

4-14-2021

## Mesh Solid Construction Algorithm of Spiral Bevel Gear Based on Virtual Collision Body

Cheng'en Li

*College of Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China;*

Xiangjun Zou

*College of Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China;*

Zeqin Zeng

*College of Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China;*

Jianhua He

*College of Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China;*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Mesh Solid Construction Algorithm of Spiral Bevel Gear Based on Virtual Collision Body

## Abstract

**Abstract:** In order to improve the production automation, intelligence level and production efficiency of the tractor rear axle, the spiral bevel gear mesh entity based on the virtual collision body is constructed to carry out the human-machine interaction virtual simulation experiment of the tractor rear axle. *The spiral bevel gear made by Gleason as is taken an example, the processing technology of arc spur gear is analyzed, the kinematics is used to establish a mathematical model of the spiral bevel gear forming process. The differential and interpolation methods are used to fit the gear curve and surface, the contour point set of the spiral bevel gear is solved,* the mesh entity and collision body of the spiral bevel gear are constructed, and the contour accuracy of the mesh entity is verified by the curvature test. The results show that the algorithm can accurately fit the contour of Gleason spiral bevel gears.

## Keywords

unity3D, gleason spiral bevel gear, virtual collision body, virtual assembly

## Authors

Cheng'en Li, Xiangjun Zou, Zeqin Zeng, Jianhua He, Li Hui, and Zhaofeng Huang

## Recommended Citation

Li Cheng'en, Zou Xiangjun, Zeng Zeqin, He Jianhua, Li Hui, Huang Zhaofeng. Mesh Solid Construction Algorithm of Spiral Bevel Gear Based on Virtual Collision Body[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(4): 837-844.

# 基于虚拟碰撞体的弧齿锥齿轮网格实体构建算法

李承恩, 邹湘军\*, 曾泽钦, 何建华, 李慧, 黄钊丰

(华南农业大学 工程学院, 广东 广州 510642)

**摘要:** 为提升拖拉机后桥生产自动化、智能化水平和生产效率, 构建了基于虚拟碰撞体的弧齿锥齿轮网格实体进行拖拉机后桥人机交互虚拟仿真试验。结合格里森制弧齿锥齿轮加工过程, 分析圆弧直齿轮的加工工艺, 运用运动学建立弧齿锥齿轮成型工艺的数学模型; 运用微分法和插值法对齿轮曲线和曲面进行拟合, 求解出弧齿锥齿轮轮廓点集, 构建弧齿锥齿轮的网格实体和碰撞体, 并使用曲率检验对网格实体的轮廓精度进行验证。结果表明: 该算法能准确地拟合格里森制弧齿锥齿轮的轮廓。

**关键词:** Unity3D; 格里森制弧齿锥齿轮; 虚拟碰撞体; 虚拟装配

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1004-731X (2021) 04-0837-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.19-0656

## Mesh Solid Construction Algorithm of Spiral Bevel Gear Based on Virtual Collision Body

Li Cheng'en, Zou Xiangjun, Zeng Zeqin, He Jianhua, Li Hui, Huang Zhaofeng

(College of Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China)

**Abstract:** In order to improve the production automation, intelligence level and production efficiency of the tractor rear axle, the spiral bevel gear mesh entity based on the virtual collision body is constructed to carry out the human-machine interaction virtual simulation experiment of the tractor rear axle. The spiral bevel gear made by Gleason as is taken an example, the processing technology of arc spur gear is analyzed, the kinematics is used to establish a mathematical model of the spiral bevel gear forming process. The differential and interpolation methods are used to fit the gear curve and surface, the contour point set of the spiral bevel gear is solved, the mesh entity and collision body of the spiral bevel gear are constructed, and the contour accuracy of the mesh entity is verified by the curvature test. The results show that the algorithm can accurately fit the contour of Gleason spiral bevel gears.

**Keywords:** unity3D; gleason spiral bevel gear; virtual collision body; virtual assembly

## 引言

弧齿锥齿轮是拖拉机后桥的重要零件, 其设计生产工艺复杂。为了使拖拉机后桥的生产和设计更自动化, 提升生产效率<sup>[1]</sup>, 建立弧齿锥齿轮及后桥的仿真模型, 进行反复仿真试验<sup>[2]</sup>, 获取弧齿锥齿轮的试验数据及最优设计参数是其中重要的环节。

研究弧齿锥齿轮的设计参数, 建立其 Unity3D 平台下的网格实体, 通过传动试验和装配试验, 反复修改设计参数, 获得最优设计方案, 极大地提升拖拉机后桥零部件的设计和生产效率。

虚拟现实技术成为复杂场景下机构智能行为仿真与虚拟装配的先进技术, 包括收获机械的虚拟仿真<sup>[3]</sup>、基于视觉的虚拟仿真智能行为<sup>[4]</sup>、基于四

收稿日期: 2019-12-17 修回日期: 2020-02-16

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFD0700100)

第一作者: 李承恩(1996-), 男, 硕士, 研究方向为虚拟现实。E-mail: 976849268@qq.com

通讯作者: 邹湘军(1957-), 女, 博士, 教授, 研究方向为农业机器人与机器视觉、虚拟现实与仿真。E-mail: xjzou1@163.com

目视觉的曲面变形三维点云重构与建模<sup>[5]</sup>和零件的虚拟装配等。

后桥虚拟装配过程中零件与零件之间的相互作用是拖拉机虚拟装配的关键<sup>[6]</sup>。弧齿锥齿轮是拖拉机变速箱后桥的重要传动零件,但 Unity3D 对复杂模型,特别是具有凹面的零件模型比如弧齿锥齿轮的凹齿面没有自动添加网格和碰撞体的功能。因此,研究拖拉机后桥虚拟装配必须构建其准确的实体网格和虚拟碰撞体<sup>[7]</sup>。

基于 SolidWorks, Unigraphics NX, CATIA 等平台搭建的弧齿锥齿轮三维模型已经具备模拟功能。朱忠祥等在研究的收获机底盘零件装配关键技术的基础上<sup>[8]</sup>,利用 CAD 及 EON 二次开发等技术完成了对农机底盘变速箱的虚拟装配仿真<sup>[9]</sup>;刘继峰<sup>[10]</sup>利用 CATIA 二次开发和 ADAMS 对后桥差速器弧齿锥齿轮进行了仿真,并分析了其碰撞属性;魏巍等<sup>[11]</sup>在虚拟装配中定义了公差约束的碰撞检测,大大提升了零件装配精度;熊杨寿<sup>[12]</sup>利用 Ansys 接触算法完成了弧齿锥齿轮的承载分析和齿廓修行,提升了弧齿锥齿轮的接触强度;纪振海等<sup>[13]</sup>利用 OpenGL 图形内核,提出了一种与圆弧锥齿轮加工方法无关的参数化建模方法;宗亚东等<sup>[14]</sup>基于 Pro/E 平台实现了弧齿锥齿轮自动参数建模和三维模型干涉分析;张志贤等<sup>[15]</sup>在虚拟装配中用约束准则表表达零件装配关系。但以上平台构建的三维模型在 Unity3D 平台上不具备物理实体效果。

基于上述问题,本文提出一种基于 Unity3D 平台的弧齿锥齿轮网格实体和碰撞体的算法。在 Unity3D 平台上构建弧齿锥齿轮等拖拉机后桥传动零件的仿真模型,并用其与 SolidWorks 精准建模的相同参数的格里森制弧齿锥齿轮三维模型,验证了该算法构建的弧齿锥齿轮网格实体能准确地在 Unity3D 进行仿真,为其他农机后桥相关仿真提供参考。

## 1 弧齿锥齿轮网格实体构建方法

为给弧齿锥齿轮副赋予可碰撞行为、可啮合的

真实感物理效果、获取零件工况及装配数据等信息,参考弧齿锥齿轮的加工工艺定义齿形的曲线和曲面方程<sup>[16]</sup>,从而划分网格精度,用微分法求解出弧齿锥齿轮轮廓点集;最后获取弧齿锥齿轮的实体网格和虚拟碰撞体。

求解弧齿锥齿轮实体网格构建算法,获得其完整的网格实体,需要使用微分法划分弧齿齿廓为有限个网格单元体,单元体示意图如图 1 所示。当划分次数足够大的时候,该网格单元体集合可以拟合弧齿的弧线网格实体。

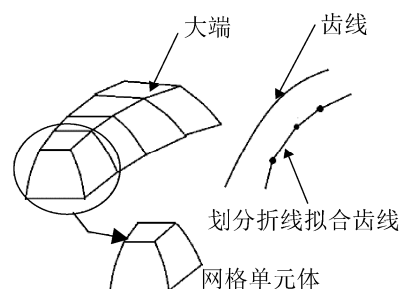


图 1 齿廓划分的网格单元体  
Fig. 1 Mesh unit of tooth profile Division

构建算法如图 2 所示,构建算法分为 2 个部分:齿线求解和齿廓点集计算。

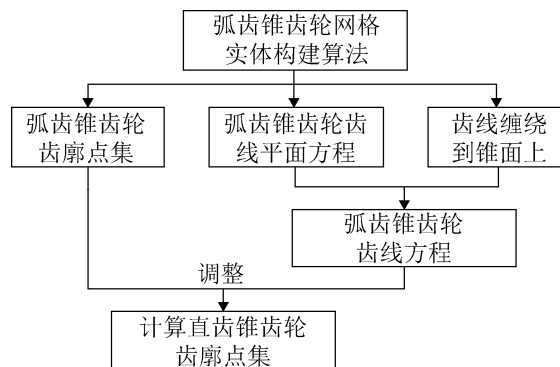


图 2 实体网格构建算法的组成  
Fig. 2 Component of solid grid construction algorithm

### 1.1 齿线求解

齿线求解部分对加工运动进行运动分解,获得 3 个独立的方程:齿坯的绝对运动方程、刀具的绝对运动方程以及所有齿线方程缠绕到基锥面上。

为确定齿坯和刀具的绝对运动方程,首先分析齿坯和刀盘的运动特征:刀具以一定的角度固定在

机床摇台上绕自身轴线旋转切削; 齿坯为圆锥台, 绕自身轴线转动。

加工过程等价于一对相互耦合的弧齿锥齿轮互相啮合的运动<sup>[17]</sup>, 假想的耦合弧齿锥齿轮副、刀盘与齿坯的关系如图 3 所示, 刀盘旋转切割运动轨迹等价于与齿轮坯啮合的弧齿锥齿轮齿形, 可由刀刃组成齿形在切割运动中逐渐切割出齿槽。同时, 齿轮坯通过夹具固定在机床的加工平面上, 刀盘切割的同时按照一定的角速度匀速旋转, 从而切割出完整齿廓。

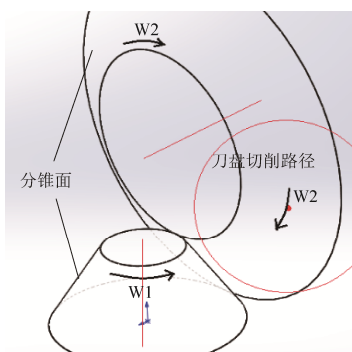


图 3 假想耦合齿轮副、刀盘与齿坯的空间关系

Fig. 3 Spatial relationship between imaginary coupling gear pair and cutter head blank

分析可得零件加工过程的绝对运动方程、刀盘加工过程的运动方程及其相互关系的平面运动方程。由于齿坯被加工面为锥面, 需要把平面方程缠绕到锥面上最终求解出齿线方程, 以确定每一个网格单元体之间的相对位置。

图 3 所示的分锥面即每一个齿的所有齿形截面上, 分度圆齿厚对应的圆弧与齿线的交点组成的点集所构成的锥面。

## 1.2 计算齿廓点集

把每一个网格单元体按照齿线确定的相对位置排列到齿线上。按照微分思想, 把齿线分割成有限个折线, 每一次分割产生一个网格单元体。当分割次数足够大时, 折线可近似地认为是圆弧齿线, 由网格单元体集合组成齿廓点集。

将以上步骤反向求解, 得到弧齿锥齿轮实体网格构建算法: 首先计算直齿锥齿轮齿廓, 划分成有

限个网格单元体; 然后求解弧齿锥齿轮齿线方程; 最后通过对网格单元体进行旋转平移, 使每个网格单元体的位置贴合弧齿锥齿轮的齿线。实体网格构建算法流程如图 4 所示。

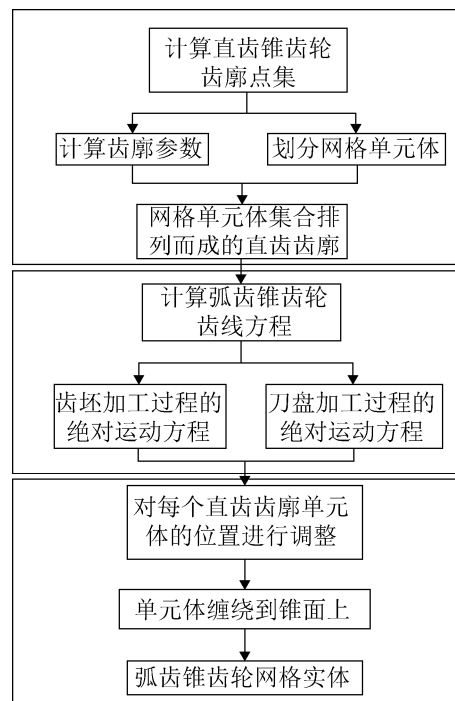


图 4 实体网格构建算法流程

Fig. 4 Algorithm flow of solid mesh construction

## 2 计算直齿锥齿轮齿廓点集

直齿锥齿轮齿线与扇形半径所在的直线重合。用微分法按照网格单元体距离锥顶距离的大小进行划分, 从齿轮小端网格单元体开始沿齿线排列。

因直齿锥齿轮的齿形与弧齿锥齿轮齿形均为等顶隙收缩齿, 计算出第一个网格单元体截面上的分度圆直径、齿根高、齿顶高等参数, 剩余网格单元体相关参数按排列次序放大, 计算出所有网格单元体点集, 从而组成直齿锥齿轮齿廓点集。计算示意图如图 5 所示, 其公式为:

$$i \times T / A_i + l = L' \quad (1)$$

$$L' \times \tan \theta = H' \quad (2)$$

$$M \times L' / L = M' \quad (3)$$

$$M' \times Z / 2 = R' \quad (4)$$

$$R' \times \cos 20^\circ = R'_b \quad (5)$$





$R$  在求得齿线上的对应点, 求两者的距离的向量, 对齿线进行位置调整, 获得弧齿锥齿轮的齿线。获得齿线上每个点的距离的向量以后, 通过同一向量对该点在齿线上对应的网格单元体进行调整, 获得完整的弧齿锥齿轮齿形。通过单个齿形的轮廓点集的绕圆锥轴线进行复制阵列, 获得完整弧齿锥齿轮齿形。齿形轮廓点调整至锥面上的公式为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中:  $\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}$  为调整完成后的单个齿形齿廓点集坐标;  
标:  $\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}$  为调整平面齿线缠绕到锥面上的距离向量。

## 5 试验分析

### 5.1 实体网格准确性分析

验证圆弧锥齿轮网格实体, 需要对比网格实体齿形与三维模型4条齿廓边线的相似性: 网格实体分割次数为12的前提下, 提取模型的4条折线边线, 三维模型曲线边线12等分; 测量等分点的矢径, 对比其空间位置; 测量相邻3个点的曲率半径及以两线段为弦的圆弧半径, 对比其弯曲程度<sup>[18]</sup>。测量方法关键步骤如图9所示, 验证流程及部分测量数据如图10、表1~2所示。

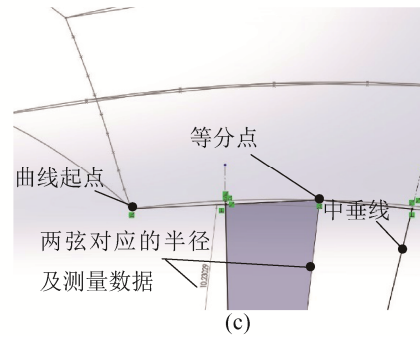
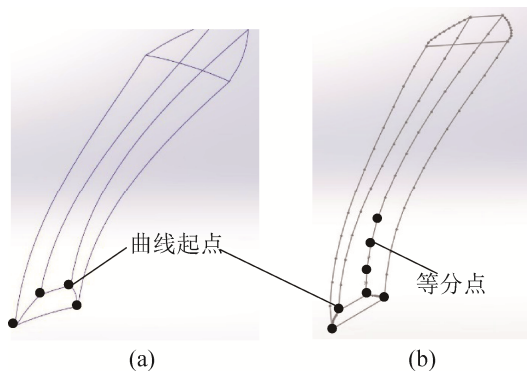


图9 SolidWorks 测量关键步骤  
Fig. 9 Key Steps in SolidWorks measurement

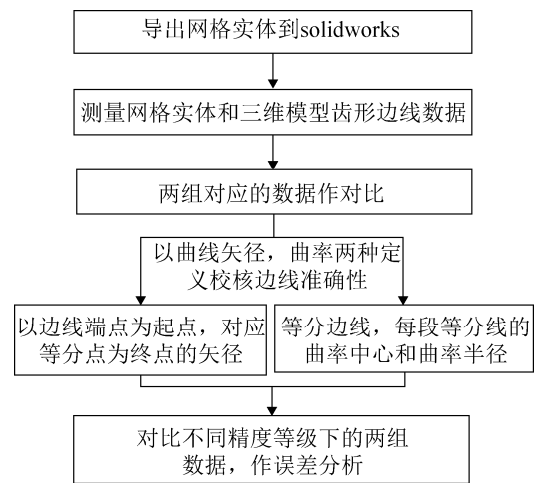


图10 网格实体准确性验证流程  
Fig. 10 Grid entity accuracy verification process

表1 部分边线矢径测量数据  
Tab. 1 Measurement data of partial edge diameter

| 网格点矢径            | 模型点矢径            | 最大相对误差/% |
|------------------|------------------|----------|
| 0.58, 0.33, 0.80 | 0.59, 0.28, 0.81 | 0.289    |
| 0.65, 0.34, 0.67 | 0.67, 0.28, 0.68 | 0.329    |
| 0.62, 0.28, 0.73 | 0.63, 0.24, 0.74 | 0.157    |
| 0.55, 0.36, 0.82 | 0.57, 0.30, 0.84 | 0.257    |

表2 部分边线曲率测量数据  
Tab. 2 Measurement data of partial curvature

| 网格曲率<br>半径/mm | 模型曲率<br>半径/mm | 最大相对误差/% |
|---------------|---------------|----------|
| 14.224        | 14.312        | 0.615    |
| 38.415        | 39.429        | 2.572    |
| 25.701        | 25.868        | 0.646    |
| 13.536        | 13.353        | 1.370    |

图9(a)为 solidworks 三维模型齿形边线曲线框, 图9(b)为导出网格实体齿形边线折线框, 分割

次数为 12。同理将图 9(a) 12 等分, 测量等分点的曲率半径; 测量每一个等分点与曲线起点的矢径。图 9(b)中每一段折线段的中垂线, 取相邻两段中垂线使之共面, 取交点连接等分点, 所得连线长度与图 9(b)中曲率半径作为一组数据。

对数据组作误差分析, 表 1~2 为相对误差最大的数据组, 边线各等分点矢径的误差均处于 1%以下; 曲线段曲率半径的误差均处于 3%以下。

曲线起点与各等分点的矢径, 得每个等分点空间位置的准确度; 各曲线段的曲率半径, 得每段曲线的弯曲程度; 在网格实体的准确率不低于 97%的前提下可认为算法构建的网格足够准确。

## 5.2 虚拟后桥装配试验

用虚拟后桥装配进行了验证, 说明其有效性, 其啮合碰撞效果如图 11~12 所示。利用 Unity3D 构建一个用于后桥的虚拟平台, 放置已装载碰撞体的虚拟后桥模型, 使用 Unity3D 内置的物理碰撞系统进行虚拟装配试验, 所构建的碰撞体可以良好地完成啮合碰撞, 表明了本文算法有效。



图 11 后桥虚拟装配试验  
Fig. 11 Virtual assembly test of rear axle

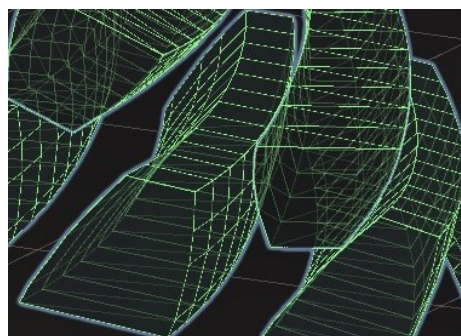


图 12 网格啮合局部示意图  
Fig. 12 Mesh meshing partial diagram

## 6 结论

为了优化拖拉机后桥设计方案, 测试产品性能和质量, 提升生产的自动化、智能化水平和生产效率, 构建了格里森制弧齿锥齿轮网格实体。

结合了格里森制弧齿锥齿轮加工工艺资料, 分析其成型原理, 使用微分和运动方程的合成分解, 提出基于虚拟碰撞体的弧齿锥齿轮网格实体构建算法。通过三维的精确建模, 实现了虚拟装配与碰撞检测。用虚拟后桥装配进行了验证, 说明其有效性。可为其他农机后桥相关仿真提供参考。

## 参考文献:

- [1] 邹湘军, 孙健, 何汉武, 等. 虚拟现实技术的演变发展与展望[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(9): 1905-1909.  
Zou Xiangjun, Sun Jian, He Hanwu, et al. The Development and Prospects of Virtual Reality[J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(9): 1905-1909.
- [2] 李小青. 螺旋锥齿轮数控加工与误差修正技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2004.  
Li Xiaoping. Research on the NC Machining and Error Correcting Technology for Spiral Bevel and Hypoid Gears[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2004.
- [3] Zou X, Zou H, Lu J. Virtual Manipulator-based Binocular Stereo Vision Positioning System and Errors Modelling[J]. Machine Vision & Applications (S0932-8092), 2012, 23(1): 43-63.
- [4] Luo L, Tang Y, Zou X, et al. Vision-based Extraction of Spatial Information in Grape Clusters for Harvesting Robots[J]. Biosystems Engineering (S1537-5110), 2016, 151: 90-104.
- [5] Tang Y, Li L, Wang C, et al. Real-time Detection of Surface Deformation and Strain in Recycled Aggregate Concrete-filled Steel Tubular Columns Via Four-ocular Vision[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing (S0736-5845), 2019, 59: 36-46.
- [6] 陈燕, 曾泽钦, 王杰, 等. 收获机虚拟环境模型与仿真平台构建[J]. 农业机械学报, 2019, 50(7): 159-166.  
Chen Yan, Zeng Zeqin, Wang Jie, et al. Virtual Environment Construction and Simulation Platform of Harvesting Machinery[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2019, 50(7): 159-166.
- [7] 孟立辉, 庞立江. 等顶隙收缩齿弧齿锥齿轮 NX6.0 参

- 数化建模[J]. CAD/CAM 与制造业信息化, 2012(11): 70-73.
- Meng Lihui, Pang Lijiang. Parametric Modeling of Bevel Gear with Arc Teeth with Equal Top Gap Shrinkage Teeth NX6.0[J]. CAD/CAM Yu Zhizaoye Xinxihua, 2012(11): 70-73.
- [8] 朱忠祥, 陈莉, 李山山, 等. 基于虚拟现实的联合收获机底盘虚拟装配关键技术[J]. 农业机械学报, 2013, 44(增 2): 262-267.
- Zhu Zhongxiang, Chen Li, Li Shanshan, et al. Critical Techniques of Virtual Assembly for Combine Harvester Chassis Based on Virtual Reality[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(S2): 262-267.
- [9] 李山山, 宋正河, 陈越洋, 等. 农业机械底盘机械式变速箱虚拟装配[J]. 农业机械学报, 2012, 43(增 1): 318-322.
- Li Shanshan, Song Zhenghe, Chen Yueyang, et al. Virtual Assembly for Mechanical Gearbox of Agricultural Chassis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(S1): 318-322.
- [10] 刘继峰. 基于 CATIA 和 Adams 的汽车主减速器弧齿锥齿轮参数化设计与研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2011.
- Liu Jifeng. The Parametric Design and Research of Final Drive Spiral Bevel Gear Based on Catia and Adams[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2011.
- [11] 魏巍, 郭晨, 段晓东. 虚拟装配中基于公差约束的碰撞检测方法研究[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(3): 466-473, 479.
- Wei Wei, Guo Chen, Duan Xiaodong. Research on Tolerance Constraint-based Collision Detection Method in Virtual Assembly[J]. Journal of System Simulation, 2013, 25(3): 466-473, 479.
- [12] 熊杨寿. 基于 LTCA 的弧齿锥齿轮修形技术研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2013.
- Xiong Yangshou. Research on the Theory of Profile Modification in Spiral Bevel Gear Based on Loaded Tooth Contact Analysis Technology[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2013.
- [13] 纪振海, 段建中, 谷计划. 基于 OpenGL 的渐开线弧齿锥齿轮三维参数化建模[J]. 工程设计学报, 2009, 16(6): 432-435.
- Ji Zhenhai, Duan Jianzhong, Gu Jihua. OpenGL-based 3D Parameterization Model for Involute Spiral Bevel Gear[J]. Journal of Engineering Design, 2009, 16(6): 432-435.
- [14] 宗亚东, 王得胜, 李朝红. 弧齿锥齿轮参数化建模方法研究[J]. 机械, 2012, 39(12): 58-61.
- Zong Yadong, Wang Desheng, Li Zhaohong. The Study of Parametric Modeling Method of Spiral Bevel Gears[J]. Machinery, 2012, 39(12): 58-61.
- [15] 张志贤, 刘检华, 宁汝新. 虚拟装配中的装配约束实现技术研究[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(9): 1878-1883, 1888.
- Zhang Zhixian, Liu Jianhua, Ning Ruxin. Research on Assembly Constraint Realization Technology in Virtual Assembly[J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(9): 1878-1883, 1888.
- [16] 王伟, 刘伟, 迟岩, 等. 基于 Pro/E 的弧齿锥齿轮参数化建模[J]. 机电技术, 2010, 33(1): 59-62.
- Wang Wei, Liu Wei, Chi Yan, et al. Parametric Modeling of Bevel Gear with Arc Teeth based on Pro/E[J]. Mechanical & Electrical Technology, 2010, 33(1): 59-62.
- [17] 王高升, 游红. 基于虚拟样机技术的双圆弧弧齿锥齿轮数字化设计与制造[J]. 湖南工程学院学报(自然科学版), 2013, 23(1): 35-37.
- Wang Gaosheng, You Hong. Digital Design and Manufacture of Double Arc Bevel Gear based on Virtual Prototype Technology[J]. Journal of Hunan Institute of Engineering (Natural Science Edition), 2013, 23(1): 35-37.
- [18] 王洪申, 汪勇, 汪雨蓉. 三维自由曲线的相似性比较算法[J]. 机械设计, 2019, 36(11): 35-37.
- Wang Hongshen, Wang Yong, Wang Yurong. Similarity Comparison Algorithm of 3D Free Curves [J]. Mechanical Design, 2019, 36 (11): 35-37.