

Journal of System Simulation

Volume 31 | Issue 11

Article 43

12-13-2019

Attitude Control of Hypersonic Vehicle Considering Input Saturation

Xiaocen Liu

School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Yunjie Wu

School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Xu Peng

School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Attitude Control of Hypersonic Vehicle Considering Input Saturation

Abstract

Abstract: Aiming at the design of attitude control of hypersonic vehicles, the sliding mode disturbance observer is used to compensate the composite disturbance, meanwhile the dynamic surface control method is used to deal with the design of the nonlinear control system. *Considering the input saturation problem, the control input is expanded into a new variable to design the controller, which is different from the direct limit of the rudder deviation.* The simulation results show that the dynamic surface control method based on sliding mode observer has stronger robustness than the simple dynamic inversion control method, but the control inputs of both methods are forced to limit the rudder bias, which is bad for the stability of the system. The attitude control of aircraft considering input saturation not only ensures the accurate tracking of attitude, but also ensures the smoother control input and relatively smaller peak value.

Keywords

hypersonic vehicle, attitude control, sliding mode disturbance observer, dynamic surface control, input saturation

Recommended Citation

Liu Xiaocen, Wu Yunjie, Xu Peng. Attitude Control of Hypersonic Vehicle Considering Input Saturation[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(11): 2553-2561.

考虑输入饱和的高超声速飞行器姿态控制

刘晓岑, 吴云洁, 徐鹏

(北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对高超声速飞行器姿态控制, 利用滑模干扰观测器观测系统复合扰动并予以补偿, 采用动态面控制方法处理非线性控制系统设计问题, 同时考虑输入饱和问题, 区别于直接对舵偏进行限幅, 将控制输入扩张成一个新的变量进行控制器设计, 在设计过程中采用双曲正切函数近似饱和函数。仿真结果显示, 基于滑模观测器的动态面控制方法相比于单纯动态逆控制方法具有较强的鲁棒性, 但两者的控制输入都是对舵偏强制限幅, 这并不有利于系统的稳定性, 而考虑输入饱和问题的飞行器的姿态控制不仅保证对姿态的精确跟踪, 同时可保证控制输入更平滑且尖峰值相对更小。

关键词: 高超声速飞行器; 姿态控制; 滑模干扰观测器; 动态面控制; 输入饱和

中图分类号: TJ765.2 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2019) 11-2553-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.19-FZ0328

Attitude Control of Hypersonic Vehicle Considering Input Saturation

Liu Xiaocen, Wu Yunjie, Xu Peng

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Aiming at the design of attitude control of hypersonic vehicles, the sliding mode disturbance observer is used to compensate the composite disturbance, meanwhile the dynamic surface control method is used to deal with the design of the nonlinear control system. *Considering the input saturation problem, the control input is expanded into a new variable to design the controller, which is different from the direct limit of the rudder deviation.* The simulation results show that the dynamic surface control method based on sliding mode observer has stronger robustness than the simple dynamic inversion control method, but the control inputs of both methods are forced to limit the rudder bias, which is bad for the stability of the system. The attitude control of aircraft considering input saturation not only ensures the accurate tracking of attitude, but also ensures the smoother control input and relatively smaller peak value.

Keywords: hypersonic vehicle; attitude control; sliding mode disturbance observer; dynamic surface control; input saturation

引言

高超声速飞行器由于其快速的反应能力、强穿透力以及良好的机动性能而被广泛研究, 但是同时

高超声速飞行器由于各个控制通道间存在的强非线性导致其通道间具有强耦合性, 该飞行器在大的动压变化范围内飞行, 其气动参数等变化较大, 从而为精确建模带来难度, 控制系统存在较强的不确定性, 受到较强外界干扰, 这就使得传统的控制方法控制性能大大下降, 有必要研究具有强鲁棒性, 全通道的非线性控制方法^[1]。

动态逆控制方法是一种利用反馈函数抵消系统非线性特性的线性化控制方法, 它的简便使得其



收稿日期: 2019-05-20 修回日期: 2019-07-16;
基金项目: 国家自然科学基金(91216304);
作者简介: 刘晓岑(1996-), 女, 安徽合肥, 硕士生,
研究方向为飞行器制导、控制、导航等; 吴云洁
(1969-), 女, 河北, 博士, 教授, 研究方向为系统仿
真、智能控制、非线性动力学理论等。

在飞行器姿态控制领域具有很广泛的应用，但是，动态逆控制方法依赖于精确的系统建模，当具有较大干扰时该控制方法将会出现稳态误差，因此高超声速飞行器无法直接使用动态逆控制方法。也有部分文献[2]研究具有鲁棒性的动态逆控制方法，但是其所能接受的不确定性不可过大。此外，动态逆控制方法存在虚拟控制量的微分爆炸问题，针对这一问题，文献[3]采用动态面控制方法，利用一阶低通滤波器实现对微分量的间接求取。

具有外界干扰和参数不确定的情况下，目前主要有自适应控制方法、干扰观测器方法和鲁棒控制方法。干扰观测器方法是通过观测系统的复合扰动从而进行补偿。其中滑模干扰观测器原理简单，应用较为广泛，但是滑模干扰观测器中的切换函数项容易给系统带来抖振现象，当抖振过于严重时甚至会影响整个系统的稳定性，因此需对其切换函数进行修改，一般将其修改为饱和函数形式等其他形式。

现实中，非线性饱和问题常常出现在控制系统中，物理输入饱和意味着控制信号的大小受到限制，而这种输入饱和约束会严重影响系统的性能，导致系统控制的不精准甚至不稳定^[4]，因此有必要考虑输入饱和下的飞行器姿态控制方法。

1 问题描述

在忽略地球自转及将地球看作均质量圆球的前提下，对于面对称的高超声速飞行器，其无动力的飞行的姿态运动方程组如下：

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_{z1} - \cos \alpha \tan \beta \cdot \omega_{x1} + \sin \alpha \tan \beta \cdot \omega_{y1} - \\ (Y - mg \cos \theta \cos \gamma_c) / (mV \cos \beta) + \bar{F}_\alpha \\ \dot{\beta} = \sin \alpha \cdot \omega_{x1} + \cos \alpha \cdot \omega_{y1} + \\ (Z + mg \cos \theta \sin \gamma) / (mV) + \bar{F}_\beta \\ \dot{\gamma}_c = \cos \alpha \sec \beta \cdot \omega_{x1} - \sin \alpha \sec \beta \cdot \omega_{y1} + \\ [Y(\tan \theta \sin \gamma_c + \tan \beta) + Z \tan \theta \cos \gamma_c - \\ mg \cos \theta \cos \gamma_c \tan \beta] / (mV) + \bar{F}_{\gamma_c} \\ \dot{\omega}_{x1} = (J_{y1} - J_{z1}) / J_{x1} \times \omega_{y1} \omega_{z1} + M_{x1} / J_{x1} + \bar{M}_{x1} \\ \dot{\omega}_{y1} = (J_{z1} - J_{x1}) / J_{y1} \times \omega_{x1} \omega_{z1} + M_{y1} / J_{y1} + \bar{M}_{y1} \\ \dot{\omega}_{z1} = (J_{x1} - J_{y1}) / J_{z1} \times \omega_{x1} \omega_{y1} + M_{z1} / J_{z1} + \bar{M}_{z1} \end{cases} \quad (1)$$

式中： α, β, γ_c 为飞行器的攻角，侧滑角和速度倾斜角； m, V, θ 为飞行器的质量，速度及弹道倾角； $\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$ 为机体 3 个轴的角速度； J_{x1}, J_{y1}, J_{z1} 为飞行器的主转动惯量； Y, Z 为飞行器的升力和侧向力； M_{x1}, M_{y1}, M_{z1} 为滚转力矩，偏航力矩和俯仰力矩，飞行器的气动力和气动力矩表达式如下：

$$\begin{cases} Y = C_Y q S \\ Z = C_Z q S \\ M_{x1} = C_{x1} q S l \\ M_{y1} = C_{y1} q S l \\ M_{z1} = C_{z1} q S l \end{cases} \quad (2)$$

式中： q, S, l 为动压，飞行器参考面积及参考长度； C_Y, C_Z 为升力系数，侧力系数； C_{x1}, C_{y1}, C_{z1} 为滚转、偏航、俯仰力矩系数。实际的气动系数是关于飞行器飞行状态的非线性函数，为了更好的实现控制器的设计，可以将气动系数在特征点处拟合成线性化形式，如式(3)所示：

$$\begin{cases} C_Y = C_Y^\alpha \alpha + C_Y^\beta \beta + C_Y^{\delta_z} \delta_z + C_{Yd} \\ C_Z = C_Z^\alpha \alpha + C_Z^\beta \beta + C_Z^{\delta_y} \delta_y + C_{Zd} \\ C_{x1} = C_{x1}^\alpha \alpha + C_{x1}^\beta \beta + C_{x1}^{\delta_x} \delta_x + C_{x1d} \\ C_{y1} = C_{y1}^\beta \beta + C_{y1}^{\delta_y} \delta_y + C_{y1d} \\ C_{z1} = C_{z1}^\alpha \alpha + C_{z1}^{\delta_z} \delta_z + C_{z1d} \end{cases} \quad (3)$$

式中： $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ 为副翼、方向舵和升降舵的偏角； C_*^* 是拟合的常数系数， $C_{Yd}, C_{Zd}, C_{x1d}, C_{y1d}, C_{z1d}$ 为气动系数的拟合误差。

根据式(1)~(3)可以得到高超声速飞行器的面向姿态控制设计的状态空间模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, \theta) + g_1(x_1) x_2 + \xi_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2) u + \xi_2 \end{cases} \quad (4)$$

式中：状态量为 $x_1 = [\alpha \ \beta \ \gamma_c]^T$, $x_2 = [\omega_{x1} \ \omega_{y1} \ \omega_{z1}]^T$, ξ_1, ξ_2 表示建模误差、参数摄动，外界干扰等系统不确定性。

$$\begin{aligned} f_1(x_1, \theta) &= \begin{bmatrix} -(C_Y^\alpha + C_Y^\beta \beta)qS + mg \cos \theta \cos \gamma_c \\ mV \cos \beta \\ (C_Z^\alpha + C_Z^\beta \beta)qS + mg \cos \theta \sin \gamma_c \\ mV \\ (C_Y^\alpha + C_Y^\beta \beta)(\tan \theta \sin \gamma_c + \tan \beta)qS + (C_Z^\alpha + C_Z^\beta \beta) \tan \theta \cos \gamma_c qS - mg \cos \theta \cos \gamma_c \tan \beta \\ mV \end{bmatrix} \\ g_1(x_1) &= \begin{bmatrix} -\cos \alpha \tan \beta & \sin \alpha \tan \beta & 1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sec \beta & -\sin \alpha \sec \beta & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} s = x - z \\ \dot{z} = g_1 u - v \\ \hat{D} = -(v + f) \end{cases} \\ f_2(x_1, x_2) &= \begin{bmatrix} \frac{J_{y_1} - J_{z_1}}{J_{x_1}} \omega_{y_1} \omega_{z_1} + \frac{qSl(C_{x_1}^\alpha \alpha + C_{x_1}^\beta \beta)}{J_{x_1}} \\ \frac{J_{z_1} - J_{x_1}}{J_{y_1}} \omega_{x_1} \omega_{z_1} + \frac{qSl(C_{y_1}^\beta \beta)}{J_{y_1}} \\ \frac{J_{x_1} - J_{y_1}}{J_{z_1}} \omega_{x_1} \omega_{y_1} + \frac{qSl(C_{z_1}^\alpha \alpha)}{J_{z_1}} \end{bmatrix} \\ g_2(x_2) &= qSl \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{x_1}} & & \\ & \frac{1}{J_{y_1}} & \\ & & \frac{1}{J_{z_1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{x_1}^{\delta_x} & C_{x_1}^{\delta_y} & C_{x_1}^{\delta_z} \\ C_{y_1}^{\delta_x} & C_{y_1}^{\delta_y} & C_{y_1}^{\delta_z} \\ C_{z_1}^{\delta_x} & C_{z_1}^{\delta_y} & C_{z_1}^{\delta_z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

2 高超声速飞行器姿态控制设计

2.1 滑模干扰观测器(SMDO)

由式(4)可知, 系统存在内部不确定性, 建模动态误差和外部干扰, 在这种情况下, 采用动态逆控制方法的系统性能将显著下降。因此本文设计基于滑模观测器的动态面控制方法。

针对如下多输入多输出系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + g_1(x, t)u(x, t) + D(x, t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5)$$

为简化表示, 用 g_1 代表 $g_1(x, t)$; u 代表 $u(x, t)$; g_2 代表 $g_2(x, t)$; d 代表 $d(t)$ 。式(5)中 $D = \Delta f + \Delta g_1 u + g_2 d$, 将内部不确定项和外部扰动统称为复合干扰, 复合干扰向量 $D \in R^n$ 。

构造如下滑模干扰观测器^[5]

式中: $s = [s_1, s_2, \dots, s_n] \in R^n$ 为辅助滑模面; $v = [v_1, v_2, \dots, v_n] = \phi sign(s) \in R^n$ 为滑模控制面, 且 $sign(s) = [\text{sign}(s_1), \text{sign}(s_2), \dots, \text{sign}(s_n)]^T$, $\phi = \text{diag}\{-\varphi_1, -\varphi_2, \dots, -\varphi_n\}$, 则当 $\varphi_i > |\xi_i|$, $i=1, 2, \dots, n$, $\zeta = f + D = [\xi_1 \ \dots \ \xi_n]^T$, 复合干扰观测值 D 可以一致收敛到真值。

证明: 对式(6)中第一式求导可以得到

$$\dot{s} = \dot{x} - \dot{z} = f + g_1 u + D - g_1 u + v = f + D + v \quad (7)$$

取 Lyapunov 函数: $V = 1/2 \times s^T s$

$$\text{则 } \dot{V} = s^T \dot{s} = \sum_{i=1}^n s_i (\xi_i + v_i) \text{。}$$

定义 $\dot{V}_i = s_i (\xi_i + v_i)$, 根据 $v_i = -\varphi_i \text{ sign}(s_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= s_i (\xi_i + v_i) = s_i \xi_i - s_i \varphi_i \text{ sign}(s_i) \leq \\ &s_i |\xi_i| - s_i \varphi_i \text{ sign}(s_i) < s_i \varphi_i - s_i \varphi_i \text{ sign}(s_i) \\ &\begin{cases} 0, s_i \geq 0 \\ 2s_i \varphi_i, s_i < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{综上有: } \dot{V} = \sum_{i=1}^n s_i (\xi_i + v_i) = \sum_{i=1}^n V_i < 0 \text{。}$$

因此 s 在原点平衡状态稳定, 且满足可达性条件。则当系统达到稳定点时, 即 $s=0, \dot{s}=0$, 由式(7)可得复合干扰观测值 $\hat{D} = -(v + f)$ 。证毕。

进一步, 由于滑模干扰观测器中控制量 v 中存在切换函数, 会给系统带来严重的抖振, 从而影响系统的控制性能。因此采用关于误差的连续函数 s_δ 代替切换函数, 从而 $v = \phi s_\delta$ 。

$$\text{式中: } s_\delta = \begin{bmatrix} s_{\delta,1} \\ s_{\delta,2} \\ \vdots \\ s_{\delta,n} \end{bmatrix}, \quad s_{\delta,i} = \frac{s_i}{|s_i| + \delta_0 + \delta_1 \|e\|}, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

$e = y_c - y$ 为跟踪误差, δ_0, δ_1 为 2 个正实数。

2.2 结合 SMDO 的动态逆控制

引理 1^[6] 对于 n 阶实对称矩阵 F , 有:

$$\underline{\sigma}(F) \leq \frac{x^T F x}{x^T x} \leq \bar{\sigma}(F), \forall x \neq 0$$

式中: $\underline{\sigma}(F)$ 和 $\bar{\sigma}(F)$ 为 F 的最小和最大特征值。

引理 2^[7] 如果 $\dot{V}(t) \leq -\eta V(t) + g(t), \forall t > 0$, $\eta > 0$, 则有: $V(t) \leq e^{-\eta t} V(0) + \int_0^t e^{-(\eta-\tau)} g(\tau) d\tau$ 。

上述 2 个引理存在的条件下, 可得如下定理:

定理 1 假设 SMDO 对系统不确定动态的估计误差是有界的且有 $\|\mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}\| \leq M$, M 是误差上界, 则针对非线性系统(4)可设计如下动态逆控制率:

$$\begin{aligned} u &= -g_1(x, t)[f(x, t), +Ws - \dot{x}_d + \hat{D}] \\ s &= x - x_d \end{aligned} \quad (8)$$

式中: W 为正定矩阵。可证明, 非线性系统各状态量的跟踪误差将收敛至邻域 $\delta(0, \frac{M}{\underline{\sigma}(W)})$ 内。

证明: 选取 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (9)$$

等式两边对时间进行求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} = s^T (-Ws + D - \hat{D}) = \\ &= -\frac{1}{2} s^T W s - \frac{1}{2} s^T W s + s^T (D - \hat{D}) \end{aligned} \quad (10)$$

根据引理 1, 得到如下的不等式:

$$-\bar{\sigma}(\frac{1}{2}W)s^T s \leq -\frac{1}{2}s^T W s \leq -\underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)s^T s \quad (11)$$

根据 Cauchy-Schwarz 不等式。可得:

$$|s^T (D - \hat{D})| \leq \|s\|_2 \|D - \hat{D}\|_2 \quad (12)$$

由式(11)~(12)得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)\|s\|_2^2 - \underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)\|s\|_2^2 + M\|s\|_2 = - \\ &\quad \underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)\|s\|_2^2 - \underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)\left[\|s\|_2 - \frac{M}{2\underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)}\right]^2 + \\ &\quad \frac{M^2}{4\underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)} - \eta V + \Delta \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\eta = 2\underline{\sigma}\left(\frac{1}{2}W\right)$, $\Delta = \frac{M^2}{4\underline{\sigma}(\frac{1}{2}W)}$ 。

根据引理 2, 可得

$$V \leq e^{-\eta t} V(0) + \frac{(1 - e^{-\eta t})\Delta}{\eta} \quad (14)$$

从而有 $\|s\|_2^2 \leq e^{-\eta t} \|s_0\|_2^2 + \frac{2(1 - e^{-\eta t})\Delta}{\eta}$ 。

所以当 $t \rightarrow \infty$ 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|s\|_2 \leq \sqrt{\frac{2\Delta}{\eta}} = \frac{M}{\underline{\sigma}(W)}$ 。

证毕。

由上证明可知非线性系统的各个状态量的跟踪误差将会收敛至邻域 $\delta(0, \frac{M}{\underline{\sigma}(W)})$, 因此在滑模观测器观测参数确定的条件下, 只需合理的选择控制参数 W 就可以减小状态量的跟踪误差, 提高系统的控制性能。

2.3 考虑输入饱和的姿态控制

在实际控制中, 飞行器的舵偏角往往受到限制, 因此在控制器的设计过程中需要考虑输入饱和问题的处理方法。

此时状态空间(4)变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, \theta) + g_1(x_1)x_2 + \xi_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2)\text{sat}(u) + \xi_2 \end{cases} \quad (15)$$

式中:

$$\text{sat}(u) = [\text{sat}(\delta_x) \text{sat}(\delta_y) \text{sat}(\delta_z)]^T \quad (16)$$

$$\text{sat}(\delta_i) = \begin{cases} \text{sign}(\delta_i)\delta_{mi} & |\delta_i| \geq \delta_{mi} \\ \delta_i & |\delta_i| < \delta_{mi} \end{cases}, \quad i = x, y, z \quad (17)$$

式中: δ_{mi} 为舵 δ_i 的已知最大可偏转角度。

考虑式(17)中的非线性饱和函数, 当理想控制输入大于最大舵偏上限时, 通过直接强制舵偏为上限值来控制系统。这将不利于系统的稳定性。同时在实际控制量 $\text{sat}(\delta_i)$ 和理想控制量 δ_i 的对应关系中存在一个尖锐的拐点, 即在 $|\delta_i| = \delta_{mi}$ 处。, 由文献^[8]可知这不利于动态逆方法的应用, 因此采用下述平滑的双曲正切函数来代替饱和函数:

$$\begin{aligned} g(\delta_i) &= \delta_{mi} \times \tanh\left(\frac{\delta_i}{\delta_{mi}}\right) = \delta_{mi} \frac{e^{\frac{\delta_i}{\delta_{mi}}} - e^{-\frac{\delta_i}{\delta_{mi}}}}{e^{\frac{\delta_i}{\delta_{mi}}} + e^{-\frac{\delta_i}{\delta_{mi}}}}, \\ i &= x, y, z \end{aligned} \quad (18)$$

因此

$$\text{sat}(\delta_i) = g(\delta_i) + d(\delta_i), i = x, y, z \quad (19)$$

其中: $d(\delta_i) = \text{sat}(\delta_i) - g(\delta_i)$ 是一个有界函数, 它的上界可以给出:

$$\begin{aligned} |d(\delta_i)| &= |\text{sat}(\delta_i) - g(\delta_i)| \leqslant \\ \delta_{mi}(1 - \tanh(1)) &= 0.2384\delta_{mi} \end{aligned} \quad (20)$$

则式(15)第 2 个式子重写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2)\text{sat}(u) + \xi_2 = \\ f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2)g(u) + g_2(x_2)d(u) + \xi_2 &= \\ f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2)g(u) + \bar{\xi}_2 \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $\bar{\xi}_2 = g_2(x_2)d(u) + \xi_2$, $g(u) = [g(\delta_x) \ g(\delta_y) \ g(\delta_z)]^T$, $d(u) = [d(\delta_x) \ d(\delta_y) \ d(\delta_z)]^T$, $I = \text{diag}(1, 1, 1)$ 。

此时系统的状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, \theta) + g_1(x_1)x_2 + \xi_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2)g(u) + \bar{\xi}_2 \end{cases}$$

考虑到用双曲正切函数近似饱和函数带来的误差, 将系统的控制量 u 作为一个新的状态量, 从而扩充系统状态空间至形式(22), 表示考虑输入饱和的飞行器姿态控制状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, \theta) + g_1(x_1)x_2 + \xi_1 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + g_2(x_2)g(u) + \bar{\xi}_2 \\ \dot{u} = -cu + w \end{cases} \quad (22)$$

式中: $c = \text{diag}(c_1, c_2, c_3)$, $c_i, (i = 1, 2, 3)$ 是正实数, $w = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$ 是需要被设计的辅助信号。

2.4 动态面姿态控制率设计

2.2 节中提到的动态逆方法存在由于连续微分带来的“微分爆炸”问题, 为了解决这个问题, 常常采用动态面控制方法, 即通过低通滤波器实现对虚拟指令的间接微分。

在进行控制率设计之前, 先给定以下 2 个基本假设条件:

假设 1 高超声速飞行器姿态控制系统中的复合干扰向量 ξ_1 和 $\bar{\xi}_2$ 是范数有界的。

假设 2 飞行过程中所有的状态量都是有界的, 并且攻角和侧滑角分别满足 $|\alpha| < \pi/2$, $|\beta| < \pi/2$ 。并且所有控制增益矩阵 $g_1(x_1), g_2(x_2)$ 都是非奇异且范数有界。

首先构造 2 个滑模观测器, 用于观测 ξ_1 和 $\bar{\xi}_2$

$$\begin{cases} s_4 = x_1 - z_1 \\ \dot{z}_1 = g_1(x_1)x_{2d} - v_1 \\ \hat{\xi}_1 = -(v_1 + f_1(x_1, \theta)) \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} s_5 = x_2 - z_2 \\ \dot{z}_2 = g_2(x_2)g(u) - v_2 \\ \hat{\xi}_2 = -(v_2 + f_2(x_1, x_2)) \end{cases} \quad (24)$$

式中: $\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2$ 分别是对复合干扰 $\xi_1, \bar{\xi}_2$ 的观测值;

$$\begin{aligned} v_1 &= \phi_1 s_{4_\delta} = \begin{bmatrix} -\varphi_1 & & \\ & -\varphi_2 & \\ & & -\varphi_3 \end{bmatrix} s_{4_\delta}; \\ v_2 &= \phi_2 s_{5_\delta} = \begin{bmatrix} -\varphi_4 & & \\ & -\varphi_5 & \\ & & -\varphi_6 \end{bmatrix} s_{5_\delta}. \end{aligned}$$

最后, 系统的动态面姿态控制率如下:

$$\begin{cases} s_1 = x_1 - x_{1d} \\ s_4 = x_1 - z_1 \\ \dot{z}_1 = g_1(x_1)x_{2d} - v_1, x_{2d}(0) = [0; 0; 0] \\ \hat{\xi}_1 = -(v_1 + f_1(x_1, \theta)) \\ x_{2d} = -[g_1(x_1)]^{-1}[f_1(x_1, \theta) + W_1 s_1 - \\ \dot{x}_{1d} + k_1 s f_1(s_1) + \hat{\xi}_1] \\ \eta_1 \dot{x}_{2c} + x_{2c} = x_{2d} \\ s_2 = x_2 - x_{2c} \\ s_5 = x_2 - z_2 \\ \dot{z}_2 = g_2(x_2)g(u) - v_2, u(0) = [0; 0; 0] \\ \hat{\xi}_2 = -(v_2 + f_2(x_1, x_2)) \\ x_{3d} = -[g_2(x_2)]^{-1}[f_2(x_1, x_2) + W_2 s_2 - \\ \dot{x}_{2c} + k_2 s f_2(s_2) + \hat{\xi}_2] \\ \eta_2 \dot{x}_{3c} + x_{3c} = x_{3d} \\ s_3 = g(u) - x_{3c} \\ w = N(\chi) \bar{w} \\ \dot{\chi} = \gamma \bar{s}_3 \bar{w} \\ \bar{w} = -W_3 s_3 + c \bar{g}(u) u + \dot{x}_{3c} \end{cases} \quad (25)$$

式中: $s_i f_i(s_i) = \frac{s_i}{\|s_i\| + \sigma_i}$, $\sigma_i > 0, i = 1, 2$ 。

对公式 $s_3 = g(u) - x_{3c}$ 求对时间的导数可得: $\dot{s}_3 = \bar{g}(u)(-cu + w) - \dot{x}_{3c}$ 。其中: $\bar{g}(u) = \text{diag}(\frac{\delta g(\delta x)}{\delta x}, \frac{\delta g(\delta y)}{\delta y}, \frac{\delta g(\delta z)}{\delta z})$, 这是一个时变的函数, 为了便于控制器的设计, 采用Nussbaum function。

$$N(\chi) = \text{diag}(e^{\chi^2_x} \cos \chi_x, e^{\chi^2_y} \cos \chi_y, e^{\chi^2_z} \cos \chi_z)$$

对 $\dot{u} = -cu + w$ 中 w 的设计如下

$$\begin{cases} s_3 = g(u) - x_{3c} \\ w = N(\chi)\bar{w} \\ \dot{\chi} = \gamma \bar{s}_3 \bar{w} \\ \bar{w} = -W_3 s_3 + c \bar{g}(u) u + \dot{x}_{3c} \end{cases}$$

式中: $\bar{s}_3 = \text{diag}(s_3(1), s_3(2), s_3(3))$, $\gamma = \text{diag}(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$ 。

下面对整个系统的稳定性予以证明:

定义滤波器的误差如下:

$$\begin{cases} \tilde{x}_2 = x_{2c} - x_{2d} \\ \tilde{x}_3 = x_{3c} - x_{3d} \end{cases} \quad (26)$$

对(26)式进行求导, 得到

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_2 = -\eta_1^{-1} \tilde{x}_2 - \dot{x}_{2d} \\ \dot{\tilde{x}}_3 = -\eta_2^{-1} \tilde{x}_3 - \dot{x}_{3d} \end{cases} \quad (27)$$

之后看跟踪误差 s_1, s_2, s_3 ,

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = f_1 + g_1 x_2 + \xi_1 - \dot{x}_{1d} = \\ &f_1 + g_1(x_{2d} + x_{2c} - x_{2d} + x_2 - x_{2c}) + \xi_1 - \dot{x}_{1d} = \\ &f_1 + g_1 x_{2d} + g_1(s_2 + \tilde{x}_2) + \xi_1 - \dot{x}_{1d} = \\ &-W_1 s_1 + \xi_1 - \hat{\xi}_1 - k_1 s f_1 + g_1(s_2 + \tilde{x}_2) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{x}_{2c} = f_2 + g_2 g(u) + \bar{\xi}_2 - \dot{x}_{2c} = - \\ &W_2 s_2 + \bar{\xi}_2 - \hat{\xi}_2 - k_2 s f_2 + g_2(s_3 + \tilde{x}_3) \quad (29) \\ \dot{s}_3 &= \dot{g}(u) - \dot{x}_{3c} = \bar{g}(u)(-cu + w) - \dot{x}_{3c} = - \end{aligned}$$

$$W_3 s_3 + (\bar{g}(u)N(\chi) - I)\bar{w} \quad (30)$$

式中: $I = \text{diag}(1, 1, 1)$ 。

定义如下 Lyapunov 方程:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 s_i^T s_i + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^3 \tilde{x}_j^T \tilde{x}_j \quad (31)$$

对式(31)进行求导, 得:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^3 s_i^T \dot{s}_i + \sum_{j=2}^3 \tilde{x}_j^T \dot{\tilde{x}}_j \quad (32)$$

结合式(27)~(30)可得

$$\begin{aligned} s_1^T s_1 &= -s_1^T W_1 s_1 + s_1^T (\xi_1 - \hat{\xi}_1) - k_1 s_1^T s f_1 + \\ s_1^T g_1(s_2 + \tilde{x}_2) &\leq -s_1^T (W_1 - \frac{1}{2} \|g_1\|^2 I) s_1 + \\ s_2^T s_2 + \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2 - (k_1 - \|\xi_1 - \hat{\xi}_1\|) \|s_1\| &\leq \\ -s_1^T (W_1 - \frac{1}{2} \|g_1\|^2 I) s_1 + s_2^T s_2 + \tilde{x}_2^T \tilde{x}_2 \\ s_2^T s_2 &= -s_2^T W_2 s_2 + s_2^T (\bar{\xi}_2 - \hat{\xi}_2) - \\ k_2 s_2^T s f_2 + s_2^T g_1(s_3 + \tilde{x}_3) &\leq -s_2^T (W_1 - \frac{1}{2} \|g_2\|^2 I) s_2 + \\ s_3^T s_3 + \tilde{x}_3^T \tilde{x}_3 - (k_2 - \|\bar{\xi}_2 - \hat{\xi}_2\|) \|s_2\| &\leq \\ -s_2^T (W_1 - \frac{1}{2} \|g_2\|^2 I) s_2 + s_3^T s_3 + \tilde{x}_3^T \tilde{x}_3 \\ s_3^T \dot{s}_3 &= -s_3^T W_3 s_3 + s_3^T (\bar{g}(u)N(\chi) - I)\bar{w} = \\ -s_3^T W_3 s_3 + \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{\gamma_i} \left(\frac{\partial g}{\partial \delta_i} e^{\chi^2_i} \cos \chi_i - 1 \right) \dot{\chi}_i \\ \tilde{x}_2^T \dot{\tilde{x}}_2 &= -\tilde{x}_2^T \eta_1^{-1} \tilde{x}_2 - \tilde{x}_2^T \dot{x}_{2d} \leq \\ -\tilde{x}_2^T (\eta_1^{-1} - \frac{1}{2} \|\dot{x}_{2d}\|^2 I) \tilde{x}_2 + \frac{1}{2} \\ \tilde{x}_3^T \dot{\tilde{x}}_3 &= -\tilde{x}_3^T \eta_2^{-1} \tilde{x}_3 - \tilde{x}_3^T \dot{x}_{3d} \leq \\ -\tilde{x}_3^T (\eta_2^{-1} - \frac{1}{2} \|\dot{x}_{3d}\|^2 I) \tilde{x}_3 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

综上可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -s_1^T (W_1 - \frac{1}{2} \|g_1\|^2 I) s_1 - \\ s_2^T (W_1 - \frac{1}{2} \|g_2\|^2 I) s_2 - s_3^T (W_3 - I) s_3 - \\ \tilde{x}_2^T (\eta_1^{-1} - (\frac{1}{2} \|\dot{x}_{2d}\|^2 + 1) I) \tilde{x}_2 - \\ \tilde{x}_3^T (\eta_2^{-1} - (\frac{1}{2} \|\dot{x}_{3d}\|^2 + 1) I) \tilde{x}_3 + \\ \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{\gamma_i} \left(\frac{\partial g}{\partial \delta_i} e^{\chi^2_i} \cos \chi_i - 1 \right) \dot{\chi}_i + 1 \end{aligned} \quad (33)$$

由文献[9-10]可知, 可以证明 $\|g_1\|, \|\dot{x}_{2d}\|, \|\dot{x}_{3d}\|$

是有界的, 即

$$\begin{cases} \|g_1\| \leq M_1 \\ \|\dot{x}_{2d}\| \leq M_2 \\ \|\dot{x}_{3d}\| \leq M_3 \end{cases} \quad (34)$$

则式(33)可以写成

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\mathbf{s}_1^T (\mathbf{W}_1 - \frac{1}{2} M_1^2 \mathbf{I}) \mathbf{s}_1 - \\ &\quad \mathbf{s}_2^T (\mathbf{W}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{g}_2^2 - \mathbf{I}) \mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_3^T (\mathbf{W}_3 - \mathbf{I}) \mathbf{s}_3 - \\ &\quad \tilde{\mathbf{x}}_2^T (\boldsymbol{\eta}_1^{-1} - (\frac{1}{2} M_2^2 + 1) \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{x}}_2 - \\ &\quad \tilde{\mathbf{x}}_3^T (\boldsymbol{\eta}_2^{-1} - (\frac{1}{2} M_3^2 + 1) \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{x}}_3 + \\ &\quad \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{\gamma_i} \left(\frac{\partial g}{\partial \delta_i} e^{\chi_i^2} \cos \chi_i - 1 \right) \dot{\chi}_i + 1 \end{aligned} \quad (35)$$

因此当参数选取满足如下公式时：

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{W}_1 - \frac{1}{2} M_1^2 \mathbf{I}) \geq \frac{1}{2} k \mathbf{I} \\ (\mathbf{W}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{g}_2^2 - \mathbf{I}) \geq \frac{1}{2} k \mathbf{I} \\ (\mathbf{W}_3 - \mathbf{I}) \geq \frac{1}{2} k \mathbf{I} \\ (\boldsymbol{\eta}_1^{-1} - (\frac{1}{2} M_2^2 + 1) \mathbf{I}) \geq \frac{1}{2} k \mathbf{I} \\ (\boldsymbol{\eta}_2^{-1} - (\frac{1}{2} M_3^2 + 1) \mathbf{I}) \geq \frac{1}{2} k \mathbf{I} \end{array} \right. \quad (36)$$

式中： \mathbf{I} 为 $\text{diag}(1,1,1)$, k 是一个正实数，那么则有

$$\dot{V} \leq -kV + \sum_{i=x,y,z} \frac{1}{\gamma_i} \left(\frac{\partial g}{\partial \delta_i} e^{\chi_i^2} \cos \chi_i - 1 \right) \dot{\chi}_i + 1 \quad (37)$$

由 2.2 节中的引理 2 可得：

$$\begin{aligned} V &\leq V(0) e^{-kt} + \frac{1}{k} (1 - e^{-kt}) + \\ &\quad \sum_{i=x,y,z} \frac{e^{-kt}}{\gamma_i} \int_0^t \left(\frac{\partial g}{\partial \delta_i} e^{\chi_i^2} \cos \chi_i - 1 \right) \dot{\chi}_i e^{k\tau} d\tau \end{aligned} \quad (38)$$

证毕。

由式(38)可知当参数取值合理时， V 是有界的，从而可得滤波器误差及跟踪误差 $\tilde{\mathbf{x}}_2$, $\tilde{\mathbf{x}}_3$, \mathbf{s}_1 , \mathbf{s}_2 , \mathbf{s}_3 是一致有界的，也就是说系统的状态量 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 最终可一致收敛到指令。

3 仿真结果

本部分将对比传统的动态逆控制方法，基于滑模观测器的动态面控制以及考虑输入饱和 3 种方案的控制效果从而验证文中提出控制方案的有效性及优点。

飞行器的参数模型如表 1 中所示。

表 1 飞行器相关参数列表
Tab. 1 Relevant parameters of aircraft

名称	值/国际单位	名称	值/国际单位
m	1 200	C_Z^α	0.091
S	0.43	C_Z^β	-56.32
L	0.69	$C_Z^{\delta_y}$	-5.6
J_{x_1}	100	$C_{x_1}^\alpha$	0.45
J_{y_1}	5 800	$C_{x_1}^\beta$	-0.38
J_{z_1}	5 700	$C_{x_1}^{\delta_x}$	2.13
C_Y^α	57.15	$C_{y_1}^\beta$	-27.30
C_Y^β	-0.081	$C_{y_1}^{\delta_y}$	-26.60
$C_z^{\delta_z}$	5.75	$C_{z_1}^\alpha$	-28.15
$C_{z_1}^{\delta_z}$	-27.9	g	9.8

表 1 中列出了飞行器的机体参数及气动参数数值，其单位均为国际标准单位，在实际仿真过程中，给飞行器机体参数附加 10% 的扰动，给气动参数附加 20% 的扰动，这些扰动属于建模误差。

同时针对式(4)的 \bar{F}_α , \bar{F}_β , \bar{F}_{γ_c} , \bar{M}_{x_1} , \bar{M}_{y_1} , \bar{M}_{z_1} 等外界扰动赋以下的值：

$$\begin{cases} \bar{F}_\alpha = 0.01 + 0.05 \sin(\pi t) \\ \bar{F}_\beta = 0.01 + 0.05 \sin(\pi t) \\ \bar{F}_{\gamma_c} = 0.01 + 0.05 \sin(\pi t) \\ \bar{M}_{x_1} = 5 + 10 \sin(\pi t) \\ \bar{M}_{y_1} = 5 + 10 \sin(\pi t) \\ \bar{M}_{z_1} = 5 + 10 \sin(\pi t) \end{cases}$$

跟踪的姿态角如下

$$\begin{cases} \alpha = 5^\circ \cdot 1(t) \\ \beta = 10^\circ \cdot 1(t) \\ \gamma_c = 15^\circ \cdot 1(t) \end{cases}$$

观测器参数选择为 $\varphi_1 = 10$, $\varphi_2 = 10$, $\varphi_3 = 8$, $\varphi_4 = 100$, $\varphi_5 = 100$, $\varphi_6 = 200$, $\delta_0 = \delta_1 = 0.1$ 。

控制参数选择为 $\mathbf{W}_1 = \text{diag}(20, 20, 20)$, $\mathbf{W}_2 = \text{diag}(30, 30, 30)$, $\mathbf{W}_3 = \text{diag}(100, 100, 100)$, $\mathbf{c} = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$, $k_1 = k_2 = 10$, $\boldsymbol{\eta}_1 = \boldsymbol{\eta}_2 = \text{diag}(0.001, 0.001, 0.001)$ 。

考虑到实际控制中舵偏存在上限偏转角，给定副翼、方向舵、升降舵的最大偏转角为 $\pm 20^\circ$ 。

图1~3展示了3种方案的跟踪效果,可以看出,单纯动态逆控制方法在系统存在建模误差、外部干扰时控制效果较差,其稳态误差为有界值而不等于0,再比较未考虑输入饱和直接限幅的控制方案和考虑饱和的控制性能,两者的稳态误差都趋向于0,能解决系统存在复合干扰的问题,但是考虑饱

和的控制方案跟踪速度稍快,更为重要的是通过图4~6可看出,未考虑饱和的舵偏在初始阶段是明显大于考虑饱和的舵偏,尤其是图5中方向舵,未考虑饱和的初始舵偏已经达到下限值 -20° ,因此可知在3种方案中考虑饱和的控制方法具有更合理的输入控制设计,使得系统的控制性能大大提升。

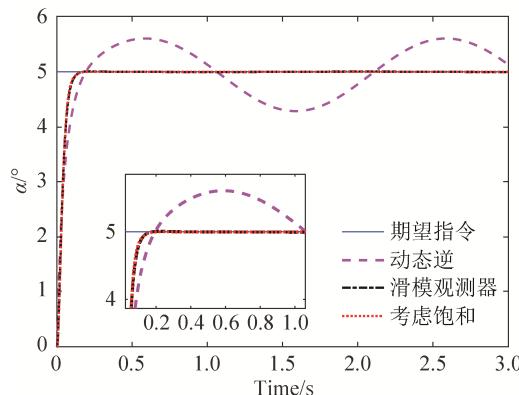


图1 攻角
Fig. 1 Attack angle

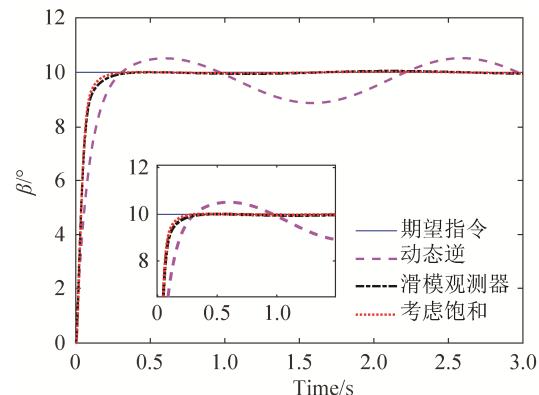


图2 侧滑角
Fig. 2 Sideslip angle

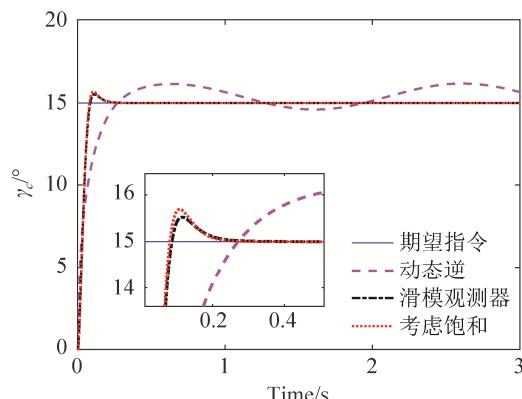


图3 速度倾斜角
Fig. 3 Velocity bank angle

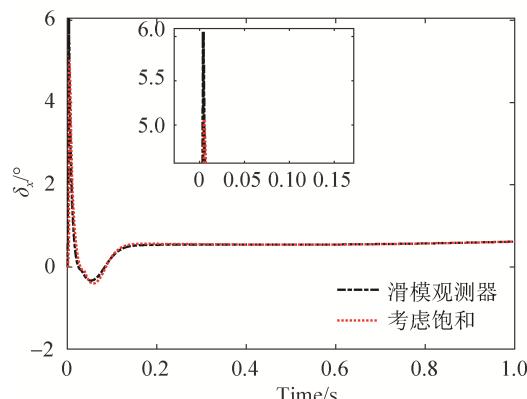


图4 副翼
Fig. 4 Aileron

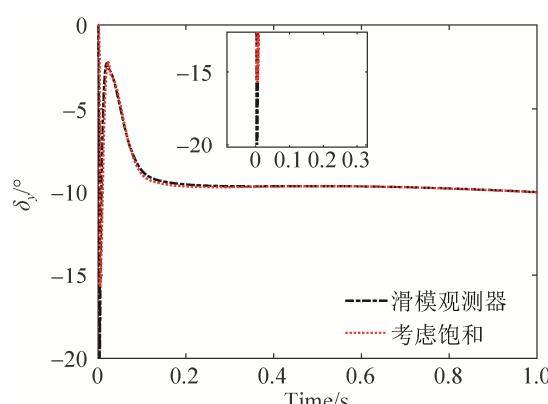


图5 方向舵
Fig. 5 Rudder

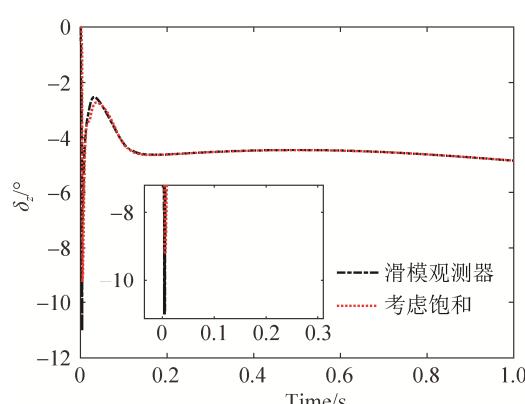


图6 升降舵
Fig. 6 Elevator

4 结论

本文针对高超声速飞行器, 设计了考虑输入饱和的飞行器姿态控制率, 实现对三通道飞行器姿态的控制。基本的控制方法是基于滑模观测器的动态面控制, 在此基础上, 改变对控制舵偏强制限幅的控制方法, 将控制量扩展成新的状态量, 利用双曲正切函数近似饱和函数设计控制率, 最终能达到相较于另外两种简单方案更精准快速的控制效果。

参考文献:

- [1] 张天翼, 周军, 郭建国. 高超声速飞行器鲁棒自适应控制律设计[J]. 宇航学报, 2013, 34(3): 384-388.
Zhang Tianyi, Zhou Jun, Guo Jianguo. A study on robust adaptive control method for hypersonic vehicle [J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(3): 384-388.
- [2] Liu X, Zhang Y, Wang S, et al. Backstepping attitude control for hypersonic gliding vehicle based on a robust dynamic inversion approach[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering (S2196-0763), 2014, 228(8): 543-552.
- [3] 刘晓东, 黄万伟, 禹春梅. 含扩张状态观测器的高超声速飞行器动态面姿态控制[J]. 宇航学报, 2015, 36(8): 916-922.
Liu Xiaodong, Huang Wanwei, Yu Chunmei. Dynamic surface attitude control of hypersonic vehicle with extended state observer [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(8): 916-922.
- [4] Perez-Arcibia N O, Tsao T C, Gibson J S. Saturation-Induced Instability and Its Avoidance in Adaptive Control of Hard Disk Drives[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology (S1063-6536), 2010, 18(2): 368-382.
- [5] 程路, 姜长生, 都延丽, 等. 基于滑模干扰观测器的近空间飞行器非线性广义预测控制[J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 423-431.
Cheng Lu, Jiang Changsheng, Du Yanli, et al. Nonlinear Generalized Predictive Control of Near Space Vehicle Based on Sliding Mode Disturbance Observer [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 423-431.
- [6] 黄琳. 系统与控制理论中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1984.
Huang Lin. Linear Algebra in System and Control Theory [M]. Beijing: Science Press, 1984.
- [7] Ioannou P A, Sun J. Robust adaptive control[M]. USA: Courier Corporation, 2012: 105-120.
- [8] Wang W, Xiong S, Wang S, et al. Three dimensional impact angle constrained integrated guidance and control for missiles with input saturation and actuator failure[J]. Aerospace Science and Technology (S1270-9638), 2016, 53: 169-187.
- [9] Zheng Q, Gao L Q, Gao Z. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics[C]. Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on. USA: IEEE, 2008: 3501-3506.
- [10] Hou M, Liang X, Duan G. Adaptive block dynamic surface control for integrated missile guidance and autopilot[J]. Chinese Journal of Aeronautics (S1000-9361), 2013, 26(3): 741-750.