[Journal of System Simulation](https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal)

Volume 33 | Issue 6 Article 24

6-23-2021

Approximate Method of Spares Demand Prediction for Weibull Distribution Items Based on Piecewise Function

Songshi Shao
1. College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; ;

Zhihua Zhang
1. College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China; ;

Xiaojie Mo
2. System Design Institute of Hubei Aerospace Technology Academy, Wuhan 430074, China;

Approximate Method of Spares Demand Prediction for Weibull Distribution Items Based on Piecewise Function

Abstract

Abstract: Demand prediction model for spare parts with Weibull distribution involves multiple infinite series, therefore, spares demand calculation is a difficult issue. The approximate calculation method generally used is often subject to large errors. According to the principle of renewal function, *the approximated demand calculation method for spares of Weibull distribution using piecewise function to approximate the renewal function* is proposed. It effectively avoids the issue of computational complexity for spares demand prediction. Theoretical analysis shows that the proposed approximated algorithm ensures the calculation result of spares demand is less than that of engineering approximation algorithm. According to the given example, the simulation verifies that the proposed approximation algorithm has a better approximation effect, meets the practical support demand as well as the engineering demand.

Keywords

renewal process, renewal function, spare parts with weibulldistribution, spare demand function

Recommended Citation

Shao Songshi, Zhang Zhihua, Mo Xiaojie. Approximate Method of Spares Demand Prediction for Weibull Distribution Items Based on Piecewise Function[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(6): 1444-1450.

第 33 卷第 6 期 系统仿真学报© Vol. 33 No. 6
2021 年 6 月 Journal of System Simulation Jun. 2021

基于分段函数的威布尔型备件需求量近似算法

邵松世 [1]，张志华 [1]，莫小杰 [2]
(1. 海军工程大学 舰船与海洋学院, 湖北 武汉 430033；2. 湖北航天技术研究院 总体设计所，湖北 武汉 430074)

摘要：威布尔型备件需求预测模型涉及多重无穷级数，计算较为困难。一般采用的近似计算方法，往往存在着较大误差。通过研究更新函数的有关性质，提出了一种*利用分段函数近似更新函数的威布尔型备件需求函数近似方法*，避免了备件需求预测计算复杂的问题。理论分析表明：提出的近似算法保证了获得的备件需求量要小于工程近似算法。最后通过算例，仿真验证了提出的近似算法的近似效果较好，紧贴仿真结果，精度优于近似计算方法，满足实际保障需要，有利于工程需求。

关键词：更新过程；更新函数；威布尔型备件；备件需求函数
中图分类号：TP391.9 文献标志码：A 文章编号：1004-731X (2021) 06-1444-07
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0151

Approximate Method of Spares Demand Prediction for Weibull Distribution Items Based on Piecewise Function

Shao Songshi[1], *Zhang Zhihua*[1], *Mo Xiaojie*[2]
(1. College of Naval Architecture and Ocean Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
2. System Design Institute of Hubei Aerospace Technology Academy, Wuhan 430074, China)

Abstract: Demand prediction model for spare parts with Weibull distribution involves multiple infinite series, therefore, spares demand calculation is a difficult issue. The approximate calculation method generally used is often subject to large errors. According to the principle of renewal function, *the approximated demand calculation method for spares of Weibull distribution using piecewise function to approximate the renewal function* is proposed. It effectively avoids the issue of computational complexity for spares demand prediction. Theoretical analysis shows that the proposed approximated algorithm ensures the calculation result of spares demand is less than that of engineering approximation algorithm. According to the given example, the simulation verifies that the proposed approximation algorithm has a better approximation effect, meets the practical support demand as well as the engineering demand.

Keywords: renewal process; renewal function; spare parts with weibulldistribution; spare demand function

引言

备件作为装备维修保障的重要物质资源，准确预测备件平均需求量(以下简称备件需求量)，合理确定装备备件配置方案，是近年来备件精确化保障的研究热点。备件需求量是科学制定备件供应保障策略的基础，其预测问题越来越受到人们的重视。对于威布尔型备件而言，利用更新过程理论建立的备件需求模型涉及多重无穷级数模型[1]，计算复杂，工程应用不便。工程中通常采用近似法或仿真法预测威布尔型备件需求量。近似法主要是将非指数型备件近似认为指数型备件，利用指数型备件预

收稿日期：2020-03-30 修回日期：2020-07-23
基金项目：国防预研基金(51304010206，51327020105)
第一作者：邵松世(1979)，男，博士，副教授，研究方向为舰船装备技术保障，保障资源需求预测与配置优化，备件保障。
E-mail：369698199@qq.com

测模型进行近似预测，指数近似法预测得到的结果一般存在较大误差。文献[2-8]提出了多种适用于工程应用的备件需求量近似算法，如文献[3]利用灰色模型理论建立了备件需求量的预测模型；文献[4-5]建立了维修条件的备件需求预测模型；文献[6]通过研究威布尔分布与指数分布的贴近性，给出了一种威布尔型备件需求近似算法，但这种近似算法的近似效果与实际需求还存在一定差距；文献[7-8]利用寿命分布等效方法，给出了表决系统备件需求量计算方法。仿真方法[9-11]主要是基于 Monte-Carlo 模拟备件动态需求变化规律预测备件需求，仿真方法能够弥补解析法假设过多的缺点，但当备件种类较多，仿真就需要耗费大量的时间，此外，仿真结果的波动性也会给备件需求量确定及备件方案优化带来一定的困扰。

本文以威布尔型备件为研究对象，通过研究更新函数的有关性质，给出了威布尔型备件需求量的近似算法，并从理论上分析了近似算法的优良性，最后通过算例分析，说明本文提出的近似算法精度贴近仿真算法，优于工程近似算法。

1 备件需求函数及其性质

在装备实际使用过程中，假定某不可修部件一旦发生故障就立即换上所携带的备件，在更换时间忽略不计的情况下，则人们常常关心该部件在给定时间(0, t]内的备件需求问题，以便合理配置备件数量。对于不可修备件而言，备件需求量实际上就是部件的故障次数，是一个典型的更新过程。

1.1 备件需求函数

假设在保障周期(0, t]内配置 m 个备件，备件寿命分别为 $X_i(i=1,2,\cdots,m)$，则 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 是一个独立同分布的随机变量序列。设部件及其备件的寿命分布函数均为 $F(t)$，对应的密度函数为 $f(t)$，则在(0, t]时间内的备件需求函数为[10]

$$M(t)=\sum_{k=1}^{\infty}F^{(k)}(t) \tag{1}$$

其中：$F^{(k)}(t)$ 为分布函数 $F(t)$的 k 重卷积。

1.2 威布尔型备件需求函数

对于威布尔型备件而言，其备件寿命分布函数为 $F(t)=1-\exp(-\lambda t^{\beta})$，其中 β,λ 为分布参数。则由式(1)可知，在(0, t]时间内的备件需求函数为[1]

$$M(t)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{j-1}A_{k+1}\lambda^{j}t^{j\beta}}{\Gamma(j\beta+1)}\right] \tag{2}$$

其中：$A_{k,j}$ 通过如下方法给出[1]：

当 $j\geqslant 1$ 时，$A_{1,j}=\alpha_j$，当 $j<k$ 时，$A_{k,j}=0$；

当 $k\geqslant 1$ 时，$A_{k,1}=(-1)^{k-1}\alpha_1^k$，当 $j>k$ 时，$A_{k,j}=\sum_{l-k-1}^{j-1}A_{k-1,l}\alpha_{j-1},\alpha_k=\Gamma\left(k\beta+\frac{1}{k!}\right)$。

特殊地，当 β=1 时，此时该备件为指数型备件，则其备件需求函数为

$$M(t)=\lambda t \tag{3}$$

如果将威布尔型备件近似认为指数型备件时，$1/\lambda$ 为备件的平均寿命，可以利用式(3)近似预测威布尔型备件需求量，这就是工程上常用的指数近似法。

1.3 备件需求函数性质

性质 1：设备件的寿命分布函数为 $F(t)$，则备件需求函数 $M(t)$满足

$$F(t)\leqslant M(t)\leqslant H(t) \tag{4}$$

其中：$H(t)=F(t)/[1-F(t)]$。

证明：由于分布函数 $F(t)$是非减函数，因此有

$$F^{(2)}(t)=\int_0^t F(t-u)\mathrm{d}F(u)\leqslant\int_0^t F(t)\mathrm{d}F(u)=[F(t)]^2$$

类似可得 $F^{(k)}(t)\leqslant[F(t)]^k\ (k>2)$。结合式(1)可得

$$M(t)=\sum_{k=1}^{\infty}F^{(k)}(t)\leqslant\sum_{k=1}^{\infty}[F(t)]^k=\frac{F(t)}{1-F(t)}\triangleq H(t)$$

同时，备件需求函数 $M(t)$还可以表示为如下更新方程

$$M(t)=F(t)+\int_0^t M(t-u)\mathrm{d}F(u) \tag{5}$$

因 $M(t)\geq 0$，故 $M(t)\geq F(t)$，即式(4)成立。

性质 2：当备件寿命的二阶矩有限时，则备件需求函数 $M(t)$满足

$$\lim_{t\to\infty}\left[M(t)-\frac{t}{\mu}\right]=\frac{\mu_2}{2\mu^2}-A \tag{6}$$

其中，A 为部件的可用度，$\mu=\int_0^\infty t\mathrm{d}F(t)$，$\mu_2=\int_0^\infty t^2\mathrm{d}F(t)$。证明见文献[12] P446 的定理 7。

2 威布尔型备件需求量的近似算法

对于威布尔型备件，考察其寿命分布函数 $F(t)=1-\mathrm{e}^{-\lambda t^\beta}$，利用性质 1 和性质 2，可以给出威布尔型备件需求量近似算法。具体近似思想如下：

(1) 在任务时间较短的情况下，由于 $F(t)$与 $H(t)$均较小且两者比较接近，由性质 1 可知，可以利用 $\frac{F(t)+H(t)}{2}$ 近似预测备件需求量 $M(t)$。即

$$M_1(t)=\frac{F(t)+H(t)}{2}$$

其中：$M_1(t)$表示备件需求量的近似值。

此时，威布尔型备件的累积故障率 $\Lambda(t)$为 $\Lambda(t)=\ln[R(t)]=\lambda t^\beta$ 通常也接近于 0，根据函数 $H(t)$的泰勒展开，$H(t)$可近似表示为

$$H(t)=\frac{F(t)}{1-F(t)}=\mathrm{e}^{\lambda t^\beta}-1\approx\lambda t^\beta$$

即在任务时间较小时，备件需求量可近似为：

$$M_1(t)=\frac{1}{2}\left(\lambda t^\beta+1-\mathrm{e}^{-\lambda t^\beta}\right) \tag{7}$$

(2) 在任务时间较长的情况下，由性质 2 可知，备件需求量 $M(t)$将随任务时间的增加呈线性增长，因此备件需求量可近似为

$$M_1(t)=\frac{t}{\mu}+\frac{\mu_2}{2\mu^2}-A \tag{8}$$

其中：$\mu=\frac{1}{\lambda^{1/\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$，$\mu_2=\frac{1}{\lambda^{2/\beta}}\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)$；在不考虑更换时间的情况下，可用度 A=1。

(3) 分段时刻的确定。由上可知，式(7)适用于任务时间较短情况下的备件需求量近似预测，式(8)适用于任务时间较长情况下的备件需求量近似预测。因此，合理确定分段时刻是保证该近似算法精度的关键。通过多次模拟仿真发现，在 $\frac{\lambda t^\beta+1-\mathrm{e}^{-\lambda t^\beta}}{2}$ 与 $\frac{t}{\mu}+\frac{\mu_2}{2\mu^2}-A$ 最小距离点作为近似算法的分段时刻具有较好精度。为此选择分段时刻为

$$t_0=\left\{t/\min\left|\frac{\lambda t^\beta+1-\mathrm{e}^{-\lambda t^\beta}}{2}\right|-\left(\frac{t}{\mu}+\frac{\mu_2}{2\mu^2}-1\right)\right\} \tag{9}$$

由此，可得到威布尔型备件需求量近似算法为

$$M_1(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\lambda t^\beta+1-\mathrm{e}^{-\lambda t^\beta}\right), t<t_0\\ \frac{\lambda^{1/\beta}t}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}+\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)}{2\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}-1, t\geqslant t_0\end{cases} \tag{10}$$

其中：t_0 由式(9)确定。

在已知任务时间 t，威布尔分布参数 β 和 λ 时，利用近似算法式(10)，可以快速计算出备件需求量，与精确算法式(2)相比，大大减少了计算量。

3 近似算法的优良性分析

威布尔型备件需求量近似算法式(10)简单方便，易于工程使用。为分析近似算法式(10)的优良性，首先证明了 2 个结论，以此说明近似算法式(10)优于指数近似法。

3.1 两个结论

设威布尔分布函数为 $F(t)=1-\mathrm{e}^{-\lambda t^\beta}$，若形状参数 $\beta>1$，则有如下结论：

结论 1：当 $t<\mu$ 时，有 $M(t)\leqslant t/\mu$；

结论 2：当 $t<\mu$ 时，有 $M_1(t)\leqslant t/\mu$。

证明：(1) 由于 $\beta>1$，则 $\Gamma(1+1/\beta)<1$，在 $t<\mu$ 时

$$\lambda t^{\beta}=\lambda\mu t^{\beta-1}\frac{t}{\mu}\leqslant\lambda\mu^{\beta}\frac{t}{\mu}=$$
$$\frac{\lambda t}{\mu}\left[\frac{1}{\lambda^{1/\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]^{\beta}=\Gamma^{\beta}\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\frac{t}{\mu}<\frac{t}{\mu}$$

同理，在 $t>\mu$ 时，有 $\lambda t^{\beta}>t/\mu$。因此有：

$$\begin{aligned}&F(t)\leqslant 1-\mathrm{e}^{-t/\mu}\quad t\leqslant\mu\\&F(t)\geqslant 1-\mathrm{e}^{-t/\mu}\quad t>\mu\end{aligned}\tag{11}$$

记 $G(t)=1-\exp(-t/\mu),G^{(k)}(t)$ 的 k 重卷积。利用数学归纳法容易证明，对于任意正整数 k，有 $F^{(k)}(t)\leqslant G^{(k)}(t)$。由式(1)可知，在 $t<\mu$ 时，威布尔型备件需求量 $M(t)$满足如下不等式：

$$M(t)=\sum_{k=1}^{\infty}F^{(k)}(t)\leqslant\sum_{k=1}^{\infty}G^{(k)}(t)=t/\mu\tag{12}$$

结论 1 得证。

(2) 结论 2 的证明可分两部分。

当 $M_1(t)=\frac{1}{2}\left(\lambda t^{\beta}+1-\mathrm{e}^{-\lambda t^{\beta}}\right)$ 时，利用不等式 $\mathrm{e}^{-\lambda t^{\beta}}\geqslant 1-\lambda t^{\beta}$，当 $t<\mu$ 时

$$M_1(t)=\frac{1}{2}\left(\lambda t^{\beta}+1-\mathrm{e}^{-\lambda t^{\beta}}\right)\leqslant\lambda t^{\beta}\leqslant t/\mu$$

当 $M_1(t)=\dfrac{\lambda^{1/\beta}t}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}+\dfrac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)}{2\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}-1$ 时，利用式(11)，并注意到 $\int_0^{\infty}R(t)dt=\mu$，可以证明威布尔分布的一阶矩和二阶矩满足如下关系：

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}(2\mu^2-\mu_2)=\frac{1}{2}\left[2\int_0^{\infty}t\mathrm{e}^{-t/\mu}\mathrm{d}t-\int_0^{\infty}t^2\mathrm{d}F(t)\right]=\\&\int_0^{\infty}t\mathrm{e}^{-t/\mu}\mathrm{d}t-\int_0^{\infty}tR(t)\mathrm{d}t=\\&\int_0^{\mu}(t-\mu)\left[\mathrm{e}^{-t/\mu}-R(t)\right]\mathrm{d}t+\\&\int_0^{\mu}(t-\mu)\left[\mathrm{e}^{-t/\mu}-R(t)\right]\mathrm{d}t\geqslant 0\end{aligned}$$

即 $\mu_2\leqslant 2\mu^2$。又因 $\mu=\frac{1}{\lambda^{1/\beta}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$，$\mu_2=\frac{1}{\lambda^{2/\beta}}\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)$，则有

$$\frac{\mu_2}{2\mu^2}=\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)}{2\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}\leqslant 1$$

即 $M_1(t)=\dfrac{\lambda^{1/\beta}t}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}+\dfrac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)}{2\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}-1\leqslant\dfrac{t}{\mu}$。结论 2 得证。

3.2 近似算法的误差分析

(1) 利用指数近似法得到的威布尔型备件需求量预测结果较为保守，误差较大。

事实上，由性质 2 可知，备件需求量满足

$$\lim_{t\to\infty}\frac{M(t)}{t}=\frac{1}{\mu}$$

即在任务时间较长时，利用指数近似法预测威布尔型备件需求量具有一定的合理性。但从结论 1 可以看出，利用指数近似法得到的威布尔型备件需求量预测结果大于真实值，具有一定的保守性。从后面的模拟仿真实例来看：在任务时间较短情况下，利用指数近似法得到的预测结果存在较大误差。

(2) 利用近似算法式(10)得到的威布尔型备件需求量预测结果优于指数近似法，误差较小。

事实上，威布尔型备件的寿命分布的形状参数一般大于 1，由结论 2 可以看出，对于任务时间小于备件平均寿命的情况，利用近似算法式(10)得到的预测结果小于指数近似法，更为接近真实值。从后面的模拟仿真实例来看：近似算法式(10)得到的预测结果与真实值十分接近，误差很小，具有较好精度。

4 仿真验证

为了进一步说明本文提出的备件需求量近似算法的优良性，采用模拟仿真方法进行数值分析，对近似算法式(10)的误差进行了分析，并与指数近似法进行比较。

4.1 仿真算法设计

假设备件的寿命分布服从参数为(β,λ)的 Weibull 分布。对于给定的保障时间 t，利用

Monte-Carlo 方法模拟得到备件需求量的模拟值。由切比雪夫大数定律可知，当模拟次数充分大时，模拟值十分接近备件需求量的真值，因此，可以利用模拟值作为真值来分析近似算法的精度。具体模拟步骤为

(1) 模拟产生 k 个服从威布尔分布的随机数 $x_1,x_2,\cdots,x_k$；

(2) 判断事件 $A(k)=\{X_1+X_2+\cdots+X_k \geqslant t\}$ 是否发生。若发生，则记下故障次数 $n_1=k-1$；否则，k 增加 1 并继续模拟；

(3) 重复上述模拟过程 N 次(大于 10 000)，得到保障时间 T 所对应的备件需求量 $n_1,n_2,\cdots,n_N$；

(4) 备件需求量的模拟值为 $M(t)=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} n_i$ 。

4.2 近似结果分析

假设威布尔型备件的平均寿命为 1，即 λ=1，给定仿真过程中的威布尔分布形状参数 β 分别为 1.2，1.5，2.0 时，参数 λ 分别为 0.928 9，0.857 7，0.785 4。

利用 4.1 的模拟仿真步骤，获得不同任务时间的备件需求量的模拟值 $M(t)$，利用指数近似法计算得到备件需求量的工程近似值，利用式(10)计算得到的本文结果 $M_1(t)$，并计算本文结果相对于模拟值的误差与相对误差。所有计算结果列于表 1~3、图 1~3。其中，工程近似值由式(3)给出。

表 1　威布尔型备件需求量的仿真结果、近似结果与指数近似结果((β,λ)=(1.2,0.928 9))
Tab. 1　Spare parts demand function of Weibull type with simulation method, approximate method and engineering method ((β,λ)=(1.2,0.928 9))

保障时间 t/年	$M(t)$	工程近似值	$M_1(t)$	误差	相对误差/%
0.4	0.302 2	0.4	0.287 7	–0.014 5	–4.80
0.6	0.481 8	0.6	0.450 0	–0.031 8	–6.60
0.8	0.671 0	0.8	0.650 0	–0.021 0	–3.13
1	0.863 5	1	0.850 0	–0.013 5	–1.56
2	1.850 0	2	1.850 0	0	–0.00
6	5.847 9	6	5.848 7	0.000 1	–0.00

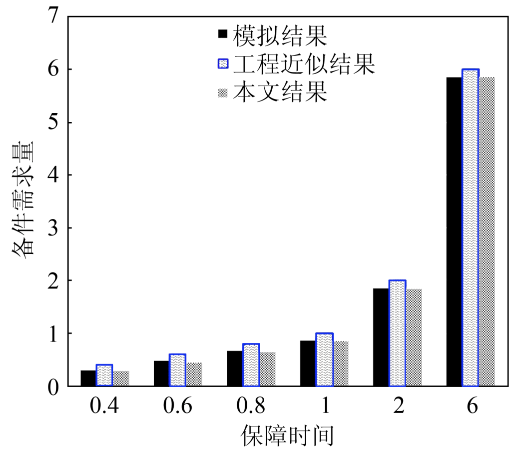

图 1　威布尔型备件需求量((β,λ)=(1.2,0.928 9))
Fig. 1　Spare parts demand function of Weibull type((β,λ)=(1.2,0.928 9))

表 2　威布尔型备件需求量((β,λ)=(1.5,0.857 7))
Tab. 2　Spare parts demand function of Weibull type ((β,λ)=(1.5,0.857 7))

保障时间 t/年	$M(t)$	工程近似值	$M_1(t)$	误差	相对误差/%
0.4	0.207 3	0.4	0.206 0	–0.001 3	–0.62
0.6	0.369 7	0.6	0.363 7	–0.006 0	–1.62
0.8	0.547 3	0.8	0.536 2	–0.011 1	–2.03
1	0.734 5	1	0.730 5	–0.004 0	–0.54
2	1.729 2	2	1.730 5	–0.001 3	–0.07
6	5.730 7	6	5.730 4	–0.000 3	–0.00

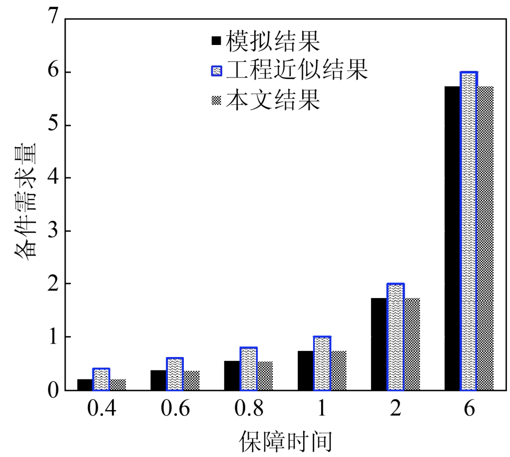

图 2　威布尔型备件需求量((β,λ)=(1.5,0.857 7))
Fig. 2　Spare parts demand function of Weibull type ((β,λ)=(1.5,0.857 7))

表 3　威布尔型备件需求量((β,λ)=(2.0,0.785 4))
Tab. 3　Spare parts demand function of Weibull type ((β,λ)=(2.0,0.785 4))

保障时间 t/年	$M(t)$	工程近似值	$M_1(t)$	误差	相对误差/%
0.4	0.120 7	0.4	0.121 9	0.001 2	0.99
0.6	0.260 1	0.6	0.264 5	0.004 4	1.69
0.8	0.433 8	0.8	0.436 6	0.002 8	0.65
1	0.623 9	1	0.636 6	0.012 7	2.04
2	1.632 4	2	1.636 6	0.004 2	0.26
6	5.637 2	6	5.636 7	–0.000 5	0.00

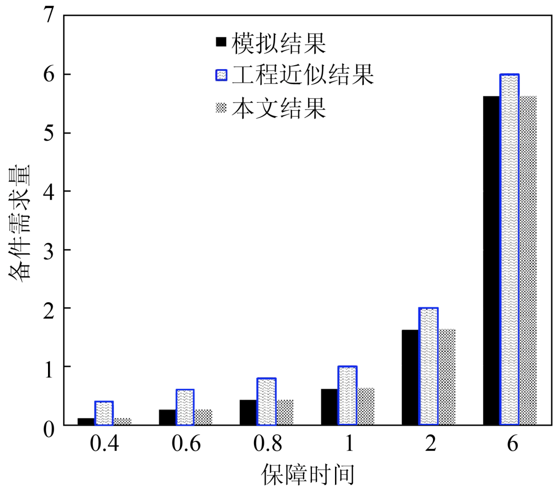

图 3　威布尔型备件需求量((β,λ)=(2.0,0.785 4))
Fig. 3　Spare parts demand function of Weibull type ((β,λ)=(2.0,0.785 4))

从表 1~3 结果可以看出，本文提出的近似算法在计算威布尔型备件需求量时具有较高精度。如当威布尔型备件的寿命分布参数(β,λ)取(1.2,0.928 9)时，其近似算法的最大误差是在保障时间为 t=0.6 时，其最大误差为–0.031 8，相对误差为 6.6%。说明本文给出的备件需求函数近似算法的近似效果较好，在计算量增长不大的情况下，近似算法的精度优于工程近似算法，满足实际保障需要。尽管存在部分误差为负的情形，即近似结果略小于真实值，但在实际工程中通常采用向上取整的方法确定备件需求量，因此，这种情形不影响该近似算法的实用性。

5　结论

本文通过研究更新函数的有关性质，提出了一种利用分段函数近似预测威布尔型备件需求量的算法。理论分析表明，本文提出的近似算法的设计上保证了获得的备件需求量要小于工程常用的指数近似算法。通过算例仿真验证表明：本文提出的近似算法的近似效果较好，优于指数近似算法，能够满足实际保障需要。

参考文献：

[1] 张建军，李树芳，张涛．备件保障度评估与备件需求量模型研究[J]. 电子产品可靠性与环境试验，2004(6): 18-22.
Zhang Jianjun, Li Shufang, Zhang Tao, et al. Study on Spare Availability and Optimization Model[J]. Electronic Product Reliability and Environmental Testing, 2004(6): 18-22.

[2] 邱志平，尼早．航空装备备件需求量的概率区间计算方法[J]. 航空学报, 2009, 30(5): 861-866.
Qiu Zhiping, Ni Zao, Probabilistic Interval Approach for Determiniing the Demand of Aviation Spares[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(5): 861-866.

[3] Levner E, Perlman Y, Cheng T C E, et al. A network Approach to Modeling the Multi-echelon Spare-part Inventory System with Backorders and Interval-valued Demand[J]. International Journal of Production Economics (S0925-5273), 2011, 132(1): 43-51.

[4] Jiang Y P, Chen M Y, Zhou D H. Joint Optimization of Preventive Maintenance and Inventory Policies for Multi-unit Systems Subject to Deteriorating Spare Part Inventory[J]. Journal of Manufacturing Systems (S0278-6125), 2015(35): 191-205.

[5] Panagiotidou S. Joint Optimization of Spare Parts Ordering and Maintenance Policies for Multiple Identical Items Subject to Silent Failures[J]. European Journal of Operational Research (S0377-2217), 2014, 235(1): 300-314.

[6] 刘天华，张志华，梁胜杰，等．一种 Weibull 型备件需求量的改进算法[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(5): 1124-1128.
Liu Tianhua, Zhang Zhihua, Liang Shengjie, et al. An Improved Method for the Spare Demand of the Weibull-distribution[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2012, 32(5): 1124-1128.

[7] 刘任洋，李庆民，王慎，等．任意分布单元表决系统备件需求量的解析算法[J]. 系统工程与电子技术，2016, 38(3): 714-718.
Liu Renyang, Li Qingmin, Wang Shen, et al. Analytical

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol33/iss6/24
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0151

Algorithm of Spare Demand for Voting System of Any Life Distribution Units[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(3): 714-718.

[8] 邵松世, 刘任洋, 李庆民, 等. 批量换件下多正态单元表决系统备件量确定[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(5): 25-29.
Shao Songshi, Liu Renyang, Li Qingmin, et al. Determination Method of the Spare Demand for Voting System of Normal Units Under Batch Replacement[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2016, 44(5): 25-29.

[9] Stefanovic D, Stefanovic N, Radenkovic B. Supply Network Modeling and Simulation Methodology[J]. Simulation Modeling Practice and Theory, 2009, 17(4): 743-766.

[10] Wu X, Wu X Y, Balakrishnan N. Variance-based Impoetance Analysis Measure for Mission Reliability of Phased Mission System[J]. Journal of Statistical Computer and Simulation, 2017, 88(5): 841-868.

[11] 刘天华, 张志华, 李庆民, 等, 威布尔型多不可修部件备件需求确定方法[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(9): 2010-2015.
Liu Tianhua, Zhang Zhihua, Li Qingmin, et al. Determination Method of the Spare Demand for Multiple Components with Weibull Distribution[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2012, 32(9): 2010-2015.

[12] 程侃. 寿命分布类与可靠性数学理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
Cheng Kan. Life Distribution Class and Reliability Mathematical Theory[M]. Beijing: Science Press, 1999.