

# Journal of System Simulation

---

Volume 32 | Issue 12

Article 3

---

12-16-2020

## Optimization Algorithm for Planar LED Distribution and Connection

Fei Yue

*School of Computer Science and Information Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Zhiqiang Gui

*School of Computer Science and Information Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Yuyou Yao

*School of Computer Science and Information Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

Benzhu Xu

*School of Computer Science and Information Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Optimization Algorithm for Planar LED Distribution and Connection

## Abstract

**Abstract:** The distribution and grouping of planar LED can be modeled as a multi constraint optimization problem. A *novel algorithm based on the centroidal capacity-constrained power diagram for LED distribution is proposed, to achieve the goal of uniform illumination of planar LED.* An optimization algorithm of LED combination and connection based on the greedy strategy is proposed to save materials. The experiment results show that the proposed algorithms are simple, effective in layout and grouping with rapid convergence, and can be used in practical applications.

## Keywords

planar LED, LED layout, LED combination, power diagram, greedy strategy

## Authors

Fei Yue, Zhiqiang Gui, Yuyou Yao, Benzhu Xu, and Liping Zheng

## Recommended Citation

Fei Yue, Gui Zhiqiang, Yao Yuyou, Xu Benzhu, Zheng Liping. Optimization Algorithm for Planar LED Distribution and Connection[J]. Journal of System Simulation, 2020, 32(12): 2317-2323.

# 面状 LED 发光体灯珠分布和组合连接优化算法

费月, 桂志强, 姚裕友, 徐本柱, 郑利平\*

(合肥工业大学计算机与信息学院, 安徽 合肥 230009)

**摘要:** 面状 LED 发光体灯珠的分布和分组问题, 可建模为多约束优化问题来进行求解。提出了一种将面状 LED 发光体灯珠照度映射为质心容量限制 Power 图的容量, 从而布局 LED 灯珠的方法, 实现了面状 LED 发光体照度均匀的目标, 进一步提出一种基于贪心策略的 LED 灯珠组合和连接优化算法, 达到节省物料的目的。实例结果证明, 所提方法简单、可行, 布局和分组效果好, 算法收敛速度快, 可用于解决实际工程问题。

**关键词:** 面状 LED; 灯珠布局; 灯珠组合; Power 图; 贪心算法

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2020) 12-2317-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.20-FZ0340

## Optimization Algorithm for Planar LED Distribution and Connection

Fei Yue, Gui Zhiqiang, Yao Yuyou, Xu Benzhu, Zheng Liping\*

(School of Computer Science and Information Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** The distribution and grouping of planar LED can be modeled as a multi constraint optimization problem. A novel algorithm based on the centroidal capacity-constrained power diagram for LED distribution is proposed, to achieve the goal of uniform illumination of planar LED. An optimization algorithm of LED combination and connection based on the greedy strategy is proposed to save materials. The experiment results show that the proposed algorithms are simple, effective in layout and grouping with rapid convergence, and can be used in practical applications.

**Keywords:** planar LED; LED layout; LED combination; power diagram; greedy strategy

## 引言

面状 LED 发光体是由若干 LED 灯珠在其底板上分布构成的。优良的 LED 发光体不仅需要满足照度均匀的目标, 而且 LED 灯珠之间的线路连接应是清晰、合理的。为解决面状 LED 发光体照度均匀的问题, Wang 等<sup>[1]</sup>从局部的角度, 提出一种利用模拟退火算法对 LED 特定模组进行优化, 在

目标面上实现均匀照度分布。陈述等<sup>[2]</sup>则从宏观角度, 对室内空间 LED 光源布局进行优化, 提高光照均匀度等指标。在实际生产中, 从全局角度出发对面状 LED 发光体上的 LED 灯珠的分布问题则研究较少, 特别是对于任意形状的面状 LED, 其灯珠均匀布局问题难度大且一直亟待解决。另外, 分布后 LED 灯珠间的组合和线路连接优化问题也一直困扰着工程设计人员。

根据 LED 行业标准分析<sup>[3]</sup>及工业工程生产需要, 面状 LED 发光体内置小灯珠分布及线路连接问题需满足以下 2 点基本要求:

- (1) 整块 LED 板照度尽量均匀;
- (2) LED 灯珠组合和线路连接符合物理学及工



收稿日期: 2020-05-28 修回日期: 2020-06-12;  
基金项目: 国家自然科学基金(61972128, 61702155);  
作者简介: 费月(1995-), 女, 安徽合肥, 硕士生, 研究方向为数字媒体与可视化; 桂志强(1995-), 男, 安徽芜湖, 硕士生, 研究方向为计算机图形学与辅助设计; 姚裕友(1996-), 男, 安徽桐城, 博士, 研究方向为软件交互技术、计算机图形学与辅助设计。

程设计要求，并节省用料。

本文引入质心容量限制 Power 图，提出一种面向均匀照度目标的面状 LED 发光体灯珠分布方法，从理论上保证底板照度的均匀。同时，提出了一种基于贪心策略的 LED 灯珠组合和线路连接算法，优化线路连接方式和物料使用量。

## 1 基于 Power 图的 LED 灯珠布局

### 1.1 Power 图及其在布局问题中的应用

Power 图是 Voronoi 图的一种加权扩展，Voronoi 图是一种被广泛利用的空间划分方案，使每个 Voronoi 区域内的点到该区域站点的距离相比于到其他 Voronoi 区域的站点的距离最小。Power 图对每个站点赋予权重，重新定义 Voronoi 图中的距离，在此基础上对 Power 图施加容量约束和质心约束，可以得到质心容量限制 Power 图。

设在二维问题域  $D \in \mathbb{R}^2$  中，初始化点集  $X = \{x_i, i=1, 2, \dots, n\}$ ，点  $x_i$  的权重为  $\omega_i$ ，则可定义问题域内任意一点  $x$  到  $x_i$  的带权距离为：

$$d(x, x_i) = \|x - x_i\|^2 - \omega_i \quad (1)$$

即可在问题域  $D$  中生成 Power 域  $P_i^{\omega_i}$ ，其 Power 划分满足以下条件：

$$P_i^{\omega_i} = \left\{ x \mid d(x, x_i) \leq d(x, x_j) \right. \\ \left. \text{for } i, j = 1, \dots, n \text{ and } j \neq i \right\} \quad (2)$$

当问题域  $D$  为连续域且密度函数为  $\rho(x)$  时，定义 Power 域  $P_i^{\omega_i}$  的容量  $m$  为

$$m_i = \int_{x \in P_i^{\omega_i}} \rho(x) dx \quad (3)$$

对于预设容量集

$$C = \{c_i \mid i = 1, 2, \dots, n, \text{ and } c_i > 0\} \quad (4)$$

设置约束

$$m_i = c_i \quad (5)$$

即可得到容量限制 Power 图。

在此基础上，添加质心限制，即规定 Power 区域的站点位置正好处于其质心  $x_i^*$  上，可得质心容量限制 Power 图。

针对 Power 图的生成算法，国内外已经有许多学者进行了深入研究，如 Balzer 等<sup>[4]</sup>提出了连续区

域下容量限制 Power 图生成法后，Goes<sup>[5]</sup>提出一种交替迭代优化生成基于质心容量限制 Power 图算法，Xin<sup>[6]</sup>提出了一种超线性质心容量限制 Power 图优化生成算法，郜文灿<sup>[7]</sup>提出一种站点固定情况下的质心容量限制 Power 图算法，路畅等<sup>[8]</sup>提出一种所有变量一体优化的加速生成质心容量限制 Power 图算法，蔡瑞文<sup>[9]</sup>提出一种 Power 图权值的快速计算方法，加速生成容量限制 Power 图。Zheng 等<sup>[10]</sup>提出一种基于 GPU 的质心容量限制 Power 图的快速生成算法。

基于 Voronoi 图和 Power 图的良好特性，Voronoi 图和 Power 图在布局分配方面有着十分广泛的应用，如 Dai<sup>[11]</sup>提出应用于空中交通管理的基于 Power 图的扇区划分方法，Bernhard Reinert 等<sup>[12]</sup>将 Voronoi 图应用于艺术性的布局排列上，冯电军等<sup>[13]</sup>采用加权 Voronoi 图扩展断裂点模型应用于农村居民点整理布局优化，Eppstein 等<sup>[14]</sup>拓展了 Power 图的三维定义并将其应用在图形图像绘制和肥皂泡问题中，郑利平等<sup>[15]</sup>基于 Power 图求解容量限制 P-中值问题。

### 1.2 基于质心容量限制 Power 图的 LED 灯珠布局算法

本文采用质心容量限制 Power 图对 LED 灯珠进行优化布局，生成算法采用的是 Xin<sup>[6]</sup>提出的超线性优化生成算法。该算法主要有以下几个过程：(1) 随机生成站点；(2) 利用牛顿法优化容量限制；(3) 利用 L-BFGS 优化质心。(2)~(3) 交替执行直至收敛量。

在 Power 图中，可调整对于站点的权重值来控制各个 Power 单元容量，从而达到每个 Power 区域容量相同的目标。因此，本文将面状 LED 发光体上每个 LED 的灯珠照度总量，映射为其占用的 Power 区域的容量。从而实现面状 LED 发光体照度均匀的目标。具体描述如下：首先将面状 LED 发光体底板建模为二维问题域  $D$ ，其次设置每个 Power 单元的容量为：

$$c = S/n \quad (6)$$

式中： $S$  为问题域的面积； $n$  为区域内分布的 LED

灯珠数目。

然后根据容量值  $c$ , 采用 Xin<sup>[6]</sup>所提的方法对问题域  $D$  进行 Power 划分, 最后提取每个 Power 单元站点位置。LED 灯珠布局算法见算法 1, 应用过程示例如图 1 所示。

算法 1: 面状 LED 发光体灯珠布局算法

输入: 面状 LED 发光体  $D$ , LED 灯珠数目  $n$ 。

输出: 面状 LED 发光体灯珠位置。

step 1: 面状 LED 发光体区域建模为 Power 图问题域。

step 2: 问题域  $D$  内随机生成  $n$  个站点的位置和权重。

step 3: 根据公式(6)设置每个 Power 单元的相同容量值  $c$ 。

step 4: 采用 Xin<sup>[6]</sup>的方法在问题域  $D$  上生成等容量限制的质心 Power 图。

step 5: 提取 Power 站点位置, 即为各灯珠位置。

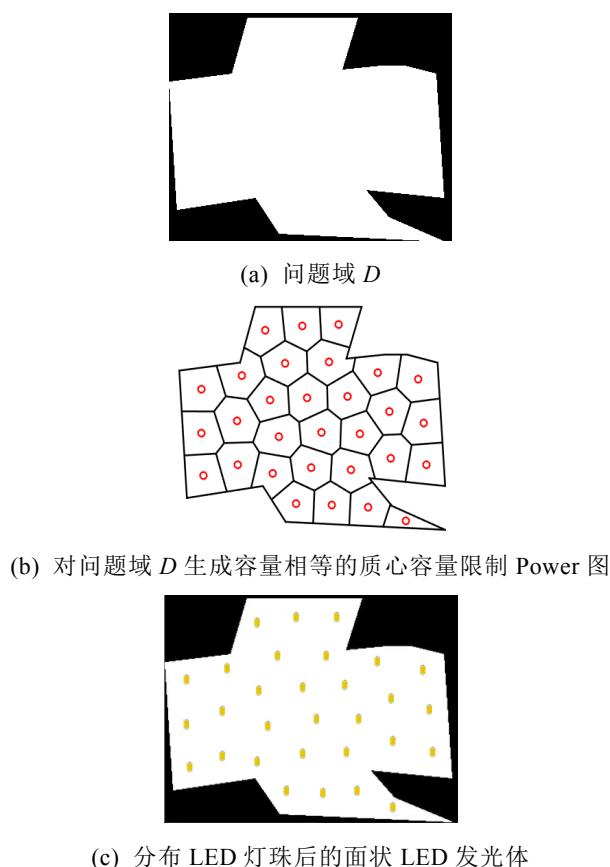


图 1 LED 灯珠布局算法应用过程  
Fig. 1 Application process of LED distribution algorithm

## 2 基于贪心策略的 LED 灯珠组合和线路连接优化算法

面状 LED 发光体灯珠布局完成后, LED 灯珠需要进行分组、连接, 并满足“组内串联, 组间并联”的工程设计要求。将全部 LED 灯珠划分为若干组, 串联组内 LED 灯珠, 再将各组 LED 灯珠并联至总线。此设计主要考虑以下几个约束条件: (1) 各组线路相互之间不可以交叉覆盖; (2) 节省物料资源, 所有分组线路长度总和越小越好; (3) 为实现工程连接便利, 每组 LED 连接线路需满足尽可能平行的原则。

本问题来源于实际工程, LED 灯珠组合和线路连接要求尽量 3 个灯珠一组连接, 但特殊情况下, 可存在部分 2 个灯珠一组连接、后期补充 1 个电阻的解决方式, 但不能存在大于 3 个灯珠一组连接或者孤立灯珠的分组。即在尽量满足 3 灯珠组合和线路连接情况下, 可存在少量双灯珠组合和线路连接。因此, 本文采用先初始化连接双灯珠线路, 再将双灯珠线路向 3 灯珠线路扩展, 并同时优化双灯珠线路及 3 灯珠线路的解决方法。

基于以上约束条件, 该问题可建模为平面组合和连接优化问题, 本文采用贪心策略进行求解。

### 2.1 LED 灯珠组合和线路连接优化过程

#### 2.1.1 初始双灯珠组合和线路连接

本文通过初始化双灯珠组合和线路连接, 实现各线路间无交叉覆盖的连接目标。作问题域  $D$  的中心点, 以过中心点且平行于水平线所在直线为  $X$  轴, 作过此中心点且垂直于  $X$  轴的直线为  $Y$  轴, 建立参考坐标系。初始将整个区域作为输入, 对各个区域内的 LED 灯珠递归执行以下过程进行划分直至区域内的灯珠数目为 2 或 1, 则该区域内的灯珠划分为一组。具体过程为:

(1) 将区域内的 LED 灯珠以横坐标值升序排列, 并划分为 2 个区域。

(2) 对上述每个区域内的 LED 灯珠的纵坐标值升序排列分为 2 个区域, 共有 4 个子区域。

(3) 对每个子区域重复执行上述操作。

上述过程中, 划分两个区域时按照 LED 灯珠数目来进行。设待划分区域内灯珠个数为  $k(k>2)$ , 划分后两个区域灯珠数分别为  $k_1$  和  $k_2$ , 则:

$$k_1 = 2 \times \left\lceil \frac{k-1}{4} \right\rceil \quad (7)$$

$$k_2 = k - k_1 \quad (8)$$

初始化孤立灯珠集合  $L_1 = \emptyset$ , 双灯珠线路集合  $L_2 = \emptyset$ 。将灯珠数目为 2 的组连接并加入  $L_2$ , 否则插入  $L_1$ 。此时  $L_2$  中所有组内双灯珠连接线长度的均值设为  $dis_{init}$ , 所有组内双灯珠连接线与中轴夹角的余弦值的均值设为  $\cos_{init}$ 。

### 2.1.2 灯珠分组及线路连接优化

定义每一个双灯珠线路的能量为:

$$E_i = \omega \frac{dis_i}{dis_{init}} + (1-\omega) \frac{\cos_i}{\cos_{init}} \quad (9)$$

式中:  $dis_i$  为每一个双灯珠连接线的长度;  $\cos_i$  为每一个双灯珠连接线与中轴夹角的余弦值;  $\omega$  和  $(1-\omega)$  为各自所占的权重,  $\omega \in [0,1]$ 。

由此, 线路连接的总能量值  $E = \sum_{i=1}^n E_i$ 。

设 3 灯珠线路集合  $L_3 = \emptyset$ , 根据以下规则扩展生成 3 灯珠: 将孤立灯珠与其相邻的双灯珠线路扩展为 3 灯珠线路, 选取其中能量最小且两条子线路间的夹角不为锐角的 3 灯珠连接方式。其中每一条 3 灯珠线路的能量即为两条子线路能量的均值, 根据式(9), 每一条子线路的能量可表示如下:

$$E_{i_1} = \omega \frac{dis_{i_1}}{dis_{init}} + (1-\omega) \frac{\cos_{i_1}}{\cos_{init}} \quad (10)$$

$$E_{i_2} = \omega \frac{dis_{i_2}}{dis_{init}} + (1-\omega) \frac{\cos_{i_2}}{\cos_{init}} \quad (11)$$

可得每一个 3 灯珠线路能量:

$$E_i = \frac{E_{i_1} + E_{i_2}}{2} \quad (12)$$

迭代执行以下 4 个过程, 结束条件为  $L_1 = \emptyset$  且当前的总能量值与上一次的总能量值下降值小于阈值  $\epsilon$ 。

(1) 将集合  $L_2$  中的双灯珠线路能量值降序排

列。依次遍历  $L_2$ , 将当前所访问的双灯珠线路断开为两个孤立灯珠; 对两个孤立灯珠, 根据 3 灯珠扩展规则依次搜索  $L_2$  中的其他灯珠组, 若有符合扩展条件的双灯珠线路则生成新的 3 灯珠组, 更新  $L_2$  及  $L_3$ ; 否则, 更新  $L_1$ ;

(2) 根据以下规则优化 3 灯珠组合和线路连接: 根据公式(12)将  $L_3$  中 3 灯珠线路以能量值降序排列, 顺序访问  $L_3$ , 断开当前访问的 3 灯珠线路中能量较大的子线路为一个双灯珠线路和一个孤立灯珠, 对该孤立灯珠根据 3 灯珠扩展规则搜索  $L_2$ , 若该孤立灯珠搜索到符合扩展条件的双灯珠线路, 则更新  $L_2$  及  $L_3$ ;

(3) 若  $L_1 \neq \emptyset$  且  $L_2 \neq \emptyset$ , 遍历  $L_1$ , 根据 3 灯珠扩展规则搜索  $L_2$ , 若符合则更新  $L_1$ 、 $L_2$  及  $L_3$ ;

(4) 若  $L_1 \neq \emptyset$  且  $L_3 \neq \emptyset$ , 遍历  $L_1$ , 搜索  $L_3$ , 将当前访问孤立灯珠与其近邻中能量最大的 3 灯珠线路, 重新组合为 2 个双灯珠线路, 选取其中能量最小的 2 个双灯珠连接方式。并更新  $L_1$ 、 $L_2$  及  $L_3$ 。

## 2.2 LED 灯珠组合和线路连接优化算法

算法步骤如下:

### 算法 2 LED 灯珠组合和线路连接算法

输入: 问题域  $D$ , 能量阈值  $\epsilon$ , LED 灯珠集合

$$q_0 = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}.$$

输出: 集合  $L = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \dots\}$ ,  $l_i$  为一个组合、连接单元。

// 初始化双灯珠组合和线路连接

step 1: 初始化  $L_1 = \emptyset$ ,  $L_2 = \emptyset$ ,  $L_3 = \emptyset$ , 令迭代次数  $t = 0$ 。

step 2: 作问题域  $D$  的中心点, 建立参考坐标系。

step 3: CALL PROCEDURE GroupDivision( $D$ )。

step 4: 将灯珠数目为 1 的分组插入  $L_1$ , 灯珠数目为 2 的分组插入  $L_2$ 。

// 3 灯珠线路组合和连接及优化

step 5: 遍历  $L_2$ , 根据式(9)计算双灯珠线路能量。

step 6: Repeat

(1)  $t = t + 1$ , 按照能量值降序 sort( $L_2$ )。

(2) 遍历  $L_2$ , 根据 3 灯珠扩展当前所访问双灯珠, 更新  $L_1$ 、 $L_2$  及  $L_3$ 。

(3) 根据 3 灯珠优化规则优化 3 灯珠线路, 更新  $L_2$  及  $L_3$ 。

(4) if  $L_1 \neq \emptyset \& L_2 \neq \emptyset$ , then 遍历  $L_1$ , 搜索  $L_2$ , 根据 3 灯珠扩展规则扩展当前所访孤立灯珠, 更新  $L_1$ 、 $L_2$  及  $L_3$ 。

(5) if  $L_1 \neq \emptyset \& L_3 \neq \emptyset$ , then 遍历  $L_1$ , 搜索 3 灯珠线路, 重新组合为 2 个双灯珠线路, 选取其中能量最小的 2 个双灯珠连接方式, 更新  $L_1$ 、 $L_2$  及  $L_3$ 。

(6) 计算当前连接线路总能量

$$E^t = \sum_{i=1}^n E_i.$$

(7) Until  $E^t - E^{t-1} < \varepsilon$ 。

step 7: Return  $L = L_2 \cup L_3$ 。

// PROCEDURE GroupDivision ()

输入: 区域  $P$  内灯珠的集合

输出: 组内数目为 2 或 1 的灯珠组集合

step 1: if 区域内灯珠数目不大于 2 return。

step 2: 以横坐标升序排列区域内灯珠, 根据式(7)、式(8)得到的灯珠个数, 将区域内灯珠集合划分为 2 个子集合  $s_1$ ,  $s_2$ 。

step 3: 将  $s_1$ ,  $s_2$  分别以纵坐标升序排列, 并根据式(7)、式(8)得到的灯珠个数, 划分为 2 个子集合, 即可得  $S = \{s_{11}, s_{12}, s_{21}, s_{22}\}$ 。

step 4: FOR EACH  $s \in S$

CALL PROCEDURE GroupDivision( $s$ )

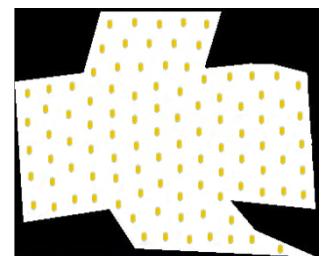
### 3 实验结果及分析

本文实验环境是操作系统 Windows7 64 位, CPU 为 Intel(R) Core(TM) i7-5500U 4 核 2.40 GHz, 内存为 8.00 GB。编译环境是 Microsoft Visual Studio 2012。采用 OpenCV 处理图像, 所有程序基于 C++ 语言编写。本文根据实际工程生产需求, 选

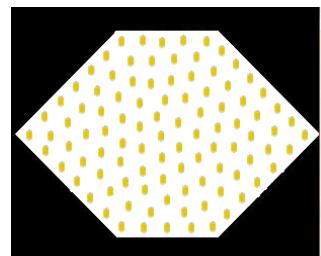
取参数  $\omega=0.5$ 。

#### 3.1 LED 灯珠布局

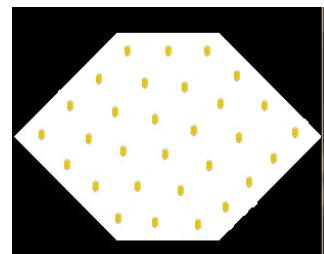
按照不同 LED 面状区域形状和 LED 灯珠数量, 进行了多组实验。由于 Power 图精确容量限制的特性, 小灯珠的分布不受区域形状及区域内小灯珠总数的影响, 表现良好的分布结果。2 种不同图形区域以及不同数目的 LED 灯珠分布如图 2 所示。



(a) 面状区域 1 内 100 个 LED 灯珠



(b) 面状区域 2 内 100 个 LED 灯珠



(c) 面状区域 2 内 30 个 LED 灯珠

图 2 LED 灯珠分布  
Fig. 2 Distribution of LED

#### 3.2 LED 灯珠分组和线路连接

在不同 LED 面状区域下, 特别是较难优化的非凸区域, 针对不同数目的 LED 灯珠, 实现灯珠组合和线路连接及优化。多组实验下的灯珠线路连接优化如图 3 所示, 在 5 个不同区域内, 分别选取 100 个、100 个、90 个、120 个、60 个灯珠。

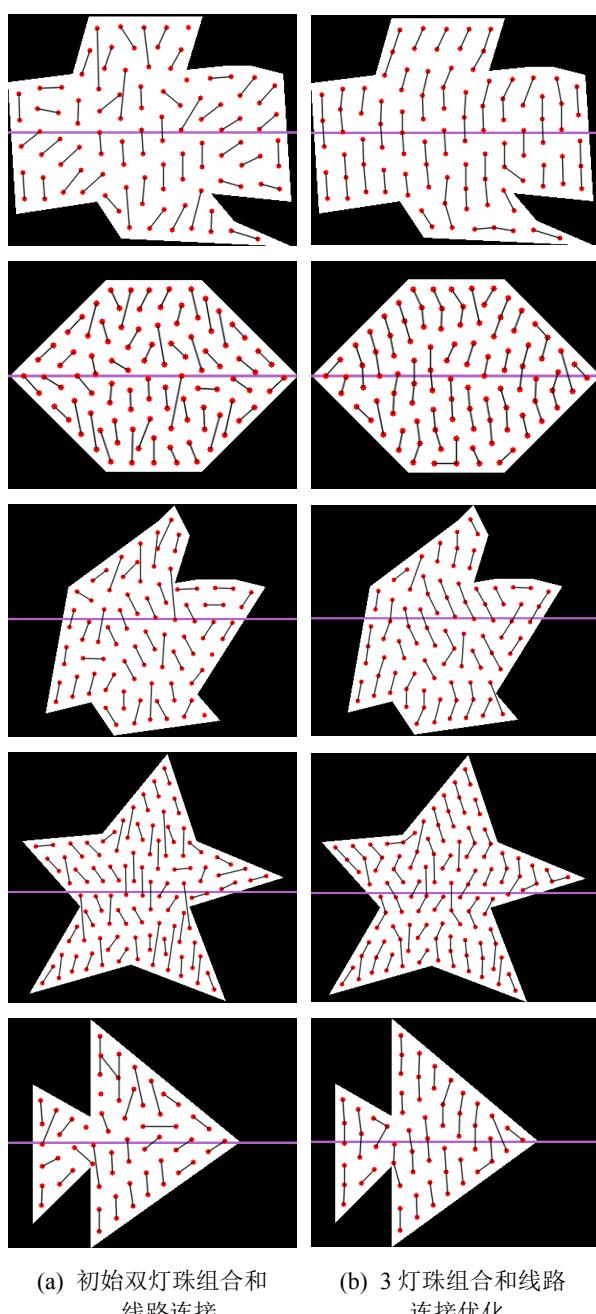


图3 灯珠组合和线路连接  
Fig. 3 Combination and connection of LED

图3(a)列为初始化双灯珠线路的结果,从实验结果看出,实现了各线路间无交叉覆盖的连接目标。但是可能会有存在孤立点的情况,同时不满足工程上尽量3个灯珠一组连接的工程设计要求,需要进一步优化。

图3(b)列在图3(a)列连接基础上3灯珠线路

连接优化结果,其中区域中间紫色线段为中轴。实验结果可以看出,算法能在不存在孤立灯珠的情况下,尽可能多地生成3灯珠组合,同时线路连接清晰、无交叉,灯珠分组较整齐、大部分连接线路能与中轴垂直,容易在后期实现与中轴连接点亮整个发光体。

由于3灯珠线路子线路连接线长度的值与子线路连接线与中轴夹角的余弦值存在竞争关系,所以将这2个值纳入能量公式,在这2个值都取得较优值时,灯珠线路能量值收敛并得到较优解。

图4给出了图3中5个实例迭代过程中的能量优化过程,其中横坐标为迭代次数,纵坐标为每一次优化后能量与初始能量的比值。可以看出算法经过2~3次迭代即可收敛,收敛快,时间性能良好。

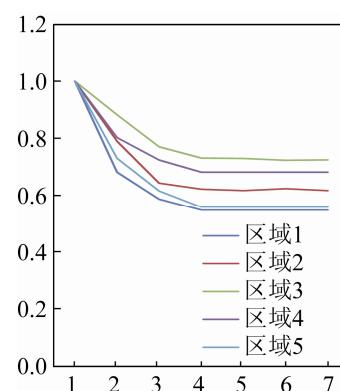


图4 灯珠线路能量优化纪录图  
Fig. 4 Figure of energy optimization of LED combination and connection

对比现有实际生产中给定一块面状区域,完全由工程设计师根据电路知识设计连接线路的方式,本文所提的LED灯珠分组和线路连接方案,线路连接更加清晰,实现速度更快,连接结果更加稳定,可以减轻工程设计师的工作负担,减少人力消耗,同时尽可能地减少了对物料的消耗,从而在一定程度上降低工程生产成本。

## 4 结论

本文提出一种将质心容量限制Power图,应用于解决给定LED灯珠数目情况下的面状LED发光

体底板上 LED 灯珠分布问题的方案, 并对后续出现的 LED 灯珠组合和电路线路连接优化问题提出了一种基于贪心策略的解决方案。同传统方法相比, 本文的方法解决了面状发光体底板上 LED 灯珠分布不合适所带来的照度不均匀的问题, 同时优化了灯珠间线路连接方案, 节省人力物力, 适用于工业化批量生产。下一步工作包括实现异构 LED 灯珠照度, 带分布密度场的 LED 灯珠非均匀布局, 以及考虑总线、LED 灯珠分组连接至总线等全过程用料最优问题。

## 参考文献:

- [1] 王加文, 苏宙平, 袁志军, 等. LED 阵列模组化中的照度均匀性问题[J]. 光子学报, 2014, 43(8): 16-22.  
Wang Jiawen, Su Zhouping, Yuan Zhijun, et al. Study on Uniformity of LED Array Illumination Distribution on Target Plane[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(8): 16-22.
- [2] 陈述, 凌六一, 黄家伟, 等. 室内可见光通信 LED 光源布局及优化[J]. 光通信技术, 2018, 42(10): 60-63.  
Chen Shu, Ling Liuyi, Huang Jiawei, et al. Layout and Optimization of LED Lighting for Indoor Visible Light Communication[J]. Optical Communication Technology, 2018, 42(10): 60-63.
- [3] SJ/T 11141-2017, 发光二极管(LED)显示屏通用规范[S].  
SJ/T 11141-2017, Generic Specification for LED panels[S].
- [4] Balzer M, Schröder T, Deussen O. Capacity-Constrained Point Distributions : A Variant of Lloyd's Method[J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2009, 28(3): 617-624.
- [5] De G F, Breeden K, Ostromoukhov V, et al. Blue Noise Through Optimal Transport[J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2012, 31(6): 567-571.
- [6] Xin S Q, Bruno L, Chen Z, et al. Centroidal Power Diagrams with Capacity Constraints: Computation, Applications, and Extension[J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2016, 35(6): 244.
- [7] 郑利平, 郜文灿, 李尚林, 等. 定点容量限制质心 Power 图生成[J]. 中国图象图形学报, 2016, 21(9): 1229-1237.  
Zheng Liping, Gao Wencan, Li Shanglin, et al. A Generating Method of Centroidal Capacity Constrained Power Diagram for Fixed Sites[J]. Journal of Image and Graphics, 2016, 21(9): 1229-1237.
- [8] 郑利平, 路畅, 蔡瑞文, 等. 质心容量限制 Power 图一体化生成算法[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(7): 2489-2496.  
Zheng Liping, Lu Chang, Cai Ruiwen, et al. Integrated generating algorithm of Centroidal Capacity Constrained Power Diagram[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(7): 2489-2496.
- [9] 郑利平, 蔡瑞文, 郜文灿, 等. 容量限制 Power 图快速计算算法(英文)[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2018, 30(5): 791-800.  
Zheng Liping, Cai Ruiwen, Gao Wencan, et al. Efficient Computation Method of Capacity Constrained Power Diagram (English)[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2018, 30(5): 791-800.
- [10] Zheng L, Gui Z, Cai R, et al. GPU-based Efficient Computation of Power Diagram[J]. Computers & Graphics (S0097-8493), 2019, 80: 29-36.
- [11] Dai F, Li Z, Wang L. Study on the Method of Sector Division Based on the Power Diagram[C]. 2009 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2009, 2, 393-395.
- [12] Reinert B, Ritschel T, Seidel H P. Interactive By-example Design of Artistic Packing Layouts[J]. ACM Transactions on Graphics (S0730-0301), 2013, 32(6): 1-7.
- [13] 冯电军, 沈陈华. 基于扩展断裂点模型的农村居民点整理布局优化[J]. 农业工程学报, 2014, 30(8): 201-209.  
Feng Dianjun, Shen Chenhua. Layout Optimization for Rural Settlements Consolidation Based on Extended Break-point Model[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2014, 30(8): 201-209.
- [14] Eppstein D. A Möbius-Invariant Power Diagram and Its Applications to Soap Bubbles and Planar Lombardi Drawing[J]. Discrete and Computational Geometry (S0179-5376), 2014, 52(3): 515-550.
- [15] 郑利平, 江婷, 周乘龙, 等. 基于 Power 图求解容量限制 P-中值问题[J]. 计算机应用, 2015, 35(6): 1623-1627.  
Zheng Liping, Jiang Ting, Zhou Chenglong, et al. Solving Approach of Capacity Constrained P-median Problem Based on Power Diagram[J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(6): 1623-1627.