

2-20-2021

Flight Simulation Modeling Method Based on Improved Euler Angle Formula

Lishan Jia

1. Air Traffic Control Base of Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China; ;2. College of Electronic Information and Automation of Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China; ;

Li Ang

3. College of Aeronautical Engineering of Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Flight Simulation Modeling Method Based on Improved Euler Angle Formula

Abstract

Abstract: Aiming at the singularity problem of common full flight motion equation, a modeling method based on improved Euler angle formula is proposed. On the basis of the modified small perturbation modeling equation, this method increases the influence of aircraft maneuvering surface on the aircraft Euler angle and a variable step solution algorithm is used. The model can overcome the singularity problem of common Euler equation, and the accuracy of model calculation is higher than other flight simulation models which overcome the singularity of Euler equation. Compared with the flight simulation model using the conventional Euler angle formula, the proposed model can meet the requirements of simulation accuracy and real-time performance. The simulation of the aircraft's tumbling bucket motion is carried out to verify that the model can avoid the singularity of Euler equation.

Keywords

improvement of Euler angle formula, aircraft particle model, flight simulation, variable step algorithm, model verification, fidelity of simulation

Recommended Citation

Jia Lishan, Li Ang. Flight Simulation Modeling Method Based on Improved Euler Angle Formula[J]. Journal of System Simulation, 2021, 33(2): 339-345.

基于改进欧拉角公式的飞行仿真建模方法

贾立山^{1,2}, 李昂³

(1. 中国民航大学 空管基地, 天津 300300; 2. 中国民航大学 电子信息与自动化学院, 天津 300300;
3. 中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300)

摘要: 针对普通飞机全量运动方程存在的欧拉方程奇异性问题, 提出一种基于改进欧拉角公式的建模方法。该方法在质点模型的基础上增加了飞机操纵面对飞机欧拉角的影响, 同时配合使用一种变步长解算方法, 可以克服欧拉方程奇异性问题, 模型计算精度高于其他克服欧拉方程奇异性的飞行仿真模型。通过与使用常规欧拉角公式的飞行仿真模型进行实验对比, 证明所提出模型能够满足仿真精度和实时性要求。通过进行飞机翻筋斗运动的仿真, 验证了模型能够避免欧拉方程奇异性的性能。

关键词: 改进欧拉角公式; 飞机质点模型; 飞行仿真; 变步长算法; 模型验证; 逼真度

中图分类号: TP.391.9 文献标志码: A 文章编号: 1004-731X(2021)02-0339-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.19-0549

Flight Simulation Modeling Method Based on Improved Euler Angle Formula

Jia Lishan^{1,2}, Li Ang³

(1. Air Traffic Control Base of Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. College of Electronic Information and Automation of Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
3. College of Aeronautical Engineering of Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Aiming at the singularity problem of common full flight motion equation, a modeling method based on improved Euler angle formula is proposed. On the basis of the modified small perturbation modeling equation, this method increases the influence of aircraft maneuvering surface on the aircraft Euler angle and a variable step solution algorithm is used. The model can overcome the singularity problem of common Euler equation, and the accuracy of model calculation is higher than other flight simulation models which overcome the singularity of Euler equation. Compared with the flight simulation model using the conventional Euler angle formula, the proposed model can meet the requirements of simulation accuracy and real-time performance. The simulation of the aircraft's tumbling bucket motion is carried out to verify that the model can avoid the singularity of Euler equation.

Keywords: improvement of Euler angle formula; aircraft particle model; flight simulation; variable step algorithm; model verification; fidelity of simulation

引言

在整个飞行仿真建模中, 飞行系统运动学模型在飞行系统实时仿真模型中具有重要的地位, 飞行系统实时仿真系统输出的大部分数据都是由飞行系统运动学模型计算得出的, 而且实时仿真中飞行

系统运动学模型占用运算时间也是最多的^[1-2]。常见的对飞行系统运动学模型的构建是使用全量飞机运动方程^[3]。但是, 全量飞机运动方程中计算欧拉角的欧拉方程存在奇异解问题。目前, 比较有效的克服欧拉方程奇异解问题的方法是四元数法和

收稿日期: 2019-10-14

修回日期: 2020-02-14

基金项目: 中国民航大学空管基地开放基金(KGJD201701)

第一作者: 贾立山(1976-), 男, 博士, 副研究员, 研究方向为自动化系统及技术。E-mail: jlshfd163@yeah.net

双欧法,但是这两种方法都有各自的缺陷。实验已经证明,使用四元数法解算飞机运动方程的过程中对于有边界的解算结果会产生结果超出边界的情况,因此四元数法存在原理性误差。黄雪樵提出的双欧法能够有效克服欧拉方程的奇异解问题,也不存在原理性误差,因此得到了广泛应用^[4]。李超等采用死区定值法构建飞行仿真模型,从而避开欧拉方程的奇异解^[5]。在计算机仿真中,累计误差的来源包括截断误差和舍入误差两个部分。截断误差由数值积分算法本身的截断值产生,舍入误差是在计算中由于计算机字节长度限制而产生的误差。使用的数值积分算法的截断值越小,截断误差就越小。仿真计算的步骤越少,舍入误差就越小^[6]。虽然使用高性能计算机和实时仿真硬件能够提高仿真计算速度和数据传输速度^[7],从而克服双欧法计算时间长的缺陷,但是因其计算步骤多造成的舍入误差大的问题却是不能忽略的。

飞机的质点模型是飞机的基础模型之一,但飞机质点模型的精度不高,本文对飞机质点模型做出一定的改进,使欧拉角的变化与相应的飞行控制面直接相关,在飞机上俯仰角接近 90° 时代替欧拉方程,从而避免了奇点的产生。同时采用变步长算法,在每个积分过程中选择最优步长,从而使飞行模型的准确性与快速性得到了一定的保证。

1 飞行仿真模型的建模方法

1.1 飞机欧拉角的变化

飞机的运动通常是利用升降舵,方向舵,副翼及油门杆进行控制的。飞行员通过控制飞机的操纵面来控制飞机的姿态角,即通过升降舵来控制飞机的俯仰角,通过副翼来控制飞机的滚转角,通过方向舵来控制飞机的偏航角。通过使用欧拉角变化率作为操纵面偏转量与欧拉角的直接关系,便可通过操纵面的变化得出飞机欧拉角的变化。通过此种方法,不仅避免了给方程引入奇点,而且能够满足实时性的要求。

飞机的运动要用到 4 个坐标系,分别是地面坐标系、机体坐标系、航迹坐标系和气流坐标系。飞机的运动参数就建立在这些坐标系中。

定义飞机地面坐标系 $o_d x_d y_d z_d$ 如下:

原点位于地面上某一点 o_d (如飞机起飞点);

纵轴 $o_d x_d$ ——在地面水平面上选定某一方向;

竖轴 $o_d y_d$ ——与地面垂直,指向天空方向为正;

横轴 $o_d z_d$ ——垂直于 $o_d x_d y_d z_d$ 平面,指向右侧为正;

定义飞机机体坐标系 $o_x x_t y_t z_t$ 如下:

原点位于飞机的质心 o_t ;

纵轴 $o_x x_t$ ——平行飞机机身,指向前方为正;

竖轴 $o_x y_t$ ——在飞机对称面内垂直于 $o_x x_t$ 轴,指向上方为正;

横轴 $o_x z_t$ ——垂直于 $o_x y_t z_t$ 平面,指向右方为正;

航迹坐标系和气流坐标系的各轴定义均参照地面系和机体系的定义。

飞机各坐标系的关系如图 1 所示。

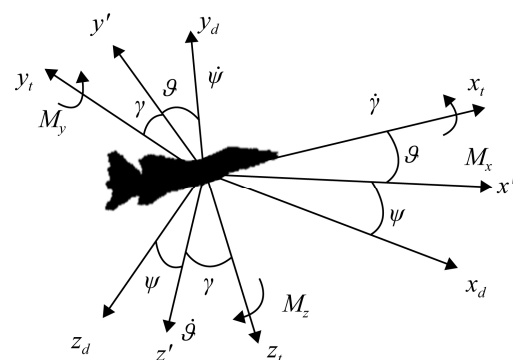


图 1 飞机各坐标的关系图

Fig. 1 Relationship of aircraft coordinates

在全量运动方程中,飞机欧拉角的方程为:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} \theta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\ \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \theta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \end{cases} \quad (1)$$

式中: θ 为飞机俯仰角; γ 为飞机滚转角; ψ 为飞机偏航角; ω_x 为飞机绕机体系 x 轴的角速度; ω_y 为飞机绕机体系 y 轴的角速度; ω_z 为飞机绕机体系

z 轴的角速度。飞机的欧拉角方程是通过机体与地面坐标系之间的坐标转换关系得到的, 可以精确的描述飞机绕机体轴的旋转角速度与飞机欧拉角变化率之间的关系, 但是当俯仰角达到正负 90°时, 飞机欧拉角方程中滚转角变化率和偏航角变化率的表达式出现不定的奇点, 姿态角速度由量变到趋向无穷的质变, 无法定值, 从而使欧拉角的解算发生问题。

使用改进欧拉角方程时, 飞机欧拉角的变化量为:

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \theta_0 * \omega_z + R_\gamma \cdot \delta_x \\ \frac{d\psi}{dt} = \omega_y + R_\psi \cdot \delta_y \end{cases} \quad (2)$$

式中: ω_x 为飞机绕机体系 x 轴的角速度; ω_y 为飞机绕机体系 y 轴的角速度; ω_z 为飞机绕机体系 z 轴的角速; R_γ 为滚转角变化率; R_ψ 为偏航角变化率; δ_x 为副翼角; δ_y 为方向舵角。

当飞机俯仰角接近奇点时, 不会对俯仰速率造成影响故不对俯仰角变化率公式改动, 当飞机俯仰角变化率接近奇异点时使用公式(2), 即通过飞机操纵面的变化与飞机欧拉角变化率之间的关系便可平稳的渡过俯仰角的奇点, 而且与死区定值法相比, 当飞机俯仰角接近奇点时飞机的滚转速率和偏航速率不再是零, 更加逼近飞机的真实飞行过程。

1.2 在仿真模型中应用的变步长算法

Runge-Kutta 法是一种常用的数值积分算法。实验已经证明, 对于解算飞机全量运动方程, 采用二阶 Runge-Kutta 法能够得到和采用四阶 Runge-Kutta 法相近的计算精度, 但是二阶方法的计算量只有四阶方法的一半^[8]。所以, 采用二阶 Runge-Kutta 法作为飞机全量运动方程的解算方法。Runge-Kutta 法作为一种单步法, 其步长选择非常重要。步长选择过大, 会增大截断误差, 甚至使解算结果发散。步长选择过小, 会增加计算步数,

从而增大舍入误差。文献[9]提出一种改进的 Runge-Kutta 变步长算法, 该方法能够快速获取优化的步长值。

从某一点 x_n 出发, 初定 h 为步长。经过一步计算得 $y(x_{n+1})$ 的近似值 $y_{n+1}^{(h)}$ 。然后将步长折半, 即取 $h/2$ 作为步长。从 x_n 出发经两步计算求得 $y(x_{n+1})$ 的近似值 $y_{n+1}^{(h/2)}$ 。令 $\Delta = |y_{n+1}^{(h/2)} - y_{n+1}^{(h)}|$ 。设算法的截断误差的阶数为 p , 则所得到的误差估计也为 p , 故有 $\Delta \approx kh^{p+1}$, 其中 k 与 $y^{p+1}(x)$ 有关。设 k 在该步及其临域内近似为常数, 则得满足精度 ε 的最佳步长 h_t 满足关系 $\varepsilon \approx kh_t^{p+1}$, 于是可得 $h_t = h(\varepsilon/\Delta)^{\frac{1}{p+1}}$, 设实际步长为 h_p , 令 $h_p = \alpha h_t$, 其中 α 为比例调整因子, $0 < \alpha < 1$ 。所以可以有 $h_p = \alpha h_t = \alpha h(\varepsilon/\Delta)^{\frac{1}{p+1}} = h(\varepsilon/\beta\Delta)^{\frac{1}{p+1}}$, 其中 $\beta = \frac{1}{\alpha^{p+1}}$ 。考虑使步长最多放大 2 倍, 令 $(\beta\Delta/\varepsilon)^{\frac{1}{p+1}} = \frac{1}{2}$, 于是当 $(\beta\Delta/\varepsilon)^{\frac{1}{p+1}} < 1/2$ 时, 只要令实际步长为当前步长的 2 倍, 即可得到需要的优化步长, 也就是 $h_p = 2h$, 对于本文所采用的积分方法, 由于方程中变量较多, 所以取各变量总的均方误差作为误差 Δ , 将变步长算法各参数带入程序, 在每一个积分过程中自动选择最优步长。

应用欧拉角变化率的飞行仿真程序流程图如图 2 所示。

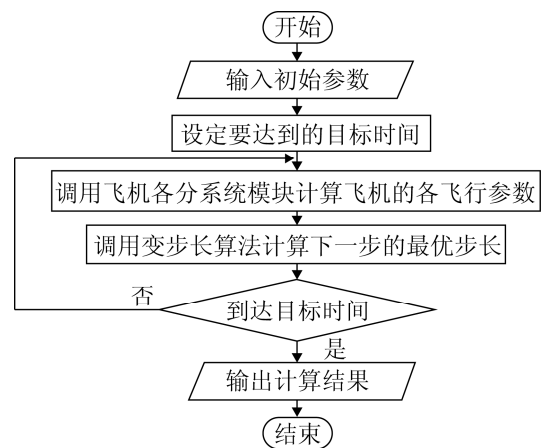


图 2 应用欧拉角变化率的飞行仿真程序流程图
Fig. 2 Flow chart of flight simulation program applying Euler angle change rate

2 仿真模型验证

2.1 迎角变化时飞机运动的仿真

要仿真的飞机基准运动为定直平飞,分别使用公式(1)~(2)作为飞机欧拉角变化的公式,飞机各参数为:

飞行高度 $H=11\ 000\ \text{m}$, $\rho_0=0.363\ 6$, 飞行 M 数为 $M_0=0.9$, $V=266\ \text{m/s}$, 飞机质量 $m=9\ 000\ \text{kg}$, 机翼面积 $S=27.95\ \text{m}^2$, 平均气动弦长 $b_A=3.097$, $\alpha_0=0.063\ 2$, $C_{y0}=0.246$, $C_y^\alpha=0.39$, $C_y^M=0.23$, $C_{x0}=0.030\ 6$, $C_x^\alpha=0.284$, $C_x^M=0.23$, $m_z^\alpha=-0.562$, $m_z^{wz}=-3.53$, $m_z^M=-0.065\ 4$, $P^v=0$, $\theta_0=0.063\ 2$ 。在数值积分模型中截断误差的阶数 $p=2$, 计算精度

$\varepsilon=0.000\ 01$ 。

当 $\Delta\alpha(0)=2^\circ$ 时分别使用公式(1)~(2)作为飞机欧拉角变化的公式,观察使用常规欧拉角公式的飞行仿真模型和使用改进欧拉角公式的飞行仿真模型 $\Delta\bar{v}$, $\Delta\alpha$, $\Delta\vartheta$, ΔH 随时间的变化如图 3~6 所示。

由图 3~6 可知,迎角变化量 $\Delta\alpha$ 在扰动运动的开始变化剧烈,以后则变化不大。速度变化量 Δv 在开始阶段基本不变,以后则作缓慢变化。俯仰角变化量 $\Delta\vartheta$ 的运动情况兼有以上两者的特点,开始剧烈变化,以后则作缓慢变化。符合飞机迎角变化的运动规律^[10]。速度,迎角,俯仰角,高度的变化量与全量方程解的均方误差对比如表 1 所示。

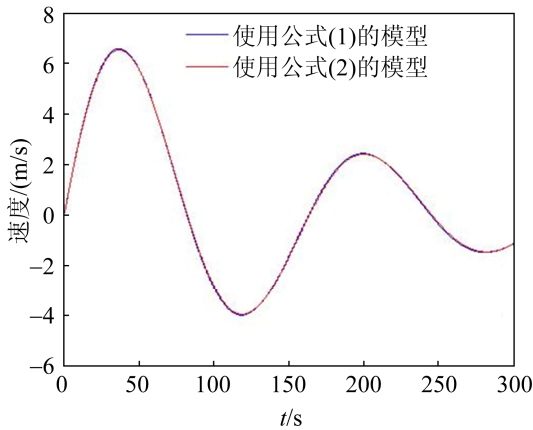


图 3 $\Delta\bar{v}$ 变化曲线
Fig. 3 Changing curve of $\Delta\bar{v}$

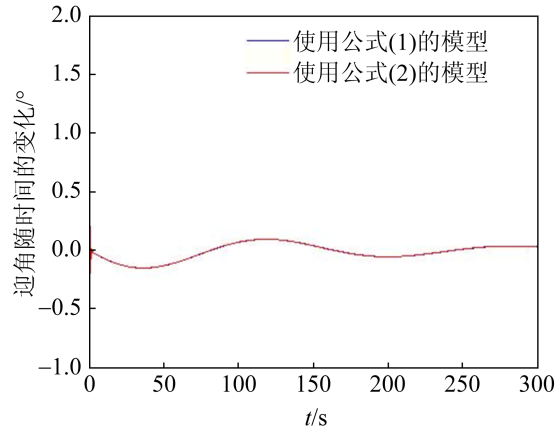


图 4 $\Delta\alpha$ 变化曲线
Fig. 4 Changing curve of $\Delta\alpha$

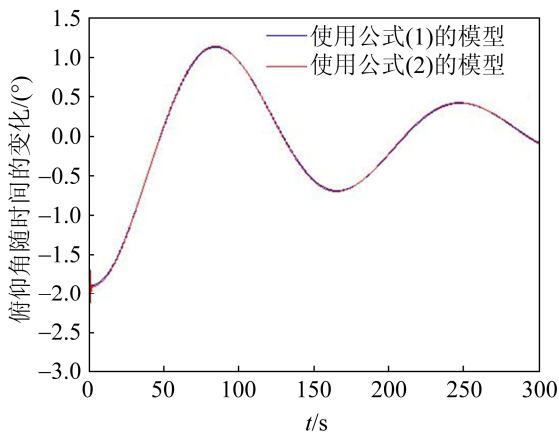


图 5 $\Delta\vartheta$ 变化曲线
Fig. 5 Changing curve of $\Delta\vartheta$

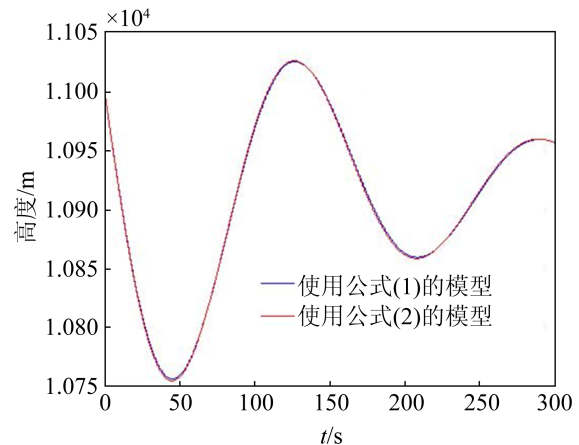


图 6 ΔH 变化曲线
Fig. 6 Changing curve of ΔH

表 1 误差结果对比
Tab. 1 Error Result Comparison

序号	名称	误差值
1	速度变化/(m·s ⁻¹)	4.46×10 ⁻²
2	迎角变化/(°)	1.66×10 ⁻²
3	俯仰角变/(°)	2.06×10 ⁻²
4	高度变化量/m	1.256 7

由表 1 可以看出, 速度, 迎角, 俯仰角的误差均很小, 高度误差比较大但考虑到高度的基准值比较大这也在误差允许范围之内的, 采用改进的欧拉角公式的精度是可以逼近常规欧拉角公式的, 实验结果与理论分析相吻合, 仿真结果是精确的。

2.2 滚转角变化时飞机运动的仿真

飞机的基准运动为定直平飞运动, 分别使用公式(1)和(2)作为飞机欧拉角变化的公式, 飞机的各参数不变, 当 $\Delta\gamma(0)=2^\circ$ 时观察使用常规欧拉角公式的飞行仿真模型与改进欧拉角公式的飞行仿真模型 $\Delta\bar{v}, \Delta\alpha, \Delta\vartheta, \Delta H$ 随时间的变化如图 7~10 所示。

由图 9 可知当飞机的滚转角突然增大时, 飞机低头, 飞机的飞行高度下降, 飞行速度上升, 飞机的运动不稳定, 符合飞机滚转角变化的运动规律^[10]。速度, 迎角, 俯仰角, 高度的变化量与全量方程解的均方误差对比如表 2 所示。

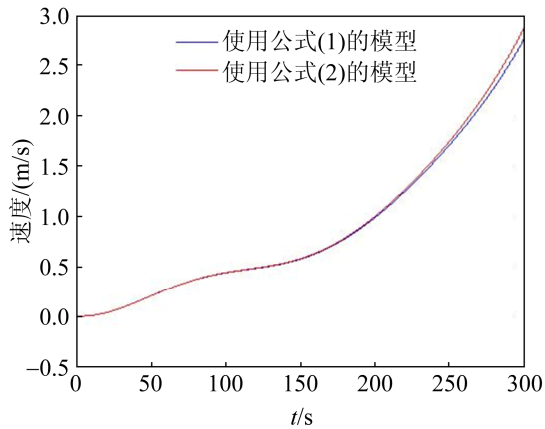


图 7 $\Delta\bar{v}$ 变化曲线
Fig. 7 Changing curve of $\Delta\bar{v}$

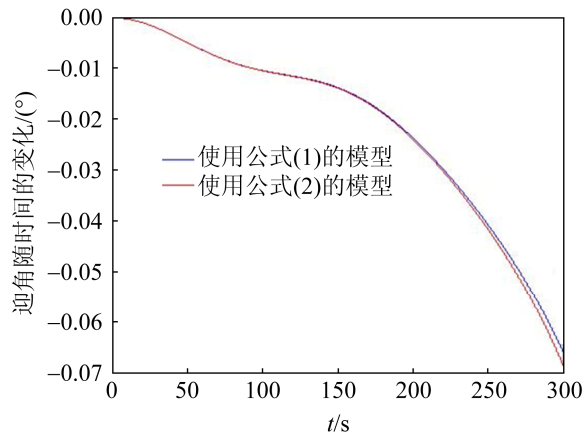


图 8 $\Delta\alpha$ 变化曲线
Fig. 8 Changing curve of $\Delta\alpha$

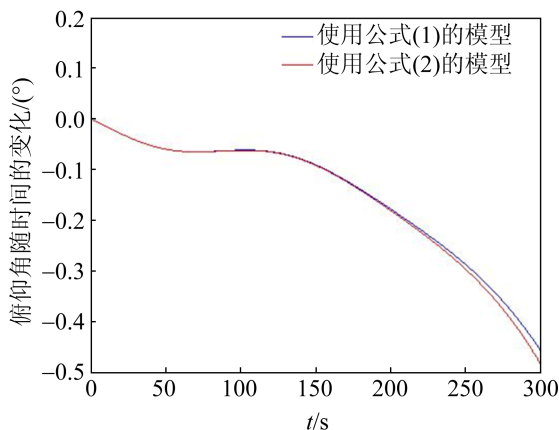


图 9 $\Delta\vartheta$ 变化曲线
Fig. 9 Changing curve of $\Delta\vartheta$

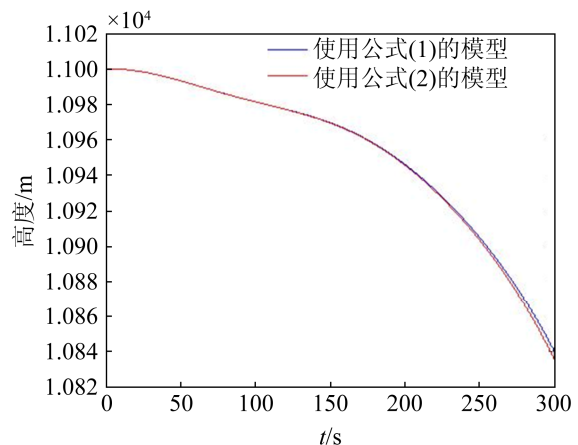


图 10 ΔH 变化曲线
Fig. 10 Changing curve of ΔH

表2 误差结果对比表

Tab. 2 Error Result Comparison Table

序号	名称	误差值
1	速度变化/($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	3.09×10^{-2}
2	迎角变化/($^{\circ}$)	7.44×10^{-4}
3	俯仰角变/($^{\circ}$)	7.4×10^{-3}
4	高度变化量/m	1.306 8

由表2可以看出,速度,迎角,俯仰角,高度的误差均在允许范围之内,采用改进欧拉角公式是符合飞机运动规律的。证明在短时间内,改进的欧拉角变化率公式和常规的欧拉角变化率公式有同样的精度,在飞机即将到达奇点时,可以使用改进

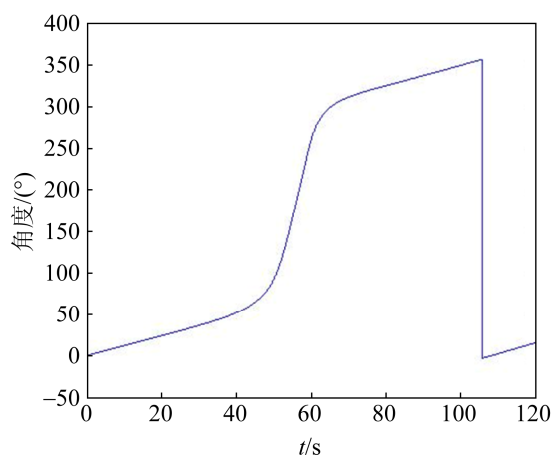


图11 俯仰角变化曲线

Fig. 11 Changing curve of pitch angle

的欧拉角变化率公式代替常规的欧拉角变化率公式从而使飞机可以平稳的渡过奇点。

2.3 飞机通过奇异点运动的仿真

在飞机定直平飞的过程中,将飞机升降舵向后拉到最大,同时使发动机N1, N2转速达到100%,可得飞机飞行状态的变化如图11~12所示。

通过飞机起飞过程中俯仰角,高度的变化规律可知,飞机的俯仰角可达到 90° ,避免了奇点的产生,即通过改进的欧拉角公式的飞行建模方法是真实有效的。

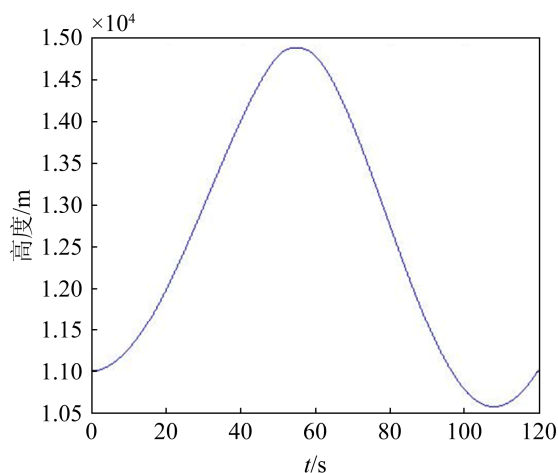


图12 高度变化曲线

Fig. 12 Changing curve of height

3 结论

在整个飞机仿真过程中,飞机的建模是至关重要的一环,模型的好坏决定着整个仿真过程的逼真度和精度。本文在提出在飞机俯仰角接近奇点时利用改进欧拉角公式避免了仿真过程中奇点的产生,并在常规全量运动方程的基础上应用了变步长算法来提升模型的运算速度,之后利用常规欧拉角公式对改进的欧拉角公式进行验证,通过对比速度,迎角,俯仰角,高度等主要飞行参数的变化曲线及均方误差验证了改进欧拉角公式的正确性和有效性,最后通过飞机“翻筋斗”的实验证明了模型的确能够避免奇点的产生,为进一步提高模型的精度打下了基础。

参考文献:

- [1] David Allerton. 飞行仿真原理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.
David Allerton. Principles of Flight Simulation[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2013.
- [2] 周自全. 现代飞行模拟技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997.
Zhou Ziquan. Modern Flight Simulation Technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1997.
- [3] 余长贵, 熊洪睿, 田凯, 等. 地面在线飞行仿真系统设计[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(2): 513-520.
Yu Changgui, Xiong Hongrui, Tian Kai, et al. Design of Gound Online Flight Simulation System[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(2): 513-520.
- [4] 李超, 王江云, 韩亮. 基于 Matlab 的某型固定翼飞行器飞行仿真系统开发[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(8):

- 1772-1777.
- Li Chao, Wang Jiangyun, Han Liang. Development of Fixed Aircraft Flight Simulation System Based on Matlab[J]. Journal of System Simulation, 2013, 25(8): 1772-1777.
- [5] 黄雪樵. 克服欧拉方程奇异性的双欧法[J]. 飞行力学, 1994, 12(4): 28-37.
- Huang Xueqiao. The Dual-Euler Method for Overcoming the Singularity of Euler Equation, 1994, 12(4): 28-37.
- [6] 徐享忠, 于永涛, 刘永红. 系统仿真[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- Xu Xiangzhong, Yu Yongtao, Liu Yonghong. System Simulation[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012.
- [7] Duan Xiaojun, Yu Changgui, Tian Zongchao, et al. Modifying Parameters Online for Real-time Simulation of UAV Flight Control Sensor System Based on RTX[J]. Sensors & Transducers (S1726-5479), 2014, 166(3): 7-11.
- [8] 贾立山. 基于全量运动方程的飞行系统数值模拟研究[D]. 天津: 中国民用航空学院, 2005.
- Jia Lishan. Numerical Simulation of Flight System based on Full Motion Equation[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2005.
- [9] 胡圣荣, 陈国华, 蒋炎坤, 等. 一个常用变步长 Runge-Kutta 法的改进[J]. 武汉交通科技大学学报, 1996, 20(1): 43-47.
- Hu Shengrong, Chen Guohua, Jiang Yankun, et al. Improvements of an Ordinarily Used Variable-stepsize Runge-Kutta Algorithm[J]. Journal of Wuhan Transportation University, 1996, 20(1): 43-47.
- [10] 刘同仁, 肖业伦. 空气动力学与飞行力学[M]. 北京: 北京航空学院出版社, 1987.
- Liu Tongren, Xiao Yelun. Aerodynamics and Flight Mechanics[M]. Beijing: Beijing Institute of Aeronautics Press, 1987.