

8-19-2021

MPC Algorithm Design Based on Improved Macroscopic Traffic Flow Model

Hongguang Pan

College of Electrical and Control Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054;

Gao Lei

College of Electrical and Control Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054;

Wenyu Mi

College of Electrical and Control Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

MPC Algorithm Design Based on Improved Macroscopic Traffic Flow Model

Abstract

Abstract: In order to obtain stable and orderly traffic flow, a model predictive control method based on improved macroscopic traffic flow model is proposed for highway system. *Considering the uncertainty caused by the inflow and outflow of ramp, the method takes the traffic density and velocity of each section as the control target. Based on the traditional macroscopic traffic flow model, a macroscopic traffic flow state space model is improved. Aiming at the problem of multiple variables and control constraints, a traffic flow density and velocity controller based on model predictive control is designed to ensure better control effect.* The simulation results show that the density and velocity of traffic flow eventually converge to the expected value, and the method can effectively avoid traffic congestion.

Keywords

highway system, model predictive control, traffic flow density and velocity control, macroscopic traffic model

Recommended Citation

Pan Hongguang, Gao Lei, Mi Wenyu. MPC Algorithm Design Based on Improved Macroscopic Traffic Flow Model[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(8): 1875-1881.

基于改进宏观交通流模型的 MPC 算法设计

潘红光, 高磊, 米文毓

(西安科技大学 电气与控制工程学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 为了得到稳定有序的道路交通流, 针对高速公路系统, 提出了一种基于改进宏观交通流模型的模型预测控制方法。考虑到由于匝道的流入和流出给交通流带来的不确定性, 该方法以各路段的交通流密度和速度为控制目标。再以传统的宏观交通流模型为基础, 改进得到一个宏观交通流状态空间模型。针对多变量和控制量约束的问题, 设计了基于模型预测控制的交通流密度和速度控制器, 以保证更好的控制效果。仿真结果表明, 交通流的密度和速度最终趋于期望值, 即该方法可有效避免交通拥堵。

关键词: 高速公路系统; 模型预测控制; 交通流密度和速度控制; 宏观交通流模型

中图分类号: TP391.9

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X (2021) 08-1875-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0315

MPC Algorithm Design Based on Improved Macroscopic Traffic Flow Model

Pan Hongguang, Gao Lei, Mi Wenyu

(College of Electrical and Control Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054)

Abstract: In order to obtain stable and orderly traffic flow, a model predictive control method based on improved macroscopic traffic flow model is proposed for highway system. Considering the uncertainty caused by the inflow and outflow of ramp, the method takes the traffic density and velocity of each section as the control target. Based on the traditional macroscopic traffic flow model, a macroscopic traffic flow state space model is improved. Aiming at the problem of multiple variables and control constraints, a traffic flow density and velocity controller based on model predictive control is designed to ensure better control effect. The simulation results show that the density and velocity of traffic flow eventually converge to the expected value, and the method can effectively avoid traffic congestion.

Keywords: highway system; model predictive control; traffic flow density and velocity control; macroscopic traffic model

引言

高速公路系统主要包括驾驶员, 车辆以及公路基础设施等, 系统状态随时间而变化。深入研究高速公路系统, 需要在了解交通流理论的基础上, 建立交通流模型, 才能掌握系统的运行规律。交通流理论是研究交通流随时间和空间变化规律的方法体系, 主要通过分析的方法来研究交通现象及其机

理, 以求减少交通拥堵和提高道路交通设施使用效率等。交通流模型研究的目标则是在宏观或者微观层面, 建立交通流模型, 以描述高速公路系统的演化机理和控制交通流动的基本规律。根据其对交通状态描述的细微程度, 可将交通流模型分为微观模型^[1-5]和宏观模型^[6-15]。两类模型中, 微观模型更加注重细节, 主要研究单个车辆的运行规律。它的优点是了解各个车辆在道路上的运行状况, 缺点

收稿日期: 2020-06-08 修回日期: 2020-07-30

基金项目: 国家自然科学基金(61603295)

第一作者: 潘红光(1983-), 男, 博士, 讲师, 研究方向为预测控制等。E-mail: hongguangpan@163.com

是仅考虑了前后车辆的相互影响。由于仿真的对象是单个车辆，因此基于微观模型的仿真比较复杂，需要耗费大量机时，无法预测出整体的道路交通状况，高速公路交通控制中难以应用。而宏观模型则更加注重整体，在建模时忽略每辆车的具体情况，主要描述车流的整体行为，把车辆运动形成的流体看作是交通流。除此之外，宏观模型所描述的如交通流密度、速度以及车流量等宏观变量，均随时间和空间而变化，能够精确描述交通流的真实行为。

随着人们生活水平提高，车辆数量与日俱增，高速公路上交通拥挤情况时有发生，对交通拥挤状态进行研究具有迫切的现实意义。根据对交通状态的多次观测可以得出，相比微观模型，宏观模型综合程度更高，更适合描述拥堵状态下的交通现象，因此本文选择宏观交通流模型作为研究的基础。

针对宏观交通流模型，文献[7]基于二维扩展提出了一个二维的宏观交通流模型，来解释高速公路的换道行为。文献[8]提出一种最优交通网络传感器布局的宏观交通流模型。它考虑了交通信息的空间分布特征，将网络优化问题转化为一个多节优化问题。文献[9]对宏观交通流模型的标定进行了测试和比较，使用真实的交通数据验证所产生的模型，并评估和比较优化算法的精度。文献[10]提出一种利用宏观交通流模型实时预测高速公路交通拥堵的分析工具，并设计了一种适应交通信息质量的数据采集策略，以捕捉交通流向交通阻塞和交通流随机性的过渡。文献[11]提出了一种考虑入口匝道流量与平均速度组合的神经网络控制器。但是，因为坡道内外的体积不平衡，在现实中很难实现。文献[12]提出一种基于变结构控制 (Variable Structure Control, VSC) 的车辆交通流速度控制器。文献[13]提出一个考虑进口车道加速度影响的交通流模型。文献[14-15]提出一个描述交通流状态变量与控制变量关系的宏观交通流模型，该模型能较好地描述实际情况。目前，许多高速公路交通流控制方面的研究和实际系统都是基于此模型来进行的。

文献[11-13]研究表明，上下游坡道体积或流量不平衡等不确定性因素对交通控制的精度产生较大影响，不能达到最好的控制效果。因此，本文的目的在于降低不确定性对于高速公路系统稳定性的影响，改善交通拥挤的状况。首先对传统的宏观交通流模型进行改进，得到一个状态空间模型，然后设计了一个基于模型预测控制^[16](Model Predictive Control, MPC)的交通流控制器，利用序列二次规划算法来获得最优输入，最后通过仿真实验验证了该方法的有效性。

1 交通流模型及其改进

1.1 交通流模型

传统的宏观交通流模型包含了交通流密度、速度以及车流量等状态变量。文献[14-15]在传统交通流模型的基础上增加了进出口匝道流量变量项，利用巴黎环城大道的实际数据进行了测试，建立了更为实用的交通流模型。对于车道数目单一、出入匝道无特大流量冲击的高速公路，该模型能够精确描述各种不同的交通状况及相互间转变的过程，以及常发性和偶发性交通拥挤现象的出现与消除过程，并且计算工作量少，费用更低。本文在该模型的基础上开展了进一步研究。

如图1所示，假设一段高速公路，把它平均分为 N 个路段，即每个路段长度相等，且每个路段最多只有一个入口和出口。对于第 i 路段，分别用 $v_i(n)$ 和 $k_i(n)$ 来表示交通流速度和密度，用 $q_i(n)$ 表示车流量， $s_i(n)$ 和 $r_i(n)$ 则分别表示出入匝道的车流量， L_i 为路段长度。

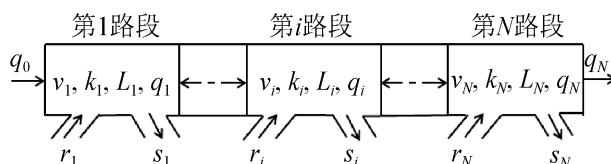


图1 宏观交通流模型

Fig. 1 Macroscopic traffic flow model

传统的宏观交通流模型为

$$q_i(n) = \alpha k_i(n)v_i(n) + (1 - \alpha)k_{i+1}(n)v_{i+1}(n) \quad (1)$$

$$k_i(n+1) = k_i(n) + \frac{T}{L_i} [q_{i-1}(n) - q_i(n) + r_i(n) - s_i(n)] \quad (2)$$

$$v_i(n+1) = v_i(n) + \frac{T}{\tau} \{V_e[k_i(n)] - v_i(n)\} - \frac{\mu(n)T}{\tau L_i} \omega_i(n) + \frac{T}{L_i} \frac{k_{i-1}(n)v_{i-1}(n)}{k_i(n) + \xi} [\sqrt{v_{i-1}v_i(n)} - v_i(n)] \quad (3)$$

其中

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_1 \frac{\eta}{k_{cr} - k_{i+1}(n) + \sigma}, & k_{i+1}(n) > k_i(n) \\ \mu_2, & k_{i+1}(n) \leq k_i(n) \end{cases} \quad (4)$$

$$\omega_i(n) = \frac{k_{i+1}(n) - k_i(n)}{k_i(n) + \zeta} \quad (5)$$

$$V_e[k_i(n)] = v_f \{1 - [\frac{k_i(n)}{k_{cr}}]^l\}^m \quad (6)$$

式中: α 为动量因子; T 为采样周期; τ 为反应时间; $\zeta, \xi, \eta, \sigma, \mu_1, \mu_2, l, m$ 为常见交通参数, 可根据不同的交通情况进行设置; V_e 为与密度相关的平衡速度; v_f, k_{cr} 分别为最大速度和堵塞密度。

1.2 模型改进

为了使宏观交通流模型更加符合实际情况, 并使其更加适用于 MPC 理论和设计方法, 本文将传统宏观交通流模型改进, 通过以下代换, 将交通流密度和速度转换为状态变量, 得到一个状态空间宏观交通流模型, 具体内容如下:

$$\text{假设交通流中每段路的期望密度和速度如下:} \\ [k_i^*(n), v_i^*(n)] = [k_d, V_e(k_d)] \quad (7)$$

式中: k_d 为期望密度, 则可令

$$\delta k_i(n) = k_i(n) - k_d \quad (8)$$

$$\delta v_i(n) = v_i(n) - V_e(k_d) \quad (9)$$

经过以上代换后, 即可得到改进后的状态空间宏观交通流模型:

$$\delta k_i(n+1) = \delta k_i(n) + \frac{T}{L_i} [q_{i-1}(n) - q_i(n) + r_i(n) - s_i(n)] \quad (10)$$

$$\delta v_i(n+1) = \delta v_i(n) + \frac{T}{\tau} \{V_e(k_d) + \Gamma \delta k_i(n) - \delta v_i(n) - V_e(k_d)\} + \frac{T}{L_i} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\delta k_i(n) + k_d + \xi} [\sqrt{\Delta_2 \Delta_3} - \Delta_3] - \frac{\mu(n)T}{\tau L_i} \frac{\delta k_{i+1}(n) - \delta k_i(n)}{\delta k_i(n) + k_0 + \zeta} \quad (11)$$

其中, $\Delta_1 = \delta k_{i-1}(n) + k_d$, $\Delta_2 = \delta v_{i-1}(n) + V_e(k_d)$, $\Delta_3 = \delta v_i(n) + V_e(k_d)$, 此外, 其中出现的变量

$$\Gamma = \frac{dV_e(k_i(n))}{dk_i(n)} \Big|_{k_d = V_e'(k_d)}, \text{ 并且}$$

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_1 \frac{\eta}{k_{cr} - \delta k_{i+1}(n) + \sigma}, & \delta k_{i+1}(n) > \delta k_i(n) \\ \mu_2, & \delta k_{i+1}(n) \leq \delta k_i(n) \end{cases} \quad (12)$$

令

$$g_i(n) = \frac{T}{L_i} [q_{i-1}(n) - q_i(n) + r_i(n) - s_i(n)] \quad (13)$$

$$f_i(n) = \frac{T}{L_i} \frac{\Delta_1 \Delta_2}{\delta k_i(n) + k_d + \xi} [\sqrt{\Delta_2 \Delta_3} - \Delta_3] - \frac{\mu(n)T}{\tau L_i} \frac{\delta k_{i+1}(n) - \delta k_i(n)}{\delta k_i(n) + k_0 + \zeta} \quad (14)$$

所以, 可以得到状态空间模型为

$$\begin{bmatrix} \delta k_i(n+1) \\ \delta v_i(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{T\Gamma}{\tau} & 1 - \frac{T}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta k_i(n) \\ \delta v_i(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_i(n) \\ f_i(n) \end{bmatrix} \quad (15)$$

得到上述状态空间宏观交通流模型之后, 还需要选择合适的变量作为控制输入。如式(15)所示, $g_i(n)$ 是基于交通流车流流动的类比, 由基本方程和车流守恒推导得到, 反映了高速公路进出匝道当前时刻的车流量。因此, 可将 $g_i(n)$ 转变为控制项 u_1 , 表示控制器根据控制策略, 在 n 时刻对入口匝道的车流量进行控制。在实际操作中, 可采用设置交通信号灯的方式, 在匝道入口控制车辆的数量。而 $f_i(n)$ 则反映了下游交通密度对于平均车速的影响。比如下游交通流密度越小, 驾驶员就越会有提高车速的倾向。这种人为的主观因素, 很容易造成高速公路上的交通拥堵。因此, 需要控制策略来消

除这种人为因素所造成的随机性,用一种直接控制交通流密度和速度的方法来解决。因此,可将 $f_i(n)$ 作为控制输入 u_2 , 表示控制器在 n 时刻将控制命令施加于第 i 路段的车辆。在实际操作中,可通过内嵌车辆智能接收终端的方式,将控制信息传递给驾驶员。此时, $u_i(n)$ 直接控制下一时刻的密度 $k_i(n+1)$ 和速度 $v_i(n+1)$ 。因此,在有控制情况下,模型转化为

$$\delta k_i(n+1) = \delta k_i(n) + u_1 \quad (16)$$

$$\delta v_i(n+1) = \frac{T\Gamma}{\tau} \delta k_i(n) + (1 - \frac{T}{\tau}) \delta v_i(n) + u_2 \quad (17)$$

2 模型预测控制器设计

MPC 的基本方法原理可以归结为预测模型,滚动优化以及反馈矫正。优点是控制效果好、建模方便、鲁棒性强等,而且能够较好地兼顾控制目标和系统约束,保持系统稳定,被广泛应用于处理多变量、有约束的控制问题,故本文基于 MPC 设计控制器。

2.1 模型预测控制

MPC 在确定控制输入时明确地结合了动态模型和系统约束。具体来说,假设某个时刻 n , 要得到从 n 时刻起的 M 个控制量 $u(n), \dots, u(n+M-1)$, 使得在其控制作用下被控对象在未来 P 个时刻所预测的输出尽可能接近所给的期望值 k_i^* 和 v_i^* 。其中, P, M 分别被称为预测时域与控制时域。MPC 通过求解使代价函数 $J(n)$ 最小的优化问题,求得 n 时刻 $u(n), \dots, u(n+M-1)$ 的最优值。但 MPC 并不把他们全部实施,只将每个采样时刻的优化解的第一个分量作用于系统,即将所求最优序列中的 $u(n)$ 作用于控制对象,到下一时刻,又以 $n+1$ 取代 n 提出同样的优化问题求出 $u(n+1)$, 得到 $u(n+1)$ 作用于对象,如此滚动进行。

2.2 边界条件

对边界条件作如下处理:与文献[12]相似,设进入第 1 路段的车流量 $q_0(n)$ 为定值,即车流量保

持不变,且进入路段 1 的交通平均速度与路段 1 的交通流速度相等,即 $v_0(n) = v_1(n)$ 。此外,路段 $N+1$ 的交通状态与路段 N 一致,即 $k_{N+1}(n+1) = k_N(n+1)$, $v_{N+1}(n+1) = v_N(n+1)$ 。

2.3 优化问题

本文的控制目标是使交通流密度和速度能够快速趋于期望值,即在控制输入作用下,当前的交通流密度和速度与期望密度和速度的差能够越来越小甚至趋近于 0,则据此可得出代价函数如式(18)所示。其中,存在每时刻 n , 取 n 段预测输出与未来 P 时刻期望输出的累积误差的二范数之和作为性能优化的目标函数。

$$\begin{aligned} \min_{u(n), \dots, u(n+M-1)} & J(n) \\ \text{s.t. } & u(n) \in [u_{\min}, u_{\max}] \\ & u(n+M), u(n+M+1), \dots, u(n+P) = \\ & u(n+M-1) \end{aligned} \quad (18)$$

在本文中,我们令 $P=10, M=3$ 。其中,

$$\begin{aligned} J(n) = \sum_{i=1}^N \sum_{p=0}^P & \left[\|k_i(n+p+1) - k_i^*\|^2 + \right. \\ & \left. \|v_i(n+p+1) - v_i^*\|^2 \right] \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $J(n)$ 为代价函数; k_i^* 为期望密度; v_i^* 为期望速度。在实际的高速公路中,进入匝道的车辆数量总是有上限的。因此,根据实际情况,需要将控制输入限制在一定范围内,即 $u(n) \in [u_{\min}, u_{\max}]$ 。当控制输入约束出现后,再结合约束条件求解优化问题。

2.4 整体算法

整体算法如下:

离线阶段($n=0$),

- (1) 给出改进宏观交通流模型的初始值和参数,以及控制时域 M 和预测时域 P ;
- (2) 给出控制输入的上下限;
- (3) 选择仿真步骤数 T_{\max} 。

在线阶段($n > 0$), 当 $n=1$ 时

- (1) 通过式(8)-(9)得到 $\delta k_i(1)$ 和 $\delta v_i(1)$;

- (2) 求解优化问题 (18), 得到 $u(n), \dots, u(n+M-1)$;
- (3) 施加控制输入 $u(n)$, 得到系统输出, $n = n+1$ 。
- 当 $n > 1$ 时,
- (4) 利用 $\delta k_i(n-1)$ 和 $\delta v_i(n-1)$ 更新 $\delta k_i(n)$ 和 $\delta v_i(n)$;
- (5) 求解优化问题(18), 得到最优输入序列 $u(n), \dots, u(n+M-1)$;
- (6) 施加控制输入 $u(n)$, 得到系统输出;
- (7) 如果 $n > T_{\max}$, 则终止程序, 否则, 令 $n = n+1$, 进入步骤 4。

3 仿真实验

假设一段被均匀分为 N 个路段的高速公路, 令 $N=12$ 。每个路段的长度设为 500 m, 进入路段 1 的初始交通流量为 $q_0 = 1\,500$ veh/h, 每个路段的交通流初始密度和速度如表 1 所示。交通流模型参数取为 $k_{cr}=110$ veh/km, $v_f=93.1$ km/h, $T=15/3\,600$ h, $\tau=20.4/3\,600$ h, $l=1.86$, $m=4.05$, $\alpha=0.95$, $\zeta=50$ veh/km, $\xi=55$ veh/km, $\sigma=16$, $\mu_1=12$ km/h, $\mu_2=6$ km²/h, $\eta=120$ veh/km^[12]。

设期望密度 $k_i^* = 34$ veh/km ($i=1,2,\dots,12$), 根据式(6), (9)可以得到与期望密度对应的速度的指定值 $v_i^* = 57$ km/h。

令预测时域 $P=10$, 控制时域 $M=3$ 。使用

MATLAB 优化工具箱里的 SQP 算法求得最优输入序列。初始时刻的密度和速度值如表 1 所示。匝道的流入和流出为

$$r_2(n) = 250 + 50 \sin(15(n-1)T)$$

$$r_7(n) = 250 + 50 \sin(15(n-1)T)$$

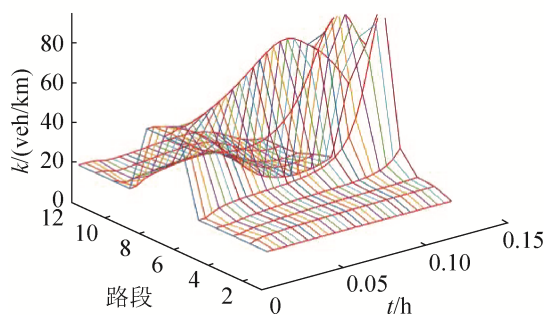
$$s_7(n) = 150 + 50 \sin(15(n-1)T + 45)$$

$$s_{10}(n) = 150 + 50 \sin(15(n-1)T + 45)$$

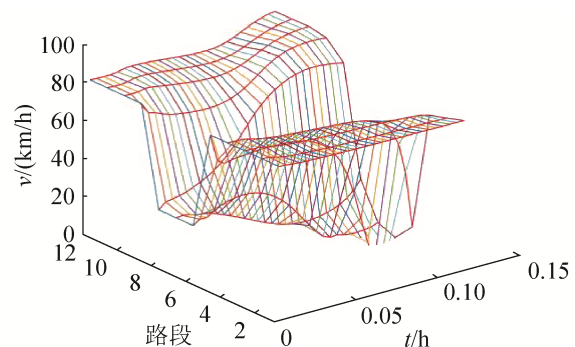
根据式(10)~(12)进行仿真, 此时, 改进后所得到的状态空间宏观交通模型处于没有控制作用施加的状态。交通流的密度和速度变化曲线如图 2 所示, 可以看出, 路段 6-8 的交通流出现了不稳定的情况, 并且, 随着时间的推移, 密度越来越大, 甚至越来越接近堵塞密度 k_{cr} 。同时, 在那些密度越来越大的路段, 车辆的行驶速度逐渐趋近于 0, 说明车辆此时没办法继续行驶, 道路上出现了堵车的情况, 因此有必要引进控制方法来解决这个问题。

表 1 各路段的初始密度和速度
Tab. 1 Initial density and speed of each section

路段	初始密度/ (veh/km)	初始速度/ (km/h)	路段	初始密度/ (veh/km)	初始速度/ (km/h)
1	18	81	7	52	29
2	18	81	8	52	29
3	18	81	9	18	81
4	18	81	10	18	81
5	18	81	11	18	81
6	52	29	12	18	81



(a) 密度



(b) 速度

图 2 改进宏观交通流模型的仿真结果图

Fig. 2 Simulation results of macroscopic traffic flow model

采用本文控制方法的仿真结果如图3所示,此时 $u_i \in [-50, 50]$, ($i=1, 2, \dots, 12$)。可以看出,在MPC的控制作用下,最终各路段的密度和速度

曲线均迅速稳定在期望值,且密度和速度曲线的变化具有良好的连续性,控制效果良好,有效缓解了交通拥堵。

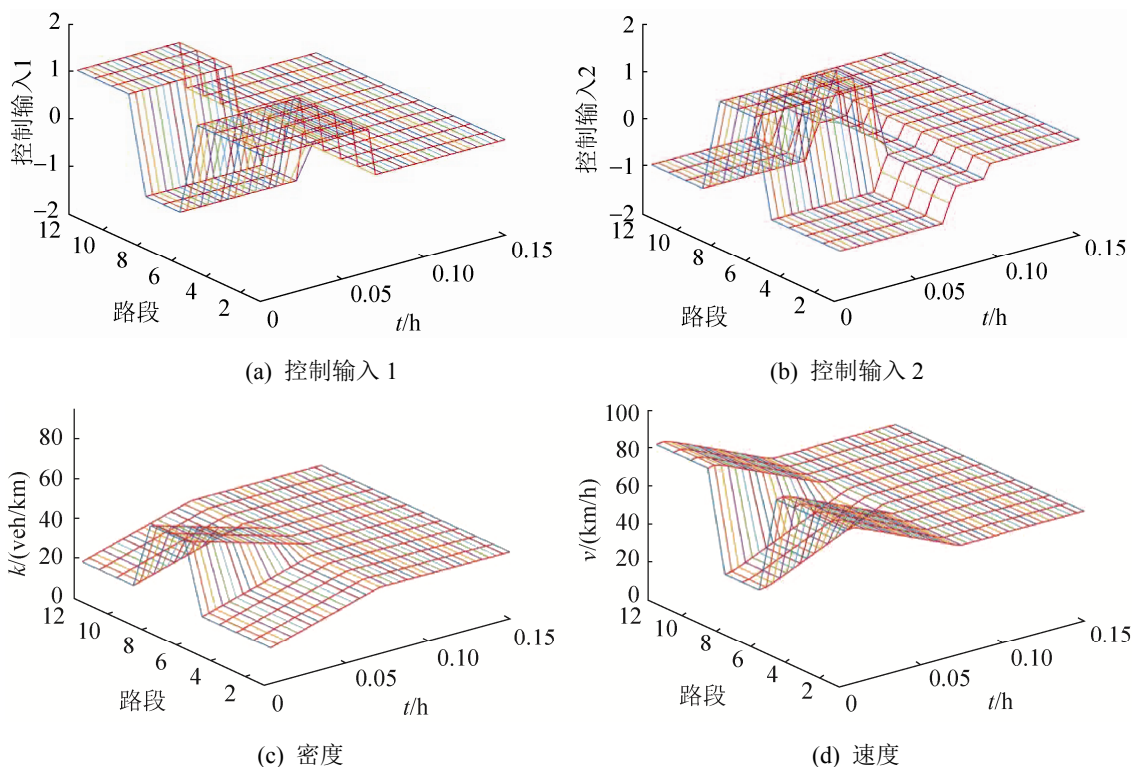


图3 采用本文控制方法的仿真结果图 ($u_i \in [-50, 50], i=1, 2, \dots, 12$)

Fig. 3 Simulation results of using the control method in this paper ($u_i \in [-50, 50], i=1, 2, \dots, 12$)

4 结论

(1) 为了能够更加方便地描述多输入多输出系统的动态响应特性,通过一定的变量代换,将交通流密度和速度转化为状态变量,将传统宏观交通流模型改进,得到一个更加适用于MPC理论和设计方法的状态空间宏观交通流模型。

(2) 针对本文出现交通流密度和速度两个变量以及控制量存在约束的问题,设计了基于MPC的交通流控制器,并利用SQP算法求得最优的控制输入。

(3) 通过仿真实验结果可得,该方法消除了由于进出口匝道车辆所造成的交通流的不确定性,确保交通流密度和速度迅速稳定在期望值,且密度和速度曲线的变化具有连续性,控制效果良好。在实际应用中,可通过在入口匝道设置交通信号灯和内

嵌车辆智能接收终端等方式实现车流的速度和密度控制,达到缓解交通堵塞的目的。

参考文献:

- [1] 韩万水, 武隽, 马麟, 等. 基于微观交通流模型的风-车-桥系统高真实度模拟[J]. 中国公路学报, 2015, 28(11): 37-45.
Han Wanshui, Wu Jun, Ma Lin, et al. High-fidelity Simulation of Wind-vehicle-bridge System Based on Microscopic Traffic Flow Model[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(11): 37-45.
- [2] Gokce M A, Oner E, Isik G. Traffic Signal Optimization with Particle Swarm Optimization for Signalized Roundabouts[J]. Simulation (S0037-5497), 2015, 91(5): 456-466.
- [3] Reza I, Ratrouf N T, Rahman S M. Calibration Protocol for PARAMICS Microscopic Traffic Simulation Model: Application of Neuro-fuzzy Approach[J]. Canadian Journal of Civil Engineering (S0315-1468), 2016, 43(4):

- 361-368.
- [4] Li Z, Khasawneh F, Yin X, et al. A New Microscopic Traffic Model Using a Spring-mass-damper-clutch System[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems (S1524-9050), 2019, 21(8): 1-10.
- [5] Punzo V, Montanino M, Ciuffo B. Do We Really Need to Calibrate All the Parameters? Variance-based Sensitivity Analysis to Simplify Microscopic Traffic Flow Models[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems (S1524-9050), 2015, 16(1): 184-193.
- [6] Goatin P, Rossi E. A Multilane Macroscopic Traffic Flow Model for Simple Networks[J]. Siam Journal on Applied Mathematics (S0036-1399), 2019, 79(5): 1967-1989.
- [7] Michael H, Salissou M, Giuseppe V. Macroscopic Modeling of Multilane Motorways Using a Two-dimensional Second-order Model of Traffic Flow[J]. Siam Journal on Applied Mathematics (S0036-1399), 2018, 78(4): 2252-2278.
- [8] Li H, Qin L, Chang X, et al. Sensor Layout Strategy and Sensitivity Analysis for Macroscopic Traffic Flow Parameter Acquisition[J]. IET Intelligent Transport Systems (S1751-956X), 2017, 11(4): 212-221.
- [9] Spiliopoulou A, Papamichail I, Papageorgiou M, et al. Macroscopic Traffic Flow Model Calibration Using Different Optimization Algorithms[J]. Transportation Research Procedia (S2352-1465), 2015, 17(1): 145-164.
- [10] Chu K C, Saigal R, Saitou K. Real-Time Traffic Prediction and Probing Strategy for Lagrangian Traffic Data[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems (S1524-9050), 2018, 20(2): 1-10.
- [11] Xie J S, Han Y, Fan B Q, et al. Feedback Controller Design and Algorithm of Freeway System[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering (S2325-0062), 2008, 8(4): 100-103.
- [12] 张勇, 关伟. 离散交通流的变结构控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(1): 47-52.
Zhang Yong, Guan Wei. Variable Structure Control Discrete Traffic Flow[J]. Control and Decision, 2012, 27(1): 47-52.
- [13] Qian Y, Zeng J, Wang N, et al. A Traffic Flow Model Considering Influence of Car-following and Its Echo Characteristics[J]. Nonlinear Dynamics (S0924-090X), 2017, 89(2): 1099-1109.
- [14] Papageorgiou M, Hadj-Salem H, Blosseville J M, et al. Modeling and Real-time Control of Traffic Flow on the Southern Part of Boulevard Peripherique in Paris: Part II: Coordinated On-ramp Metering[J]. Transportation Research Part A (S0965-8564), 1990, 24(5): 361-370.
- [15] Wang Y, Papageorgiou M, Messmer A. Real-time Freeway Traffic State Estimation Based on Extended Kalman Filter: Adaptive Capabilities and Real Data Testing[J]. Transportation Research, Part A (Policy and Practice) (S0965-8564), 2008, 42(10): 1340-1358.
- [16] 席裕庚, 李德伟. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状[J]. 自动化学报, 2008, 34(10): 1225-1234.
Xi Yugeng, Li Dewei. Fundamental Philosophy and Status of Qualitative Synthesis of Model Predictive Control[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(10): 1225-1234.