讲师, 研究方向为 MEMS 系统测试与仿真。E-mail: 824035931@qq.com

经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)方法^[1-2]被提出后,便受到广泛的关注。由于该方法不需要预设基函数,而是根据信号本身的时间尺度特征将其分解为多个固有模态分量,具有很好的自适应性和无监督性,但也存在模态混叠和端点效应等缺陷^[6-8]。有研究者对 EMD 算法进行了改进,提出了集合经验模态分解方法(ensemble empirical mode decomposition, EEMD)^[1,7],通过向原始信号中加入不同水平的白噪声,然后经过多次 EMD 分解取平均。该方法在有效减弱 EMD 模态混叠现象的同时,也带来了计算量过大、容易出现伪分量等新问题。总体来说,EMD 方法缺乏严格的数学推理作为理论支撑,而且尚有很多难题仍未能得到有效解决,限制了其应用推广和深入发展^[1-2]。

作为另一种重要的信号自适应分解方法,奇异谱分析(singular spectrum analysis, SSA)无需先验信息,且完全受数据驱动^[9-11]。它通过奇异值分解(singular value decomposition, SVD)将时间序列投影至正交向量空间中,然后经过重构分离出信号中的各种成分。SSA 不仅适用于分析常见的平稳信号,而且对非平稳、非线性信号也有较为理想的处理效果,在健康医疗、大地测量、气象预测等方面已经取得应用^[10-14]。目前,SSA 仍存在一些需要研究和解决的难题。比如,在窗长和主元这 2 个重要参数的取值上还主要依靠经验,缺乏科学的依据和标准^[13-14]。此外,当信号各分量频域分布相近或者相互重叠时,使用标准的 SSA 分解通常难以达到良好的处理结果^[15]。

针对多分量非平稳信号中相邻频率成分的分解问题,借鉴 rs-PCA 算法^[15]的工作原理,本文研究了基于多层迭代结构的 SSA 分解算法,增强了其信号自适应分解性能。仿真实验表明,相对于标准的 SSA 分解,改进方法的数据自适应能力和分解精度均得到了明显改善,能够有效地从多模态振动信号中分离出各种分量,与理论值一致性好,且具备良好的抗噪性能。

1 原理分析

1.1 奇异谱分析基本原理

奇异谱分析包含嵌套、SVD 分解、分组、对角平均等处理过程^[9-14]。对于一维时间序列 $\{y(i), i=1, 2, \dots, N\}$, 首先根据设定窗长 L , 通过嵌套构建轨迹矩阵 \mathbf{Y} , 表示为:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_K] = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_K \\ y_2 & y_3 & \dots & y_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_L & y_{L+1} & \dots & y_N \end{pmatrix} \quad (1)$$

轨迹矩阵 \mathbf{Y} 为 $L \times K$ 阶, 其中, $K=N-L+1$ 。可以看出, 轨迹矩阵 \mathbf{Y} 中副对角线上的元素均相同, 为 Hankle 矩阵。

对矩阵 \mathbf{Y} 进行奇异值分解(SVD), 并将 \mathbf{Y} 表示为 L 个分量矩阵之和的形式, 即有:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \dots + \mathbf{Y}_L = \sum_{i=1}^L \sqrt{\lambda_i} \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (2)$$

矩阵 \mathbf{Y}_i ($i=1, 2, \dots, L$) 的秩 $\text{rank}(\mathbf{Y}_i)=1$, $\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \dots \geq \sqrt{\lambda_L}$ 称为轨迹矩阵 \mathbf{Y} 的奇异谱。较大奇异值对应的分量矩阵包含有信号的主要信息, 而较小奇异值对应的分量则主要反映噪声干扰等成分。 \mathbf{u}_i 和 \mathbf{v}_i 分别为轨迹矩阵 \mathbf{Y} 的左、右奇异向量。根据奇异值的大小及各主成分的贡献率进行分类重组。假设第 m 组选取了 q ($q \leq L$) 个主元, 使用其对应的左、右奇异向量重构得到低秩矩阵 $\hat{\mathbf{Y}}_m$:

$$\hat{\mathbf{Y}}_m = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \dots + \mathbf{Y}_q = \sum_{i=1}^q \sqrt{\lambda_i} \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (3)$$

对 $\hat{\mathbf{Y}}_m$ 进行对角平均化处理, 并将 $\hat{\mathbf{Y}}$ 转换为标准 Hankle 矩阵, 然后根据式(4), 进一步重构得到 m 分量对应的时间序列。经过类似的处理, 便可提取出原信号中周期项、趋势项、噪声等多种成分。

$$\hat{y}_{m,i} = \begin{cases} \frac{1}{i} \sum_{l=1}^i \hat{\mathbf{Y}}(l, i-l+1), & 1 \leq i \leq L \\ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\mathbf{Y}}(l, i-l+1), & L+1 \leq i \leq K \\ \frac{1}{K+L-i} \sum_{l=i-K+1}^L \hat{\mathbf{Y}}(l, i-l+1), & K+1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (4)$$

从上述处理过程可以看出, SSA 分析将时间序列投影到正交向量空间, 使得特征变量互不相关, 通过选取不同的特征变量并进行信息重构, 从而分离出信号中的各种分量。由于具备良好的数据自适应性, SSA 能处理分析大多数平稳和非平稳信号。但由于其本质上是基于 SVD 的分解算法^[15], 与 PCA 类似, 对于频域分布较为集中的多分量信号, 进行单次 SSA 分解通常难以准确地获得各分量信息。

1.2 多层迭代奇异谱分析方法

针对 SSA 难以处理多分量信号中相邻频率成分的问题, 借鉴 rs-PCA 算法^[15]的设计思路和工作原理, 对奇异谱分析方法进行改进。通过频带细分和迭代筛选, 得到一种多层迭代奇异谱分解方法, 增强了信号自适应分解性能, 工作原理如图 1 所示。

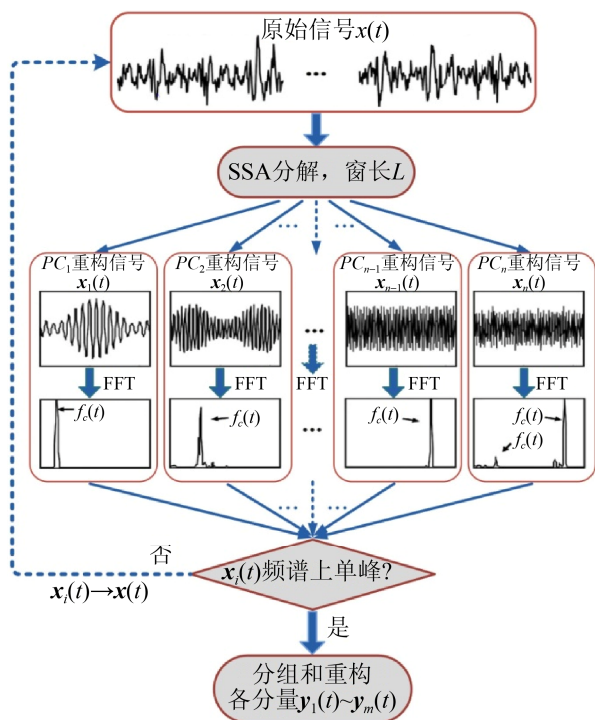


图 1 多层迭代奇异谱分析方法原理示意图
Fig. 1 Schematic diagram of the proposed multi-layer iteration structured singular spectrum analysis

对于多分量非平稳信号 $x(t)$, 对其进行多层迭

代奇异谱分析的具体处理步骤如下:

step 1: 根据信号 $x(t)$ 的频谱特性以及待分解的数目 m , 在频域上按照信号本身的频谱分布为各分量划分相应的 m 个子频带 Bd_1, Bd_2, \dots, Bd_m , 各分量对应于不同的子频带区域, 且子频带之间不重叠交叉, $x(t)$ 在各频带内的峰值分别记为 $Pk_1 \sim Pk_m$;

step 2: 对 $x(t)$ 进行 SSA 处理, 设置合理的 SSA 窗长 L ^[13], 将信号分解成 L 路子信号, 分别对应原信号的周期振荡、变化趋势、噪声等特征。根据主元的贡献率, 保留前 q 个主元 ($q < L$, 总贡献率 $\geq 95\%$ ^[10-14]), 并分别重构出相应的时域信号 $x_1(t) \sim x_n(t)$;

step 3: 对 $x_1(t) \sim x_n(t)$ 进行 FFT 频谱分析, 计算 $x_i(t)$ 在各子频带 $Bd_1 \sim Bd_m$ 上的峰值 $Px_1 \sim Px_m$ 。对于频带 Bd_i , 若 $Px_i/Pk_i \geq 1\%$ ^[15], 则认为在该子频带上存在峰值, 可能存在单峰和多峰两种情况。若 $x_i(t)$ 仅包含单峰, 即只包含单个分量, 记为 $xs_i(t)$ 。否则, 其频谱出现多峰, 表明仍包含多个分量, 并按照 step 1~2, 继续对 $x_i(t)$ 进行处理;

step 4: 根据划分的带宽 $Bd_1 \sim Bd_m$, 将分离出的单分量信号 xs 进行组合, 得到分解出的分量 $y_1(t) \sim y_m(t)$ 。

需要说明的是, 上述步骤中在进行单次 SSA 分析时, 在 step 2 窗长 L 的选取上, 考虑到多次迭代计算量可能剧增等情况, 均采用了基于主元频宽的窗长选取方法^[13], 该方法能够在有效保证算法处理效果的前提下明显地减少计算开销。而在 step 4 重构信号时, 主元 q 则是通过各 PC 的频谱特性自动进行归类重组, 无需进行人工判断和选取。

2 仿真实验与结果讨论

通过数值仿真, 研究对比在信号各分量频域分布相近情况下, 奇异谱分析和多层迭代奇异谱分析两种方法的实际分解效果。

假定研究对象为二自由度自由衰减振荡系统, 2 个振动模态的模态质量均为 10^{-7} kg, Q 值

均取 6 000, 谐振频率分别为 25 kHz 和 25.05 kHz。初始衰减幅值分别为 5 V 和 3 V, 采样频率设为 1 MHz, 仿真时间设置成 0.25 s。使用 Matlab ode45 求解器计算系统的自由衰减振荡响应, 时域波形如图 2(a)所示。对该信号进行 FFT 分析, 得到图 2(b)的频谱。

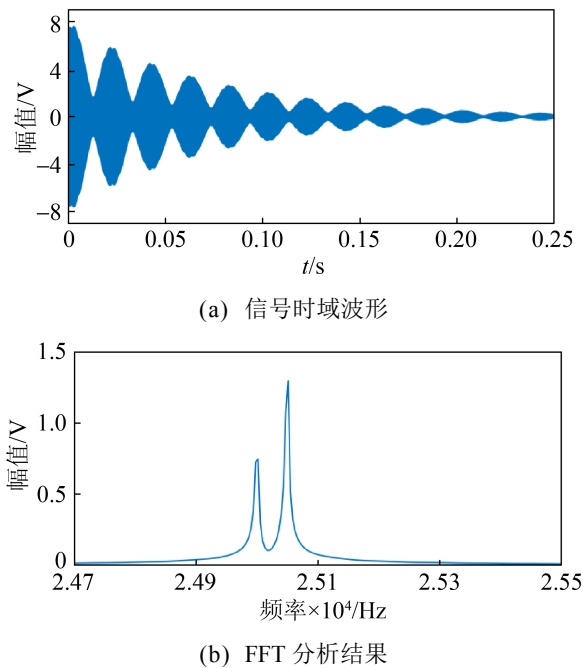


图 2 仿真系统的自由衰减振荡响应

Fig. 2 Free damped response of the simulated system

分析图 2(a)可以看出, 系统响应总体上呈现出逐渐衰减趋势, 但包络线已不符合简单的指数衰减特征。同时, 时域波形出现了明显的拍频现象, 表明信号中各分量谐振频率较为接近。由图 2(b)可知, 响应信号包含 2 个谐振峰值, 频差为 50 Hz, 而中心频率在 25 kHz 附近, 两者比值仅为 0.2%, 两分量在频域上非常集中, 分解难度大。

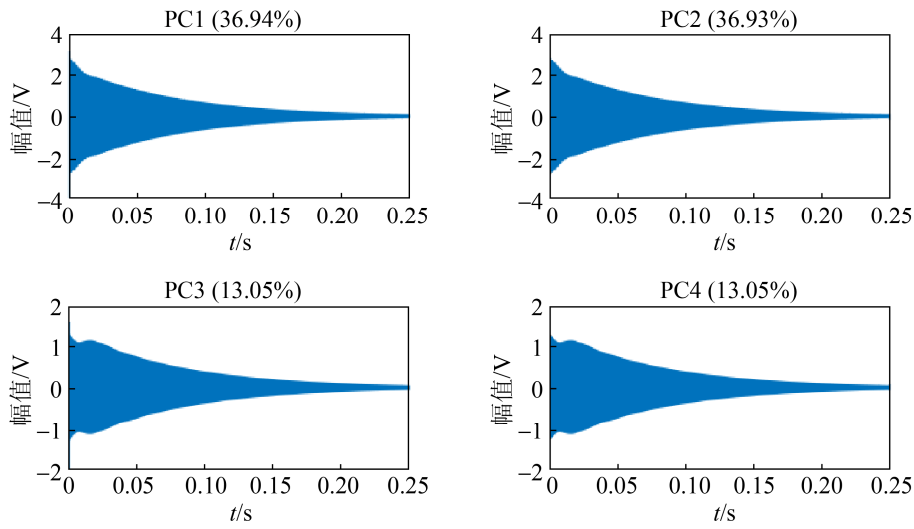
向图 2(a)中的响应信号添加白噪声, 使得 SNR=50 dB, 采用标准的 SSA 算法对其进行分解, 窗长 L 取为 5 000^[13], 结果如图 3 所示。

分析图 3 可知, 前 4 个主元的贡献率分别为 36.94%, 36.93%, 13.05%和 13.05%, 总贡献率达

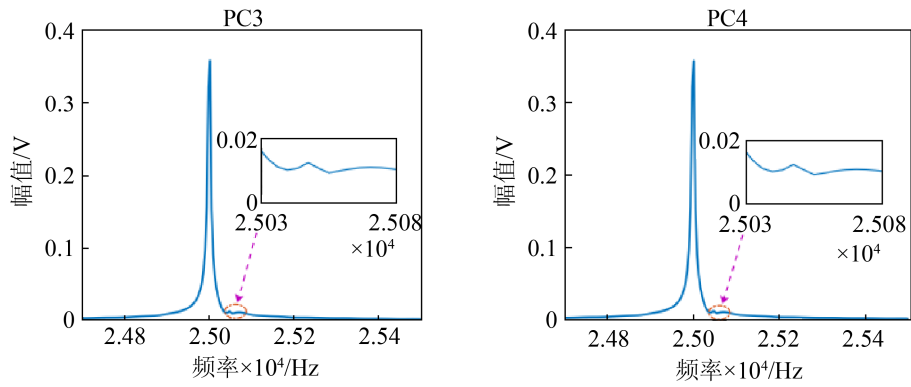
到 99.97%。分析图 3(a)可得, PC1—PC4 对应的重构信号前端波形均出现异常, 信号波形均不是自由衰减振荡的指数衰减形态, 而且初始衰减振幅与理论值明显不一致。PC1 和 PC2 重构信号与分量 1 理论值的 RMS 比率分别为 50.63%和 50.50%, PC3、PC4 重构信号与分量 2 理论值的 RMS 比率仅为 47.74%和 47.63%。此外, 图 3(a)中重构信号频谱在 25 kHz 和 25.05 kHz 两点均存在峰值。由上述分析可知, 使用 SSA 方法仅能对图 2(a)中的仿真信号进行一定程度的分解, 未准确完全地分离出 2 个振动分量。

使用改进方法对 SNR=50 dB 的噪化仿真信号进行处理, 窗长 L 仍然设置为 5 000^[13]。根据图 2(b)中的频谱分布, 两个谐振频率分别为 25 kHz 和 25.05 kHz, 中心频率位于 25.025 kHz, 故以其为分界点, 将分量 1, 2 的子频带设定为 24.925~25.025 kHz 和 25.025~25.125 kHz, 进行多层迭代 SSA 分解。在第 1 层分解后, 得到与图 3 完全相同的结果, 继续对图 3(a)中的 PC1—PC4 信号进行 SSA 处理。经过 3 层分解后, 各 PC 均为单分量信号, 按照频谱特征, 将各 PC 进行组合重构, 得到的分解信号及其 FFT 频谱如图 4 所示。

分析图 4 可知, 分量 1, 2 均呈现出明显的指数衰减趋势, 初始衰减振幅与理论值吻合度良好。在频谱上, 两分量均只有单个峰值, 谐振频率分别为 25.05 kHz 和 25 kHz, 且未出现重叠现象。同时, 残差信号振幅总体较小, 且主要集中在时域波形初始段, 这是 SSA 加窗嵌套环节导致的。通过与理论值对比分析, 分量 1 的波形相似度为 99.84%, RMS 比率为 99.88%, 分量 2 的波形相似度达到 99.98%, RMS 比率为 98.90%。由此可得, 通过多层迭代 SSA 方法, 能够实现信号中各分量的有效分离。

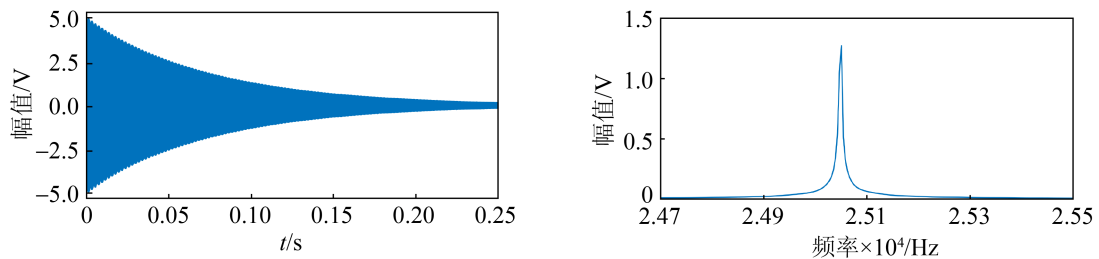


(a) PC1—PC4 重构信号

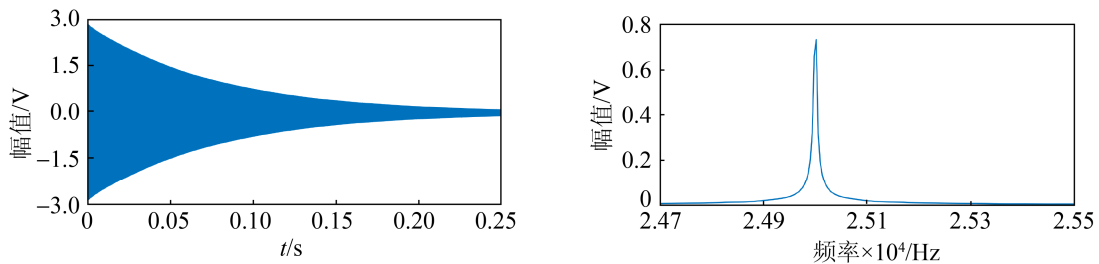


(b) PC3—PC4 重构信号频谱

图 3 SSA 方法的分解结果
Fig. 3 Results corresponding to the standard singular spectrum analysis



(a) 分量 1 及其频谱



(b) 分量 2 及其频谱

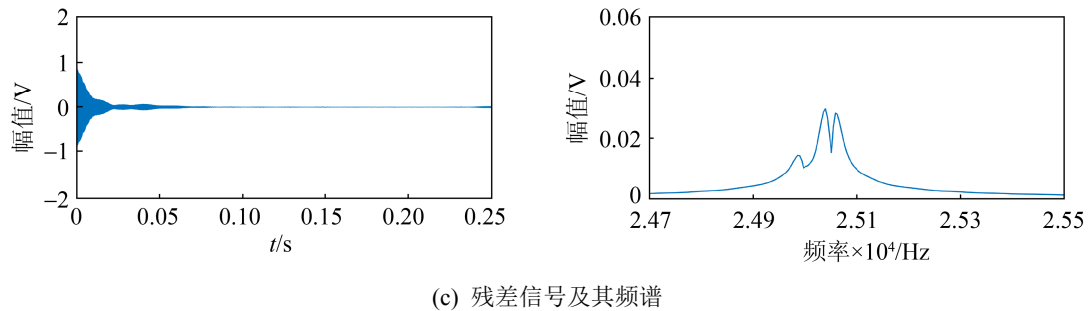


图 4 多层迭代 SSA 方法的分解结果

Fig. 4 Results corresponding to the proposed multi-layer iteration structured singular spectrum analysis

3 结论

本文研究了一种多层迭代结构的奇异谱分析方法,以解决复杂信号中相邻频率成分的分解问题。借鉴 rs-PCA 算法的工作原理,设计出多层迭代结构的 SSA 分解算法,信号自适应分解能力得到了有效增强。仿真结果表明,该方法的分解性能优于标准的 SSA 分解方法,能够准确地从多模态振动信号中提取出各种分量,且与理论值一致性好,方法的可用性和有效性均得到了验证。

参考文献:

- [1] Feng Z, Yu X, Zhang D, et al. Generalized Adaptive Mode Decomposition for Nonstationary Signal Analysis of Rotating Machinery: Principle and Applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing (S0888-3270), 2020, 136: 106530.
- [2] Feng Z, Zhang D, Zuo M, et al. Adaptive Mode Decomposition Methods and Their Applications in Signal Analysis for Machinery Fault Diagnosis: A Review with Examples[J]. IEEE Access (S2169-3536), 2017, 5: 24301-24331.
- [3] 魏玉淼, 张志利, 常振军, 等. 一种从受迫振动响应提取动力学参数方法的仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(4): 618-623.
Wei Yumiao, Zhang Zhili, Chang Zhenjun, et al. Simulation Analyses of a Method for Extracting Dynamic Parameters from Forced Vibration Responses[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(4): 618-623.
- [4] 许杏花, 潘庭龙, 吴定会. 基于变分模态分解的风电场风速降噪研究[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(1): 87-93.
Xu Xinghua, Pan Tinglong, Wu Dinghui. Wind Speed Noise Reduction in Wind Farm Based on Variational Mode Decomposition[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(1): 87-93.
- [5] 贾亚飞, 朱永利, 王刘旺. 基于 VMD 和 Wigner-Ville 分布的局放信号时频分析[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(2): 569-578.
Jia Yafei, Zhu Yongli, Wang Liuwang. Time-frequency Analysis of Partial Discharge Signal Based on VMD and Wigner-Ville Distribution[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(2): 569-578.
- [6] Kim H, Yuan F. Adaptive Signal Decomposition and Dispersion Removal Based on the Matching Pursuit Algorithm Using Dispersion-based Dictionary for Enhancing Damage Imaging[J]. Ultrasonics (S0041-624X), 2020, 103: 106087.
- [7] Lian J, Liu Z, Wang H, et al. Adaptive Variational Mode Decomposition Method for Signal Processing Based on Mode Characteristic[J]. Mechanical Systems and Signal Processing (S0888-3270), 2018, 107: 53-77.
- [8] 何振鹏, 朱志琪, 谢海超, 等. 基于最小二乘法线性拟合抑制 EMD 端点效应[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(9): 3377-3385.
He Zhenpeng, Zhu Zhiqi, Xie Haichao, et al. Restrain Boundary Effect of EMD Based on Least Square Fitting[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(9): 3377-3385.
- [9] Wei Y, Dong Y, Huang X, et al. Nonlinearity Measurement for Low-pressure Encapsulated MEMS Gyroscopes by Transient Response[J]. Mechanical Systems and Signal Processing (S0888-3270), 2018, 100(2): 534-549.
- [10] Wei Y, Dong Y, Huang X, et al. A Stepped Frequency Sweeping Method for Nonlinearity Measurement of Microresonators[J]. Sensors (S1424-8220), 2016, 16(10): 1700-1715.
- [11] 魏玉淼, 董永贵. 从共振衰减响应中提取微机械陀螺的骨架曲线[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(5): 87-93.

- 660-666.
Wei Yumiao, Dong Yonggui. Backbone Curves Extraction of Micromechanical Gyroscopes from Resonance Decay Responses[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(5): 660-666.
- [12] 赵迪, 徐志胜. 基于多分辨率奇异熵的混凝土缺陷检测[J]. 系统仿真学报, 2017, 29(4): 761-766.
Zhao Di, Xu Zhisheng. Forestry Fire Spatial Diffusion Model Based on Integration of Multi-Agent Algorithm with Cellular Automata[J]. Journal of System Simulation, 2017, 29(4): 761-766.
- [13] Yang B, Dong Y G, Yu C Y, et al. Singular Spectrum Analysis Window Length Selection in Processing Capacitive Captured Biopotential Signals[J]. IEEE Sensors Journal (S1558-1748), 2016, 16(19): 7183-7193.
- [14] Golyandina N Z A. Singular Spectrum Analysis for Time Series[M]. Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2013: 11-70.
- [15] Kim H, Yoo S, Lee J. Recursive Approach of EEG-segment-based Principal Component Analysis Substantially Reduces Cryogenic Pump Artifacts in Simultaneous EEG-fMRI data[J]. Neuroimage (S1053-8119), 2015, 104: 437-451.