

6-25-2020

Modeling and Simulation of Quadrotor UAV with Vector Thrust Based on Backstepping

Zhou Nan

Department of Aeronautics and Astronautics, Fudan University, Shanghai 200433, China;

Wang Liang

Department of Aeronautics and Astronautics, Fudan University, Shanghai 200433, China;

Jianliang Ai

Department of Aeronautics and Astronautics, Fudan University, Shanghai 200433, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Modeling and Simulation of Quadrotor UAV with Vector Thrust Based on Backstepping

Abstract

Abstract: Combined with characteristics of the traditional quadrotor and the quad tilt-wing UAV, a quadrotor UAV with the vector thrust (VTQ) is proposed. This UAV has the ability of vertical take-off and landing and hovering, as well as the high maneuverability of the traditional quad tilt-wing UAV. It has the ability of completing the diversified tasks by being specified the desired yaw angle and pitch angle. Control system adopts the method of the layered design. The upper layer is the position control system, the lower layer is the attitude control system, and the control laws are both designed by the backstepping theory. The simulation results show the designed control system is reliable and effective, and the VTQ can carry out the planned maneuver quickly and accurately.

Keywords

vector thrust, quadrotors, dynamic model, backstepping control

Recommended Citation

Zhou Nan, Wang Liang, Ai Jianliang. Modeling and Simulation of Quadrotor UAV with Vector Thrust Based on Backstepping[J]. Journal of System Simulation, 2020, 32(6): 1117-1125.

基于反步法的矢量推力旋翼机建模及仿真研究

周楠, 王亮, 艾剑良

(复旦大学航空航天系, 上海 200433)

摘要: 结合传统四旋翼无人机与可倾转旋翼机的特点, 提出了一种具有矢量推力的四旋翼无人机。该无人机兼具传统四旋翼无人机垂直起降和悬停、可倾转旋翼机高机动性的优点, 并可为其指定期望俯仰角和期望偏航角, 使其具备了完成多元化任务的功能。控制系统采用分层设计的思想, 上层为位置控制系统, 下层为姿态控制系统, 二者均采用反步法进行控制率设计。仿真实验结果表明, 设计的控制系统可靠有效, 矢量推力四旋翼无人机可以快速、精确地完成设想的机动动作。

关键词: 矢量推力; 四旋翼无人机; 动力学模型; 反步控制

中图分类号: V249

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2020) 06-1117-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.18-0686

Modeling and Simulation of Quadrotor UAV with Vector Thrust Based on Backstepping

Zhou Nan, Wang Liang, Ai Jianliang

(Department of Aeronautics and Astronautics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Combined with characteristics of the traditional quadrotor and the quad tilt-wing UAV, a quadrotor UAV with the vector thrust (VTQ) is proposed. This UAV has the ability of vertical take-off and landing and hovering, as well as the high maneuverability of the traditional quad tilt-wing UAV. It has the ability of completing the diversified tasks by being specified the desired yaw angle and pitch angle. Control system adopts the method of the layered design. The upper layer is the position control system, the lower layer is the attitude control system, and the control laws are both designed by the backstepping theory. The simulation results show the designed control system is reliable and effective, and the VTQ can carry out the planned maneuver quickly and accurately.

Keywords: vector thrust; quadrotors; dynamic model; backstepping control

引言

目前, 采用旋翼作为动力的航空器大致可以分为 3 类: (1) 传统旋翼飞行器, 包括直升机和多旋翼飞行器, 旋翼为其提供升力, 其特点是可实现垂直起降、空中悬停^[1-3]; (2) 固定翼飞行器, 旋翼

为其提供拉力或推力, 其具有飞行效率高、高速巡航等特点^[4]; (3) 可倾转旋翼飞行器, 增加了倾转旋翼装置, 使其具备垂直起降、高空巡航及过渡状态 3 种飞行模式, 也兼具了传统旋翼飞行器和固定翼飞行器的优点^[5-7]。

但是可倾转旋翼飞行器由于在传统旋翼飞行器上增加了固定翼面, 在起降过程中容易受到气流的扰动, 且额外的固定翼面也增加了飞行器的整体质量, 减小了其负载能力并增加了其控制难度。

本文结合以上 3 类旋翼飞行器的各自特点, 创新地提出一种具有矢量推力的四旋翼无人机



收稿日期: 2018-10-17 修回日期: 2019-01-04;
作者简介: 周楠(1991-), 男, 江西鹰潭, 博士生, 研究方向为飞行控制与飞行仿真技术; 王亮(1991-), 男, 江苏盐城, 博士生, 研究方向为飞行控制; 艾剑良(1965-), 男, 江西临川, 博士, 教授, 博导, 研究方向为飞行力学与飞行控制及飞行仿真技术。

<http://www.china-simulation.com>

• 1117 •

(Quadrotor UAV with the Vector Thrust, VTQ)结构, 与可倾转旋翼飞行器相同, VTQ 的旋翼同样可以倾转。VTQ 的起降过程与传统旋翼飞行器相同, 水平方向上的平移运动可以通过倾转旋翼完成。由于在平飞过程中不需要改变俯仰角, 因此其迎风面积将大大降低, 可以大大地提高飞行效率。同样, 由于矢量推力的存在, VTQ 可以保持指定的俯仰角和偏航角进行机动动作, 这将大大提高其执行多元化任务的能力。

1 VTQ 建模

为了更好地对 VTQ 进行控制, 获取准确的数学模型极其重要, 因此建立数学模型是研究 VTQ 系统的基础和前提。在分析模型的基础上, 才能设计合适的控制策略, 因此建模也是研究控制系统的重要手段。

VTQ 的 4 个旋翼呈“H”型布局, 该布局方式对比与“+”型布局和“X”型布局, 可以实现更小的机身尺寸, 更高的机身强度, 并且拥有更广阔的视野和机动性强等优势。其平面布局如图 1 所示。

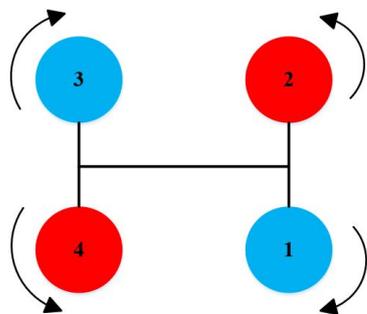


图 1 VTQ 平面布局图
Fig. 1 Plane layout of VTQ

结构方面, 1 号电机与 2 号电机通过一根直杆连接, 1 号舵机通过固连在直杆上的摇臂使电机轴线产生偏转, 从而产生矢量推力。同样, 3 号电机和 4 号电机构造相同, 其偏转由 2 号舵机控制。因此, 根据 1、2 号舵机是否同步偏转, VTQ 具备 2 种不同的控制模式。在本文中, 仅讨论 1、2 号舵机同步偏转的情况, 其三维模型(隐

藏负载)如图 2 所示。

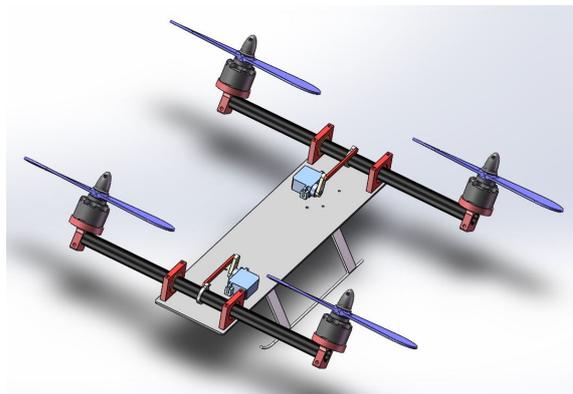


图 2 VTQ 三维模型
Fig. 2 Three-dimensional model of VTQ

根据 Newton-Euler 方程来获得 VTQ 的完整数学模型, 在不影响问题描述的情况下, 做出如下合理假设:

- (1) 参考地面为标准水平面, 地球为标准球体;
- (2) 示 VTQ 为刚体, 忽略其弹性变形;
- (3) 忽略空气阻力及地面反射气流的影响。

1.1 建立坐标系

在传统四旋翼建模中, 一般采用两个坐标系建模, 即在惯性坐标系下建立平移运动方程, 在机体坐标系下建立转动方程。由于 VTQ 具有矢量推力, 因此增加了一个推力坐标系, 在推力坐标系下建立推力方程。

1.1.1 惯性坐标系

采用地面坐标系作为惯性坐标系, 定义惯性坐标系 $E: (O_E, x_E, y_E, z_E)$ 。 O_E 为坐标原点, x_E 正方向指向正北方向, y_E 正方向指向正东方向, z_E 正方向根据右手定则垂直水平面指向地心。

1.1.2 机体坐标系

定义机体坐标系 $B: (O_B, x_B, y_B, z_B)$ 。 O_B 为坐标原点, 与机体重心重合, 且初始时刻与重合。 x_B 正方向指向机体正前方, y_B 正方向指向机体正右方, z_B 正方向根据右手定则垂直于机体水平面指向下方。

1.1.3 推力坐标系

定义推力坐标系 T : (O_T, x_T, y_T, z_T) 。 O_T 为坐标原点, 是机体水平面与发动机轴线的交点。 y_T 正方向指向机体正右方, z_T 正方向沿发动机轴线指向正下方, x_T 正方向根据右手定则确定。

1.2 姿态角与坐标系转换

VTQ 的位置、速度、姿态角在惯性坐标系下表示为: 位置 $\varepsilon = [x, y, z]^T$; 速度 $V = [u, v, w]^T$; 姿态角 $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$ 。角速度在机体坐标系下表示为 $\omega = [p, q, r]^T$ 。其中 ϕ 角、 θ 角和 ψ 角分别定义为: 滚转角、俯仰角和偏航角, 均按照右手螺旋定则定义旋转的正方向, 即右滚转、抬头、右偏航为正方向。

由于 VTQ 的矢量推力只有绕 y_T 轴转动的一个自由度, 因此矢量推力角可以以标量的形式在机体坐标系下表示为 α 角, 且在矢量推力产生使无人机向 x_B 正方向移动时的角度为正。

根据欧拉角参数化方式和“ZYX”转动规则, 得到由机体坐标系到惯性坐标系的转换矩阵 R_{EB} 。

$$R_{EB} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: s 和 c 分别为 \sin 和 \cos 的缩写, 本文后续公式中依旧采用该缩写方式。

同样可以得到由推力坐标系到机体坐标系的转换矩阵 R_{BT} 。

$$R_{BT} = \begin{bmatrix} c\alpha & 0 & -s\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

机体角速度与姿态角速度之间的关系为:

$$\dot{\eta} = \Phi(\eta)\omega \quad (3)$$

其中:

$$\Phi(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: t 为 \tan 的缩写, 本文后续公式也采用该缩写方式。

1.3 建立模型

建立数学模型是为了找出 VTQ 的输出(位置、姿态角)和输入(力、力矩)之间的微分方程。

VTQ 的运动方程包含 6 个自由度, 可由如下 Newton-Euler 方程描述其在机体坐标系中引起的运动方程:

$$\begin{cases} F_{\text{total}} = m\dot{V} \\ M_{\text{total}} = J\dot{\omega} + \omega \times J\omega \end{cases} \quad (5)$$

式中: m 为 VTQ 的质量; J 为机体坐标系下 VTQ 的转动惯量矩阵; F_{total} 和 M_{total} 为 VTQ 所受的合外力和合外力矩。

根据机体坐标系到惯性坐标系的转换矩阵, 以及将合外力中的重力分离开来, 可得到 VTQ 的平移运动学和动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = V \\ \dot{V} = [0, 0, g]^T - \frac{1}{m} R_{EB} R_{BT} [0, 0, F_1]^T \end{cases} \quad (6)$$

式中: g 为重力加速度; $F_1 = K_l \sum_{i=1}^4 \omega_i$, K_l 为升力系数; ω_i 为 i 号电机的转速。

根据机体角速度和姿态角速度的转换关系, 可得到 VTQ 的旋转运动学和动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \Phi(\eta)\omega \\ J\dot{\omega} = -(\omega \times J\omega) + G_a + R_{BT}\tau \end{cases} \quad (7)$$

式中: $G_a = [J_r q \Delta\omega, -J_r p \Delta\omega, 0]^T$ 为陀螺效应力矩; $\Delta\omega = \omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega_4$ 为电机转速差; J_r 为旋翼旋转结构部分的转动惯量和; $\tau = [F_2 l_x, F_3 l_y, F_4]^T$ 为控制力矩; l_x 和 l_y 为电机轴线至 x_b 和 y_b 的距离; $F_2 = K_l(\omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_1^2 - \omega_4^2)$ 为滚转控制力矩; $F_3 = K_l(\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2)$ 为俯仰控制力矩; $F_4 = K_l(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2)$ 为偏航控制力矩; K_l 为转矩系数。

模型中各参数数值如表 1 所示, 其中 J 是通过 Solidworks 软件建模计算获得的。由表中参数可知, 由于 J_{xy} , J_{xz} , J_{yz} 过小, 可以认为 J 是一个对角矩阵。

表 1 模型参数数值
Tab. 1 Value of model parameters

名称	大小	单位
m	0.716	kg
g	9.81	m/s ²
l_x	125	mm
l_y	125	mm
K_L	3.39×10^{-5}	N·s ²
K_T	7.41×10^{-7}	N·m·s ²
J_r	8.84×10^{-6}	kg·m ²
J_{xx}	4.035×10^{-3}	kg·m ²
J_{yy}	6.385×10^{-3}	kg·m ²
J_{zz}	9.927×10^{-3}	kg·m ²
J_{xy}	2.72×10^{-5}	kg·m ²
J_{xz}	1.56×10^{-6}	kg·m ²
J_{yz}	8.90×10^{-7}	kg·m ²

由式(5)~(7)建立的模型可以得出 VTQ 的运动学方程和动力学方程如式(8)~(11)所示。

$$\begin{cases} \dot{x} = u \\ \dot{y} = v \\ \dot{z} = w \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + qs\phi t\theta + rc\phi t\theta \\ \dot{\theta} = qc\phi - rs\phi \\ \dot{\psi} = (qs\phi + rc\phi) / c\theta \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = [s\alpha c\theta c\psi - c\alpha(c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi)]F_1 / m \\ \ddot{y} = [s\alpha c\theta s\psi - c\alpha(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)]F_1 / m \\ \ddot{z} = g - (s\alpha s\theta + c\alpha c\phi c\theta)F_1 / m \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{p} = [qr(J_{yy} - J_{zz}) + J_r q\Delta\omega + F_2 l_x c\alpha - F_4 s\alpha] / J_{xx} \\ \dot{q} = [pr(J_{zz} - J_{xx}) - J_r p\Delta\omega + F_3 l_y] / J_{yy} \\ \dot{r} = [pq(J_{xx} - J_{yy}) + F_2 l_x s\alpha + F_4 c\alpha] / J_{zz} \end{cases} \quad (11)$$

其中：式(8)为平移运动学方程，式(9)为旋转运动学方程，式(10)为平移动力学方程，式(11)为旋转动力学方程。

1.4 模型处理

由于 VTQ 具有 3 个方向的平移自由度，且同样具有绕 3 个方向的旋转自由度，而其控制量只有 4 个待设计的控制量和矢量推力角，其控制信号数量少于自由度数量，为一阶欠驱动系统。又其平移运动不仅与旋翼产生的升力大小有关，且与姿态角也有着密不可分的关系。因此在对 VTQ 进行控制设计前，需要对其动力学方程进行处理。

选取 3 个虚拟控制量如下：

$$\begin{cases} u_x = [s\alpha c\theta c\psi - c\alpha(c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi)]F_1 / m \\ u_y = [s\alpha c\theta s\psi - c\alpha(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)]F_1 / m \\ u_z = g - (s\alpha s\theta + c\alpha c\phi c\theta)F_1 / m \end{cases} \quad (12)$$

将式(5)带入式(3)可得：

$$\begin{cases} \ddot{x} = u_x \\ \ddot{y} = u_y \\ \ddot{z} = u_z \end{cases} \quad (13)$$

根据式(5)以及期望俯仰角 θ_d 、期望偏航角 ψ_d ，即可求出控制量 F_1 、期望滚转角 ϕ_d 和期望矢量推力角 α_d 。

$$\begin{cases} F_1 = m\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + (g - u_z)^2} \\ \phi_d = \arctan\left(\frac{s\psi_d u_x - c\psi_d u_y}{s\theta_d(c\psi_d u_x + s\psi_d u_y) - c\theta_d(g - u_z)}\right) \\ \alpha_d = \arcsin(m(c\theta_d(c\psi_d u_x + s\psi_d u_y) + s\theta_d(g - u_z)) / F_1) \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)可以看出，VTQ 不仅可以如传统四旋翼无人机一样指定期望偏航角，而且可以指定期望俯仰角，这一特性使 VTQ 具备了可以完成多元化任务的功能。

同时由式(12)可以看出 VTQ 的平移运动是直接通过姿态角和矢量推力角的变化来改变的，而矢量推力角是由舵机直接控制的，因此，对姿态控制的精度将直接影响位置控制的精度。故对 VTQ 采用双闭环控制结构，分为姿态控制环(内环)和位置控制环(外环)，其控制结构图如图 3 所示。

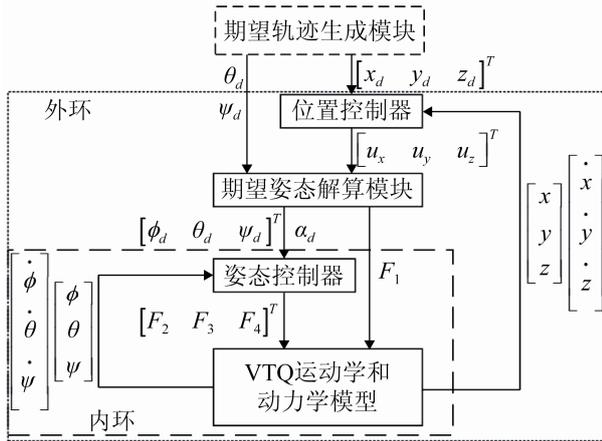


图 3 VTQ 控制结构图

Fig. 3 Control structure diagram of VTQ

2 反步控制

反步控制方法,其基本思路是将复杂系统分解为若干个简单子系统,然后从离复杂系统控制输入最远的简单子系统开始设计 Lyapunov 函数,从而得到使该子系统稳定的虚拟控制量,如此反复,一直递推到整个复杂系统,最终设计出控制器。因其设计步骤直观,且在处理非线性问题时,可以有效利用非线性系统固有的非线性特性,为处理这类问题提供了更大的灵活性。

2.1 姿态控制器设计

考虑到实际系统中,姿态角随时间的变化率与角速度随时间的变化率相比要更平缓,从奇异摄动理论中引入时间尺度分离概念,同时为了保证 VTQ 飞行过程的平稳,将其姿态控制器设计为双闭环结构,即角速度回路(内环)和姿态角回路(外环)。

在进行控制器设计之前,假设系统所有状态是可测量的,且期望姿态角 $\eta_d(t)$ 关于时间是连续可微、有界的。

首先定义姿态角误差为:

$$e_\eta = \eta - \eta_d \quad (15)$$

式中: η_d 为期望姿态角; η 为 VTQ 姿态角。

对姿态角系统选取 Lyapunov 函数为:

$$V_\eta = \frac{1}{2} e_\eta^T e_\eta \quad (16)$$

对 V_η 求导,并将 e_η 代入,可得:

$$\dot{V}_\eta = e_\eta^T \dot{e}_\eta = e_\eta^T (\dot{\eta} - \dot{\eta}_d) = e_\eta^T (\Phi(\eta)\omega - \dot{\eta}_d) \quad (17)$$

根据式(17)设计角速度指令 ω_d 为:

$$\omega_d = \Phi^{-1}(\eta)(\dot{\eta}_d - \lambda_1 e_\eta) \quad (18)$$

式中: λ_1 为需要设计的正定矩阵。

将设计好的角速度指令 ω_d 代入 \dot{V}_η , 可得:

$$\dot{V}_\eta = e_\eta^T (\dot{\eta}_d - \lambda_1 e_\eta - \dot{\eta}_d) = -e_\eta^T \lambda_1 e_\eta \leq -2\bar{\lambda}_1 V_\eta \quad (19)$$

式中: $\bar{\lambda}_1$ 为正定矩阵 λ_1 的最小特征值。

式(19)可以表示为如下形式:

$$V_\eta(t) \leq V_\eta(t_0) e^{-2\bar{\lambda}_1(t-t_0)} \quad (20)$$

可以看出,随着时间 t 增长, V_η 将收敛至 0, 姿态角误差 e_η 将收敛,因此采用式(18)设计的角速度指令的姿态角系统是稳定的。

再定义角速度误差为:

$$e_\omega = \omega - \omega_d \quad (21)$$

式中: ω_d 为期望角速度; ω 为 VTQ 角速度。

对角速度系统选取 Lyapunov 函数为:

$$V_\omega = \frac{1}{2} e_\omega^T e_\omega \quad (22)$$

对 V_ω 求导,并将 e_ω 代入,可得:

$$\dot{V}_\omega = e_\omega^T \dot{e}_\omega = e_\omega^T (\dot{\omega} - \dot{\omega}_d) \quad (23)$$

将式(7)代入式(23):

$$\dot{V}_\omega = e_\omega^T (\dot{\omega} - \dot{\omega}_d) = e_\omega^T (-J^{-1}(\omega \times J\omega) + J^{-1}Ga + J^{-1}R_{BT}\tau - \dot{\omega}_d) \quad (24)$$

根据式(24)设计控制量指令 τ_d 为:

$$\tau_d = R_{BT}^{-1} J (\dot{\omega}_d + J^{-1}(\omega \times J\omega) - J^{-1}Ga - \lambda_2 e_\omega) \quad (25)$$

式中: λ_2 为需要设计的正定矩阵。

将设计好的控制量指令 τ_d 代入 \dot{V}_ω , 可得:

$$\dot{V}_\omega = -e_\omega^T \lambda_2 e_\omega \leq -2\bar{\lambda}_2 V_\omega \quad (26)$$

式中: $\bar{\lambda}_2$ 为正定矩阵 λ_2 的最小特征值。

同样,式(26)可以表示为:

$$V_\omega(t) \leq V_\omega(t_0) e^{-2\bar{\lambda}_2(t-t_0)} \quad (27)$$

可以看出,随着时间 t 增长, V_ω 将收敛至 0, 姿态角误差 e_ω 将收敛,因此采用式(25)设计的控制

量指令的角速度系统是稳定的。

2.2 位置控制器设计

将 VTQ 的位置控制系统分解为水平方向运动的 2 个子系统和纵向运动的一个子系统, 3 个子系统可以表示为:

$$\text{subsystem-1:} \begin{cases} \dot{x} = u \\ \dot{u} = u_x \end{cases} \quad (28)$$

$$\text{subsystem-2:} \begin{cases} \dot{y} = v \\ \dot{v} = u_y \end{cases} \quad (29)$$

$$\text{subsystem-3:} \begin{cases} \dot{z} = w \\ \dot{w} = u_z \end{cases} \quad (30)$$

各子系统设计过程类似, 因此只以纵向运动子系统控制器设计为例, 进行详细介绍。

定义纵向位置误差:

$$e_z = z_d - z \quad (31)$$

式中: z_d 为期望纵向位置; z 为 VTQ 纵向位置。

对 subsystem-3 子系统的第一项 $\dot{z} = w$ 选取 Lyapunov 函数为:

$$V_z = \frac{1}{2} e_z^2 \quad (32)$$

对 V_z 求导, 并将 e_z 代入, 可得:

$$\dot{V}_z = e_z \dot{e}_z = e_z (\dot{z}_d - \dot{z}) = e_z (\dot{z}_d - w) \quad (33)$$

根据式(33)设计虚拟控制量 w_d 为:

$$w_d = \dot{z}_d + \kappa_1 e_z \quad (34)$$

式中: κ_1 为需要设计的正常数。

将设计好的虚拟控制量 w_d 带入 \dot{V}_z , 可得:

$$\dot{V}_z = e_z (\dot{z}_d - \kappa_1 e_z - \dot{z}_d) = -\kappa_1 e_z^2 \leq 0 \quad (35)$$

因此, 设计的虚拟控制量 w_d 可使 subsystem-3 子系统的第一式稳定。

接着定义纵向速度误差:

$$e_w = w - w_d \quad (36)$$

式中: w_d 为期望纵向速度; w 为 VTQ 纵向速度。

对 subsystem-3 子系统第二式选取 Lyapunov 函数为:

$$V_w = \frac{1}{2} e_z^2 + \frac{1}{2} e_w^2 \quad (37)$$

又:

$$\begin{aligned} \dot{e}_z &= \dot{z}_d - w = \dot{z}_d - \kappa_1 e_z - w = \\ &= -e_w - \kappa_1 e_z \end{aligned} \quad (38)$$

对 V_w 求导, 并代入 \dot{e}_z 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_w &= e_z (-e_w - \kappa_1 e_z) + \\ &= e_w (u_z - \dot{z}_d - \kappa_1 (-e_w - \kappa_1 e_z)) \end{aligned} \quad (39)$$

式中: κ_2 为需要设计的正常数。

根据式(39)设计虚拟控制量 u_z 为:

$$u_z = \dot{z}_d - \kappa_1 (e_w + \kappa_1 e_z) + e_z - \kappa_2 e_w \quad (40)$$

将设计好的虚拟控制量 u_z 代入 \dot{V}_w 可得:

$$\dot{V}_w = -\kappa_1 e_z^2 - \kappa_2 e_w^2 \leq 0 \quad (41)$$

因此, 根据式(40)设计的纵向控制率 u_z 可使 subsystem-3 子系统稳定。

同理可以得出使水平运动方向 subsystem-1 和 subsystem-2 子系统稳定的虚拟控制量分别为:

$$u_x = \ddot{x}_d - \kappa_3 (e_u + \kappa_3 e_x) + e_x - \kappa_4 e_u \quad (42)$$

$$u_y = \ddot{y}_d - \kappa_5 (e_v + \kappa_5 e_y) + e_y - \kappa_6 e_v \quad (43)$$

式中: $\kappa_3, \kappa_4, \kappa_5, \kappa_6$ 为需要设计的正常数, 水平方向位置误差 $e_x = x_d - x$, $e_y = y_d - y$, 水平方向速度误差 $e_u = u - u_d$, $e_v = v - v_d$ 。

3 实验结果及分析

按式(18)设计 VTQ 姿态控制器的姿态角回路(外环), 按式(25)设计 VTQ 姿态控制器的角速度回路(内环), 按式(40)、式(42)、式(43)设计 VTQ 位置控制器。

在 2.1 节和 2.2 节中已经分别验证了为 VTQ 设计的姿态控制器和位置控制器的稳定性, 在 Matlab R2016a/Simulink 环境中利用以上设计的控制器进行仿真验证, 建立的模型如图 4 所示。同时, 采用 PID 方法设计姿态和位置控制器, PID 控制参数如表 2 所示。仿真选择固定步长, 步长为 0.001 s。

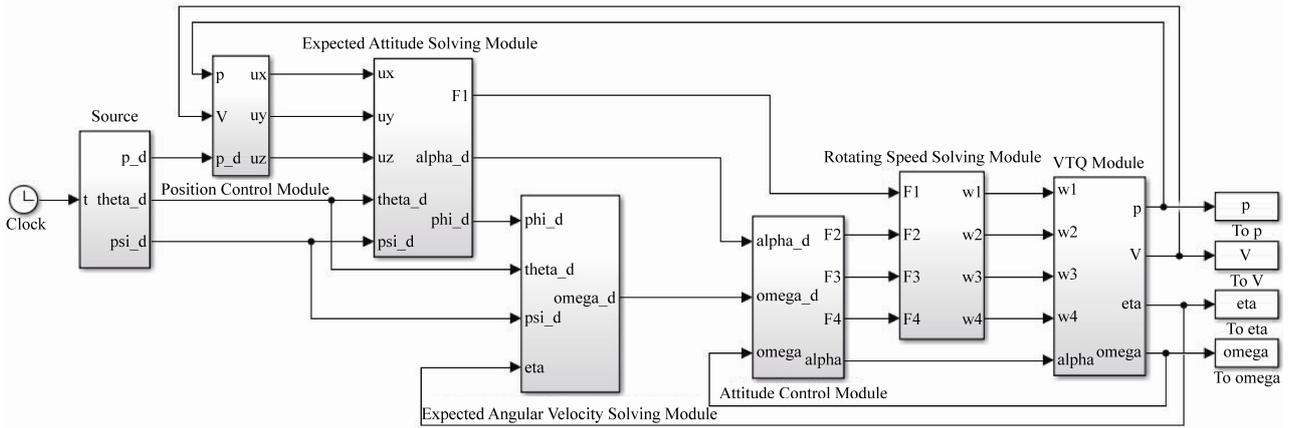


图 4 VTQ Simulink 仿真模型
Fig. 4 Simulation Model of VTQ in Simulink

表 2 PID 控制参数

Tab. 2 Value of PID control parameters

通道	KP	KI	KD
滚转通道	5	3	4
俯仰通道	5	3	3
偏航通道	5	2	1.5
x 方向	5	1	2
y 方向	5	1.5	2.5
z 方向	5	1	1.5

仿真实验 1: 螺旋盘旋上升

定义期望轨迹为:

$$\begin{cases} x_d = 0.5 \cos(0.5t) \\ y_d = 0.5 \sin(0.5t) \\ z_d = 0.25t \\ \theta_d = 0 \text{ rad} \\ \psi_d = 0.2 \text{ rad} \end{cases} \quad (44)$$

同时, 设置 VTQ 初始位置、姿态角、角速度分别为:

$$\begin{cases} [x_0 \ y_0 \ z_0]^T = [0 \ 0 \ 0]^T, \text{m} \\ [\phi_0 \ \theta_0 \ \psi_0]^T = [0 \ 0 \ 0]^T, \text{rad} \\ [p_0 \ q_0 \ r_0]^T = [0 \ 0 \ 0]^T, \text{rad/s} \end{cases} \quad (45)$$

控制器参数选择为: $\lambda_1 = \text{diag}(0.9, 0.9, 0.9)$,

$\lambda_2 = \text{diag}(3, 3, 3)$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 2.5$, $\kappa_3 = \kappa_4 = 1.5$,

$\kappa_5 = \kappa_6 = 1.5$ 。

该实验中得到的三维轨迹跟踪曲线如图 5 所示。其中, 实线为期望轨迹, 虚线为反步法控制器运动轨迹, 点划线为 PID 控制器运动轨迹。

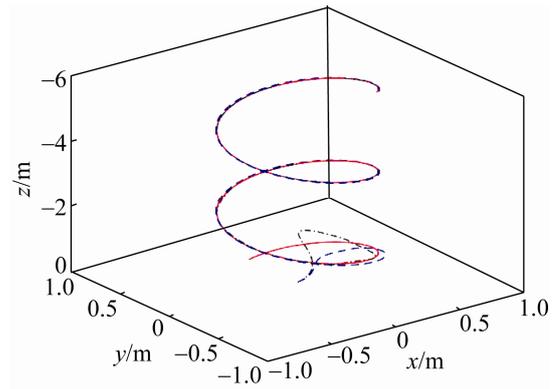


图 5 三维轨迹跟踪曲线一
Fig. 5 Three-dimensional trajectory tracking curve 1

其偏航角 ψ 、俯仰角 θ 、滚转角 ϕ 跟踪响应曲线分别见图 6~8。

图 9 为其矢量推力角响应曲线。

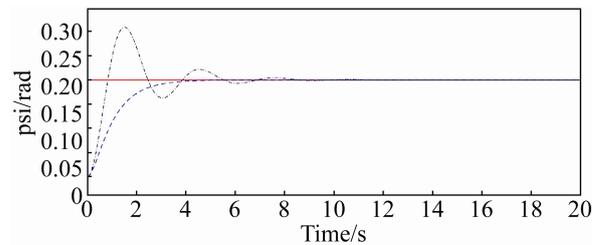


图 6 偏航角 ψ 响应曲线
Fig. 6 Response curves of yaw angle

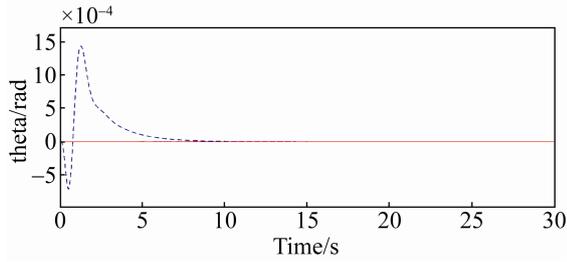


图 7 俯仰角 θ 响应曲线
Fig. 7 Response curves of pitch angle

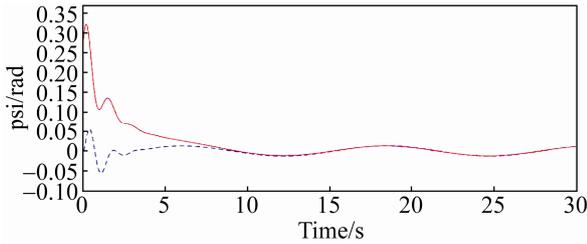


图 8 滚转角 ϕ 响应曲线
Fig. 8 Response curves of rolling angle

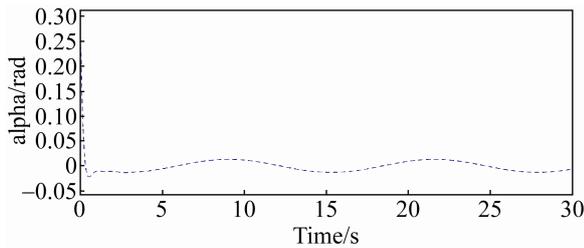


图 9 矢量推力角 α 响应曲线
Fig. 9 Response curves of vector thrust angle

仿真实验 2: 水平方向上沿矩形轨迹飞行
定义期望轨迹为:

$$\begin{cases} x_d = 0, y_d = 0, z_d = -0.5t; t \in (0, 5] \\ x_d = 1.5 \times (t - 5), y_d = 0, z_d = -2.5; t \in (5, 10] \\ x_d = 7.5, y_d = t - 10, z_d = -2.5; t \in (10, 15] \\ x_d = 7.5 - 1.5 \times (t - 15), y_d = 5, z_d = -2.5; t \in (15, 20] \\ x_d = 0, y_d = 5 - (t - 20), z_d = -2.5; t \in (20, 25] \\ \theta_d = 0 \text{ rad}, \psi_d = 0.25 \text{ rad} \end{cases} \quad (46)$$

初始状态和控制器参数选择与仿真实验 1 中相同, 得到的三维轨迹跟踪曲线如图 10 所示。

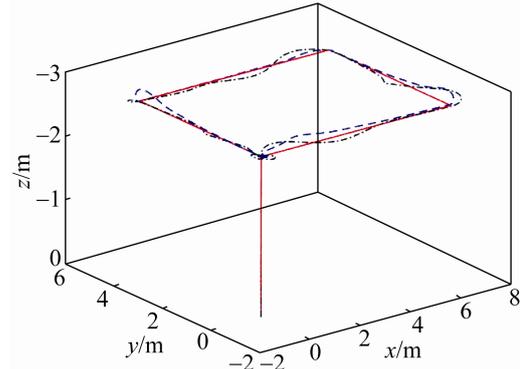


图 10 三维轨迹跟踪曲线二
Fig. 10 Three-dimensional trajectory tracking curve 2

其偏航角 ψ 跟踪响应曲线如图 11 所示。其中实线为期望轨迹, 虚线为反步法控制器运动轨迹, 点划线为 PID 控制器运动轨迹。

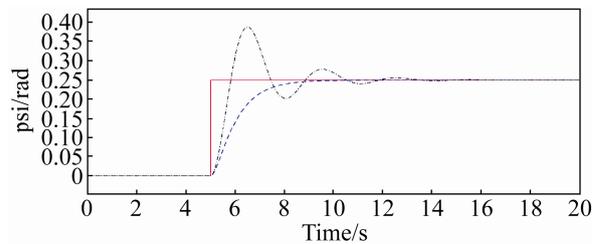


图 11 偏航角 ψ 响应曲线
Fig. 11 Response curves of yaw angle

实验结果分析: 由图 5 和图 10 可以看出, 反步法控制器除去螺旋上升实验中, 初始情况下 y 轴位置误差较大外, 其余位置误差均不超过 0.1 m, 存在这样大小的位置误差在实际飞行中是合理的, 且对比对传统四旋翼无人机进行仿真的文献, 该误差也大致相同^[8-10]。表明在设计的位置控制器和姿态控制器的作用下, VTQ 具有快速、精确跟踪期望轨迹的能力。

由仿真实验 1 中的图 6~9 可以看出, VTQ 可以同时俯仰角和偏航角设定期望值, 并由期望的俯仰角、偏航角以及轨迹求解滚转角的期望值, 通过矢量推力的作用, 达到了精确跟踪轨迹并保持期望姿态角的目标。

最后通过与 PID 控制器对比发现, 反步法控制器具有响应快, 收敛快等特点。

4 结论

本文根据 Newton-Euler 方程建立了 VTQ 的动力学模型, 并根据 VTQ 飞行特点, 设计了基于反步法的双闭环控制器, 包括姿态控制器(内环)和位置控制器(外环)。通过在 Solidworks 中建立三维模型获取 VTQ 的惯性参数, 并在 Matlab/Simulink 中进行控制仿真, 验证了在指定俯仰角和偏航角的情况下, VTQ 在设计的控制器作用下可以保持姿态稳定, 并快速、精确地跟踪期望轨迹。

本文提出的旋翼机矢量推力概念为旋翼机的研究发展提供了一种新的思路, VTQ 可以保持指定的俯仰角和偏航角进行机动动作, 这将大大提高其执行多元化任务的能力。但同时增加的舵机重量以及旋转机臂的振动问题也在一定程度上限制了 VTQ 的性能。

未来 VTQ 的研究工作主要集中在 2 个方向上: (1) 设计简单可靠的全向矢量推力机构; (2) 对舵机不同步偏转时设计控制器。

参考文献:

- [1] 丁少宾, 肖长诗, 刘金根, 等. X 型四旋翼无人机建模及四元数控制[J]. 系统仿真学报, 2015, 27(12): 3057-3062.
Ding Shaobin, Xiao Changshi, Liu Jingen, etc. Modeling and Quaternion Control of X-Type Quadrotor[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(12): 3057-3062.
- [2] Jiang J, Qi J T, Song D L, et al. Control Platform Design and Experiment of a Quadrotor[C]. Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference. New York: IEEE. 2013: 2974-2979.
- [3] Wang Y R, Li P, Lan Z P, et al. Quadrotor Aircraft Design based on K60 Control[J]. Journal of Engineering Science and Technology Review (S1791-2377), 2017, 10(6): 21-30.
- [4] 饶进军, 高同跃, 龚振邦, 等. 国外超小型固定翼无人机研究进展与关键技术[J]. 飞航导弹, 2010, 3: 23-28.
Rao Jinjun, Gao Tongyue, Gong Zhenbang, et al. Research Progress and Key Technologies of Foreign Ultra-Small Fixed-Wing UAVs[J]. Winged Missiles Journal, 2010, 3: 23-28.
- [5] 刘晓琳, 韩婷. 新型可倾转旋翼的四旋翼飞行器结构设计[J]. 计算机仿真, 2016, 33(3): 61-64.
Liu Xiaolin, Han Ting. Structure Design for New Type of Tilt Rotor Aircraft[J]. Computer Simulation, 2016, 33(3): 61-64.
- [6] Masuda K, Uchiyama K. Robust Control for Quad Tilt-Wing UAV[J]. Aerospace (S2226-4310), 2018, 5(17): 1-20.
- [7] Cetinsoy E, Dikyar S, Hancer C, et al. Design and Construction of a Novel Quad Tilt-Wing UAV[J]. Mechatronics (S0957-4158), 2012, 22: 723-745.
- [8] 杨成顺. 多旋翼飞行器建模与飞行控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013: 63.
Yang Chengshun. Research on Modeling and Flight Control Technology of Multi-Rotor Aircraft[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013: 63.
- [9] 周寒宇, 王会海, 黄相贤. 基于 UWB 三维定位的飞行控制系统[J]. 电脑与信息技术, 2018, 26(4): 16-20.
Zhou Hanyu, Wang Huihai, Huang Xiangxian. Flight Control System Based on UWB Three-Dimensional Positioning[J]. Computer and Information Technology, 2018, 26(4): 16-20.
- [10] 李少斌. 微型多旋翼飞行器控制技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013: 53.
Li Shaobin. Research on Flight Control of Micro Multi-rotor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013: 53.