Journal of System Simulation

Volume 32 | Issue 3 Article 10

3-25-2020

Anti-dead-zone Control for Two Flexible Links Space Robot with Integration of Motion and Vibration

Xiaoqin Huang
1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;;

Chen Li
1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;;

Anti-dead-zone Control for Two Flexible Links Space Robot with Integration of Motion and Vibration

Abstract

Abstract: The angle tracking and flexible vibration suppression integrated control for the two flexible links free-floating space robot with joint torque output dead-zone and external disturbance are discussed. The hybrid trajectory concept with rigid motion and flexible mode is introduced, and an adaptive control scheme of the integral sliding mode neural network based on the integration of motion and vibration is proposed. In case the slope and boundary of dead-zone is uncertain and the upper kind of the optimal approximation error is unknown, the compensation term of the scheme can eliminate the effect, and ensures the robustness of the rigid motion. Also, the scheme suppresses the vibration of the two links flexible actively to improve the tracking performance. Simulation results show that the scheme can achieve the integration control of the motion and vibration effectively.

Keywords

two flexible links space robot, joint torque output dead-zone, integration control of motion and vibration, integral sliding mode neural network, flexible vibration suppression

Recommended Citation

Huang Xiaoqin, Chen Li. Anti-dead-zone Control for Two Flexible Links Space Robot with Integration of Motion and Vibration[J]. Journal of System Simulation, 2020, 32(3): 430-437.

第 32 卷第 3 期
2020 年 3 月
系统仿真学报©
Journal of System Simulation
Vol. 32 No. 3
Mar., 2020

双柔臂空间机器人运动、振动一体化抗死区控制

黄小琴 [1,2*]，陈力 [1]
(1. 福州大学机械工程及自动化学院，福建 福州 350108；2. 闽江学院物理与电子信息工程学院，福建 福州 350108)

摘要：探讨漂浮基双柔臂空间机器人存在关节力矩输出死区与外部干扰时的姿态角度运动跟踪及柔性抑振的控制问题。*引入含有刚性运动与柔性模态的混合轨迹概念，提出基于运动、振动一体化的积分滑模神经网络自适应控制方案。此方案的优点是不但通过补偿项消除了死区斜率与边界参数不确定及最优逼近误差上确界未知的影响，确保了刚性运动的鲁棒性，而且能同时主动地抑制两臂杆的柔性振动，*从而提高轨迹跟踪性能。仿真算例结果表明方案能有效地实现运动、振动一体化控制。
关键词：双柔臂空间机器人；关节力矩输出死区；运动、振动一体化控制；积分滑模神经网络；柔性抑振
中图分类号：TP241　　文献标识码：A　　文章编号：1004-731X (2020) 03-0430-08
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.18-0198

Anti-dead-zone Control for Two Flexible Links Space Robot with Integration of Motion and Vibration

Huang Xiaoqin[1,2*], *Chen Li*[1]
(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;
2. College of Physics and Electronic Information Engineering, Minjiang University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: The angle tracking and flexible vibration suppression integrated control for the two flexible links free-floating space robot with joint torque output dead-zone and external disturbance are discussed. *The hybrid trajectory concept with rigid motion and flexible mode is introduced, and an adaptive control scheme of the integral sliding mode neural network based on the integration of motion and vibration is proposed. In case the slope and boundary of dead-zone is uncertain and the upper kind of the optimal approximation error is unknown, the compensation term of the scheme can eliminate the effect,* and ensures the robustness of the rigid motion. Also, the scheme suppresses the vibration of the two links flexible actively to improve the tracking performance. Simulation results show that the scheme can achieve the integration control of the motion and vibration effectively.
Keywords: two flexible links space robot; joint torque output dead-zone; integration control of motion and vibration; integral sliding mode neural network; flexible vibration suppression

引言

空间机器人广泛应用于太空作业中，代替宇航员完成卫星的安装、维修等条件艰巨的舱外任务，因此受到各方学者的关注[1-4]。随着研究的不断深入，柔性空间机器人因具有轻质量、长臂、重载等的特点，越来越受到研究人员的重视[5-8]。由于刚性运动和臂杆的柔性振动相互作用，且多柔杆空间机器人系统每个臂杆的柔性振动之间也存在耦合，因此除了关注轨迹跟踪问题外，还必须考虑柔性臂

收稿日期：2018-04-10　　修回日期：2018-10-29；
基金项目：国家自然科学基金(11372073，11072061)；
作者简介：黄小琴(通讯作者 1983-)，女，福建闽清，博士，讲师，研究方向为空间机器人系统动力学与控制；陈力(1961-)，男，江西九江，博士，教授，研究方向为空间机器人动力学与控制等。

杆的抑制问题。文献[9]将柔性空间机械臂分解为快慢变子系统进行抑振控制；文献[10]探讨了引入虚拟力的柔性臂空间机器人的神经网络控制的方法；文献[11]研究了具有双连杆柔性机械臂的空间机器人在未知干扰下的闭环动力学建模和自适应滑模跟踪控制。

值得一提的是，以上这些控制方法均没有考虑关节力矩输出死区对控制精度的影响。死区、饱和与摩擦等非线性特性是执行器常见并且不可避免的，很多情况下，它们对控制精度产生很大的影响。关节力矩输出死区作为其中影响高精度传动控制的主要因素之一，若是不能消除其影响，除了影响跟踪误差以外，还可能会产生极限环振荡，甚至造成控制失效，从而不能完成空间任务。因此，在空间机器人的研究中考虑关节力矩输出死区的条件具有十分现实的意义。

已有学者对存在关节力矩死区的地面机器人展开研究[12-13]。考虑执行器存在死区的情形下，文献[14]采取了前馈 RBF 神经网络补偿系统的非线性耦合控制方法；文献[15]设计了一种智能补偿滑模控制方法；文献[16]结合死区观测器，研究了递归小脑神经网络控制器。

前述考虑死区的机器人研究都仅限于刚性臂。既考虑臂杆柔性，又涉及关节力矩输出死区的空间机器人轨迹跟踪与柔性抑振的控制方法研究较少，尤其是将两臂杆的柔性均考虑到的则更少。

本文在上述研究的基础上，探讨了漂浮基双柔臂空间机器人在带有关节力矩输出死区及外部干扰情况下的轨迹跟踪及柔性抑振一体化控制的问题。定义的积分型切换函数减少了外部干扰引起的稳态误差，为了完成在抗死区期望运动的同时主动抑制双杆的柔性振动，引入运动、振动一体化控制概念，设计了包含刚性期望运动与柔性模态的混合轨迹积分滑模神经网络自适应控制方案。此柔性振动抑制方案能够克服文献[9]中的奇异摄动方法因柔性抑振与刚性运动叠加带来的刚性运动鲁棒性降低的问题。计算机数值仿真算例模拟证实了所提方案的有效性。

1 系统动力学模型

以自由飘浮的基座 B_0 及柔性臂 B_1、B_2 组成的漂浮基双柔臂空间机器人为研究对象，模型如图 1 所示，建立各分体 $B_i(i=0,1,2)$ 的联体坐标 $O_i x_i y_i$，其中 O_0 与 B_0 的质心 O_{c0} 重合，$O_i(i=1,2)$ 为联接 B_{i-1} 与 B_i 的转动铰中心，x_1 轴与 O_1O_2 在同一直线上。x_2 轴与柔性臂 B_2 始终相切于 O_2。设 O_1 在 x_0 轴上与 O_0 的距离为 l_0，$B_i(i=1,2)$ 沿 x_i 轴的长度为 l_i；载体的质量与绕质心的转动惯量分别为 m_0、J_0。C 为系统的总质心。以空间任意点 O 为原点，设立平动惯性坐标系 $(O-XY)$。

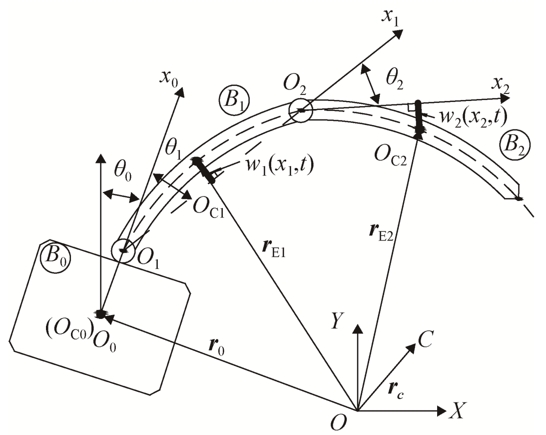


图 1 柔性空间机器人系统
Fig. 1 Flexible space robot system

设定两臂杆均为细长匀质杆件，主要考虑其弯曲变形，其轴线与剪切变形均可忽略不计，同时在平面内作横向振动。柔性臂 $B_i(i=1,2)$ 的线密度为 ρ_i，截面抗弯刚度为 $(\mathrm{EI})_i$。根据振动力学理论，这两柔性臂可视为伯努利-欧拉梁，那么其弹性变形记作：

$$w_i(x_i,t)=\sum_{j=1}^{n_i}\varphi_{ij}(x_i)\delta_{ij}(t) \tag{1}$$

式中：$w_i(x_i,t)$ 为 B_i 在截面 $x_i(0\leqslant x_i\leqslant l_i)$ 处的横向弹性变形；$\varphi_{ij}(x_i)$ 为 B_i 的第 j 阶的模态函数；$\delta_{ij}(t)$ 为与 $\varphi_{ij}(x_i)$ 对应的模态坐标；n_i 为截断项数；由于大幅值的振动主要由前几阶模态构成，取 $n_i=2$。

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol32/iss3/10
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.18-0198

通过利用拉格朗日第二类方程与动量守恒定理的推导，可得存在外部干扰的漂浮基双柔臂空间机器人的动力学方程：

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\delta})\begin{pmatrix}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\\ \ddot{\boldsymbol{\delta}}\end{pmatrix}+\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\delta},\dot{\boldsymbol{\delta}})\begin{pmatrix}\dot{\boldsymbol{\theta}}\\ \dot{\boldsymbol{\delta}}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ \boldsymbol{K\delta}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_d\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}\\ \boldsymbol{0}\end{pmatrix} \quad (2)$$

式中：$\boldsymbol{\theta}=(\theta_0 \quad \theta_1 \quad \theta_2)^{\mathrm{T}}$ 为基座姿态和臂杆两关节铰相对转角的刚性广义坐标列向量；$\boldsymbol{\delta}=(\delta_{11} \quad \delta_{12} \quad \delta_{21} \quad \delta_{22})^{\mathrm{T}}$ 为臂杆柔性模态坐标的柔性广义坐标列向量；$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\delta})\in R^{7\times 7}$ 为对称、正定质量矩阵；$H(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\delta},\dot{\boldsymbol{\delta}})(\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad \dot{\boldsymbol{\delta}})^{\mathrm{T}}\in R^7$ 为包含科氏力、离心力的列向量；$\boldsymbol{K}\in \mathrm{diag}(k_{11},k_{12},k_{21},k_{22})$，$k_{ij}=(\mathrm{EI})_i\int_0^{l_i}\varphi_{ij}''^{\mathrm{T}}\varphi_{ij}''\,\mathrm{d}x_i$ 为臂杆的刚度矩阵；$\boldsymbol{\tau}_d\in R^3$ 为外部干扰列向量；$\boldsymbol{\tau}=(\tau_0 \quad \tau_1 \quad \tau_2)^{\mathrm{T}}$ 为基座输出力矩 τ_0 与臂杆两关节铰输出力矩 $\tau_i(i=1,2)$。

为了控制方案设计方便，将式(2)分块重写为：

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{D}_{rr} & \boldsymbol{D}_{rf}\\ \boldsymbol{D}_{fr} & \boldsymbol{D}_{ff}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\ddot{\boldsymbol{\theta}}\\ \ddot{\boldsymbol{\delta}}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_{rr} & \boldsymbol{H}_{rf}\\ \boldsymbol{H}_{fr} & \boldsymbol{H}_{ff}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\boldsymbol{\theta}}\\ \dot{\boldsymbol{\delta}}\end{pmatrix}+$$
$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{K\delta}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}_d\\ \boldsymbol{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\tau}\\ \boldsymbol{0}\end{pmatrix} \quad (3)$$

式中：$\boldsymbol{D}_{rr}\in R^{3\times 3}$，$\boldsymbol{D}_{rf}=\boldsymbol{D}_{fr}^{\mathrm{T}}\in R^{3\times 4}$，$\boldsymbol{D}_{ff}\in R^{4\times 4}$ 为 $\boldsymbol{D}$ 对应的子矩阵；$\boldsymbol{H}_{rr}\in R^{3\times 3}$，$\boldsymbol{H}_{ff}\in R^{4\times 4}$，$\boldsymbol{H}_{rf}\in R^{3\times 4}$，$\boldsymbol{H}_{fr}\in R^{4\times 3}$ 为 $\boldsymbol{H}$ 对应的子矩阵。

从式(3)消去 $\ddot{\boldsymbol{\delta}}$，得到：

$$\boldsymbol{D}_{rr}\ddot{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}\ddot{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{H}_{fr}\dot{\boldsymbol{\theta}}-$$
$$\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{H}_{ff}\dot{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{K\delta}+\boldsymbol{H}_{rr}\dot{\boldsymbol{\theta}}+$$
$$\boldsymbol{H}_{rf}\dot{\boldsymbol{\delta}}=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_d \quad (4)$$

整理可得：

$$\boldsymbol{D}_{r_{eq}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\delta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{C}_{r_{eq}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\delta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\dot{\boldsymbol{\delta}})+\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{\tau} \quad (5)$$

式中：$\boldsymbol{D}_{r_{eq}}=\boldsymbol{D}_{rr}-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}$，$\boldsymbol{C}_{r_{eq}}=-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{C}_{fr}\dot{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{C}_{ff}\dot{\delta}-\boldsymbol{D}_{rf}\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{K}\delta+\boldsymbol{C}_{rr}\dot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{C}_{rf}\dot{\delta}$。

2 关节力矩输出死区及其基本性质

对于很多物理装置，在输入的大小达到某个特定值之前，它们的输出为零。这种输入-输出关系称为“死区”。从控制理论解释，“死区”意味着一种“信息的损失”。空间机器人的两关节的力矩输出可能含有死区。本文考虑典型的简化死区模型[16]，死区输入为 $\boldsymbol{u}(t)=(u_1 \quad u_2)^{\mathrm{T}}$，输出为 $\boldsymbol{\tau}_u=(\tau_1 \quad \tau_2)^{\mathrm{T}}$。

$$\tau_i=W(u_i)=m_{zi}u_i+c_i(u_i) \quad (6)$$

$$c_i(u_i)=\begin{cases}-m_{zi}d_{i+} & u_i\geqslant d_{i+}\\ -m_{zi}u_i & d_{i-}<u_i<d_{i+}\\ -m_{zi}d_{i-} & u_i\leqslant d_{i-}\end{cases}$$

式中：d_{i-} 和 d_{i+} 分别为死区的左右断点；m_{li} 和 m_{ri} 分别为死区的左右斜率，设定 $m_{ri}=m_{li}=m_{zi}$。死区参数 $d_{i+}>0$，$d_{i-}<0$ 和 $m_{zi}>0$ 是不确定但有界的。$|c_i(u_i)|\leqslant\beta_i$，这里 β_i 是有界的。

3 抗死区积分滑模神经网络控制

将式(6)代入式(5)，把其写为状态方程的形式：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_1=\boldsymbol{x}_2\\ \dot{\boldsymbol{x}}_2=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})+\boldsymbol{m}_z\boldsymbol{N}+\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t)\end{cases} \quad (7)$$

式中：$\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{\theta}$，$\dot{\boldsymbol{x}}_1=\boldsymbol{x}_2=\dot{\boldsymbol{\theta}}$，$\boldsymbol{x}_3=\boldsymbol{\delta}$，$\dot{\boldsymbol{x}}_3=\boldsymbol{x}_4=\dot{\boldsymbol{\delta}}$，$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{D}_{r_{eq}}^{-1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_3)(\tau_0 \quad \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{x}_3^{\mathrm{T}},\boldsymbol{x}_4^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})=-\boldsymbol{D}_{r_{eq}}^{-1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_3)\boldsymbol{C}_{r_{eq}}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})$ 为未知的有界连续函数，$\boldsymbol{h}=\boldsymbol{D}_{r_{eq}}^{-1}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_3)[(0 \quad \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u}))^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{d}}]$ 为系统的外来干扰和死区特性，$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{u})$ 为执行机构的死区特性，$\boldsymbol{m}_z=\mathrm{diag}(1,m_{z1},m_{z2})$。

控制目标是设计控制律 $\boldsymbol{N}$，使得 $\boldsymbol{\theta}$ 以较高精度达到期望运动轨迹 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{d}}=(\boldsymbol{\theta}_{0\mathrm{d}} \quad \boldsymbol{\theta}_{1\mathrm{d}} \quad \boldsymbol{\theta}_{2\mathrm{d}})^{\mathrm{T}}$。

定义具有积分的切换函数：

$$\boldsymbol{\varphi}=\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{e}_0+\boldsymbol{k}_v\boldsymbol{e}+\dot{\boldsymbol{e}} \quad (8)$$

式中：$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{d}}$ 为系统的控制输出误差；$\dot{\boldsymbol{e}}_0=\boldsymbol{e}$ 或 $\boldsymbol{e}_0=\int\boldsymbol{e}dt$，$\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{p}}=\mathrm{diag}(k_{p0} \quad k_{p1} \quad k_{p2})$，$\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{v}}=\mathrm{diag}(k_{v0},k_{v1},k_{v2})$，$k_{pi}=(k_{vi}/2)^2$，常数 $k_{vi}>0$。

将式(8)两边对时间 t 求导，得：

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}=\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{k}_{\mathrm{v}}\dot{\boldsymbol{e}}-\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})+$$
$$\boldsymbol{m}_{\mathrm{z}}\boldsymbol{N}+\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t) \quad (9)$$

定义光滑函数：$Y_{\varphi}(t)=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{\varphi}^T(t)\boldsymbol{\Gamma\varphi}(t)$

式中：$\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}(1,1/m_{z1},1/m_{z2})$。

对 $Y_{\varphi}(t)$ 关于时间 t 求导，把式(9)代入可得：

$$\dot{Y}_{\varphi}(t)=\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma}\dot{\boldsymbol{\varphi}}=\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma}[\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{e}+\boldsymbol{k}_v\dot{\boldsymbol{e}}-\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})]+$$
$$\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma}[\boldsymbol{m}_z\boldsymbol{N}+\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t)] \quad (10)$$

令：$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})=\boldsymbol{\Gamma}[\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{e}+\boldsymbol{k}_v\dot{\boldsymbol{e}}-\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})]$；

式中：$\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{e}+\boldsymbol{k}_v\dot{\boldsymbol{e}}-\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2)$，$\boldsymbol{z}=(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\rho})^{\mathrm{T}}$ 为输入向量。

因 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}})$ 与死区斜率未知，则 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})$ 未知。可以利用高斯基径向神经网络估计对 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})$ 进行逼近。此神经网络是一种 3 层前向神经网络，原理是利用局部逼近的叠加来实现总部逼近。其优点是对强非线性具有优秀的逼近能力，收敛速度快，且能避免局部极小问题。设 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{U})$ 为 $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})$ 的一个逼近，即

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{U})=\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z}) \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}=[u_{\mathrm{ij}}](i=1,2,\cdots,n;\ j=1,2,\cdots,m)$ 为网络权值矩阵；$\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})=(\chi_1,\cdots,\chi_m)^{\mathrm{T}}$ 为基函数列向量；m 为基函数中心点个数；$\boldsymbol{y}=(y_1,\cdots,y_n)^{\mathrm{T}}$ 为输出列向量。

$\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})$ 的元素为高斯基函数可表示为：

$$\chi_j(z)=\exp(-\left\|z-c_j\right\|^2/\sigma_j^2) \tag{12}$$

$\boldsymbol{U}$ 的最优值 $\boldsymbol{U}^*$ 是一个常数矩阵并满足：

$$\boldsymbol{U}^*=arg\min_{U\in\Omega_{\mathrm{U}}}[\sup_{z\in\Omega_z}\left|\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{U})-\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})\right|] \tag{13}$$

式中：$\Omega_{\mathrm{U}}=\{\boldsymbol{U}\|\boldsymbol{U}\|\leqslant M_{\mathrm{U}}\}$，有界正常数 M_U 是设计参数；有界紧集 $\Omega_z=\{(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\rho})^{\mathrm{T}}|\ \|\boldsymbol{x}\|\leqslant M_x\}$；$M_x>0$。

令：

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})=\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+\boldsymbol{\varepsilon} \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{\varepsilon}\in R^{3\times1}$ 为最优逼近误差；$|\boldsymbol{\varepsilon}_i|\leqslant\boldsymbol{\varepsilon}_{yi}\ (i=1,2,3)$，$\boldsymbol{\varepsilon}_{yi}$ 为正常数。

由式(11)~式(14)，可得：

$$\dot{Y}_\varphi(t)=\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{y}(\boldsymbol{z})+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{N}+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma h}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t)=$$
$$\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\varepsilon}+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{N}+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma h}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t) \tag{15}$$

式中：$\|h_i(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t)\|\leqslant\Xi_i$，$\Xi_i$ 是已知的正的连续函数。

设计如下控制律：

$$\boldsymbol{N}=-\boldsymbol{k}_N\boldsymbol{\varphi}-\hat{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})-(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y+\boldsymbol{\Gamma}_n\boldsymbol{\Xi})\mathrm{sgn}(\boldsymbol{\varphi}) \tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{k}_N\in R^{3\times3}$ 为正的设计参数，$\boldsymbol{\Gamma}_n=\mathrm{diag}(1,\boldsymbol{\Gamma}_m)$，$\boldsymbol{\Gamma}_m=\mathrm{diag}(1/m_{z1\min},1/m_{z2\min})$；$m_{zi\min}$ 为 m_{zi} 的最小值；$\hat{\boldsymbol{U}}$，$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y$ 分别表示 $\boldsymbol{U}^*$，$\boldsymbol{\varepsilon}_y$ 在 t 时刻的估计值。

定理：式(7)所示的双柔臂空间机器人状态方程，采用式(16)的控制规律及如下自适应调节律：将使跟踪误差 $\boldsymbol{e}$ 收敛到 0 的一个邻域内。

$$\dot{\hat{\boldsymbol{U}}}=\lambda_r\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}-F_u\hat{\boldsymbol{U}} \tag{17}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_y=\boldsymbol{\lambda}_y abs(\boldsymbol{\varphi})-F_\varepsilon\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y \tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{\lambda}_\gamma=diag(\lambda_{\gamma0},\lambda_{\gamma1},\lambda_{\gamma2},\lambda_{\gamma3},\lambda_{\gamma4})$，$\boldsymbol{\lambda}_y=diag(\lambda_{y0},\lambda_{y1},\lambda_{y2})$ 为正定自适应率调节矩阵；$abs(\boldsymbol{\varphi})$ 表示列向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 中每一项取绝对值。

证明：构造如下的 Lyapunov 函数：

$$V=Y_\varphi(t)+\frac{1}{2}tr(\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\tilde{\boldsymbol{U}})+\frac{1}{2}tr(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y) \tag{19}$$

V 对时间 t 求导：

$$\dot{V}=\dot{Y}_\varphi(t)+tr(\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{U}}})+tr(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_y) \tag{20}$$

将式(15)代入式(20)，即：

$$\dot{V}=\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\varepsilon}+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{N}+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma h}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t)+$$
$$tr(\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{U}}})+tr(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_y) \tag{21}$$

将 $|\boldsymbol{\varepsilon}_i|\leqslant\boldsymbol{\varepsilon}_{yi}$，$\|h_i(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,t)\|\leqslant\Xi_i$ 代入式(21)：

$$\dot{V}\leqslant\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\boldsymbol{\varepsilon}_y+abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\boldsymbol{\Gamma\Xi}+$$
$$\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{N}+tr(\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{U}}})+tr(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_y) \tag{22}$$

将控制律式(16)代入式(22)：

$$\dot{V}\leqslant\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\boldsymbol{\varepsilon}_y+abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\boldsymbol{\Gamma\Xi}+$$
$$\boldsymbol{\varphi}^T[-\boldsymbol{k}_N\boldsymbol{\varphi}-\hat{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})-(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y+\boldsymbol{\Gamma}_n\boldsymbol{\Xi})sgn(\boldsymbol{\varphi})]+$$
$$tr(\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{U}}})+tr(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}_y) \tag{23}$$

整理可得：

$$\dot{V}\leqslant-\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{k}_N\boldsymbol{\varphi}+\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})-\boldsymbol{\varphi}^T\hat{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+$$
$$abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\boldsymbol{\varepsilon}_y-\boldsymbol{\varphi}^T\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y sgn(\boldsymbol{\varphi})+abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\boldsymbol{\Gamma\Xi}-$$
$$\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{\Gamma}_n\boldsymbol{\Xi}\,sgn(\boldsymbol{\varphi})-tr(\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\dot{\hat{\boldsymbol{U}}})-tr(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_y) \tag{24}$$

令估计误差 $\tilde{\boldsymbol{U}}=\boldsymbol{U}^*-\hat{\boldsymbol{U}}$，$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y=\boldsymbol{\varepsilon}_y-\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y$，把式(17)~(18)代入：

$$\dot{V}\leqslant-\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{k}_N\boldsymbol{\varphi}+\boldsymbol{\varphi}^T\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})+abs(\boldsymbol{\varphi}^T)\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y-$$
$$tr[\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}(\lambda_r\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{z})\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}-F_u\hat{\boldsymbol{U}})]-$$
$$tr[\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}(\boldsymbol{\lambda}_y abs(\boldsymbol{\varphi})-F_\varepsilon\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y)] \tag{25}$$

整理得到：

$$\dot{V}\leqslant-\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{k}_N\boldsymbol{\varphi}+tr(F_u\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\hat{\boldsymbol{U}})+tr(F_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y) \tag{26}$$

利用不等式：

$$tr(F_u\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\hat{\boldsymbol{U}})\leqslant-\frac{1}{2}tr(F_u\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\tilde{\boldsymbol{U}})+\frac{1}{2}tr(F_u\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\boldsymbol{U}^*)$$

$$tr(F_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y)\leqslant-\frac{1}{2}tr(F_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y)+\frac{1}{2}tr(F_\varepsilon\boldsymbol{\varepsilon}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_y)$$

代入公式(26)：

第 32 卷第 3 期 系统仿真学报 Vol. 32 No. 3
2020 年 3 月 Journal of System Simulation Mar., 2020

$$\dot{V}\leqslant-\boldsymbol{\varphi}^T\boldsymbol{k}_N\boldsymbol{\varphi}-\frac{1}{2}tr(F_u\tilde{\boldsymbol{U}}^T\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\tilde{\boldsymbol{U}})+\frac{1}{2}tr(F_u\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\boldsymbol{U}^*)-\frac{1}{2}tr(F_\varepsilon\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_y)+\frac{1}{2}tr(F_\varepsilon\boldsymbol{\varepsilon}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_y) \tag{27}$$

令：

$$\kappa=\min\{2\|\boldsymbol{m}_z\boldsymbol{k}_N\|,F_u,F_\varepsilon\}$$

$$\vartheta=\frac{1}{2}tr(\boldsymbol{U}^{*T}\boldsymbol{\lambda}_r^{-1}\boldsymbol{F}_u\boldsymbol{U}^*)+\frac{1}{2}tr(\boldsymbol{\varepsilon}_y{}^T\boldsymbol{\lambda}_y^{-1}\boldsymbol{F}_\varepsilon\boldsymbol{\varepsilon}_y)$$

可得：

$$\dot{V}\leqslant-\kappa V+\vartheta \tag{28}$$

不等式两边同乘 e^{ct}，并从$[0,t]$积分可得：

$$0\leqslant V\leqslant\vartheta/\kappa+\left[V(0)-\vartheta/\kappa\right]e^{-\kappa t}\leqslant\varpi \tag{29}$$

式中：$\varpi=\vartheta/\kappa+V(0)$。

因此，V 是有界的，从而 $\boldsymbol{\varphi}$ 是有界的。选取合适的数值，将使得 ϑ/κ 充分小。因此跟踪误差收敛到零的一个邻域内，故定理得证。

4 运动振动一体化控制方案设计

前节中设计的积分滑模神经网络控制方案只考虑完成刚性期望运动，但此为双柔臂空间机器人，两臂杆的柔性振动不可忽略，因此本节设计了如何抑制杆的柔性抑振方法。引入运动振动一体化控制概念，对原有的期望轨迹进行修改，设计了一种包含刚性运动与两杆柔性模态的混合轨迹 $\boldsymbol{\theta}_{\rm h}=(\theta_{0\rm h}\quad\theta_{1\rm h}\quad\theta_{2\rm h})^{\rm T}$ 来保证同时完成刚性期望运动与柔性抑振。

为使用混合轨迹，引入虚拟力 $\boldsymbol{F}\in R^3$，采用如下二阶指令产生器来生成混合轨迹期望误差 $\boldsymbol{e}_{\rm dh}$：

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_{\rm dh}+\boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{e}}_{\rm dh}+\boldsymbol{b}\boldsymbol{e}_{\rm dh}=\boldsymbol{F} \tag{30}$$

式中：$\boldsymbol{e}_{\rm dh}=\boldsymbol{\theta}_{\rm h}-\boldsymbol{\theta}_{\rm d}$，$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为正定常值对角矩阵。定义混合误差 $\boldsymbol{e}_{\rm h}=\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}_{\rm h}$，$\dot{\boldsymbol{e}}_{\rm h}=\dot{\boldsymbol{\theta}}-\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\rm h}$。改写式(16)，将 $\boldsymbol{e}$ 替换为 $\boldsymbol{e}_{\rm h}$，$\boldsymbol{\theta}_{\rm d}$ 替换为 $\boldsymbol{\theta}_{\rm h}$，设计如下基于混合轨迹的控制律及自适应调节律：

$$\boldsymbol{N}=-\boldsymbol{k}_N\varphi_{\rm h}-\hat{\boldsymbol{U}}^T\chi(z_{\rm h})-(\hat{\varepsilon}_{\rm yh}+\boldsymbol{\Gamma}_n\boldsymbol{\Xi})\,sgn(\boldsymbol{\varphi}_{\rm h}) \tag{31}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{U}}}=\lambda_r\boldsymbol{\chi}(z_{\rm h})\boldsymbol{\varphi}_{\rm h}{}^{\rm T}-F_u\hat{\boldsymbol{U}} \tag{32}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\rm yh}=\boldsymbol{\lambda}_y abs(\boldsymbol{\varphi}_{\rm h})-F_\varepsilon\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_y \tag{33}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{\rm h}=\boldsymbol{k}_{\rm p}\boldsymbol{e}_{0\rm h}+\boldsymbol{k}_v\boldsymbol{e}_{\rm h}+\dot{\boldsymbol{e}}_{\rm h} \tag{34}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{e}}_{0\rm h}=\boldsymbol{e}_{\rm h}$ 或 $\boldsymbol{e}_{0\rm h}=\int\boldsymbol{e}_{\rm h}{\rm d}t$，对式(34)求导可得：

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_{\rm h}+\boldsymbol{k}_v\dot{\boldsymbol{e}}_{\rm h}+\boldsymbol{k}_{\rm p}\boldsymbol{e}_{\rm h}=\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\rm h} \tag{35}$$

将式(34)代入式(29)，获得关于 $\boldsymbol{e}$ 的误差方程：

$$\ddot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{b}\boldsymbol{e}=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{\psi} \tag{36}$$

式中：$\boldsymbol{\psi}=\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\rm h}+(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{k}_v)\dot{\boldsymbol{e}}_{\rm h}+(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{k}_{\rm p})\boldsymbol{e}_{\rm h}$

式(36)解出 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$：

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\rm d}-\boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{b}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{F}+\boldsymbol{\psi} \tag{37}$$

由式(3)分解出关于柔性振动的方程为：

$$\boldsymbol{D}_{fr}\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{D}_{ff}\ddot{\boldsymbol{\delta}}+\boldsymbol{H}_{fr}\dot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{H}_{ff}\dot{\boldsymbol{\delta}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{\delta}=\boldsymbol{0} \tag{38}$$

将式(37)代入式(38)，可得 $\ddot{\boldsymbol{\delta}}$：

$$\ddot{\boldsymbol{\delta}}=-\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{H}_{ff}\dot{\boldsymbol{\delta}}-\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\delta}+\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}(\boldsymbol{a}\dot{\boldsymbol{e}}+\boldsymbol{b}\boldsymbol{e})-\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}\boldsymbol{F}-\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}(\boldsymbol{D}_{fr}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d+\boldsymbol{H}_{fr}\dot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{D}_{fr}\boldsymbol{\psi}) \tag{39}$$

由式(36)与式(39)可得含有 $\boldsymbol{e}$ 与 $\boldsymbol{\delta}$ 的误差矩阵方程：

$$\dot{\boldsymbol{s}}=\boldsymbol{c}\boldsymbol{s}+\boldsymbol{d}\boldsymbol{F}+\boldsymbol{E} \tag{40}$$

式中：$\boldsymbol{s}=(\boldsymbol{\delta}^{\rm T}\quad\boldsymbol{e}^{\rm T}\quad\dot{\boldsymbol{\delta}}^{\rm T}\quad\dot{\boldsymbol{e}}^{\rm T})^{\rm T}$，

$$\boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}0&0&I&0\\0&0&0&I\\-\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{K}&\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}\boldsymbol{b}&-\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{H}_{ff}&\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}\boldsymbol{a}\\0&-\boldsymbol{b}&0&-\boldsymbol{a}\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{d}=(0\quad 0\quad -\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}\boldsymbol{D}_{fr}\quad \boldsymbol{I})^{\rm T},$$

$$\boldsymbol{E}=(0\quad 0\quad -\boldsymbol{D}_{ff}^{-1}(\boldsymbol{D}_{fr}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d+\boldsymbol{H}_{fr}\dot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{D}_{fr}\boldsymbol{\psi})\quad \boldsymbol{\psi})^{\rm T}。$$

引入线性二次型调节器，其指标函数为 I，以最小化状态向量 $\boldsymbol{s}$ 与状态反馈最优控制 $\boldsymbol{F}$ 为目标：

$$I=\frac{1}{2}\int_0^\infty(\boldsymbol{s}^{\rm T}\boldsymbol{q}\boldsymbol{s}+\boldsymbol{F}^{\rm T}\boldsymbol{r}\boldsymbol{F}){\rm d}t \tag{41}$$

式中：$\boldsymbol{q}$ 和 $\boldsymbol{r}$ 为正定加权对称常值矩阵。

若须 I 取最小值，则 $\boldsymbol{F}$ 为：

$$\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{d}^{\rm T}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{s} \tag{42}$$

式中：$\boldsymbol{Z}$ 满足如下的 Riccati 代数方程

$$\boldsymbol{Z}\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}^{\rm T}\boldsymbol{Z}-\boldsymbol{Z}\boldsymbol{d}\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{d}^{\rm T}\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{q}=0 \tag{43}$$

式(40)变为：

$$\dot{\boldsymbol{s}}=(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}\boldsymbol{r}^{-1}\boldsymbol{d}^{\rm T}\boldsymbol{Z})\boldsymbol{s}+\boldsymbol{E} \tag{44}$$

若此时视为外部干扰的 $\boldsymbol{E}=0$，则上述闭环系统式(46)渐近稳定。若 $\boldsymbol{E}\neq0$，选取李雅普诺夫函

数 $V=\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Zs}$ 可证明其导数 $\dot{V}\leqslant 0$ [7]，式(44)仍稳定。

5　仿真算例与分析

以图 1 所展示的模型系统为例，进行数值仿真实验。

系统物理参数取为：$l_0=l_1=1.5\ \mathrm{m}$，$l_2=1.0\ \mathrm{m}$，$m_0=40\ \mathrm{kg}$，$J_0=34.17\ \mathrm{kg\cdot m^2}$，$\rho_1=3.5\ \mathrm{kg/m}$，$\rho_2=1.1\ \mathrm{kg/m}$，$(\mathrm{EI})_1=50\ \mathrm{N\cdot m^2}$，$(\mathrm{EI})_2=50\ \mathrm{N\cdot m^2}$。

设双柔臂空间机器人终端期望位形分别为：$\theta_{0\mathrm{d}}=0\ \mathrm{rad}$，$\theta_{1\mathrm{d}}=\pi/3\ \mathrm{rad}$，$\theta_{2\mathrm{d}}=\pi/6\ \mathrm{rad}$。

初始位形 $\boldsymbol{\theta}(0)$ 分别取为：$\theta_0(0)=0.1\ \mathrm{rad}$，$\theta_1(0)=1.5\ \mathrm{rad}$，$\theta_2(0)=0.4\ \mathrm{rad}$。

设定轨迹追踪过程仿真时间为 $t=10\ \mathrm{s}$。

图 2 为采用运动、振动一体化方案式(31)控制时的双柔臂空间机器人基座姿态与两臂杆相对转角 $\boldsymbol{\theta}$ 的位形跟踪情况，约 5 s 之后，基座，关节 1 和 2 的实际轨迹误差分别在 $1.8\times10^{-5}\mathrm{rad}$，$2\times10^{-3}\mathrm{rad}$，$9\times10^{-4}\mathrm{rad}$ 以内，显示了所设计的控制方法能够很好地定位 $\boldsymbol{\theta}$ 完成刚性期望运动。

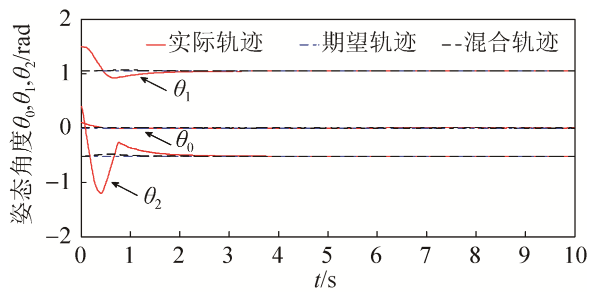
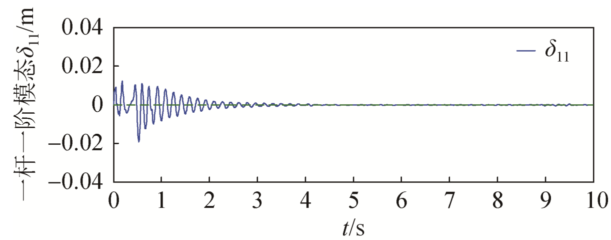
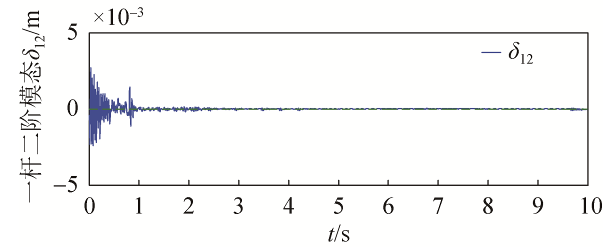


图 2　基座与两关节姿态角度跟踪比较
Fig. 2　Comparison of angle tracking between base's attitude and two links' joints

图 3~6 展示了分别使用式(31)与式(16)进行控制时两臂杆的柔性抑振情况。采用式(31)控制时，δ_{11} 从初始 0.2 s 的 0.012 m 衰减到零，δ_{12} 从初始 0.04 s 的 0.002 7 m 衰减到零；δ_{21} 从初始 0.3 s 的 –0.08 m 衰减到零，δ_{22} 从初始 0.07 s 的 0.01 m 衰减到零。而采用式(18)控制时，约 9 s 之后 δ_{11} 在 ±0.01 m 之间振动，约 5 s 之后 δ_{12} 在 ±0.005 m 之间振动；约 9 s 之后 δ_{21} 在 ±0.025 m 之间振动，约 5 s 之后 δ_{22} 在 ±0.004 m 之间振动。分析比较这 4 个图可以看出，仅利用式(16)进行控制无法抑制柔性杆的振动，而采用运动、振动一体化控制的方法较好地抑振了两柔性臂杆，基本消除了振动。

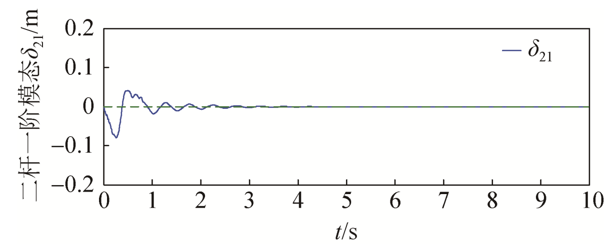


(a)　一阶模态

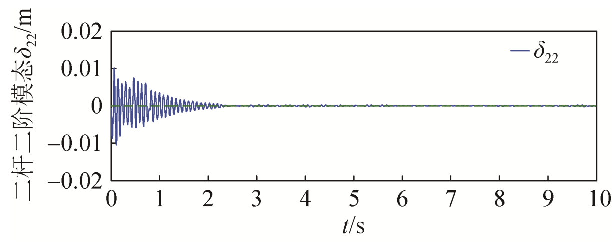


(b)　二阶模态

图 3　柔性杆 B_1 模态(运动振动一体化控制)
Fig. 3　Mode of flexible link B_1 (integration of motion and vibration control)



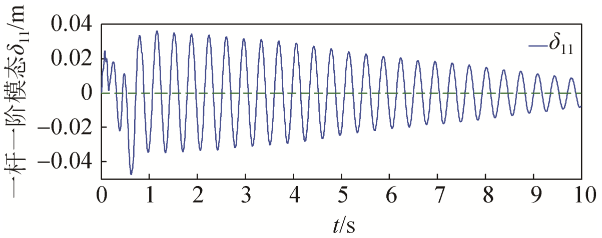
(a)　一阶模态



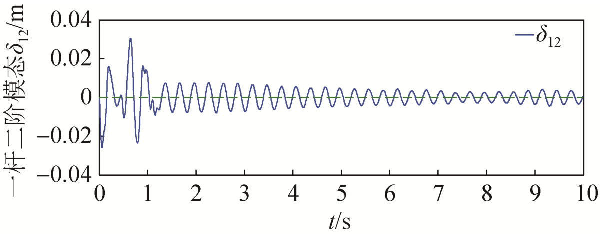
(b)　二阶模态

图 4　柔性杆 B_2 模态(运动振动一体化控制)
Fig. 4 Mode of flexible link B_2 (integration of motion and vibration control)

第 32 卷第 3 期　　系统仿真学报　　Vol. 32 No. 3
2020 年 3 月　　Journal of System Simulation　　Mar., 2020

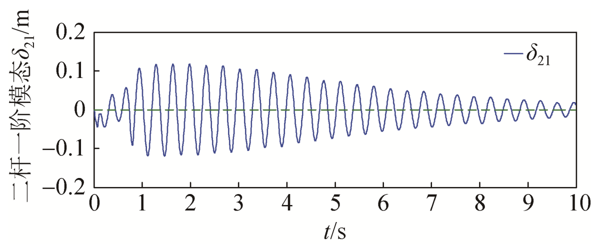


(a) 一阶模态

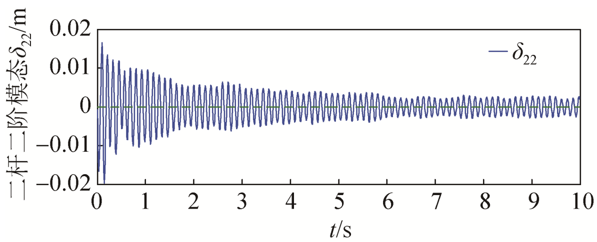


(b) 二阶模态

图 5　柔性杆 B_1 模态(积分滑模神经网络控制)
Fig. 5　Mode of flexible link B_1 (integral sliding mode neural network control)



(a) 一阶模态



(b) 二阶模态

图 6　柔性杆 B_2 模态(积分滑模神经网络控制)
Fig. 6　Mode of flexible link B_2 (integral sliding mode neural network control)

图 7、图 8 显示了关闭死区补偿时，$\boldsymbol{\theta}$ 与期望轨迹 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{d}}$ 之间的实际误差。仿真显示，关闭死区补偿后，基座的最大误差达 5.3 rad，关节 1 的最大跟踪误差约为 2.87 rad，关节 2 的最大跟踪误差约为 2.21 rad，跟踪误差始终均无法收敛。$\boldsymbol{\theta}$ 已无法跟踪 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{d}}$，控制方案无效。

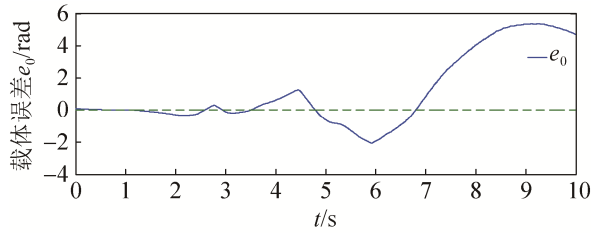


图 7　基座姿态误差跟踪比较（关闭死区补偿）
Fig. 7　Comparison of error tracking of base's attitude (closed dead zone compensation)

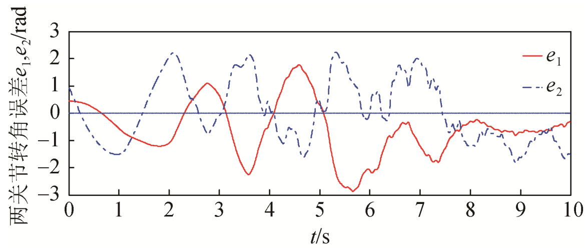


图 8　两关节铰的误差跟踪比较（关闭死区补偿）
Fig. 8　Comparison of error tracking of two arms' joints (closed dead zone compensation)

6　结论

(1) 运用拉格朗日第二类方程与动量守恒定理，引用振动力学理论的假设模态法，建立双柔性臂空间机器人动力学方程。

(2) 针对存在关节力矩输出死区与外部干扰的情况，运用运动、振动一体化概念，设计了一种基于混合轨迹的积分滑模神经网络自适应控制方案。在死区斜率与边界参数不确定及最优逼近误差上确界未知的条件下，该方案可以克服死区与外部干扰的影响，完成双柔性臂空间机器人基座姿态及两关节铰的协调运动。

(3) 通过使用虚拟控制力的概念，生成的混合轨迹能同时反映基座与两关节铰刚性运动轨迹与两柔性杆的振动模态，从而仅设计一个控制规律就可既跟踪刚性运动的期望轨迹，保证了轨迹控制精度，又能主动抑制两柔性杆的振动，实现运动、振动一体化控制。

(4) 计算机数值仿真结果验证了控制方法在抗死区、抗外部干扰与抑振两杆方面的有效性。

参考文献:

[1] Jayakody H S, Shi L L, Katupitiya J, et al. Robust Adaptive Coordination Controller for a Spacecraft Equipped with a Robotic Manipulator [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics (S0731-5090), 2016, 39(12): 2699-2711.

[2] Abad A F, Ma O, Pham K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing [J]. Progress in Aerospace Sciences (S0376-0421), 2014, 3(2): 1-26.

[3] 高欣, 孙汉旭, 杜明涛, 等. 考虑在轨运动可靠性的空间机械臂关节力矩优化方法 [J]. 宇航学报, 2016, 37(7): 784-794.
Gao Xin, Sun Hanxu, Du Mingtao, et al. A joint torque optimization method for space manipulators considering the in-orbit motion reliability [J]. Journal of Astronautics (S1000-1328), 2016, 37(7): 784-794.

[4] Jarzębowska E, Pietrak K. Constrained Mechanical Systems Modeling and Control: A Free-floating Space Manipulator Case as a Multi-constrained Systems[J]. Robotics and Autonomous Systems (S0921-8890), 2014, 62(10): 1353-1360.

[5] Wang C Q, Wu P F, Zhou X, et al. Composite Sliding Mode Control for a Free-Floating Space Rigid-Flexible Coupling Manipulator System [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems (S1729-8806), 2013, 10(124): 1-11.

[6] Huang X Q, Chen L. Integral sliding mode neural network control and active vibration suppression of a space robot with elastic base and two flexible arms[C]. 68nd International Astronautical Congress. Adelaide, Australia: 25-29 September 2017, 2017.

[7] 程靖, 陈力. 柔性空间机械臂捕获卫星后梯度下降自校正控制[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(5): 1869-1876.
Cheng Jing, Chen Li. Gradient Descent Self-tuning Control of Flexible Space Manipulator After Capturing Operation [J]. Journal of System Simulation (S1004-731X), 2018, 30(5): 1869-1876.

[8] 刘延芳, 刘宏, 梦瑶. 负载不确定的柔性机械臂自适应自抗扰控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(7): 12-19.
Liu Yanfang, Liu Hong, Meng Yao. Adaptive active disturbance rejection control of flexible manipulators with uncertain payload [J]. Journal of Harbin Institute of Technology (S0367-6234), 2017, 49(7): 12-19.

[9] Yu X Y, Chen L. Singular perturbation adaptive control and vibration suppression of free-flying flexible space manipulators [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science (S0954-4062), 2015, 229(11): 1989-1997.

[10] 梁捷, 陈力. 柔性臂空间机器人基于虚拟力概念的神经网络 L_2 增益鲁棒控制[J]. 机械工程学报, 2012, 48(23): 23-29.
Liang Jie, Chen Li. Neural network *L*-two-gain robust control for flexible arm space robot based on virtual control force conception[J]. Journal of Mechanical Engineering (S0954-4062), 2012, 48(23): 23-29.

[11] Yang X X, Ge S S, He W. Dynamic modelling and adaptive robust tracking control of a space robot with two-link flexible manipulators under unknown disturbances [J]. International Journal of Control (S0020-7179), 2018, 91(4): 969-988.

[12] Seong I H, Lee J M. Finite-time sliding surface constrained control for a robot manipulator with an unknown deadzone and disturbance [J]. ISA Transactions (S0019-0578), 2016, 65: 307-318.

[13] He W, David A O, Zhao Y, et al. Neural network control of a robotic manipulator with input dead-zone and output constraint[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems (S2168-2216), 2015, 46(6): 759-770.

[14] Ishihara A K, Doornik J V, Shahar B M. Control of robots using radial basis function neural networks with dead-zone [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing (S0890-6327), 2011, 25(7): 613-638.

[15] Hsu C F, Kuo T C. Intelligent complementary sliding-mode control with dead-zone parameter modification [J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2014, 6(8): 355-365.

[16] Han S I, Lee K S, Park M G, et al. Robust adaptive dead-zone and friction compensation of robot manipulator using RWCMAC network [J]. Journal of Mechanical Science and Technology (S1738-494X), 2011, 25(6): 1583-1594.

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.18-0198