

1-17-2020

Cruise Missile Path Planning Based on ACO Algorithm and Bezier Curve Optimization

Shi Yan

1. Dept. of Military Oceanography & Hydrography, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China;;

Lihua Zhang

1. Dept. of Military Oceanography & Hydrography, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China;;

Shouquan Dong

2. Dept. of Missile and Shipborne Gun, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China;;

Jue Wang

3. Operational Software and Simulation Research Institute, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Cruise Missile Path Planning Based on ACO Algorithm and Bezier Curve Optimization

Abstract

Abstract: For the low-altitude penetration of cruise missile, there is a large number of steering points and a larger steering angle in missile path planning based on ant colony algorithm. In order to solve this problem, a *three-dimensional path planning method based on ant colony algorithm and Bezier curve optimization* is proposed. The planning path node generated by ant colony algorithm was used as the control point to generate the flight path of Bezier curve, and then the curve was changed to be broken lines path. In order to avoid the unnavigable section, using the breadth first search algorithm to process those paths until getting the feasible planning path. Simulation results demonstrate that the proposed method takes into account both random search and global optimization, avoids the large angle steering, reduces the flight distance and the number of steering points, and ensures the continuous stability in the process of cruise missile flight.

Keywords

Cruise missile, Path planning, Breadth First Search, Ant Colony Optimization, Bezier Curve

Recommended Citation

Shi Yan, Zhang Lihua, Dong Shouquan, Wang Jue. Cruise Missile Path Planning Based on ACO Algorithm and Bezier Curve Optimization[J]. Journal of System Simulation, 2020, 32(1): 122-129.

基于 ACO 算法和 Bezier 曲线优化的巡航导弹航路规划

史岩¹, 张立华¹, 董受全², 王珏³

(1. 海军大连舰艇学院军事海洋与测绘系, 辽宁 大连 116018; 2. 海军大连舰艇学院导弹与舰炮系, 辽宁 大连 116018;
3. 海军大连舰艇学院作战软件与仿真研究所, 辽宁 大连 116018)

摘要: 在巡航导弹低空突防前提下, 针对蚁群算法规划的导弹航路存在转向点个数较多和转向角度较大的问题, 提出一种基于蚁群算法和 Bezier 曲线优化的三维航路规划方法。将蚁群算法生成的路径节点作为生成 Bezier 曲线航路的控制点, 将曲线航路分段形成折线化航路。采用广度优先搜索算法对航路生成中出现的不可航行路段进行微调处理, 得到可行的规划航路。仿真结果表明: 生成的航路兼顾了随机搜索全局优化的同时, 避免了大角度转向, 缩减了飞行航程和转向点个数, 保证了巡航导弹飞行过程中的连续稳定。

关键词: 巡航导弹; 航路规划; 广度优先搜索; 蚁群算法; Bezier 曲线

中图分类号: V249.1 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2020) 01-0122-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-9084

Cruise Missile Path Planning Based on ACO Algorithm and Bezier Curve Optimization

Shi Yan¹, Zhang Lihua¹, Dong Shouquan², Wang Jue³

(1. Dept. of Military Oceanography & Hydrography, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China; 2. Dept. of Missile and Shipborne Gun, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China; 3. Operational Software and Simulation Research Institute, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

Abstract: For the low-altitude penetration of cruise missile, there is a large number of steering points and a larger steering angle in missile path planning based on ant colony algorithm. In order to solve this problem, a three-dimensional path planning method based on ant colony algorithm and Bezier curve optimization is proposed. The planning path node generated by ant colony algorithm was used as the control point to generate the flight path of Bezier curve, and then the curve was changed to be broken lines path. In order to avoid the unnavigable section, using the breadth first search algorithm to process those paths until getting the feasible planning path. Simulation results demonstrate that the proposed method takes into account both random search and global optimization, avoids the large angle steering, reduces the flight distance and the number of steering points, and ensures the continuous stability in the process of cruise missile flight.

Keywords: Cruise missile; Path planning; Breadth First Search; Ant Colony Optimization; Bezier Curve

引言

对于具备航路规划功能的亚音速对陆攻击巡

航导弹, 主要是以低空突防为战术手段攻击任务目标, 并依据约束条件规划出符合战术要求的最优或者满意的飞行航迹, 以保证完成飞行任务^[1-3]。典型的规划算法有: Voronoi 图算法^[4]、A*算法^[5]、粒子群算法^[6]、遗传算法^[7]和蚁群算法^[8]等。其中, 蚁群算法(ACO, Ant Colony Optimization)具有正反馈寻优和全局随机最优的特点, 是目前包括导弹、



收稿日期: 2017-11-16 修回日期: 2018-05-30;
基金项目: 国家自然科学基金(41471380, 41601498);
作者简介: 史岩(1989-), 男, 辽宁盘锦, 博士生, 研究方向为海洋 GIS 和航路规划; 张立华(1973-), 男, 湖南江桃, 博士, 教授, 博导, 研究方向为军事海洋多维 GIS。

<http://www.china-simulation.com>

无人机等飞行器航路规划中应用最为广泛的算法之一。

巡航导弹航路规划不同于无人机、机器人等的航路规划,其航行速度相对较大,在分段航路距离、转向角度和转向点个数等方面上的限制较为严格,而在附加航路约束条件后,ACO 算法生成的航路,普遍存在转向点个数较多、转向角度较大的问题。针对这些问题,文献[9]在无人机的二维平面航路规划中,利用圆弧拟合折角区域,通过辅助构造平分线,来降低转向角度,然而由于该方法简单但是缺乏全局性,在较大的折角处拟合效果较差。文献[10]在二维平面中,通过序列二次规划的方法拟合尖角区域,其求解无人机航路的过程较为复杂,且该方法应用在巡航导弹航路中不易满足导弹自身的约束条件。文献[11]是利用 3 次样条插值函数和 ACO 算法相结合来改进无人机不可飞行的尖角区域,样条插值具有局部控制曲线生成的特点但缺乏全局性,影响了巡航导弹飞行过程的稳定。以上方法均未推广到三维空间中,且处理后的航路不具备全局性。

为此,本文针对巡航导弹飞行中航路规划的特点,利用 ACO 算法具有的分布计算、群体智能等优势,提出基于改进 ACO 算法和 Bezier 曲线优化航路的方法,可以有效避免航路的局部最优,且由于 Bezier 曲线自身的特性使得生成的航路更利于保持巡航导弹飞行的平稳连续。此外,便于航路的工程实现,折线化处理了 Bezier 曲线航路,并在航路生成过程中采用了广度优先搜索(BFS, Breadth First Search)的航路微调方法。

1 改进 ACO 算法

1.1 算法参数改进及航路约束条件

ACO 算法的基本原理是蚂蚁随机寻找食物的同时存储搜寻的路径并返回,搜寻过程中产生的信息素随时间按比例挥发^[12]。在航路规划中,信息素浓度越高,路径越短,选择经过的蚂蚁数量越多,这是一个反馈学习逼近最优解的过程。

路径规划中的蚂蚁状态转移规则表示为蚂蚁 $k(k=1,2,\dots,m)$ 在 t 时刻由节点 i 转移到 j 的概率

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} \tau_{is}^\alpha(t)\eta_{is}^\beta(t)} & (j \in \text{allowed}_k) \\ 0 & (\text{else}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时节点 ij 连线上的信息素的余量; $\text{allowed}_k = \{1,2,\dots,n\} - \text{tabu}_k$ 为蚂蚁 k 下次允许的选择节点的集合; tabu_k 为存储已经经过的节点; α 和 β 为信息素基类和启发因子在蚂蚁选择路径中的权值($\alpha+\beta=1$); η_{ij} 为 2 个节点间的期望。

考虑到 ACO 算法需要在相应的巡航导弹航路约束条件下实现,现给出航路约束条件^[13]: 最大航程 S_{\max} 、初始航路最小距离 $L_{0,1}$ 、导弹最大转弯角 A_{\max} 、航路点最大个数 N_{\max} 、导弹末端航路最小距离 $L_{n-1,n}$ 、最大爬升/下滑角 $\alpha_{u,d\max}$ 、最小转弯半径 r_{\min} 和最小相邻航路点间距 $L_{A,B}$ 的约束 $L_{A,B} \geq r_{\min} \cdot \tan A/2$ 。此外,巡航导弹的航路规划,还受其他约束条件的限制,例如与末制导雷达参数有关的导弹末端进入航向,即导弹在最后攻击目标时,末制导雷达需要进入搜索航向,方能准确捕捉目标实施攻击。还需考虑人为规避区域,如敌防空火力、己/友方兵力、第 3 方兵力这些因素都属于需要规避的约束条件。

为求最优解的目的函数,主要是以航路的最小威胁 W (包括遮蔽程度,威胁距离等)和最短航程 L 的加权来表述航路的性能。用 R 表示蚁群算法的代价函数,即 $R = \omega W + \mu L$, $\omega + \mu = 1$ 。限制约束条件为 θ ($0 < \theta_i < 1$)(包括最大转向角和最大爬升、下滑角等约束条件)。当网格不适合航行时,即限制约束条件 $C_i = 0$,蚂蚁则不会选择该网格进行通行。将 R 和 $\theta_i < 1$ 代入公式(1),修改后的蚂蚁状态转移规则概率 $P_{ij}^k(t)$, 见公式(2)所示,其中 $\alpha + \beta + \gamma = 1$ 。

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\theta_i \tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta(t)(1/R_{ij})^\gamma}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} \tau_{is}^\alpha(t)\eta_{is}^\beta(t)(1/R_{is})^\gamma} & (j \in \text{allowed}_k) \\ 0 & (\text{else}) \end{cases} \quad (2)$$

在周期为 t_n 的一次状态转移过程中，ACO 算法信息素更新公式：

$$\tau_{ij}(t+t_n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}$$

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad (3)$$

式中： $\rho \in (0,1)$ 为信息素残留程度； $\Delta\tau_{ij}^k$ 为信息量一次循环残留； $\Delta\tau_{ij}$ 为一次循环信息量的增量。

信息素强度 Q 更新是在蚂蚁完成构造解后释放的信息素，其模型为：

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q/L_k & \text{当前周期且 } k \text{ 经过 } (i,j) \\ 0 & \text{(else)} \end{cases} \quad (4)$$

由于标准 ACO 算法单个蚂蚁个体容易局部收敛，此时需要改进算法来避免陷入局部最优的状况。可通过采取调整信息量的挥发系数 ρ 的策略^[14]，增大 ρ 的值可以提高全局搜索能力，设置最大值 ρ_{max} 防止收敛速度降低，自适应地改变 ρ 的值，本文设 ρ 的初值^[15]为 0.1，其增加值表达式为：

$$\rho = \begin{cases} 1.05\rho(t-1) & (\rho \leq \rho_{max}) \\ \rho_{max} & (\rho > \rho_{max}) \end{cases} \quad (5)$$

注意 ACO 算法解决了规划空间的各个节点间的路径规划，若没有节点网络的自由空间中进行规划，可以通过航路曲线化与折线化的过程加以解决。

1.2 航路的曲线化改进

调整挥发系数的 ACO 算法航路虽然避免了局部最优，但其生成的航路普遍存在转向点个数较多和转向角度较大的问题，且巡航导弹在整个航路中的通过能力较差。三维导弹航路规划时，巡航导弹在这样的尖角区域中是很难实现机动飞行，且导弹每次转向角度越大，其调整稳定航向的时间就越长，航行效率就越低，突防隐蔽的能力就越差。为此，应用 Bezier 曲线对 ACO 算法航路做进一步的改进。

Bezier 曲线是由少量特征控制点拟合出的连续平滑曲线，通过控制曲线上的起始点、终止点，加之其余各点用来定义曲线的导数、阶次，最终产生、编辑图形的形状^[16]。给定 $n+1$ 个特征点

$P_i(i=0,1,\dots,n)$ ，则 Bezier 曲线方程可以表示为：

$$p(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t) \quad t \in [0,1] \quad (6)$$

式中： $B_{i,n}(t)$ 为 n 次 Bernstein 基函数：

$$B_{i,n}(t) = C_n^i t^i (1-t)^{n-i} \quad i = 0,1,\dots,n \quad (7)$$

图 1 所示 Bezier 曲线平滑了尖角部分，图 2 推广到三维空间也可以起到平滑作用。可以将 Bezier 曲线应用到平滑 ACO 算法形成的航路中。

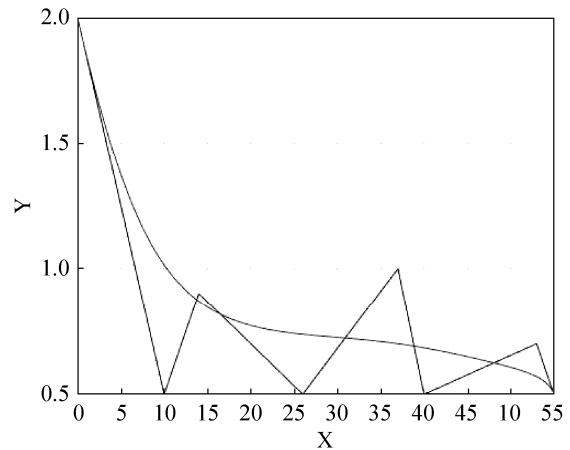


图 1 二维 Bezier 曲线平滑
Fig. 1 2D curve smoothing

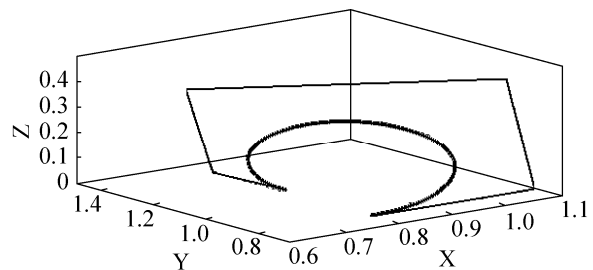


图 2 三维 Bezier 曲线平滑
Fig. 2 3D curve smoothing

此外，Bezier 曲线具有的一些特性，也使得其应用在巡航导弹航路规划中具有特殊的优势^[17]：

(1) 凸包性：Bezier 曲线各点均落在控制多边形各顶点构成的凸包之中。控制多边形为凸时，Bezier 曲线也是凸的；特征多边形有凹有凸时，其曲线的凹凸形状与之对应。Bezier 曲线的凸包性质保证了多项式曲线随控制点平稳前进而不会振荡。因此作为航路曲线可以使得巡航导弹的飞行更加的平稳，易于对速度等飞行参数的控制。则可以在

其基础上对曲线进行适当的折线化,使得各个转向角的大小渐进地变化,这样形成的整个折线航路的通航性较好,确保了巡航导弹在飞行过程中速度等参数的相对平稳。

(2) 控制点性质: Bezier 曲线输入的控制点与生成曲线之间的关系明确,能方便地改变曲线的形状和阶次。控制曲线的控制多边形各顶点,只有第一个和最后一个在曲线上,其他顶点用于控制曲线的阶次和形状。这样就可以对应航路的起始点和目标点,同时改变顶点的位置就会改变曲线的形状,也便于后续应用 BFS 算法对曲线航路进行微调。

(3) 变差缩减性: 如果 Bezier 曲线的控制多边形是一平面图形,则该平面内的任意直线和 Bezier 曲线的交点个数不多于该直线与控制多边形的交点个数。用 Bezier 曲线平滑的航路趋势与 ACO 算法航路趋势保持一致,能够较好的保留 ACO 算法的全局寻优路线的特点。

1.3 航路的折线化改进

巡航导弹飞行中尽量保持直线航行且转向次数和转向角度最小化。为便于航路的工程实现,将基于 Bezier 曲线构成的航路折线化处理成分段的直线。折线航路与曲线航路以及 ACO 算法航路的发展趋势保持一致。图 3 中 Bezier 曲线的折线化次数依次增加的示例,可见折线的次数越多越接近于曲线形状,但是折点(即航路转向点)也随之增多。在约束条件的情况下,以曲线的中间位置将其进行折线化,判断每段折线是否远离障碍物来,由于转向角度等限制,也会出现无法远离障碍物的情况,需要做进一步处理。

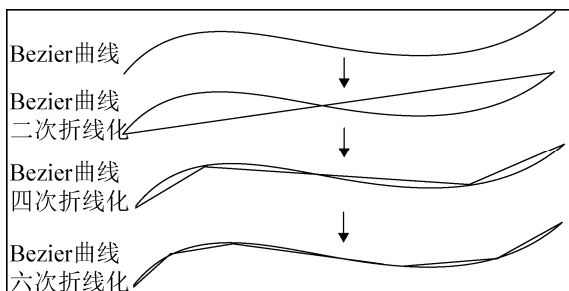
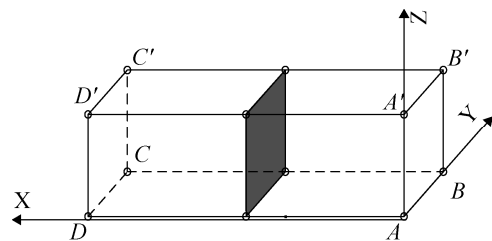


图 3 Bezier 曲线折线化过程
Fig. 3 Process of Bezier curve to broken lines

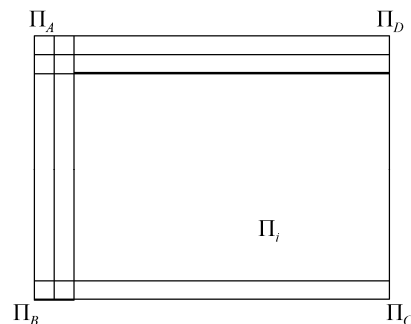
2 三维空间避障方法

2.1 三维空间数学模型建立

从三维地图中抽象出三维空间的数学模型,是实现三维路径规划算法的基础。如图 4(a)所示,以真实地图的下边界顶点 A 作为模型原点, X, Y, Z 轴的数值分别沿经纬度和垂直于海平面的方向增加。长方体区域 $ABCD-A'B'C'D'$ 是完整包含三维地图的最小长方体,采用等分空间的方法建立网格点,沿 AB 方向将三维空间等分成 n 个平面 Π_i ($i=1,2,\dots,n$),每个平面沿着 AD 边进行 m 次等分,沿 AA' 进行 s 次等分,如图 4(b)所示,最后将计算的交点分别存储为障碍物外点集 P 和障碍物内(包括障碍物上)的点集 P' ,对于点的集合中,为了便于检索查询,对每个点编号为 (i, j, k) $i=0,1,2,\dots,n$; $j=0,1,\dots,m$; $k=0,1,\dots,s$ 。



(a) 三维空间规划示意图



(b) 平面划分示意图

图 4 规划空间及平面划分

Fig. 4 Planning space & plans partition

2.2 BFS 算法

BFS 的主要思想^[18]是每个控制点只访问它的邻接节点并且记录这个邻接节点,当访问完它的邻接节点之后就结束这个控制点的访问。在二维平面

中，长方形中心点 O 搜索周边 4 个顶点和 4 个边的中间点。扩展到三维空间时，分别增加上层和下层对应的 9 个点，即扩展至 26 个节点，并在规划空间的点的集合 $P \cup P'$ 中，以单元网格作为图 4 所示完整的长方体的子长方体。以中心点 O 为起点应用 BFS 算法，直到搜索到目标位置为止，在搜索的过程中记录下每一步搜索到的点，并进行判断。这种搜索算法要彻底地搜索所有节点，直到找到结果为止，所以其计算量较大，为了进一步优化，将需要调整的节点为中心点 O ，并以此形成单位网格的子长方体组成的长方体，判断每个子长方体的顶点是否完全陷入碍航物，即是否在点集 P' (图 5(a) 标号为 1, 4, 5, 8 的子长方体完全陷入)，并排除后形成图 5(b) 中的标号为 2, 3, 6, 7 的子长方体，再应用 BFS 算法直到找出与碍航物距离合适的顶点。

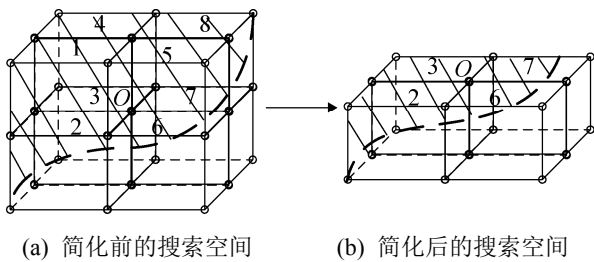


图 5 空间 BFS 算法示意图
Fig. 5 Spatial BFS algorithm schematic

3 仿真验证与分析

3.1 航路调整过程仿真

依照 2.2 节中 BFS 算法在规划空间点的集合 $P \cup P'$ 中分别对 Bezier 曲线航路和折线化航路进行搜索调整航路进行实现避障。

Bezier 曲线调整: ACO 算法生成的航路，将其航路点作为待生成的 Bezier 曲线的控制点，进而生成 Bezier 曲线平滑后的航路。如果此时的航路穿越山体，即生成规划的航路不满足约束条件。如图 6(a) 所示，内侧的曲线穿越山体，此时在满足重新生成远离山体的曲线的情况下，将生成 Bezier 曲线中穿越山体的部分的相关控制点 A 按照空间

BFS 算法寻找到合适控制点 B 。注意此时搜索处理过程中，要增加判断新的控制点所形成的 Bezier 曲线是否穿越碍航物的步骤。

折线化航路调整: 按照 1.3 节航路的折线化改进方法处理时，如果在航路折线化后出现图 6(b) 中内侧折线航路在巡航导弹约束条件下无法远离碍航物(山体)的情况，则需要对转向点 C 按照空间 BFS 算法的步骤进行处理，得出合适的转向点 D 。

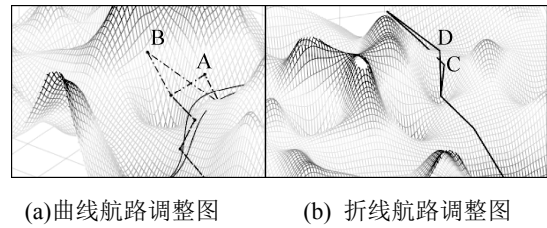


图 6 BFS 算法调整航路
Fig. 6 Path of BFS algorithm

3.2 规划算法的仿真分析

本文所提方法生成航路的流程见图 7 所示，流程图中最后得到的可行折线航路为规划航路。

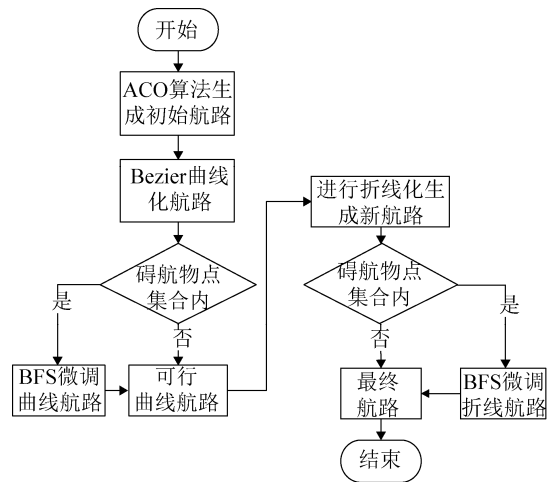


图 7 算法流程图
Fig. 7 Algorithm flow chart

利用 MATLAB 建立数字地形模型对巡航导弹航路进行仿真。设定某型巡航导弹对陆攻击过程的航路规划约束参数为^[19]: $S_{max}=260$ km, $r_{min}=10$ km, $L_{1,min}=30$ km, $L_{n,min}=35$ km, $A_{max}=90^\circ$, $N_{max}=10$, $\alpha_{u,dmax}=20^\circ$ 。

图 8 所示 Bezier 曲线航路在图 9 所示 ACO 算法航路基础上生成的, 因此具有一定的 ACO 算法全局随机寻优的特点。图 10 所示本文算法航路是经过 Bezier 曲线航路折线化处理后的, 具有一定的 Bezier 曲线连续性的特点, 同时也具备了一定的 ACO 算法寻优特点, 即生成的航路兼顾随机寻优的同时, 也有利于巡航导弹的飞行稳定。

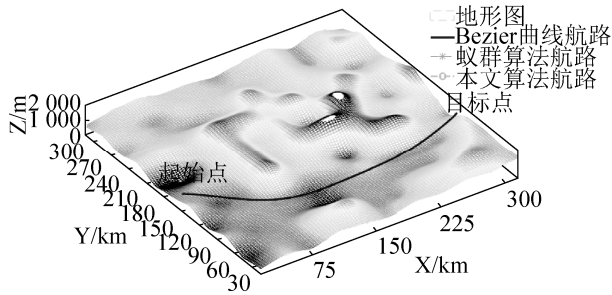


图 8 Bezier 曲线航路
Fig. 8 Bezier curve path

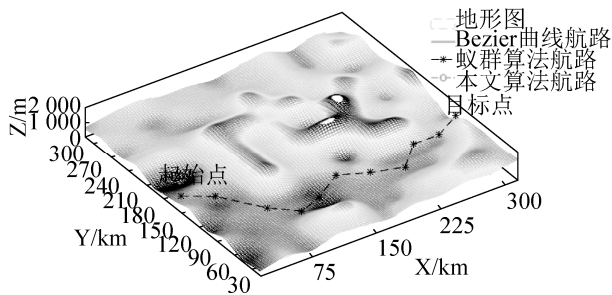


图 9 ACO 算法航路
Fig. 9 Path of ACO algorithm

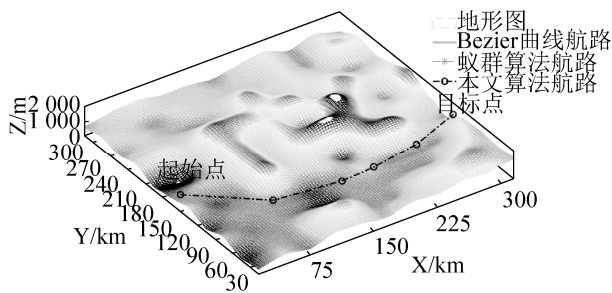


图 10 所提算法航路
Fig. 10 The proposed algorithm path

从不同角度比较仿真 ACO 算法和所提算法航路, 可以发现图 8 所示 ACO 算法航路中, 出现了第 2 次转向角度极小而第 3 次转向角度极大的情形, 且整个航路多次出现这种不利于导弹平稳飞行

的状况。而在图 10 中所提算法航路中, 有效地避免了该状况, 巡航导弹在整个航路的飞行转向是渐进进行的, 十分利于巡航导弹的平稳飞行。

为便于比较, 图 11 中以不同的视角将这 3 种航路同时显示, 并依据发射点、目标点及各转向点的图上坐标分别计算 3 种航路算法的航程、全部转向点个数、转向角 $>45^\circ$ 或爬升/下滑角 $>10^\circ$ 的转向点个数、以及航路生成用时, Bezier 曲线航路的转向点和转向角度不做比较。通过表 1 所示的航路参数对比可知: 本文算法航路, 首先有效地减少了飞行航程和转向点个数。其次, 大部分转向角度也优于 ACO 航路, 缩短了巡航导弹因转向调整至稳定状态的时间。再者, 本文算法航路总航程上优于 ACO 算法和 Bezier 曲线, 且与 Bezier 曲线航程较为接近, 说明折线航路的通航性较好。最后, 由于所提方法航路是在 ACO 航路和 Bezier 曲线航路基础上生成的, 航路生成用时稍多。

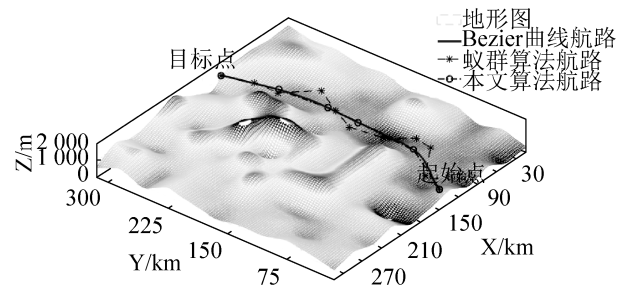


图 11 不同视角的航路显示
Fig. 11 Different views of the route display

表 1 航路对比

Tab. 1 Path comparison

航路算法	转向点个数	转向角 $>45^\circ$ 或爬升/下滑角 $>10^\circ$ 个数	总航程/km	用时/s
ACO 算法	9 个	3 个	453.3	3.18
Bezier 曲线	—	—	376.2	3.38
本文算法	4 个	0 个	363.5	4.88

4 结论

与 ACO 算法相比, 采用本文算法生成的巡航

导弹航路, 优化了飞行航程, 减少了转向点个数和转向角度。该方法既兼顾了航路寻优, 也提高了巡航导弹在整个航路中的通过能力, 保证了巡航导弹飞行过程中的连续稳定。

参考文献:

- [1] 周智超, 刘刚, 徐清华. 反舰导弹航路规划理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015: 1-3.
Zhou Zhichao, Liu Gang, Xu Qinghua. Theories and Applications of Anti-ship Missile Path Planning[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 1-3.
- [2] 郑昌文, 严平, 丁明跃, 等. 飞行器航迹规划研究现状与趋势[J]. 宇航学报, 2007(6): 1441-1446.
Zheng Changwen, Yan Ping, Ding Mingyue, et al. Research Status and Trend of Route Planning for Flying Vehicles [J]. Journal of Astronautics, 2007(6): 1441-1446.
- [3] 焦毅, 张茜, 武勇, 等. 美国大力发展巡航导弹的原因分析[J]. 战术导弹技术, 2017(3): 34-40.
Jiao Yi, Zhang Qian, Wu Yong, et al. Study and Analysis of Vigorous Development on America Cruise Missiles [J]. Tactical Missile Technology, 2017(3): 34-40.
- [4] Xu B, Zhu J, Chen Q. Ant Colony Optimization[M]. New Advances in Machine Learning. InTech, 2010: 1155-1173.
- [5] 宋建梅, 李侃. 基于 A*算法的远程导弹三维航迹规划算法[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(7): 613-617.
Song Jianmei, Li Kan. 3D Route Planning Algorithm for Long Range Missiles Based on A*Algorithm [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(7): 613-617.
- [6] 吴钦, 许晓飞, 张晶炜, 等. 粒子群算法在巡航导弹航路规划中的应用[J]. 舰船电子工程, 2010, 30(11): 18-20.
Wu Qin, Xu Xiaofei, Zhang Jingwei, et al. Application of PSO Algorithm in Path Planning of Cruise Missile [J]. Ship Electronic Engineering, 2010, 30(11): 18-20.
- [7] 牟衍臣, 谢东来, 闫威, 等. 基于遗传算法航路规划 TSP 问题的研究[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(增 1): 86-89.
Mu Xianchen, Xie Donglai, Yan Wei, et al. Research Based on Genetic Algorithm Traveling Sealer Problem of Trajectory Optimization[J]. Journal of System Simulation, 2013, 25(S1): 86-89.
- [8] Eshghi K, Kazemi M. Ant colony algorithm for the shortest loop design problem[J]. Computers & Industrial Engineering (S0360-8352), 2006, 50(4): 358-366.
- [9] 符小卫, 高晓光. 一种无人机路径规划算法研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(1): 20-21, 34.
Fu Xiaowei, Gao Xiaoguang. Study on a Kind of Path Planning Algorithm for UAV[J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(1): 20-21, 34.
- [10] 曾佳, 申功璋. 一种无人机平滑飞行轨迹规划方法[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(增 1): 470-473.
Zeng Jia, Shen Gongzhang. A Method of Smooth Trajectory Planning for UAV[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(S1): 470-473.
- [11] 程琪, 荆涛, 于志游. 利用三次样条改进蚁群算法的无人机航路规划[J]. 计算机测量与控, 2016, 24(8): 272-274, 293.
Cheng Qi, Jing Tao, Yu Zhiyou. UAV Path Planning Based on Ant Colony Optimization Improved By Cubic Spline[J]. Computer Measurement & Control, 2016, 24(8): 272-274, 293.
- [12] 张欢, 吴军, 彭芳. 基于动态自适应蚁群算法的航线规划仿真[J]. 现代防御技术, 2014, 42(5): 139-144, 153.
Zhang Huan, Wu Jun, Peng Fang. Route Planning Simulation Based on Dynamic Adaptive Ant Colony Algorithm[J]. Modern Defense Technology, 2014, 42(5): 139-144, 153.
- [13] 阚亚斌, 史剑飞. 反舰导弹航路规划战术决策研究[J]. 装备指挥技术学院学报, 2005, 16(2): 74-79.
Kan Yabin, Shi Jianfei. Research on Anti ship Missile Route Program Tactical Decision[J]. Journal of the Academy of Equipment Command & Technology, 2005, 16(2): 74-79.
- [14] 李栋, 曹义华, 苏媛, 等. 基于改进蚁群算法的低空突防航迹规划[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(3): 258-262.
Li Dong, Cao Yihua, Su Yuan, et al. Trajectory planning for low attitude penetration based on improved ant colony algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(3): 258-262.
- [15] 谢晓方, 孙涛, 欧阳中辉. 反舰导弹航路规划技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 152.
Xie Xiaofang, Sun Tao, Ouyang Zhonghui. Anti-ship

- missile route planning technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010: 152.
- [16] 张松, 侯明善, 杜婷. 三维弹道有理 Bezier 曲线造型与优化方法[J]. 宇航学报, 2014, 35(11): 1254-1261.
- Zhang Song, Hou Mingshan, Du Ting. 3D Trajectory Rational Bezier Curve-Based Shaping and Optimization Technique [J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(11): 1254-1261.
- [17] 张美燕, 蔡文郁, 周莉萍. 基于二次 Bezier 曲线的无线传感网避障路径规划研究[J]. 传感技术学报, 2017, 30(10): 1596-1601.
- Zhang Meiyun, Cai Wenyu, Zhou Liping. Obstacles Avoidance Based Quadratic Bezier Curve Path Planning for Wireless Sensor Networks[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(10): 1596-1601.
- [18] 彭利民. 基于广度优先搜索的虚拟网络映射算法[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2015, 47(2): 117-122.
- Peng Limin. Virtual Network Embedding Algorithm Based on Breadth-first Search[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2015, 47(2): 117-122.
- [19] 刘钢, 周智超, 徐清华, 等. 基于舰艇编队的反舰导弹航路规划[J]. 电光与控制, 2009, 16(2): 11-17.
- Liu Gang, Zhou Zhichao, Xu Qinghua, et al. Area Division in Path Plan of Anti-Ship Missile Based on Ship Formation[J]. Electronics Optics & Control, 2009, 16(2): 11-17.