

12-12-2019

Recurrent CMACNN Control for Space Robot with Fully Flexible Arms and Elastic Base

Xiaoqin Huang

1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; ;2. Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou 350116, China;

Chen Li

1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; ;2. Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou 350116, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Recurrent CMACNN Control for Space Robot with Fully Flexible Arms and Elastic Base

Abstract

Abstract: The trajectory tracking of elastic base and double flexible arms for a free-floating space robot system with fully flexible arms and elastic base is discussed. *The elastic connection between the base and the arm is considered as a linear spring and dynamics model of the system which is regarded as a two-time scale system is derived. For the slow-varying subsystem, the recursive CMAC neural network (CMACNN) which has good dynamic characteristics is used to approximate uncertainties of dynamical equation and a recursive CMAC neural network control scheme which improves the tracking performance is designed to improve the tracking trajectory of rigid motion. For the fast-varying subsystem, an optimal linear quadratic regulator controller is adopted to damp out the vibration of the two flexible links and base elastic.* Simulation results verify the effectiveness of the compound control method.

Keywords

Space robot with fully flexible arms, elastic base, singular perturbation method, recurrent CMACNN, active vibration suppression

Recommended Citation

Huang Xiaoqin, Chen Li. Recurrent CMACNN Control for Space Robot with Fully Flexible Arms and Elastic Base[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(9): 1899-1906.

基座、臂杆全弹性空间机器人的递归 CMACNN 控制

黄小琴^{1,2}, 陈力^{1,2}

(1. 福州大学机械工程及自动化学院, 福建 福州 350108; 2. 福建省高端装备制造协同创新中心, 福建 福州 350116)

摘要: 探讨了基座、臂杆全弹性影响下的漂浮基空间机器人系统的轨迹跟踪问题。将弹性基座与臂杆间的连接视为线性弹簧, 推导出系统的动力学模型, 并将其视为双时间尺度系统。对于慢变子系统, 针对刚性运动的轨迹跟踪问题, 利用递归 CMAC 神经网络(CMACNN)具有动态特性的优点, 逼近动力学方程不确定项, 设计递归 CMAC 神经网络控制方案, 提高了跟踪性能; 对于快变子系统, 针对弹性基座与两柔性杆的振动, 采用线性二次型最优控制抑振。仿真验证了此复合控制方法的有效性。

关键词: 臂杆全弹性空间机器人; 基座; 奇异摄动法; 递归 CMACNN; 主动抑振

中图分类号: TP241

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2019) 09-1899-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0393

Recurrent CMACNN Control for Space Robot with Fully Flexible Arms and Elastic Base

Huang Xiaolin^{1,2}, Chen Li^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2. Collaborative Innovation Center of High End Equipment Manufacturing, Fuzhou 350116, China)

Abstract: The trajectory tracking of elastic base and double flexible arms for a free-floating space robot system with fully flexible arms and elastic base is discussed. The elastic connection between the base and the arm is considered as a linear spring and dynamics model of the system which is regarded as a two-time scale system is derived. For the slow-varying subsystem, the recursive CMAC neural network (CMACNN) which has good dynamic characteristics is used to approximate uncertainties of dynamical equation and a recursive CMAC neural network control scheme which improves the tracking performance is designed to improve the tracking trajectory of rigid motion. For the fast-varying subsystem, an optimal linear quadratic regulator controller is adopted to damp out the vibration of the two flexible links and base elastic. Simulation results verify the effectiveness of the compound control method.

Keywords: Space robot with fully flexible arms; elastic base; singular perturbation method; recurrent CMACNN; active vibration suppression

引言

人类探索太空的过程中, 空间机器人发挥着不

可或缺的作用, 它的使用可以大幅度降低探索太空的风险和成本, 因此其动力学控制问题受到越来越多的研究关注^[1-8]。柔性臂空间机器人因具有轻质、长臂、重载等特点, 越来越受到研究人员的重视。其刚性运动和臂杆柔性振动存在相互作用, 而双柔杆或多柔杆空间机器人每个臂杆的柔性振动之间也存在耦合, 为了高精度地完成太空作业任务, 除了关注轨迹跟踪问题外, 还必须考虑柔性臂杆振动



收稿日期: 2017-08-11 修回日期: 2018-01-16;
基金项目: 国家自然科学基金(11372073, 11072061),
福建省工业机器人基础部件技术重大研发平台资助
项目(2014H21010011);
作者简介: 黄小琴(1983-), 女, 福建闽清, 博士生,
研究方向为空间机器人系统动力学与控制。

<http://www.china-simulation.com>

• 1899 •

的抑制问题。文献[9]将多连杆柔性机器人的模型不确定视为参数摄动,提出了直接参数更新律来快速抑制柔性振动。文献[10]描述了刚柔空间机械臂混合滑模控制与 LQR 方法抑振。文献[11]设计了多柔杆空间机器人的自适应控制与最优控制抑振方法。

值得一提的是,前述空间机器人的研究仅考虑了臂杆的柔性,而空间站上为了扩大空间机器人的工作使用范围,将其安装在移动基座上,使得基座可以沿着由桁架组装而成的导轨移动。由于空间机器人和负载质量通常都很大,因此空间机器人在操作过程不可避免地会激发导轨的弹性振动^[12],从而影响空间机器人的控制精度。

于是,对于存在基座弹性的双杆柔性空间机器人而言,刚性运动与柔性振动的相互耦合、基座弹性与两个柔性杆振动的多重耦合,使得对其动力学的分析与控制方案的设计带来较大的难度。这种空间机器人模型更接近实际工况^[13],因此有必要开展此种高度非线性多耦合系统动力学分析与控制的研究。

本文探讨了基座、两臂杆全弹性的影响下,漂浮基空间机器人的轨迹跟踪以及基座弹性与双杆柔性主动抑振的控制问题。将系统视为双时间尺度系统,并进行快慢分解。针对慢变子系统,设计了整体逼近的递归小脑模型关节控制器神经网络控制方法,使得基座与两关节能够跟踪期望的点点运动轨迹;对于快变子系统,采用线性二次型最优控制同时抑制弹性基座与两柔性杆的振动。

1 系统动力学方程

以具有基座弹性的漂浮基全柔性臂空间机器人为研究对象,系统由自由飘浮的基座 B_0 及柔性臂杆 B_1 、 B_2 组成,模型如图 1 所示。为了简化运算,将导轨弹性简化为一个轻质弹簧,以表示弹性导轨的弹性, x' 为弹簧弹性位移,并假定:(1) 弹簧为无质量弹簧;(2) 弹簧只做伸缩运动;(3) 弹簧的弹性系数 k_x 为常量;(4) 弹簧初始位移为零。

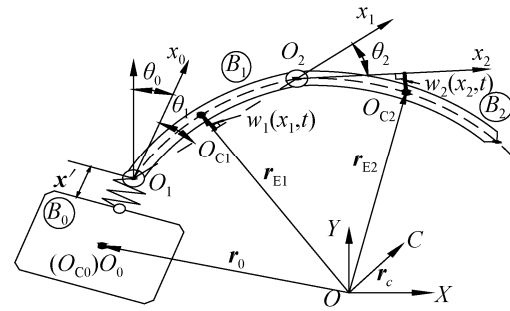


图 1 基座弹性的全柔性臂空间机器人系统
Fig. 1 Space robot system with fully flexible arms and elastic base

建立各分体 $B_i(i=0,1,2)$ 的联体坐标 $O_i x_i y_i$, 其中 O_0 与 B_0 的质心 O_{c0} 重合, $O_i(i=1,2)$ 分别为相应的转动铰中心。 B_1 杆的转动铰 O_1 与基座 B_0 之间用轻质弹簧连接, x_0 轴通过 O_0 与 O_1 的连线, x_0 轴与 $O_1 O_2$ 在同一直线上, x_2 轴与柔性臂 B_2 始终相切于 O_2 。在初始状态下, O_1 在 x_0 轴上与 O_0 的距离为 l_1 , $B_i(i=1,2)$ 沿 x_i 轴的长度为 l_i ; 基座的质量与绕质心的转动惯量分别为 m_0 、 J_0 。C 为系统的总质心。

设定两臂杆均为细长匀质杆件,主要考虑其弯曲变形,忽略其轴线与剪切变形,同时在平面内作横向振动。柔性臂 $B_i(i=1,2)$ 的线密度为 ρ_i , 截面抗弯刚度为 $(EI)_i$ 。根据振动力学理论,这两柔性臂可视为伯努利-欧拉梁,那么其弹性变形记作:

$$w_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^{n_i} \varphi_{ij}(x_i) \delta_{ij}(t) \quad (1)$$

式中: $w_i(x_i, t)$ 为 B_i 在截面 $x_i(0 \leq x_i \leq l_i)$ 处的横向弹性变形; $\varphi_{ij}(x_i)$ 为 B_i 的第 j 阶的模态函数; $\delta_{ij}(t)$ 为与 $\varphi_{ij}(x_i)$ 对应的模态坐标; n_i 为截断项数。空间机器人两杆的一阶模态的数量级为 10^{-1} m, 二阶模态的数量级为 10^{-3} m, 二阶模态较一阶模态影响已小很多, 而三阶模态的数量级更小, 所以被舍弃。这样尽管会造成一点误差, 但频响函数的矩阵阶数会大大减小, 使工作量大为减小。因此根据模态截断理论, 本文取 $n_i=2$ 。

利用拉格朗日第二类方程, 可得动力学方程:

$$M(\theta, \eta) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + H(\theta, \eta, \dot{\theta}, \dot{\eta}) \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ K_{\delta} \delta \\ k_x x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0_{5 \times 1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\theta=[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ 为基座姿态和臂杆两关节相对转角的刚性广义坐标列向量; $\delta=[\delta_{11} \ \delta_{12} \ \delta_{21} \ \delta_{22}]^T$ 为臂杆柔性模态坐标的柔性广义坐标列向量; $q=[\theta^T \ \eta^T]^T$, $\eta=[\delta^T \ x']^T$. $M(\theta, \eta) \in R^{8 \times 8}$ 为对称、正定质量矩阵; $H(\theta, \eta, \dot{\theta}, \dot{\eta}) \begin{bmatrix} \dot{\theta}^T \\ \dot{\eta}^T \end{bmatrix} \in R^8$ 为包含科氏力、离心力的列向量; $K_\delta \in \text{diag}(k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22})$, $k_{ij} = (EI)_i \int_0^{l_i} \varphi_{ij}^T \varphi_{ij}'' dx_i$ ($i, j=1, 2$) 为臂杆刚度矩阵; k_x 为弹簧刚度; $\tau=[\tau_0 \ \tau_1 \ \tau_2]^T$ 为基座与臂杆两关节铰的输出力矩。

$H(\theta, \eta, \dot{\theta}, \dot{\eta})$ 的形式不唯一, 但适当选择可使任意 $z \in R^8$ 满足以下斜对称性:

$$\frac{1}{2} z^T \dot{M}(\theta, \eta) z = z^T H(\theta, \eta, \dot{\theta}, \dot{\eta}) z \quad (3)$$

2 双时间尺度系统的快慢分解

将动力学模型视为双时间尺度系统, 并用奇异摄动方法, 分解为表示刚性运动的慢变子系统, 其中慢变量是基座姿态角与两关节相对转角; 表示基座弹性及 2 杆柔性振动的快变子系统, 其中快变量是两杆的一阶、二阶模态和基座弹性位移。为此, 将式(2)用分块矩阵写作:

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{rr} & H_{rf} \\ H_{fr} & H_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ K_\delta \delta \\ K_x x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0_{5 \times 1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $M_{rr} \in R^{3 \times 3}$, $M_{ff} \in R^{5 \times 5}$ 和 $M_{rf}=M_{fr}^T \in R^{3 \times 5}$ 为 $M(\theta, \eta)$ 的子矩阵、 $M_{rr} \in R^{3 \times 3}$, $H_{rf} \in R^{3 \times 5}$, $H_{fr} \in R^{5 \times 3}$, $M_{ff} \in R^{5 \times 5}$ 均为 $H(\theta, \eta, \dot{\theta}, \dot{\eta})$ 的子矩阵。

因为 M 是对称、正定矩阵, 所以它的逆存在且可写作:

$$D = M^{-1} = \begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} D_{rr} & D_{rf} \\ D_{fr} & D_{ff} \end{bmatrix}$$

定义奇异摄动比例因子 $\varepsilon=1/\sqrt{\min\{k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, k_x\}}$, 新的状态变量 $z = \eta/\varepsilon^2$; 并定义 $K = \text{diag}\{k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, k_x\}$, 新矩阵 $\tilde{K} = \varepsilon^2 K$ 。由式(4)可得系统的奇异摄动模型:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= -(D_{rr} H_{rr} + D_{rf} H_{fr}) \dot{\theta} - \\ &\quad (D_{rr} H_{rf} + D_{rf} H_{ff}) \varepsilon^2 \dot{z} - D_{rf} \tilde{K} z + D_{rr} \tau \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \dot{z} &= -(D_{fr} H_{rr} + D_{ff} H_{fr}) \dot{\theta} - \\ &\quad (D_{fr} H_{rf} + D_{ff} H_{ff}) \varepsilon^2 \dot{z} - D_{ff} \tilde{K} z + D_{fr} \tau \end{aligned} \quad (6)$$

设计如下组合控制律:

$$\tau = \bar{\tau} + \tau_f \quad (7)$$

式中: $\bar{\tau}$ 控制慢变子系统, 实现刚性运动点点轨迹跟踪; τ_f 则控制快变子系统, 实现柔性振动抑制。

为了获得慢变子系统, 先使得 $\varepsilon=0$; 则由式(5)

可解出慢变流形表达式 \bar{z} :

$$\bar{z} = \tilde{K}^{-1} \bar{D}_{ff}^{-1} [-(\bar{D}_{fr} \bar{H}_{rr} + \bar{D}_{ff} \bar{H}_{fr}) \dot{\theta} + \bar{D}_{fr} \bar{\tau}] \quad (8)$$

式中: 矩阵或变量上的“ $\bar{\quad}$ ”为相对应的慢变分量。

将式(8)代入式(7), 并利用:

$\bar{M}_{rr}^{-1} = \bar{D}_{rr} - \bar{D}_{rf} \bar{D}_{ff}^{-1} \bar{D}_{fr}$, 得到慢变子系统:

$$\bar{M}_{rr} \ddot{\theta} + \bar{H}_{rr} \dot{\theta} = \bar{\tau} \quad (9)$$

接着, 为了更进一步得到快变系统, 定义新变量, 令: $p_1 = z - \bar{z}$, $p_2 = \varepsilon \dot{z}$; 则式(6)可改写为

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{p}_2 &= -(D_{fr} H_{rr} + D_{ff} H_{fr}) \dot{\theta} - \\ &\quad (D_{fr} H_{rf} + D_{ff} H_{ff}) \varepsilon p_2 - D_{ff} \tilde{K} (p_1 + \bar{z}) + D_{fr} \tau \end{aligned} \quad (10)$$

加入快变时间尺度 $\varpi = t/\varepsilon$, 且令 $\varepsilon=0$, 则快变子系统为:

$$\frac{dp_1}{d\varpi} = p_2, \quad \frac{dp_2}{d\varpi} = -\bar{D}_{ff} \tilde{K} p_1 + \bar{D}_{fr} \tau_f \quad (11)$$

它描述的是弹性基座和两杆的振动情况。

3 组合控制规律设计

3.1 慢变子系统控制设计

设计慢变子系统的控制力矩 $\bar{\tau}$, 以使此基座弹性、臂杆全弹性影响下的空间机器人的刚性运动轨迹 θ 跟踪期望运动轨迹 θ_d 。

3.1.1 递归 CMAC 神经网络

小脑模型关节控制器 (Cerebellar Model Articulation Controller, CMAC) 神经网络是不依赖逼近对象的数学模型, 具有良好的知识表达能力与泛化能力、优良的自学习及自适应能力等特点; 传统前馈结构的 CMAC 神经网络缺点是仅适用于静

态问题，而递归结构的 CMAC 神经网络具有动态特性，能够以任意精度逼近非线性动态系统，在处理非线性、不确定性问题等方面表现出优异的性能。因此，本文采用其进行控制方法设计。图 2 为递归 CMAC 原理图。

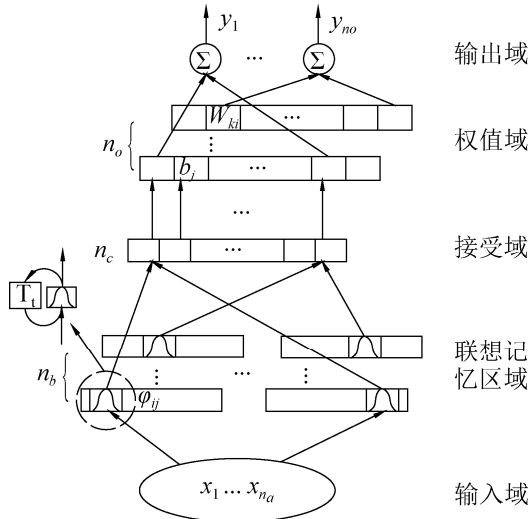


图 2 递归 CMAC 原理图

Fig. 2 Architecture of the recurrent CMAC

(1) 输入区域

输入变量为 $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_{n_a}]^T \in \mathbf{R}^{n_a}$ ，个数为 n_a 。每个变量量化为离散的区域。

(2) 联想记忆区域

n_a 个输入离散为 n_a 个块，每个块的元素数为 n_b ， $n_b \geq 2$ 。第 i 个变量的第 j 个的接受域基函数选择为：

$$\varphi_{ij}(t) = \exp\left(-\frac{(h_{ij} - m_{ij})^2}{v_{ij}^2}\right) \quad (12)$$

式中： $h_{ij}=x_i+r_{ij}\varphi_{ij}(t-T_i)$ ， $j=1, \dots, n_b$ ； m_{ij} 为曲线的均值； v_{ij} 为方差； r_{ij} 为递归权重系数； $\varphi_{ij}(t-T_i)$ 表示时间延迟 T_i 后 $\varphi_{ij}(t)$ 的值。

(3) 接受域空间

接受域的个数为 n_c ， $n_c=n_b$ ，此时接受域函数为：

$$b_j = \prod_{i=1}^{n_a} \left\{ \exp\left[-\frac{(x_{ij} + r_{ij}\varphi_{ij}(t-T_i) - m_{ij})^2}{v_{ij}^2}\right] \right\} \quad (13)$$

式中： $j=1, 2, \dots, n_c$ 。

多维的接受域函数的列向量可表示为：

$$\Phi = [b_1, b_2, \dots, b_{n_c}]^T \quad (14)$$

(4) 权值域

连接接受域和输出域之间的权值矩阵表示为：

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1, \dots, \mathbf{W}_i, \dots, \mathbf{W}_{n_o}] \quad (15)$$

式中： $\mathbf{W}_i=[W_{1i}, \dots, W_{ki}, \dots, W_{n_ci}]^T \in \mathbf{R}^{n_c}$ ， W_{ki} 为第 i 个输出变量的第 k 个接受域的权重值。

(5) 输出域

递归 CMAC 神经网络的输出如下：

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^T \Phi \quad (16)$$

式中： $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{n_c \times n_o}$ ， $\Phi \in \mathbf{R}^{n_c \times 1}$

3.1.2 慢变子系统的控制器设计

刚性运动的期望轨迹 $\theta_d=[\theta_{0d} \theta_{1d} \theta_{2d}]^T$ ，跟踪误差为： $\mathbf{e}=\theta_d-\theta$ 。定义滤波误差：

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \dot{\mathbf{e}} \quad (17)$$

式中： $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ，为对称、正定常值矩阵。

对上式求导，式(9)可写为关于 \mathbf{s} 的误差方程：

$$\bar{\mathbf{M}}_{rr} \dot{\mathbf{s}} = \bar{\mathbf{w}}_w - \bar{\mathbf{H}}_{rr} \mathbf{s} - \bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (18)$$

式中： $\bar{\mathbf{w}}_w = \bar{\mathbf{M}}_{rr}(\theta) [\ddot{\theta}_d + \mathbf{A}\dot{\mathbf{e}}] + \bar{\mathbf{H}}_{rr} [\dot{\theta}_d + \mathbf{A}\mathbf{e}]$ 为模型不确定项。

由于系统存在负载、燃料消耗等的变化，在实际工况中系统动力学模型参数往往未知，因此利用递归 CMAC 神经网络对 $\bar{\mathbf{w}}_w$ 进行整体逼近。

输入为滤波轨迹误差 \mathbf{s} ，则 $n_a=3$ 。每个离散块取 $n_b=n_c=5$ ， $n_o=3$ 。 $\bar{\mathbf{w}}_w$ 的最优逼近为：

$$\bar{\mathbf{w}}_w = \mathbf{w}_{wc}^* = \mathbf{W}^{*T} \Phi + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (19)$$

式中： \mathbf{W}^* 为 \mathbf{W} 的最优值； $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为最优逼近误差， $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \rho$ 。

则设计式(9)的控制规律为：

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{w}_{wc} + \mathbf{w}_r + \mathbf{k}_s \mathbf{s} \quad (20)$$

式中： $\mathbf{w}_{wc} = \hat{\mathbf{W}}^T \Phi$ 为 \mathbf{w}_{wc}^* 的估计值； \mathbf{w}_r 为估计误差； $\mathbf{k}_s \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为对角正常数矩阵。

将式(20)代入式(18)，则：

$$\bar{\mathbf{M}}_{rr} \dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{k}_s \mathbf{s} + \mathbf{w}_{wc}^* - \mathbf{w}_{wc} - \mathbf{w}_r - \bar{\mathbf{H}}_{rr} \mathbf{s} \quad (21)$$

定理：对于式(9)，采用式(20)的控制律及如下自适应调节律：

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}} = -\dot{\hat{\mathbf{W}}} = \eta_0 \Phi \mathbf{s}^T - \mu \eta_0 \|\mathbf{s}\| \hat{\mathbf{W}} \quad (22)$$

$$w_r = \rho \frac{s}{\|s\|} \quad (23)$$

式中: $\eta_0 \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$, $\tilde{W} = W^* - \hat{W}$; μ 为正常数。

将使 s 最终一致有界, 即 e 收敛到零的一个任意小邻域内。

证明: 构造如下的李雅普诺夫函数 L :

$$L = \frac{1}{2} s^T \bar{M}_{rr} s + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}^T \eta_0^{-1} \tilde{W}) \quad (24)$$

把 L 关于时间 t 求一阶导数:

$$\dot{L} = s^T \dot{\bar{M}}_{rr} \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{\bar{M}}_{rr} s - \text{tr}(\dot{\tilde{W}}^T \eta_0^{-1} \dot{\tilde{W}}) \quad (25)$$

将式(21)~式(23)代入式(25), 可得:

$$\dot{L} = s^T \left\{ -k_s s + \tilde{W}^T \Phi + \varepsilon - \rho \frac{s}{\|s\|} \right\} + \frac{1}{2} s^T (\dot{\bar{M}}_{rr} - 2\bar{H}_{rr}) s - \text{tr}(\dot{\tilde{W}}^T \Phi s^T - \tilde{W}^T \mu \|s\| \dot{\tilde{W}}) \quad (26)$$

根据式(3), 整理式(26), 得:

$$\dot{L} = -s^T k_s s + s^T \left(\varepsilon - \rho \frac{s}{\|s\|} \right) + \mu \|s\| \text{tr}[\tilde{W}^T (W - \tilde{W})] \quad (27)$$

由: $\text{tr}[\tilde{W}^T (W - \tilde{W})] \leq \|\tilde{W}\| \|W\| - \|\tilde{W}\|^2$, $\text{tr}(s^T s) \leq \|s\|^2$, $\|\varepsilon\| \leq \rho$:

$$\dot{L} \leq -k_m \|s\|^2 + \mu \|s\| \left[\|\tilde{W}\| (W_{\max} - \|\tilde{W}\|) \right] - \|s\| \left\{ k_m \|s\| + \mu \left[\|\tilde{W}\| (W_{\max} - \|\tilde{W}\|) \right] \right\} \quad (28)$$

式中: $k_m = \sigma_{\min}(k_s)$ 为矩阵 K 的最小奇异值; W_{\max} 为权值 W 的界, 即: $\|W\| \leq W_{\max}$ 。

由:

$$\|\tilde{W}\| (\|\tilde{W}\| - W_{\max}) = (\|\tilde{W}\| - W_{\max}/2)^2 - W_{\max}^2/4$$

最终得到:

$$\dot{L} \leq -\|s\| \left[k_m \|s\| - \mu W_{\max}^2/4 \right] \quad (29)$$

如果有: $\|s\| > \mu W_{\max}^2/4 k_m$, 那么 $\dot{L} \leq 0$ 。表明 \dot{L} 在紧集 ($\|s\| > \mu W_{\max}^2/4 k_m$) 之外是负的, 则 $\|s\|$ 会减小。反之, 在原点周围紧集之内的区域, $\|s\|$ 是有界的。依照李雅普诺夫理论的扩展, $s(t)$ 是一致最终有界的(UUB), 即 e 收敛到零的一个任意小邻域内。

3.2 快变子系统控制设计

本文采用线性二次型调节器来控制基座、臂杆全弹性影响下的漂浮基空间机器人的快变子系统, 以同时主动抑制弹性基座与两柔性杆的振动。

将快变子系统写成状态方程形式, 令状态变量

$$\zeta = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}, \text{ 则式(11)改为:}$$

$$\dot{\zeta} = A\zeta + B\tau_f \quad (30)$$

$$\text{式中: } A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\bar{D}_{ff} \bar{K} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_{ff} \end{bmatrix}。$$

如式(30)所示, 快变子系统为线性系统, 利用最优控制方法可将 ζ 调整到零, 从而实现振动的抑制。若将性能指标函数定义为 ζ 和 τ_f 的二次型函数的积分, 求得此函数取最小值时的 τ_f , 则系统可以获得性能最优。

引入如下形式的性能指标函数:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\zeta^T Q \zeta + \tau_f^T R \tau_f) dt \quad (31)$$

式中: $Q \in \mathbf{R}^{10 \times 10}$ 为半正定加权对称阵; $R \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为正定加权对称阵。

为了最小化 J , 控制量应设计为:

$$\tau_f = -R^{-1} B^T P \zeta \quad (32)$$

式中: P 满足下面的 Riccati 代数方程

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (33)$$

4 仿真算例

以图 1 所示模型为例, 其动力学模型为式(2), 采用所提的控制规律式(7)、(20)及(32)和参数自适应调节律式(22), (23), 进行基座、臂杆全弹性空间机器人系统的轨迹跟踪和振动抑制仿真。

系统惯性与结构参数取值为: $l_0=l_1=1.5$ m, $l_2=1.0$ m, $m_0=40$ kg, $J_0=34.17$ kg·m², $\rho_1=3.5$ kg/m, $\rho_2=1.1$ kg/m, $(EI)_1=50$ N·m², $(EI)_2=50$ N·m², $k_x=500$ N/m。

设定 θ_d 分别为: $\theta_{0d}=0$ rad, $\theta_{1d}=\pi/3$ rad, $\theta_{2d}=-\pi/6$ rad。

初始位形分别取为： $\theta(0)=0.1$ rad， $\theta_1(0)=(\pi/3-0.2)$ rad， $\theta_2(0)=(-\pi/6-0.15)$ rad。基座弹簧初始位移为 $x'(0)=0$ 。

设定轨迹追踪过程仿真时间为 $t=30$ s。

图3为基座存在弹性的情况下，采用递归CMAC神经网络自适应控制方案的全柔性臂空间机器人基座与机械臂两关节较 θ (实线)与 θ_d (虚线)。

图4为该控制方案下基座弹性振动情况，弹性位移从初始0.2 s的0.0067 m衰减到零。

图5，图6为两杆一、二阶模态情况，其中 B_1 杆一阶模态从初始1.5 s的0.052 m衰减到零， B_1 杆二阶模态从初始0.2 s的0.0043 m衰减到零； B_2 杆一阶模态从初始0.7 s的0.016 m衰减到零、 B_2 杆二阶模态从初始0.06 s的0.0018 m衰减到零。

图7为 B_2 杆末端位移偏离情况，从初始0.7 s的0.034 m衰减到零。

从仿真结果可以看出：基座与两关节较的实际运动轨迹能很好地跟踪上期望轨迹，具有较高的跟踪精度，同时抑制了基座弹性与两柔性杆的振动。

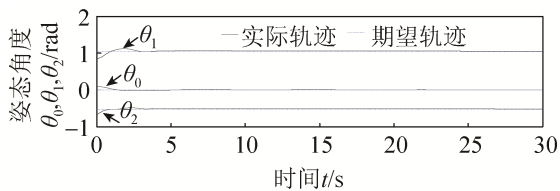


图3 θ 与 θ_d 的轨迹跟踪图
Fig. 3 Trajectory tracking of θ and θ_d

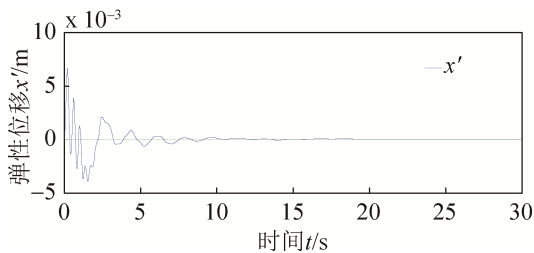
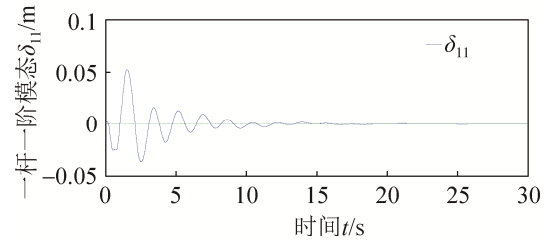
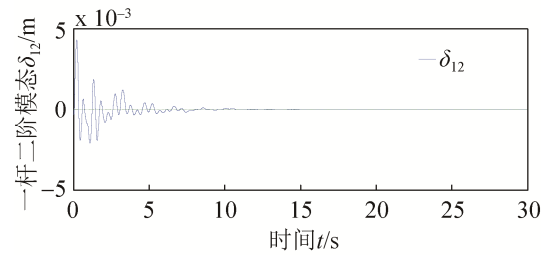


图4 基座弹性位移图
Fig. 4 Elastic displacement of the base

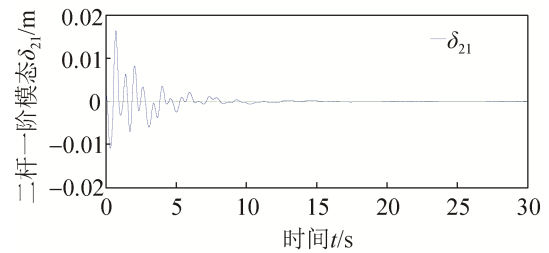


(a) 柔性杆 B_1 的一阶模态

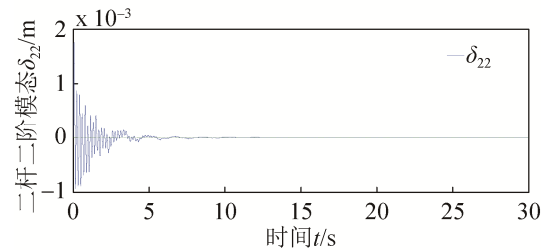


(b) 柔性杆 B_1 的二阶模态

图5 柔性杆 B_1 的模态
Fig. 5 Modal of flexible link B_1



(a) 柔性杆 B_2 的一阶模态



(b) 柔性杆 B_2 的二阶模态

图6 柔性杆 B_2 的模态
Fig. 6 Modal of flexible link B_2

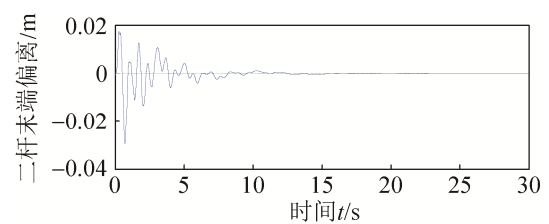


图7 柔性杆 B_2 末端偏离图
Fig. 7 End deviation of flexible link B_2

为了说明抑振方法的有效性, 图 8 仿真了关闭快变子系统控制器 τ_f 之后的基座与两关节铰轨迹跟踪。由于刚性运动与两臂杆柔性振动和基座弹性的强耦合性, 关闭快变控制器后, 基座与两关节铰在前两秒无法准确跟踪 θ_d 。2 s 之后, 控制失效。

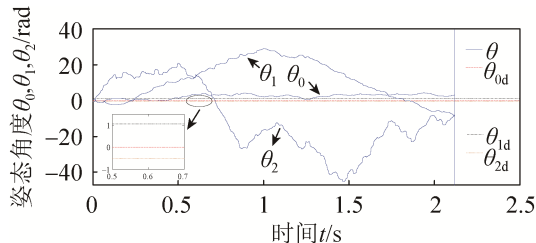


图 8 姿态角的轨迹跟踪图(关闭 τ_f)

Fig. 8 Trajectory tracking of attitude angle (close τ_f)

为了便于定量分析, 本文采用平均绝对误差 MAE(mean average error)这一统计学术语来评价跟踪精度, 其中 $MAE = 1/n \sum_{i=1}^n |e_i|$ 。表 1 为开启与关闭 τ_f 时基座与两关节铰的轨迹跟踪误差对比。从表 1 可以看出, 关闭抑振后, 平均绝对误差将变得非常大, 无法实现轨迹跟踪。

表 1 基座与 2 关节铰轨迹跟踪的平均绝对误差对比

Tab. 1 Comparison of the mean absolute error of trajectory tracking

方法	MAE/rad		
	θ_1	θ_1	θ_2
所提控制方法	0.007 7	0.019 5	0.015 8
关闭 τ_f (前 2s)	2.478 8	12.108 5	19.048 4

为体现本文控制方法的优越性, 将其与计算力矩法进行对比。图 9 为采用计算力矩方法的基座与两关节铰的轨迹跟踪图, 表 2 给出了所提控制方法与计算力矩法的性能指标对比。

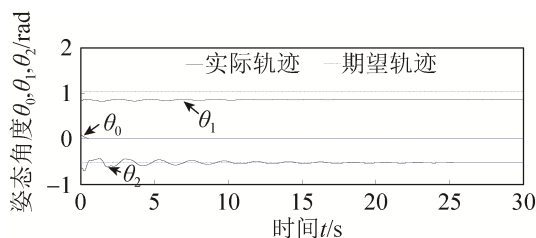


图 9 θ 与 θ_d 的轨迹跟踪图(计算力矩法)

Fig. 9 Trajectory tracking of θ and θ_d (Computed torque method)

表 2 不同控制方法的性能指标对比

Tab. 2 Comparison of performance indexes of different control methods

方法	稳态误差/ $^\circ$			调整时间/s		
	θ_0	θ_1	θ_2	θ_0	θ_1	θ_2
所提控制方法	0.129	0.2932	0.275 7	1.7	3.4	3.3
计算力矩法	0.000 4	5.116	0.078 2	3.7	9.2	19.6

从表 2 中可以看出, 与计算力矩方法相比, 采用所提控制方法时, 虽然两者都是稳定的, 但 θ_1 的稳态误差明显变小, 且 θ_0 、 θ_1 和 θ_2 的调整时间明显变短, 说明了所提控制方法具有准确的跟踪精度和良好的跟踪性能。

5 结论

(1) 本文考虑了弹性基座、两柔性杆之间的多重耦合作用, 推导了存在基座弹性的情况下全柔性臂的动力学方程, 并将其视为双时间尺度系统。

(2) 仿真结果表明: 本文所设计的混合控制规律, 不仅能保证基座存在弹性的全柔性臂空间机器人系统跟踪刚性运动的期望轨迹, 而且能同时主动抑制基座弹性与两柔性杆的振动, 从而改进了控制的动态性能, 克服了惯性参数未知的影响, 达到控制要求。

(3) 本文为理论探索和储备研究, 当硬件条件及相关假设达到要求, 则本控制方案可以实现对实际系统的指导和应用。

参考文献:

- [1] Nanos K, Papadopoulos E. On the use of free-floating space robots in the presence of angular momentum[J]. Intelligent Service Robotics (S1861-2776), 2011, 4(1): 3-15.
- [2] Abad A F, Ma O, Khanh P, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing[J]. Progress in Aerospace Sciences (S0376-0421), 2014, 3(2): 1-26.
- [3] Jarzbowska E, Pietrak K. Constrained mechanical systems modeling and control: A free-floating space manipulator case as a multi-constrained systems[J]. Robotics and Autonomous Systems (S0921-8890), 2014, 62(10): 1353-1360.
- [4] 梁捷, 陈力. 具有时延的漂浮基空间机器人基于泰勒级数预测、逼近的改进非线性反馈控制[J]. 航空学报,

- 2012, 33(1): 163-169.
- Liang Jie, Chen Li. Improved nonlinear feedback control for free-floating space-based robot with time-delay based on predictive and approximation of Taylor series[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(1): 163-169.
- [5] 程靖, 陈力. 空间机器人双臂捕获卫星力学分析及镇定控制[J]. *力学学报*, 2016, 48(4): 832-842.
- Cheng Jing, Chen Li. Mechanical analysis and calm control of dual-arm space robot for capturing a satellite[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(4): 832-842.
- [6] Soltani M, Keshmiri M, Misra A K, et al. Dynamic analysis and trajectory tracking of a tethered space robot[J]. *Acta Astronautica (S0094-5765)*, 2016, 128: 335-342.
- [7] 张丽娇, 陈力. 柔性关节空间机器人自适应模糊鲁棒 H_∞ 控制[J]. *系统仿真学报*, 2017, 29(6): 1223-1228.
- Zhang Lijiao, Chen Li. Adaptive Fuzzy Robust H_∞ Control of Flexible-joint Space Robot[J]. *Journal of System Simulation*, 2017, 29(6): 1223-1228.
- [8] 高欣, 孙汉旭, 杜明涛, 等. 考虑在轨运动可靠性的空间机械臂关节力矩优化方法[J]. *宇航学报*, 2016, 37(7): 784-794.
- Gao Xin, Sun Hanxu, Du Mingtao, et al. A joint torque optimization method for space manipulators considering the in-orbit motion reliability[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(7): 784-794.
- [9] Joono C, Wan K C, Youngil Y. Fast suppression of vibration for multi-link flexible robots using parameter adaptive control[C]. *Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 29-November 03, 2001, Maui, Hawaii, USA: IEEE Xplore, 2001: 913-918.
- [10] Wang C Q, Wu P F, Zhou X, et al. Composite Sliding Mode Control for a Free-Floating Space Rigid-Flexible Coupling Manipulator System[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems (S1729-8806)*, 2013, 10(124): 1-11.
- [11] Yu X Y, Chen L. Singular perturbation adaptive control and vibration suppression of free-flying flexible space manipulators[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science (S0954-4062)*, 2015, 229(11): 1989-1991.
- [12] Evans L. Canadian space robotics on board the international space station[C]. 2005 CCToMM Symposium on Mechanism, Machines, and Mechatronics. Canadian Space Agency, Montreal. Canada: Canadian Committee for the Theory of Machines and Mechanisms, 2005: 26-27.
- [13] Yang B J, Calise A J, Craig J I. Adaptive output feedback control of a flexible base manipulator[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics (S0731-5090)*, 2007, 30(4): 1068-1080.