

6-9-2021

An Improved Differential Evolution Algorithm for Fractional Order System Identification

Yu Wei

1. School of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, Foshan University, Foshan 528000, China;;

Henghui Liang

1. School of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, Foshan University, Foshan 528000, China;;

Luo Ying

2. School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

An Improved Differential Evolution Algorithm for Fractional Order System Identification

Abstract

Abstract: In order to build a high-precision fractional-order model, which needs to identify more parameters, an improved differential evolution algorithm is proposed for the identification of fractional-order systems. *In the mutation strategy, the basis vector is randomly selected from the optimal individual population, and the scaling factor and cross-probability factor are adaptively adjusted according to the information of the successfully mutated individual during the search process to improve the exploration and mining capabilities of the algorithm.* By solving the five test functions, the improved algorithm is proved to have strong solving ability. Taking the fractional-order model of permanent magnet synchronous motor as an example, the identification results show that the improved differential evolution algorithm has better performance in solving accuracy and convergence speed.

Keywords

differential evolution algorithm, fractional-order system, system identification, adaptive adjustment, permanent magnet synchronous motor

Recommended Citation

Yu Wei, Liang Henghui, Luo Ying. An Improved Differential Evolution Algorithm for Fractional Order System Identification[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(5): 1157-1166.

一种改进差分进化算法的分数阶系统辨识研究

余伟¹, 梁恒辉¹, 罗映²

(1. 佛山科学技术学院机电工程与自动化学院, 广东 佛山 528000; 2. 华中科技大学机械科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要: 分数阶模型需要辨识更多的参数, 为了建立高精度的分数阶模型, 提出一种应用于分数阶系统辨识的改进差分进化算法。在变异策略中基向量从最优个体种群中随机选取, 在搜索过程中根据成功变异个体的信息自适应调整缩放因子和交叉概率因子, 提高算法的勘探和开采能力。通过求解5个测试函数, 证明了改进算法具有较强的求解能力。以永磁同步电机的分数阶模型为例, 辨识结果表明: 改进差分进化算法在求解精度和收敛速度上具有更好的性能。

关键词: 差分进化算法; 分数阶系统; 系统辨识; 自适应调整; 永磁同步电机

中图分类号: N945.14, TP391 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X (2021) 05-1157-10
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-0853

An Improved Differential Evolution Algorithm for Fractional Order System Identification

Yu Wei¹, Liang Henghui¹, Luo Ying²

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, Foshan University, Foshan 528000, China;

2. School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to build a high-precision fractional-order model, which needs to identify more parameters, an improved differential evolution algorithm is proposed for the identification of fractional-order systems. In the mutation strategy, the basis vector is randomly selected from the optimal individual population, and the scaling factor and cross-probability factor are adaptively adjusted according to the information of the successfully mutated individual during the search process to improve the exploration and mining capabilities of the algorithm. By solving the five test functions, the improved algorithm is proved to have strong solving ability. Taking the fractional-order model of permanent magnet synchronous motor as an example, the identification results show that the improved differential evolution algorithm has better performance in solving accuracy and convergence speed.

Keywords: differential evolution algorithm; fractional-order system; system identification; adaptive adjustment; permanent magnet synchronous motor

引言

描述自然界现象的数学模型都应该是分数阶的^[1-3]。很多系统由于采用集中参数方式的近似后效果很好, 可以用整数阶系统模型近似描述, 忽略分数阶因素, 故分数阶现象并未引起足够的重视。随着人们对系统性能要求的不断提高, 在一些实际

系统如电气、机械、生物工程系统, 对运行过程中的控制精度有了更高的要求, 若要实现精确控制, 需要建立精细的分数阶模型, 因此分数阶现象是不能被忽略的^[4-5]。

分数阶模型可以描述系统更多的动态特性, 但是分数阶系统引入了额外的自由度, 需要辨识的参数更多, 常采取系统辨识的方法来获得分数阶系

收稿日期: 2020-11-05 修回日期: 2021-01-05

基金项目: 国家自然科学基金(61803086, 61733015, 51975234); 佛山科学技术学院研究生自由探索基金(2019ZYTS44)

第一作者: 余伟(1983-), 男, 博士, 讲师, 研究方向为分数阶系统建模和故障诊断。E-mail: yuwei83@fosu.edu.cn

通讯作者: 罗映(1982-), 男, 博士, 教授, 研究方向为分数阶机电一体化建模与控制。E-mail: luoyinglarry@gmail.com

统。通过不断调整辨识模型的参数，使其适应度值趋于最小，这样系统辨识问题就转化为最优化问题。传统的优化算法应用在分数阶系统辨识如最小二乘法^[6]、Gauss-Newton 算法^[7]和 Marquardt 算法^[8]，对目标函数导数信息和参数初始值要求严格。文献[9]采用 Marquardt 算法对永磁同步电机进行分数阶建模，计算过程复杂且对参数初始值敏感。随着计算机迅速发展，智能优化算法结构简单编程易于实现，且不依赖于目标函数的导数信息和初始值信息，适用于分数阶系统的辨识。智能优化算法如粒子群算法^[10]、差分进化算法^[11-13]、遗传算法^[14]和细菌觅食算法^[15]在分数阶系统辨识的应用，为分数阶系统辨识提供了新的解决思路。差分进化算法实现简单，控制参数少，在解决多维复杂优化问题上性能优越，但是同样也会和其他优化算法一样容易陷入局部最优。为了辨识更准确的分数阶系统，差分进化算法改进方法主要是控制参数的改进和与其他算法融合。文献[12]构造了新的缩放因子并根据种群收敛程度及个体适应度自适应调整变异策略来辨识分数阶系统参数。文献[13]将量子粒子群和差分进化算法融合并且利用多领域局部搜索来辨识分数阶混沌系统参数。

综上所述，已有众多学者改进差分进化算法去辨识系统参数。针对分数阶系统辨识的问题，如何设计高性能且易编程的差分进化算法，具有重要的研究价值。本文提出一种应用于分数阶系统辨识的改进差分进化算法，改进的变异策略从最优个体种群中随机选择一个作为基向量，避免算法陷入局部最优导致早熟收敛。在算法搜索过程中将成功变异种群个体的参数信息进行存档，依据存档信息自适应调节缩放因子和交叉概率因子，增加种群多样性，提高求解精度。用改进的差分进化算法与传统的差分进化算法、文献[12]的算法辨识永磁同步电机的分数阶模型参数，辨识结果验证了改进算法的有效性和优越性。

1 研究问题描述

同整数阶系统一样，分数阶系统可以用分数阶传递函数来描述，在零初始条件下，设定 α_i , β_j 为分数阶系统的阶次， a_i , b_j 为分数阶系统的系数， $i = 0, 1, \dots, n$, $j = 0, 1, \dots, m$ ，分数阶传递函数为：

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (1)$$

假设需要辨识的分数阶系统如式(1)所示，因此分数阶系统的阶次和系数为待辨识的参数。分数阶阶次的引入使系统辨识更加复杂，其参数更加难以估计。为了辨识分数阶系统的参数，使用改进差分进化算法对分数阶系统的参数进行参数辨识。对于参数未知的分数阶系统，将系统参数辨识问题转化成最优化问题，其步骤是根据系统的实际输出和分数阶模型输出之间的差值，选择一个适应度函数来衡量差值的大小，通过对分数阶模型的参数不断修正使其适应度值趋于最小值从而辨识出分数阶模型的参数。假设系统输出数据是周期为 h 的 M 个采样值，选择相应的适应度函数如式(2)所示：

$$f = \sum_{k=1}^M (y(kh) - \hat{y}(kh))^2 \quad (2)$$

式中： y 为实际系统输出数据； \hat{y} 为分数阶模型输出数据。

辨识使用的数据须尽可能多地包含系统动态特性的信息，因此选用伪随机信号作为输入信号。基于改进差分进化算法的分数阶系统辨识原理图如图 1 所示。

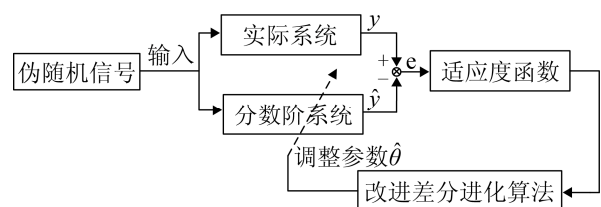


图 1 分数阶系统辨识原理图

Fig. 1 Schematic diagram of identification of fractional order system

2 改进差分进化算法

差分进化算法在面对不同的优化问题时,其控制参数的设置与变异策略的选择是求解优化问题的关键。传统差分进化算法的缩放因子 F 和交叉概率因子 CR 在整个迭代过程中保持固定值,不能随着迭代过程不断变化,从而导致算法易陷入局部最优。针对控制参数如何改进,有学者通过随机设置、个体聚集程度和搜索过程的反馈信息等方式来调整控制参数。本文的改进差分进化算法则借助于搜索过程中的成功变异个体反馈信息来调整控制参数,提高了种群的多样性,增强算法全局搜索能力。

改进差分进化算法在 2 方面进行了改进,一是变异策略;二是引入自适应参数调整方法。下面对改进差分进化算法中的变异策略和自适应参数调整方法进行阐述。

2.1 变异策略

变异策略 DE/best/1 引入最优个体,种群个体不断向最优个体聚集,具有良好的局部搜索能力和收敛速度。为了充分地发挥变异策略快速收敛和局部搜索的特性,提出一种改进变异策略 DE/pbest/1。在改进变异策略中,选择适应度值最优的前 k 个个体组成最优个体种群,而基向量是在最优个体种群中随机选取,目的是避免种群个体只聚集在最优个体而导致算法早熟的问题。因此提出一种新的变异策略 DE/pbest/1,那么变异策略为:

$$v_{i,g} = x_{\text{pbest},g} + F_i \times (x_{r1,g} - x_{r2,g}) \quad (3)$$

式中: $r1, r2 \in \{1, 2, \dots, np\}$ 为随机整数,且互不相等; i 为种群个体的序号; g 为进化的代数; $v_{i,g}$ 为第 g 代第 i 个变异个体; F_i 是第 i 个种群个体的缩放因子; $x_{\text{pbest},g}$ 为在最优个体种群中随机选取,而最优个体种群从当代种群中选取适应度值前 k 个个体。

2.2 自适应参数调整机制

固定的控制参数设置容易导致算法陷入局部最优的问题, JADE 算法^[16]利用成功变异个体的控

制参数来自适应调整当前控制参数,其步骤是记录成功变异个体的控制参数,利用这些控制参数的均值信息调整柯西分布和正态分布的均值,产生符合柯西分布的缩放因子和正态分布的交叉概率因子。文献[17]采用均匀分布的随机数产生缩放因子,由于差异矢量放大中的随机变化,因此有助于在搜索过程中保持种群多样性。由于缩放因子随机产生,种群个体大多聚集最优值附近,不容易陷入停滞,产生的新的个体有很大机会趋向全局最优值。

本算法采取均匀分布产生控制参数,并利用成功变异个体的控制参数的均值信息来调整均匀分布的均值,控制参数的值倾向于生成更可能存活的个体,结合变异策略 DE/pbest/1,有利于平衡全局搜索和局部搜索的能力,快速收敛的同时又避免陷入局部最优,提高了算法的求解精度。控制参数产生的范围变化不能设置太大,否则自适应将无法有效运行。控制参数的产生在一个指定范围变化,种群中每个个体的缩放因子 F_i 和交叉概率因子 CR_i 产生公式为:

$$\begin{aligned} CR_i &= \mu_{CR} + t \times \text{rand}(-1, 1) \\ F_i &= \mu_F + t \times \text{rand}(-1, 1) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: 缩放因子 F_i 和交叉概率因子 CR_i 的取值范围介于 0~1 之间。平均缩放因子 μ_F 和平均交叉概率因子 μ_{CR} 为均匀分布的均值, t 是均匀分布的标准偏差, $\text{rand}(-1, 1)$ 是服从均匀分布的介于 -1~1 随机数。

平均缩放因子 μ_F 和平均交叉概率因子 μ_{CR} 在每一代结束时更新,更新公式为:

$$\begin{aligned} \mu_{CR} &= (1-c) \times \mu_{CR} + c \times \text{mean}_A(S_{CR}) \\ \mu_F &= (1-c) \times \mu_F + c \times \text{mean}_L(S_F) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: S_F 和 S_{CR} 分别为当代成功变异个体的缩放因子和交叉概率因子的集合; c 为介于 0~1 之间的常数; $\text{mean}_A(\cdot)$ 为算术平均值; $\text{mean}_L(\cdot)$ 为 Lehmer 平均值,而 Lehmer 平均值公式为:

$$\text{mean}_L(S_F) = \frac{\sum_{F_i \in S_F} F_i^2}{\sum_{F_i \in S_F} F_i} \quad (6)$$

2.3 算法描述

改进差分进化算法的工作流程如图2所示,可以直观地看到改进差分进化算法的工作流程,描述了种群中父代个体经过变异、交叉和选择操作后产生新一代种群的过程。

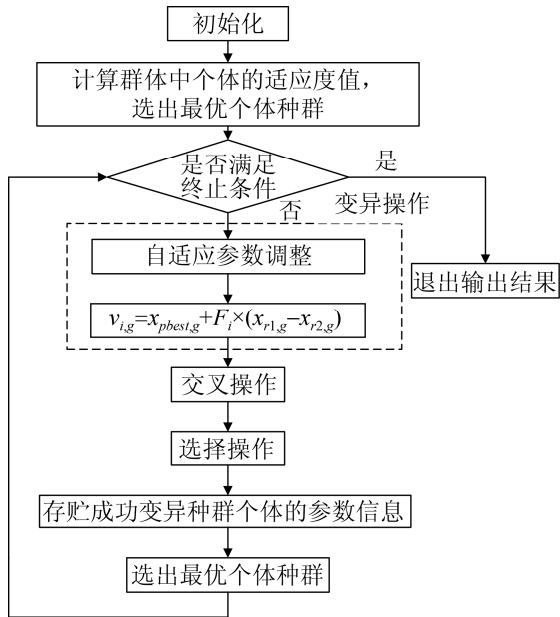


图2 改进差分进化算法的工作流程

Fig. 2 Workflow of improved differential evolution algorithm

下面对改进差分进化算法在求解优化问题的流程进行阐述:

step 1: 初始化: 设置种群规模 np , 平均缩放因子 μ_F 和平均交叉概率因子 μ_{CR} , 最优个体种群个数 k , 进化代数 $g=0$, 最大进化代数 G , 并初始化种群 $P = (x_{1,0}, x_{2,0}, \dots, x_{np,0})$, 其中 $x_{i,g}$ 表示第 g 代种群的第 i 个个体。

step 2: 根据如下操作进行种群进化阶段: $S_F = \phi$, $S_{CR} = \phi$, 计算种群中所有个体的适应度值, 按适应度值从小到大, 将适应度值前 k 个种群个体组成最优个体种群。

step 3: 对当前种群的每个个体 $x_{i,g}$ 进行如下操作:

(1) 根据公式(4)计算种群个体的缩放因子 F_i 和交叉概率因子 CR_i 。

(2) 根据变异策略公式(3)生成变异个体 $v_{i,g}$ 。

(3) 根据公式(7)进行交叉操作生成实验个体 $u_{i,g}$, 其中 $\text{rand}(0,1)$ 是服从均匀分布的介于 0~1 随机数。

$$u_{i,g}(j) = \begin{cases} v_{i,g}(j), & \text{rand}(0,1) \leq CR_i \\ x_{i,g}(j), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

(4) 将实验个体 $u_{i,g}$ 和父代个体 $x_{i,g}$ 按照公式(8)进行择优选择, 适应度更好的个体将被保留到下一代种群。如果实验个体 $u_{i,g}$ 适应度更好, 将实验个体的缩放因子 F_i 和交叉概率因子 CR_i 分别存储在 S_F 和 S_{CR} 集合中。

$$x_{i,g+1} = \begin{cases} u_{i,g}, & f(u_{i,g}) < f(x_{i,g}) \\ x_{i,g}, & f(u_{i,g}) \geq f(x_{i,g}) \end{cases} \quad (8)$$

(5) $i=i+1$, 若 $i \leq np$, 则转至 step 3 的步骤(1)。

step 4: 根据公式(5)~(6)更新平均缩放因子 μ_F 和平均交叉概率因子 μ_{CR} 。

step 5: $g=g+1$, 如果 $g \leq G$, 则转至 step 2, 否则得出最优解后退出。

具体的改进差分进化算法的伪代码为:

1. Initialize the population and related parameters;
2. Evaluate the fitness value of each individual;
3. While $g \leq G$ do;
4. $S_F = \phi, S_{CR} = \phi$;
5. Select the optimal individual population according to the fitness value;
6. for $i=1:np$ do;
7. Calculate the control parameters F_i and CR_i of population individuals according to Eq. (4);
8. Perform mutation operation according to Eq. (3) and cross operation according to Eq. (7);
9. Select the better individuals according to Eq. (8) and store the control parameters F_i and CR_i of successful mutant individuals to S_F 和 S_{CR} ;
10. end for;
11. Update the parameters μ_F and μ_{CR} using Eq.

(5) and Eq. (6);

12. end while.

3 实验仿真及分析

3.1 算法性能测试

本次实验使用改进差分进化算法、标准差分进化算法和文献[12]中的 MDE 算法对 5 个常用测试函数进行求解, 其中 Schaffer 函数是二维的多峰函数, Griewank 函数、Rastrigin 函数、Schwefel 函数和 Ackley 函数是 30 维多峰函数, 都具有多个极小值点。其中 f_1 范围 $[-10,10]$, f_2 范围是 $[-100,100]$, f_3 范围是 $[-5,5]$, f_4 范围是 $[-500,500]$, f_5 范围是 $[-32,32]$, 这些函数的最优解都是零点。5 个测试函数的具体表达式如式(9)~(13)所示:

f_1 : Schaffer 函数

$$f_1(x_1, x_2) = 0.5 + \frac{(\sin \sqrt{x_1^2 + x_2^2})^2 - 0.5}{(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2} \quad (9)$$

f_2 : Griewank 函数

$$f_2(x_i) = \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^N \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad (10)$$

f_3 : Rastrigin 函数

$$f_3(x_i) = \sum_{i=1}^N [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10] \quad (11)$$

f_4 : Schwefel 函数

$$f_4(x_i) = 418.9829N - \sum_{i=1}^N (x_i \sin(\sqrt{|x_i|})) \quad (12)$$

f_5 : Ackley 函数

$$f_5(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos(cx_i)\right) + 20 + \exp(1) \quad (13)$$

3 种算法均采用 $F=0.5$, $CR=0.5$, 迭代次数为 3 000, 5 个测试函数分别独立运行 30 次。通过平均值、最优值和最差值来评判算法的求解精度, 其中平均值是独立运行 30 次结果的平均, 最优值和最差值是 30 次结果和最优解的误差的最小值和最

大值。表 1 给出 3 种算法之间性能比较的结果。

从表 1 可以看出, 本文提出的改进差分进化算法对 5 个测试函数进行求解, 最终结果无论是最优值还是平均值, 在求解精度上都优于另外 2 种算法, 其中在前 3 个测试函数都寻到全局最优解, 说明改进差分进化算法具有较强的求解能力和适用性。

表 1 不同函数算法性能对比

Tab. 1 Comparison of algorithm performance of different functions

函数	算法	平均值	最优值	最差值
f_1	改进 DE	1.30×10^{-3}	0.00	9.72×10^{-3}
	标准 DE	8.42×10^{-2}	0.00	9.72×10^{-3}
	MDE	3.24×10^{-3}	0.00	9.72×10^{-3}
f_2	改进 DE	2.80×10^{-3}	0.00	9.47×10^{-3}
	标准 DE	6.28×10^{-2}	1.98×10^{-14}	1.33×10^{-1}
	MDE	7.72×10^{-3}	2.22×10^{-16}	1.97×10^{-2}
f_3	改进 DE	1.18×10^{-16}	0.00	1.16×10^{-15}
	标准 DE	6.67×10^1	4.18×10^1	9.15×10^1
	MDE	5.97×10^1	4.41×10^1	7.62×10^1
f_4	改进 DE	3.82×10^{-4}	3.82×10^{-4}	3.82×10^{-4}
	标准 DE	5.02×10^3	5.59×10^3	4.36×10^3
	MDE	2.89×10^2	2.62×10^{-2}	2.65×10^3
f_5	改进 DE	4.92×10^{-15}	4.44×10^{-15}	7.99×10^{-15}
	标准 DE	8.36×10^{-1}	7.99×10^{-15}	3.46×10^0
	MDE	1.32×10^{-14}	7.99×10^{-15}	2.22×10^{-14}

3.2 永磁同步电机分数阶模型辨识

建立电机的分数阶数学模型能更精确地描述电机的本质, 作者已发表文献[9]和[18]从实验角度进行了验证。为了验证本文提出的改进差分进化算法, 在分数阶系统辨识的收敛速度和求解精度, 采用文献[9, 18]中的永磁同步电机分数阶模型, 用改进差分进化算法对分数阶模型的阶次和系数进行参数辨识, 永磁同步电动机分数阶数学模型结构如式(14)所示:

$$G(s) = \frac{a}{s^\alpha + bs^\beta + c} \quad (14)$$

式中: 需要辨识的参数是 $\theta = [a \ b \ c \ \alpha \ \beta]$ 。

经过永磁同步电动机时域辨识实验后辨识出的永磁同步电机分数阶模型结果为:

$$G(s) = \frac{256874}{s^{1.75} + 222s^{0.92} + 37665} \quad (15)$$

选取公式(15)的分数阶模型结果作为辨识对象,将伪随机信号作为辨识对象的输入数据。设计伪随机信号的时钟周期为0.001 s,序列长度为127。其中设置永磁同步电机分数阶模型的未知参数为 $\theta=[256874 \ 222 \ 37665 \ 1.75 \ 0.92]$,仿真中分数阶算子的近似采用 Oustaloup 递推滤波器,逼近频段为 $(10^{-3}, 10^{-4})$,滤波器为11个。把本文提出的改进差分进化算法与标准的差分进化算法、MDE算法进行分数阶模型的参数辨识。为了避免参数对算法比较结果的影响,3种算法均采用种群规模为60,交叉概率因子CR为0.9,缩放因子F为0.5,迭代次数为40次,未知参数的搜索范围如表2所示,标准差分进化算法选取的是“DE/best/1”的变异策略。避免算法初始值和运行过程中随机因素对算法结果的影响,3种算法采用同样的初始值,且均独立运行15次。

3.3 实验结果及分析

实验中采用2个指标来衡量各算法性能:①适

应度值:实际模型输出和辨识模型输出之间的误差平方和,适应度值越小则表示辨识模型输出越接近实际系统输出;②参数相对误差值:辨识参数值和实际参数值之间的误差绝对值除以实际参数值,参数相对误差值越小则表示辨识模型参数越接近实际系统参数。

表3为3种算法独立实验15次的统计结果,最优值和最差值分别是15次结果的适应度值的最小值和最大值,平均值是15次结果的参数平均值对应的适应度值。由表3得知,改进差分进化算法在适应度值和5个参数值上,最优值、平均值和最差值都是最优的,表明改进差分进化算法在求解精度较另外2种算法更优。

表 2 参数搜索范围
Tab. 2 Parameter search range

参数	搜索范围
<i>a</i>	[100 000, 600 000]
<i>b</i>	[0, 600]
<i>c</i>	[10 000, 60 000]
α	[1.5, 2.2]
β	[0.5, 1.2]

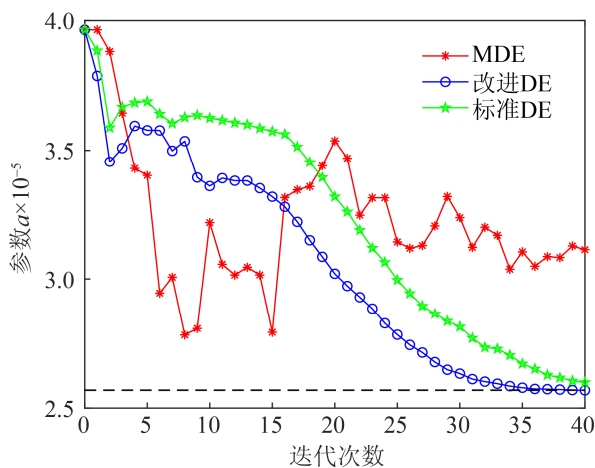
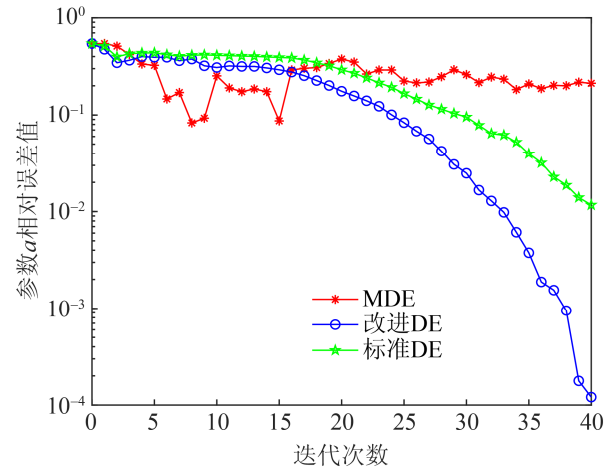
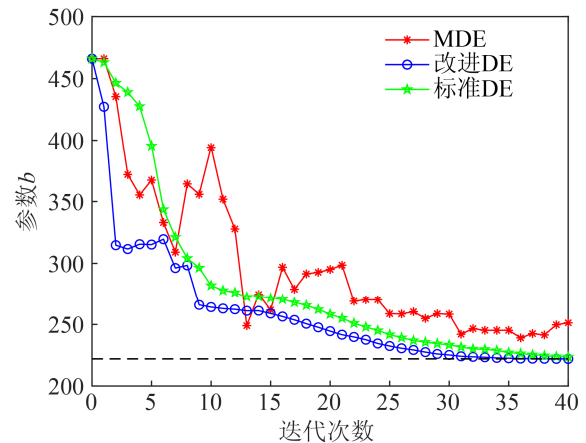
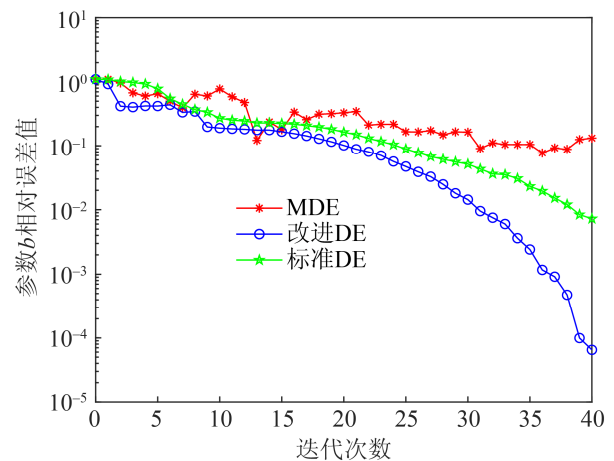
表 3 辨识参数结果比较

Tab. 3 Comparison of the results of identification parameters

算法	<i>a</i> (256 874)	<i>a</i> 的相对 误差值	<i>b</i> (222)	<i>b</i> 的相对 误差值	<i>c</i> (37 665)	<i>c</i> 的相对 误差值	α (1.75)	α 的相对 误差值	β (0.92)	β 的相对 误差值	适应度值	
最优值	MDE	288 302.17	1.22×10^{-1}	237.06	6.78×10^{-2}	42 545.90	1.30×10^{-1}	1.76	8.08×10^{-3}	0.93	1.16×10^{-2}	3.50×10^{-2}
	标准 DE	256 929.37	2.16×10^{-4}	222.02	1.06×10^{-4}	37 673.61	2.29×10^{-4}	1.75	1.52×10^{-5}	0.92	2.62×10^{-5}	4.00×10^{-7}
	改进 DE	256 872.65	5.26×10^{-6}	222.00	4.17×10^{-6}	37 664.80	5.22×10^{-6}	1.75	4.30×10^{-7}	0.92	3.59×10^{-7}	1.28×10^{-10}
平均值	MDE	311 377.11	2.12×10^{-1}	251.30	1.32×10^{-1}	45 875.98	2.18×10^{-1}	1.77	1.35×10^{-2}	0.94	1.73×10^{-2}	4.66×10^{-2}
	标准 DE	259 877.68	1.17×10^{-2}	223.61	7.26×10^{-3}	38 118.25	1.20×10^{-2}	1.75	8.16×10^{-4}	0.92	1.13×10^{-3}	6.10×10^{-5}
	改进 DE	256 842.99	1.21×10^{-4}	221.99	6.50×10^{-5}	37 660.40	1.22×10^{-4}	1.75	7.87×10^{-6}	0.92	1.41×10^{-5}	1.75×10^{-8}
最差值	MDE	320 227.00	2.47×10^{-1}	263.09	1.85×10^{-1}	47 121.75	2.51×10^{-1}	1.78	1.76×10^{-2}	0.93	1.53×10^{-2}	9.59×10^{-2}
	标准 DE	271 452.35	5.68×10^{-2}	229.05	3.17×10^{-2}	39 868.07	5.85×10^{-2}	1.76	3.87×10^{-3}	0.93	6.02×10^{-3}	9.54×10^{-4}
	改进 DE	256 126.83	2.91×10^{-3}	221.63	1.66×10^{-3}	37 551.92	3.00×10^{-3}	1.75	1.99×10^{-4}	0.92	3.14×10^{-4}	3.95×10^{-6}

图 3~13 给出了 3 种算法辨识得到的参数、参数相对误差值以及适应度值运行 15 次的平均变化曲线图。通过参数和参数相对误差值平均变化曲线图可以看出, 相比另外 2 种算法, 改进差分进化算法的参数相对误差值平均变化曲线下落得更快即参数收敛速度更快, 说明以更快速度向参数理论值收敛。如图 13 所示, 3 种算法都没有陷入局部最优, 其中改进差分进化算法以更快速度向最优解收敛。图 3~13 可以看出, 改进差分进化算法在早期的收敛速度与标准差分进化算法接近, 但是在迭代的后期, 改进差分进化算法的收敛速度和求解精度要优于标准差分进化算法和 MDE 算法, 表明本文提出的改进差分进化算法可加快收敛速度且提高求解精度, 验证了其合理性和有效性。

为了比较辨识模型和实际模型的相近程度, 改进差分进化算法运行了 15 次得到的参数取平均, 将其代入到永磁同步电动机分数阶模型得到一组辨识模型, 将实际模型和辨识模型进行伪随机信号激励, 图 14 是实际模型和辨识模型的伪随机输出响应曲线。实际模型与辨识模型的伪随机输出响应曲线高度拟合, 达到了较高的辨识精度。改进差分进化算法迭代 40 次并且能够快速精确地辨识出分数阶系统的参数, 即本文所提算法能够有效地应用于分数阶系统辨识问题。

图 3 参数 a 平均变化曲线图Fig. 3 Average change curves of parameter a 图 4 参数 a 相对误差值平均变化曲线图Fig. 4 Average change curves of relative error value of parameter a 图 5 参数 b 平均变化曲线图Fig. 5 Average change curves of parameter b 图 6 参数 b 相对误差值平均变化曲线图Fig. 6 Average change curves of relative error value of parameter b

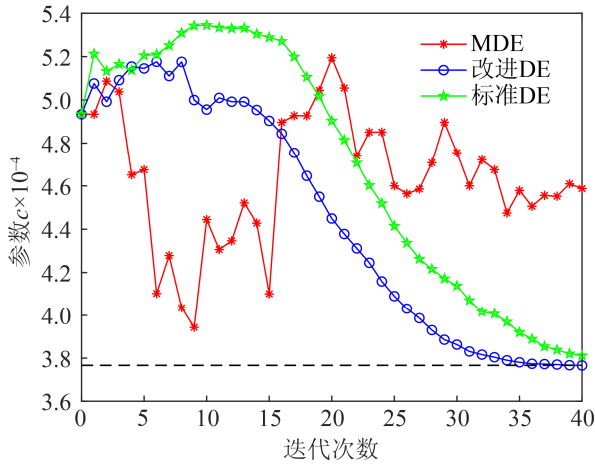


图7 参数 c 平均变化曲线图

Fig. 7 Average change curves of parameter c

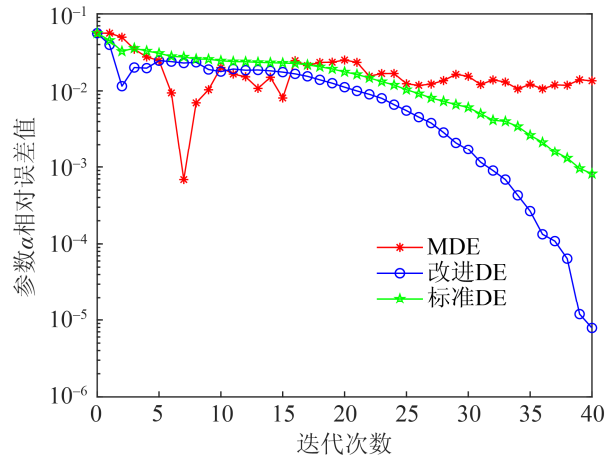


图10 参数 α 相对误差值平均变化曲线图

Fig. 10 Average change curves of relative error value of parameter α

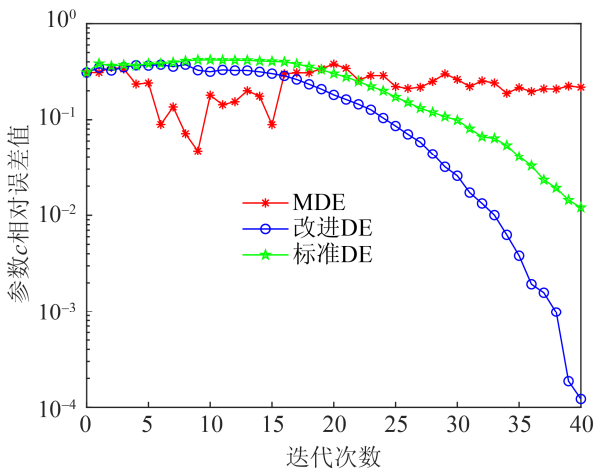


图8 参数 c 相对误差值平均变化曲线图

Fig. 8 Average change curves of relative error value of parameter c

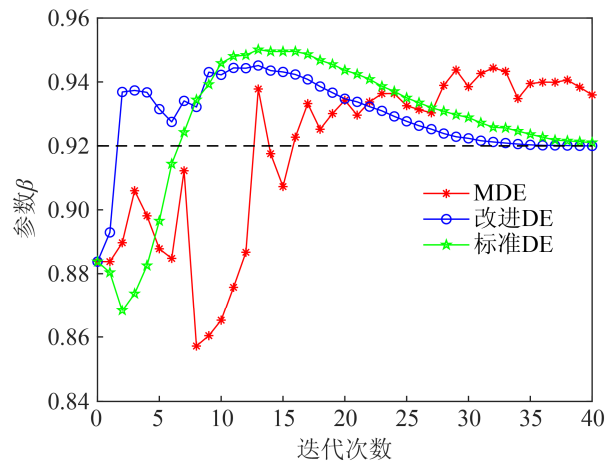


图11 参数 β 平均变化曲线图

Fig. 11 Average changes curve of parameter β

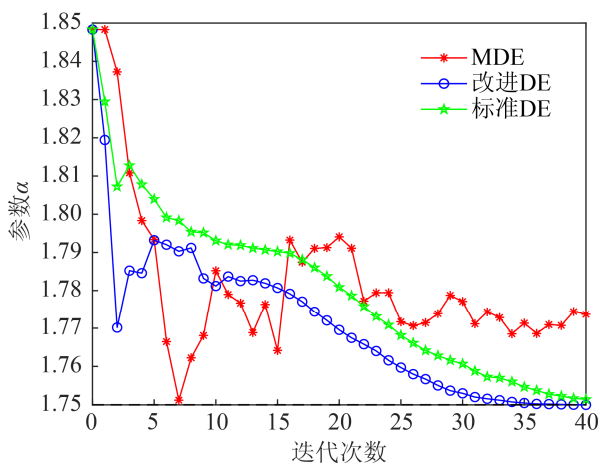


图9 参数 α 平均变化曲线图

Fig. 9 Average change curves of parameter α

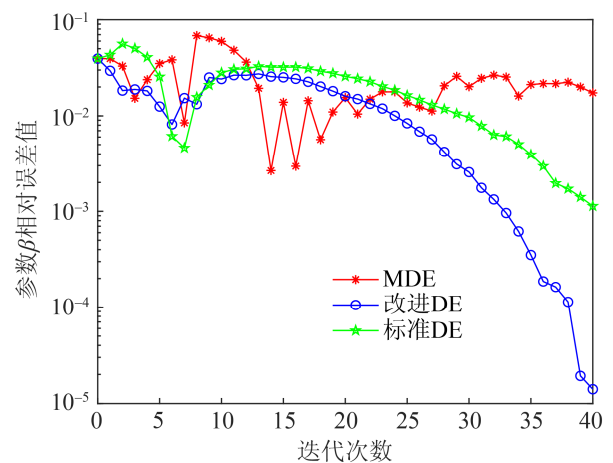


图12 参数 β 相对误差值平均变化曲线图

Fig. 12 Average change curves of relative error value of parameter β

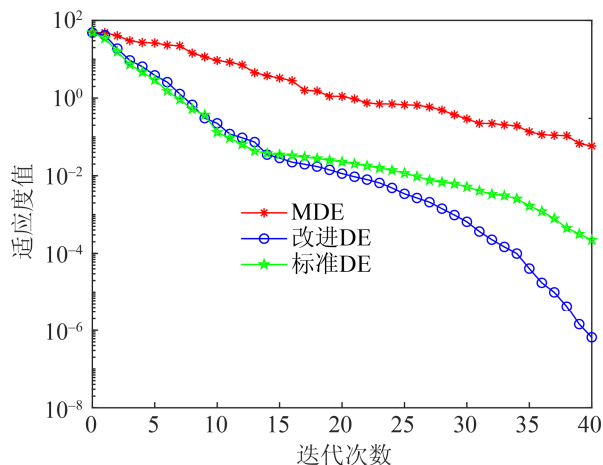


图 13 适应度值平均变化曲线图

Fig. 13 Average change curves of fitness value

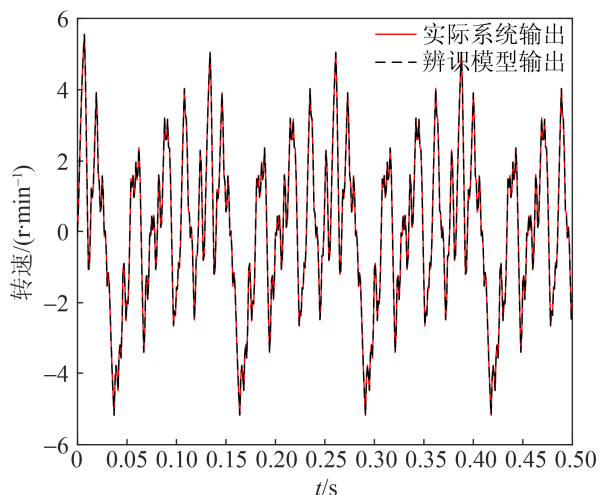


图 14 实际系统和辨识模型的伪随机输出响应曲线图

Fig. 14 Response curves of pseudo-random output of actual system and identification model

4 结论

本文提出了一种应用于分数阶系统辨识的改进差分进化算法。变异策略中基向量从最优个体种群中选取, 并根据成功变异个体的信息自适应调整控制参数, 快速收敛的同时增强了算法的求解精度。采用 5 个常用多维测试函数进行验证, 说明改进差分进化算法有较强的求解能力。用改进差分进化算法辨识永磁同步电机的分数阶模型参数, 并与标准差分进化算法、MDE 算法辨识结果比较。仿真结果表明, 改进差分进化算法的收敛速度和求解精度优于另外 2 种算法。

参考文献:

- [1] 许光映, 王晋宝, 韩志. 基于分数阶热传导方程激光加热瞬态温度场研究[J]. 应用数学和力学, 2015, 36(8): 844-854.
Xu Guangying, Wang Jinbao, Han Zhi. Study on the Transient Temperature Field Based on the Fractional Heat Conduction Equation for Laser Heating[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2015, 36(8): 844-854.
- [2] Rossikhin Y A, Shitikova M V, Krusser A I, et al. To the Question on the Correctness of Fractional Derivative Models in Dynamic Problems of Viscoelastic Bodies[J]. Mechanics Research Communications (S0093-6413), 2016, 77: 44-49.
- [3] Aghababa M P, Haghighi A R, Roohi M. Stabilisation of Unknown Fractional-order Chaotic Systems: an Adaptive Switching Control Strategy with Application to Power Systems[J]. IET Generation Transmission & Distribution (S1751-8687), 2015, 9(14): 1883-1893.
- [4] 郑伟佳, 王孝洪, 皮佑国. 基于输出误差的永磁同步电机分数阶建模[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2015, 43(9): 8-13.
Zheng Weijia, Wang Xiaohong, Pi Youguo. Fractional-order Modeling of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Output-error Algorithm[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science), 2015, 43(9): 8-13.
- [5] Sharma M, Rajpurohit B S, Agnihotri S, et al. Development of Fractional Order Modelling of Voltage Source Converters[J]. IEEE Access (S2169-3536), 2020, 8: 131750-131759.
- [6] 王振滨, 曹广益, 朱新坚. 一类分数阶系统的辨识算法[J]. Journal of Southeast University (English), 2004(3): 297-302.
Wang Zhenbin, Cao Guangyi, Zhu Xinjian. Identification Algorithm for a Kind of Fractional Order System[J]. Journal of Southeast University (English), 2004(3): 297-302.
- [7] 李旺, 张国庆, 王永. 分数阶系统频域辨识算法[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(8): 1118-1122.
Li Wang, Zhang Guoqing, Wang Yong. Frequency Domain Identification of Fractional -Order Systems[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(8): 1118-1122.
- [8] Zheng W, Luo Y, Chen Y, et al. Fractional-order Modeling of Permanent Magnet Synchronous Motor Speed Servo System[J]. Journal of Vibration and Control (S1077-5463), 2016, 22(9): 2255-2280.
- [9] 余伟, 皮佑国, 王钦若. 永磁同步电动机的分数阶时域

- 和频域建模[J]. 控制与决策, 2015, 30(9): 1546-1550.
- Yu Wei, Pi Youguo, Wang Qinruo. Fractional-order Modeling for Permanent Magnet Synchronous Motor in Time and Frequency Domain[J]. Control and Decision, 2015, 30(9): 1546-1550.
- [10] 刘璐, 单梁, 蒋超, 等. 基于改进粒子群算法的分数阶系统参数辨识[J]. Journal of Southeast University (English), 2018, 34(1): 6-14.
- Liu Lu, Shan Liang, Jiang Chao, et al. Parameter Identification of the Fractional-order Systems based on a Modified PSO Algorithm[J]. Journal of Southeast University (English), 2018, 34(1): 6-14.
- [11] Li L, Yuan D J, Zhong S C, et al. Sequential Parameter Identification of Fractional-order Duffing System based on Differential Evolution Algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering (S1024-123X), 2017, 2017(14): 1-13.
- [12] Huang L, Zhou X. Identification of Fractional-order System based on Modified Differential Evolution[C]. Chinese Control & Decision Conference. Guiyang: IEEE, 2013: 1856-1661.
- [13] 董泽, 马宁. 差分量子粒子群算法的分数阶混沌系统参数估计[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(8): 1664-1673.
- Dong Ze, Ma Ning. Differential Evolution Quantum Particle Swarm Optimization for Parameter Estimation of Fractional-order Chaotic System[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(8): 1664-1673.
- [14] Zhou S, Cao J, Chen Y. Genetic Algorithm-based Identification of Fractional-order Systems[J]. Entropy (S1099-4300), 2013, 15(5): 1624-1642.
- [15] Liu L, Shan L, Dai Y, et al. A Modified Quantum Bacterial Foraging Algorithm for Parameters Identification of Fractional-order System[J]. IEEE Access (S2169-3536), 2018, 6: 6610-6619.
- [16] Zhang J Q, Arthur C. Sanderson. JADE: Adaptive Differential Evolution with Optional External Archive[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation (S1089-778X), 2009, 13(5): 945-958.
- [17] Das S, Konar A, Chakraborty U K. Two Improved Differential Evolution Schemes for Faster Global Search[C]// Genetic and Evolutionary Computation Conference. Washington DC: ACM, 2005.
- [18] Yu W, Luo Y, Chen Y, et al. Frequency Domain Modelling and Control of Fractional-order System for Permanent Magnet Synchronous Motor Velocity Servo System[J]. IET Control Theory and Applications (S1751-8644), 2016, 10(2): 136-143.