

9-18-2020

## Optimal Control Research on Vehicle Magnetorheological Semi-Active Suspension of Four Degrees of Freedom

Yongshu Jia

*Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China;*

Ahai Miu

*Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Optimal Control Research on Vehicle Magnetorheological Semi-Active Suspension of Four Degrees of Freedom

## Abstract

**Abstract:** Based on system dynamics theory of vehicle, *aiming at the model of 1/2 vehicle suspension, the vehicle magnetorheological semi-active suspension dynamic equation and space state equation with four degrees of freedom are established. A linear two times optimal controller and control algorithm for semi-active suspension are designed, and the control strategy based on magnetorheological damper of subdivision vibration velocity is proposed.* Suspension simulation model is established to analyze the optimal control effect in SIMULINK. The results show that the magnetorheological semi-active suspension system based on the optimal control of the vehicle can reduce vehicle vertical vibration acceleration and vehicle pitch angle acceleration, and thus effectively improves the suspension performance.

## Keywords

semi-active suspension, magnetorheological damper, optimal control, four degrees of freedom

## Recommended Citation

Jia Yongshu, Miu Ahai. Optimal Control Research on Vehicle Magnetorheological Semi-Active Suspension of Four Degrees of Freedom[J]. Journal of System Simulation, 2020, 32(9): 1818-1824.

## 四自由度汽车磁流变半主动悬架最优控制研究

贾永枢, 缪阿海

(浙江工贸职业技术学院, 浙江 温州 325003)

**摘要:** 应用汽车行驶动力学理论, 以 1/2 汽车悬架模型为研究对象, 建立四自由度汽车磁流变半主动悬架动力学方程和空间状态方程, 设计了半主动悬架线性二次型最优控制器及控制算法, 提出了汽车振动速度分段式磁流变半主动悬架最优控制策略。在 SIMULINK 软件中建立悬架仿真模型, 仿真分析磁流变半主动悬架最优控制效果, 仿真结果表明, 汽车磁流变半主动悬架应用最优控制算法和分段控制策略可以降低车身垂向振动加速度和车身俯仰角加速度, 提高了悬架平顺性。

**关键词:** 半主动悬架; 磁流变减振器; 最优控制; 四自由度

中图分类号: U463.33 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2020) 09-1818-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.19-0036

### Optimal Control Research on Vehicle Magnetorheological Semi-Active Suspension of Four Degrees of Freedom

Jia Yongshu, Miu Ahai

(Zhejiang Industry &amp; Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China)

**Abstract:** Based on system dynamics theory of vehicle, aiming at the model of 1/2 vehicle suspension, the vehicle magnetorheological semi-active suspension dynamic equation and space state equation with four degrees of freedom are established. A linear two times optimal controller and control algorithm for semi-active suspension are designed, and the control strategy based on magnetorheological damper of subdivision vibration velocity is proposed. Suspension simulation model is established to analyze the optimal control effect in SIMULINK. The results show that the magnetorheological semi-active suspension system based on the optimal control of the vehicle can reduce vehicle vertical vibration acceleration and vehicle pitch angle acceleration, and thus effectively improves the suspension performance.

**Keywords:** semi-active suspension; magnetorheological damper; optimal control; four degrees of freedom

## 引言

悬架控制算法对汽车半主动悬架起重要作用, 世界各国研究人员针对半主动悬架系统提出了很多控制算法, 包括神经网络控制、天棚控制、PID

控制、 $H_\infty$ 控制等<sup>[1-8]</sup>。天棚控制没有改善汽车操纵稳定性; PID 控制对于汽车非线性控制不够全面; 神经网络控制训练数据较难获取;  $H_\infty$ 控制对于模型参数摄动时, 系统鲁棒性能均迅速下降。

最优控制理论应用较广泛, 研究人员对磁流变半主动悬架最优控制系统进行不同角度研究, Zhang 等<sup>[9]</sup>建立两自由度的车辆悬架系统运动微分方程, 分析全状态反馈 LQR 控制对悬架系统振动抑制的有效性, 并研究控制算法参数的影响; Yue



收稿日期: 2019-01-22 修回日期: 2019-05-15;  
基金项目: 浙江省科技厅研究项目(2015C31064);  
作者简介: 贾永枢(1977-), 男, 浙江乐清, 硕士, 教授, 研究方向为车辆磁流变减振器、车辆悬架振动控制。

<http://www.china-simulation.com>

• 1818 •

等<sup>[10]</sup>建立两自由度汽车悬架模型, 研究激励和非线性变化对悬架振动的影响, 以及最优控制参数对悬架振动的控制影响, 提出了一种基于线性控制参数的最优控制方法; 任艳飞等<sup>[11]</sup>采用七自由度整车模型, 建立最优控制反馈控制矩阵与磁流变减振器的函数关系, 实现磁流变减振器的阻尼力控制。Wang 等<sup>[12]</sup>以配置 4 个磁流变阻尼器的整车悬架为控制对象, 提出顶层最优控制与底层模糊控制相结合的最优模糊控制思想。从上述文献最优控制研究现状来看, 最优控制磁流变半主动悬架系统的理论研究方面取得了一定的进展, 但大部分研究采用 1/4 汽车悬架模型或整车悬架模型, 对 1/2 汽车悬架模型研究不多见, 而整车悬架模型结构较复杂, 而在实际应用中, 通常选用较为简单的方法。本文建立四自由度 1/2 汽车磁流变半主动悬架模型, 设计了汽车半主动悬架控制最优控制器, 在 MATLAB 软件中仿真分析了半主动悬架系统的最优控制效果。

## 1 1/2 汽车半主动悬架模型的建立

### 1.1 四自由度悬架动力学模型

1/2 汽车悬架模型结构简单, 涉及的悬架设计参数少, 可以用来研究汽车的俯仰角、车身质心振动、轮胎动载荷、悬架动行程等, 如图 1 所示为建立的四自由度 1/2 汽车半主动悬架模型。

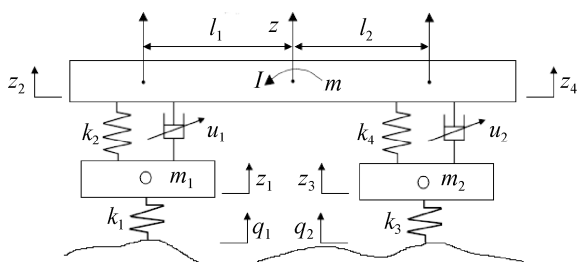


图 1 四自由度 1/2 汽车磁流变半主动悬架模型  
Fig. 1 1/2 vehicle semi-active suspension model of four degrees of freedom

根据汽车振动理论, 建立下列运动学微分方程描述图 1 四自由度 1/2 汽车磁流变半主动悬架模型:

$$m_1 \ddot{z}_1 = -k_1(z_1 - q_1) + k_2(z - l_1\theta - z_1) + u_1 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{z}_3 = -k_3(z_3 - q_2) + k_4(z + l_2\theta - z_3) + u_2 \quad (2)$$

$$m \ddot{z} = -k_2(z - l_1\theta - z_1) - u_1 - k_4(z + l_2\theta - z_3) - u_2 \quad (3)$$

$$I \ddot{\theta} = [k_2(z - l_1\theta - z_1) + u_1] l_1 - [k_4(z + l_2\theta - z_3) + u_2] l_2 \quad (4)$$

式中:  $m$  为半车模型的质量;  $m_1$ 、 $m_2$  为前、后悬架簧下质量;  $k_2$ 、 $k_4$  为前、后悬架刚度;  $k_1$ 、 $k_3$  为前、后轮胎刚度;  $u_1$ 、 $u_2$  为前、后悬架减振器可调阻尼力;  $z$  为车身质心垂向位移;  $z_1$ 、 $z_3$  为前、后悬架簧下质量垂向位移;  $z_2$ 、 $z_4$  为前、后悬架簧上质量垂向位移;  $q_1$ 、 $q_2$  为前、后轮路面垂向位移;  $\theta$  为车身的俯仰角;  $I$  为俯仰转动惯量;  $l_1$ 、 $l_2$  为前轴和后轴到质心之间的距离。

路面不平度是导致悬架振动的主要原因, 可以用路面频谱函数表示, 即路面输入悬架的激励时域函数为<sup>[13]</sup>:

$$\dot{q}_1(t) = -2\pi f_0 v q(t) + 2\pi n_0 \sqrt{G_0} v w(t) \quad (5)$$

考虑到汽车行驶时前后轮的路面输入基本一致, 但存在时间延迟, 由前后轮距和汽车行驶速度决定, 即:

$$\dot{q}_2(t) = \dot{q}_1(t - \tau) \quad (6)$$

$$\tau = (l_1 + l_2) / v_0 \quad (7)$$

式中:  $v_0$  为车速;  $G_0$  为路面不平度系数, 其大小取决于路面级别;  $w(t)$  为方差为 1 的白噪声;  $f_0$  为下截止频率, 一般取 0.011 Hz;  $n_0$  为参考空间频率, 取  $0.1 \text{ m}^{-1}$ ;  $\tau$  为后轮延迟时间。

### 1.2 系统状态空间的建立

根据研究目标, 选取前、后悬架簧下质量垂向位移、车身质心垂向位移、车身俯仰角及其上述参数的一阶导数, 构成状态向量  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X} = (\dot{z}_1 \quad \dot{z}_3 \quad \dot{z} \quad \dot{\theta} \quad z_1 \quad z_3 \quad z \quad \theta)^T \quad (8)$$

选取输出向量为:

$$\mathbf{Y} = (\ddot{z} \quad \ddot{\theta} \quad z_2 - z_1 \quad z_4 - z_3 \quad z_1 - q_1 \quad z_3 - q_2)^T \quad (9)$$

系统微分方程改写为线性空间状态方程形式:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{E}\mathbf{W} \quad (10)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U} \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{W}$  为路面输入向量,  $\mathbf{W} = (q_1(t) \quad q_2(t))^T$ ;

$U$  为输出控制向量,  $U = (u_1(t) \ u_2(t))^T$ ;  $A$  为  $8 \times 8$  矩阵,  $B$  为  $8 \times 2$  矩阵,  $C$  为  $6 \times 8$  矩阵,  $D$  为  $6 \times 2$  矩阵,  $E$  为  $8 \times 2$  矩阵, 以上各矩阵均可由式(1)~(11)求得。

## 2 半主动悬架 LQR 最优控制器

### 2.1 最优控制算法

半主动悬架控制目标是实现汽车在不同行驶状态下获得最佳的舒适性和操作性, 主要体现在汽车振动加速度、俯仰角加速度、悬架动行程、轮胎动位移等动态性能指标, 同时要求悬架动行程不超出允许范围, 以避免悬架撞击限位块, 并使控制能量最小, 即磁流变减振器可控阻尼力最小<sup>[14]</sup>。因此, 线性二次型 LQR 最优控制器控制目标为选取各性能指标达到最小, 性能目标指标表示为:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [q_1 \dot{z}^2 + q_2 \dot{\theta}^2 + q_3 (z_2 - z_1)^2 + q_4 (z_4 - z_3)^2 + q_5 (z_1 - q_1)^2 + q_6 (z_3 - q_1)^2 + r_1 u_1^2 + r_2 u_2^2] dt \quad (12)$$

式中:  $z_2 - z_1$  为前悬架动行程;  $z_4 - z_3$  为后悬架动行程;  $z_1 - q_1$  为前轮胎动位移;  $z_3 - q_1$  为后轮胎动位移;  $q_1$  为车身质心垂向加速度加权系数;  $q_2$  为车身俯仰角加速度加权系数;  $q_3$  为前悬架动行程加权系数;  $q_4$  为后悬架动行程加权系数;  $q_5$  为前轮胎动位移加权系数;  $q_6$  为后轮胎动位移加权系数;  $r_1$  为前悬架磁流变减振器可调阻尼力加权系数;  $r_2$  为后悬架磁流变减振器可调阻尼力加权系数。加权系数反映了性能指标在汽车半主动悬架控制系统中的重要程度, 系数越大对半主动悬架性能影响越大。合理选择加权系数非常重要, 应兼顾操作稳定性和平顺性, 一般采用经验法或者试凑法确定加权系数<sup>[15]</sup>。

性能目标指标函数  $J$  转换成矩阵:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [Y^T Q_w Y + U^T R_w U] dt \quad (13)$$

式中:  $Q_w$  和  $R_w$  为权重矩阵,

$$Q_w = \begin{pmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 \end{pmatrix}$$

$$R_w = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix}$$

汽车半主动悬架磁流变减振器最优阻尼力:

$$U = -KX(t) \quad (14)$$

式中: 反馈增益矩阵  $K = B^T P + N^T$ , 其中  $P$  可由黎卡提(Riccati)方程求得:

$$PA + A^T P - (PN + N)R^{-1}(B^T P + N^T) + Q = 0 \quad (15)$$

可通过调用 MATLAB 软件仿真计算得到反馈增益矩阵  $K$  和可控最优阻尼力  $U$ 。

### 2.2 振动速度分段控制策略

半主动悬架控制系统应用最优控制算法计算最优期望阻尼力和控制电流, 磁流变减振器在控制电流作用下输出最优期望阻尼力, 从而实现汽车振动可控。磁流变减振器特性直接决定半主动悬架控制精度和效果, 但磁流变减振器特性准确建模较困难, 为了简化控制计算, 便于控制算法应用实现, 本文提出一种减振器振动速度分段控制策略。悬架磁流变减振器振动速度分段数越多, 控制时减振器特性越容易逼近实际值, 最优控制精度越高。可参照减振器台架试验, 将振动速度分成 0~0.052 m/s, 0.052~0.131 m/s, 0.131~0.262 m/s, 0.262~0.393 m/s, 0.393~0.524 m/s 等 5 段控制计算。

(1) 在某一段振动速度范围内, 当计算的最优期望阻尼力大于该段速度范围内的磁流变减振器最大阻尼力时, 控制器输出最大电流 2A, 控制磁流变减振器输出最大阻尼力。

(2) 当计算的最优期望阻尼力小于该段速度范围内的磁流变减振器最小阻尼力时, 控制器输出电流为 0A, 控制磁流变减振器输出最小阻尼力。

(3) 当控制器计算的最优期望阻尼力大于该段速度范围内的磁流变减振器最小阻尼力, 且小于

最大阻尼力时, 控制器依据已知磁流变减振器在不同电流下台架试验的速度特性, 采用逆向方法, 根据振动速度和最优期望阻尼力计算输出电流, 控制磁流变减振器输出阻尼力等于最优期望阻尼力。

上述分段控制策略, 可用以下数学描述:

$$u_f = \begin{cases} f_{\max}, & U \geq f_{\max} \text{ and } (v_i \leq v < v_{i+1} \text{ or } v \geq v_{\max}) \\ f_{\min}, & U \leq f_{\min} \text{ and } (v_i \leq v < v_{i+1} \text{ or } v \geq v_{\max}) \\ U, & \text{else} \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $u_f$  为磁流变减振器受控后输出阻尼力;  $v$  为

汽车行驶时减振器振动速度, 一般振动最大速度  $v_{\max}=0.524 \text{ m/s}$ ,  $v_{i+1}$ 、 $v_i$  为第  $i$  段振动速度上下限;  $f_{\min}$ 、 $f_{\max}$  为在不同控制电流、 $v_i \leq v < v_{i+1}$  时磁流变减振器输出的最小、最大阻尼力。

### 3 动态性能仿真分析

根据已经建立的悬架动力学模型, 结合提出的分段控制策略, 建立悬架 SIMULINK 仿真模型, 如图 2 所示。

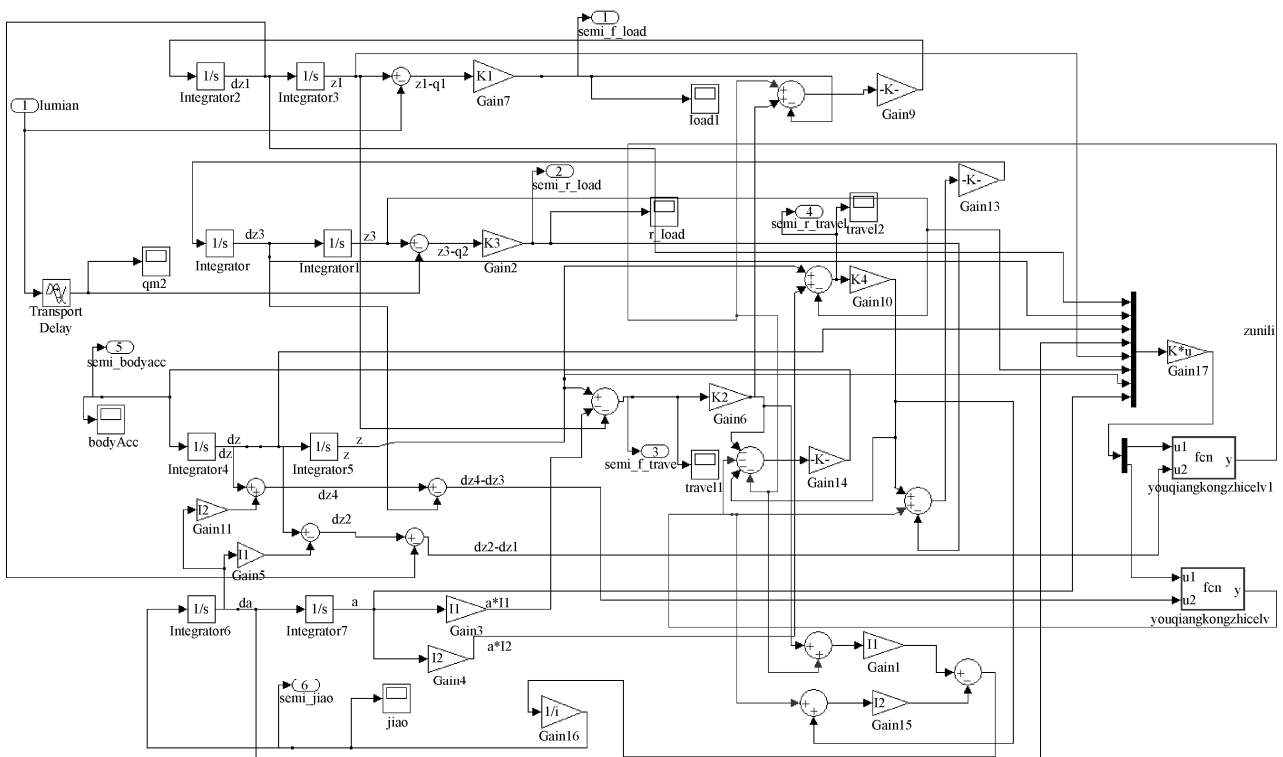


图 2 悬架 SIMULINK 仿真模型

Fig. 2 Suspension SIMULINK simulation model

仿真主要流程为在 MATLAB SIMULINK 软件中, 先建立四自由度 1/2 汽车被动悬架模型和最优控制的磁流变半主动悬架模型, 生成 B 级随机路面垂向位移并输入模型系统, 然后, 半主动悬架根据最优控制策略计算最优期望阻尼力, 最后, 输出半主动悬架和被动悬架性能仿真对比图。仿真选取 B 级随机路面为系统输入位移, 路面不平度系数  $G_0 = 64 \times 10^{-6}$ , 采用生成如图 3 所示的路面垂向位移。

仿真选取以下 1/2 汽车悬架主要参数:

$m=559.5 \text{ kg}$ 、 $m_1=20 \text{ kg}$ 、 $m_2=20 \text{ kg}$ 、 $k_1=220\,000 \text{ N/m}$ 、 $k_2=43\,000 \text{ N/m}$ 、 $k_3=210\,000 \text{ N/m}$ 、 $k_4=238\,00 \text{ N/m}$ 、 $I=882 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 、 $l_1=1 \text{ m}$ 、 $l_2=1.5 \text{ m}$ , 极限动行程 100 mm; 加权系数对最优控制效果影响很大, 经大量反复试算确定加权系数  $r_1=r_2=1 \times 10^{-6}$ 、 $q_1=1 \times 10^9$ 、 $q_2=1 \times 10^8$ 、 $q_3=q_4=100$ 、 $q_5=1000$ 、 $q_6=10\,000$ ; 半主动悬架仿真采用自行研发的汽车磁流变减振器的特性

参数<sup>[16]</sup>, 被动悬架采用某车型原装普通液压减振器, 参照 QC/T545-1999 汽车筒式减振器台架试验方法<sup>[17]</sup>, 对减振器分别进行台架试验, 测得特性曲线如图 4~5 所示。

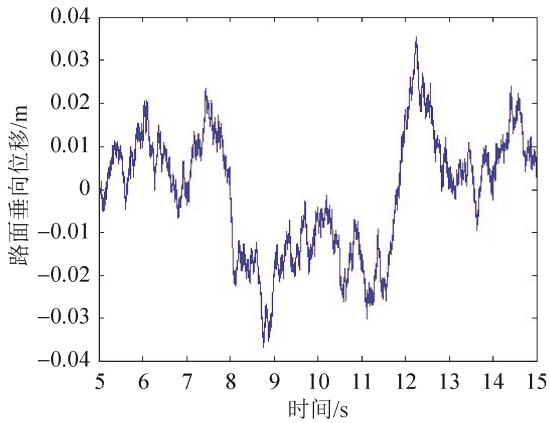


图 3 B 级路面垂向位移  
Fig. 3 Vertical displacement of grade B pavement

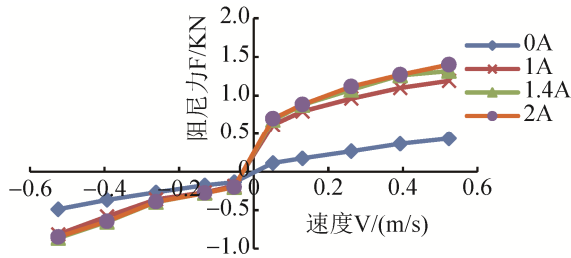


图 4 磁流变减振器特性曲线  
Fig. 4 Characteristic curve of magnetorheological damper

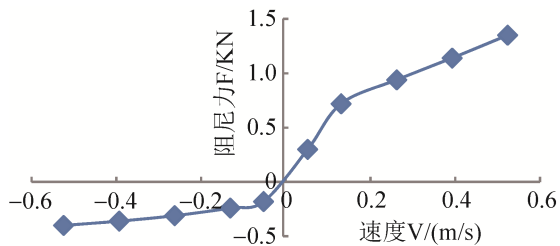


图 5 普通液压减振器特性曲线  
Fig. 5 Characteristic curve of common hydraulic damper

经仿真得到四自由度被动悬架和磁流变减振器半主动悬架的车身垂向振动加速度、车身俯仰角加速度、前悬架动行程、前轮胎动载荷的时间历程对比曲线, 见图 6~9, 图中 passive 为普通被动悬架特性曲线, LQR 控制为最优控制悬架特性曲线。

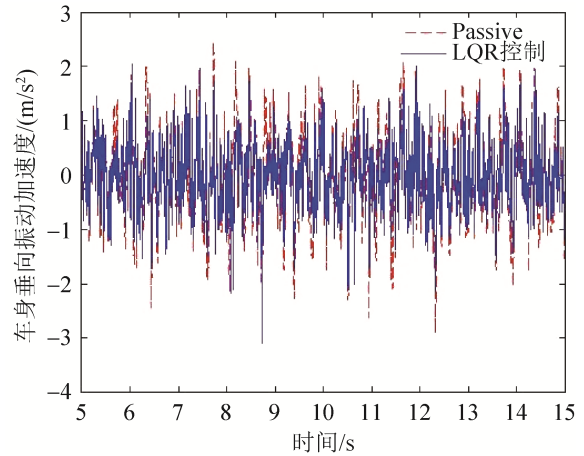


图 6 车身垂向振动加速度  
Fig. 6 Vertical vibration acceleration of vehicle body

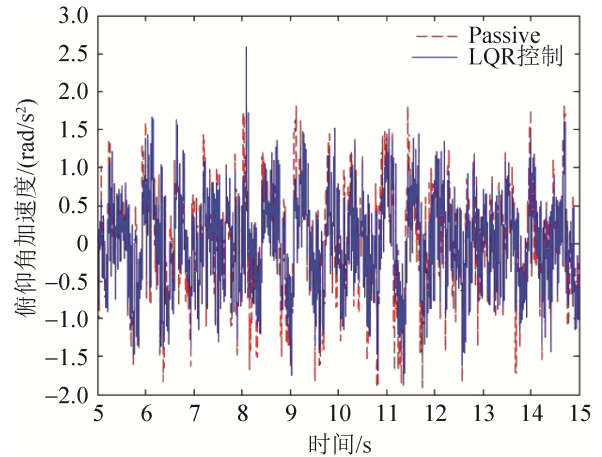


图 7 车身俯仰角加速度  
Fig. 7 Pitch angle acceleration of vehicle body

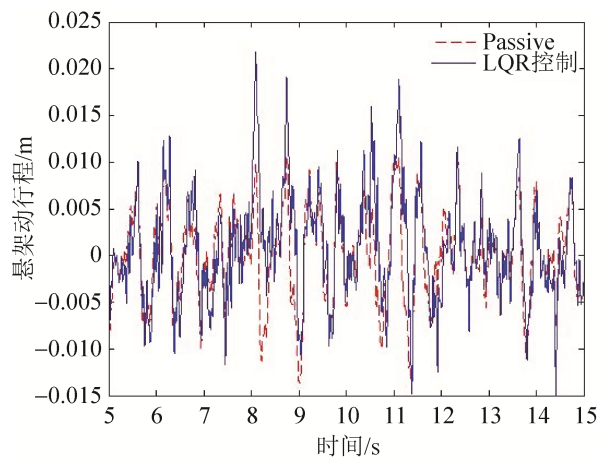


图 8 前悬架动行程  
Fig. 8 Front suspension travel

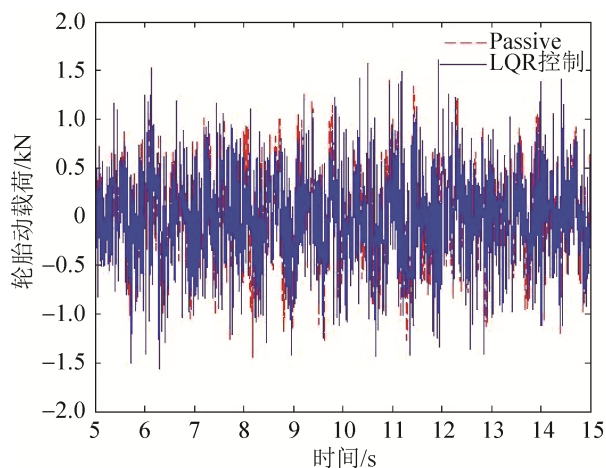


图 9 前轮胎动载荷

Fig. 9 Front wheel fetal movement load

计算普通被动悬架和最优控制磁流变半主动悬架的车身俯仰角加速度、前后轮胎动载荷等动态性能指标的均方根值, 对比分析 2 种悬架性能, 如表 1 所示。

表 1 悬架动态性能指标的均方根值

Tab. 1 Root mean square value of suspension dynamic performance index

动态性能指标	单位	被动悬架	磁流变半主动悬架	变动/%
车身俯仰角加速度	rad/s <sup>2</sup>	0.705 1	0.610 7	-13.39
车身垂向振动加速度	m/s <sup>2</sup>	0.813 9	0.611 9	-24.82
前悬架动行程	m	0.005 0	0.005 6	12.00
后悬架动行程	m	0.005 2	0.006 0	15.38
前轮胎动载荷	N	456.904 7	469.576 1	2.77
后轮胎动载荷	N	399.370 8	414.608 4	3.82

分析表 1 可知, 最优控制的磁流变减振器半主动悬架的车身垂向振动加速度和车身俯仰角加速度比被动悬架分别下降了 24.82% 和 13.39%, 说明汽车平顺性得到明显提高; 前后悬架动行程分别增加了 12.00%、15.38%, 但并没有超过极限动行程, 限位块不会冲击车身; 前后轮胎动载荷上升了 2.77%、3.82%, 车辆操作稳定性稍微有所恶化, 但影响非常小, 说明提高和改善汽车行驶平顺性和操纵稳定性存在一定的矛盾。可以通过针对不同路面和行驶工况, 实时动态调整最优控制的加权系

数, 实现半主动悬架的控制目标和效果。

## 4 结论

(1) 建立了四自由度 1/2 汽车磁流变半主动悬架动力学模型, 设计了半主动悬架 LQR 最优控制器, 并提出了一种基于半主动悬架最优控制算法的分段控制策略。

(2) 建立汽车普通被动悬架和基于最优控制的磁流变半主动悬架的 SIMULINK 仿真模型, 仿真对比分析动态性能, 结果表明, 汽车磁流变半主动悬架的平顺性得到有效改善, 但操作稳定性有微小的下降, 平顺性和操作稳定性存在一定矛盾性, 可通过动态调整最优控制的加权系数实现各种工况的控制目标。

## 参考文献:

- [1] Pang H, Liu F, Xu Z. Variable universe fuzzy control for vehicle semi-active suspension system with MR damper combining fuzzy neural network and particle swarm optimization[J]. Neurocomputing (S0925-2312), 2018, 306: 130-140.
- [2] Metered H, Bonello P, Oyadiji S O. An investigation into the use of neural networks for the semi-active control of a magnetorheologically damped vehicle suspension[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering (S1475-0902), 2010, 224(7): 829-848.
- [3] 彭志召, 张进秋, 张建, 等. 磁流变半主动悬架试验研究[J]. 汽车工程, 2018, 40(5): 561-567.  
Peng Zhizhao, Zhang Jinqiu, Zhang Jian, et al. Experimental Study on a Semi-Active Magnetorheological Suspension[J]. Automotive Engineering, 2018, 40(5): 561-567.
- [4] Zhang H L, Wang E R, Min F H, et al. Skyhook-based semi-active control of full-vehicle suspension with magneto-rheological dampers[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering (S1000-9345), 2013, 26(3): 498-505.
- [5] 孟广耀, 孔光, 王作娟, 等. 交叉变轮距车辆磁流变悬架系统的优化设计[J]. 中国工程机械学报, 2017, 15(5): 415-420.  
Meng Guangyao, Kong Guang, Wang Zuojuan, et al. Optimization design of MR suspension system based on



- variable cross track vehicle[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2017, 15(5): 415-420.
- [6] Zeinali M, Mazlan S A, Abdul Rahmanc M A. Influence of fuzzy-PID controller on semi-active suspension system performance using magnetorheological damper fuzzy model[J]. Applied Mechanics and Materials (S1660-9336), 2014, 663: 243-247.
- [7] Wei C, Zhang K, Cai Y, et al. A new method of static output-feedback  $H_\infty$  controller design for 5 DOF vehicle active suspension system[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering (S1678-5878), 2018, 40(3): 132.
- [8] Fallah M S, Bhat R B, Xie W F. Optimized control of semiactive suspension systems using  $H_\infty$  robust control theory and current signal estimation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics (S1083-4435), 2012, 17(4): 767-778.
- [9] Zhang C W, Ou J P, Zhang J Q. Parameter optimization and analysis of a vehicle suspension system controlled by magnetorheological fluid dampers[J]. Structural Control and Health Monitoring (S1545-2255), 2006, 13(5): 885-896.
- [10] 岳书常, 许英姿, 刘灿昌, 等. 基于线性控制参数的非线性汽车悬架最优控制[J]. 广西大学学报, 2015, 40(6): 1372-1380.  
Yue Shuchang, Xu Yingzi, Liu Cancang, et al. Optimal control of nonlinear vehicle suspension based on linear control parameters[J]. Journal of Guangxi University, 2015, 40(6): 1372-1380.
- [11] 任艳飞, 陈力奋. 磁流变阻尼器结构参数对汽车悬挂系统减振效果的影响与分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(4): 76-78.  
Ren Yanfei, Chen Lifen. Effect of MR Dampers on Shock Absorption function of a Vehicle Suspension System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(4): 76-78.
- [12] 王昊, 胡海岩. 整车悬架的最优模糊半主动控制[J]. 振动工程学报, 2005, 18(4): 438-442.  
Wang Hao, Hu Haiyan. Optimal fuzzy control of a semi-active suspension of full-vehicle model[J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(4): 438-442.
- [13] 陈杰平, 陈无畏, 祝辉, 等. 基于 Matlab Simulink 的随机路面建模与不平度仿真[J]. 农业机械学报, 2010, 41(3): 11-15.  
Chen Jieping, Chen Wuwei, Zhu Hui, et al. Modeling and simulation on stochastic road surface irregularity based on Matlab /Simulink[J]. Transactions of Chinese Society of Agricultural Machinery, 2010, 41(3): 11-15.
- [14] Yu Fan, Crolla D A. Wheelbase preview optimal control for active vehicle suspensions[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering (S1000-9345), 1998, 11(2): 122-129.
- [15] 曹友强, 罗虹, 董红亮. 主动悬架最优控制性能函数的加权系数研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(23): 5459-5460.  
Cao Youqiang, Luo Hong, Dong Hongliang. Study on weight number of performance function by optimum control for active suspension[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(23): 5459-5460.
- [16] 贾永枢, 周孔亢, 徐兴. 基于流动模式的汽车双筒式磁流变减振器设计与试验研究[J]. 机械工程学报, 2012, 48(10): 103-108.  
Jia Yongshu, Zhou Kongkang, Xu Xing. Design and experimental research on the vehicle twin-tube magnetorheological fluids damper based on pressure driven flow mode[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(10): 103-108.
- [17] QC/T 545-1999. 汽车筒式减振器台架试验方法[S]. 1999.  
QC/T 545-1999. Bench test method of automotive shock absorber[S]. 1999.