

12-12-2019

Joint Resource Partitioning and Offloading Analysis in Heterogeneous Ultra-Dense Networks

Zhen Yan

1. Key Laboratory of Optical Communication and Networks, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; ;2. State Grid Information & Telecommunication Co. Ltd, Beijing 102200, China;;

Jiangpan Shi

1. Key Laboratory of Optical Communication and Networks, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; ;

Qiaoshou Liu

1. Key Laboratory of Optical Communication and Networks, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; ;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Joint Resource Partitioning and Offloading Analysis in Heterogeneous Ultra-Dense Networks

Abstract

Abstract: *For the problem of load balancing between macro base station and small base station in heterogeneous ultra-dense networks, a general offloading framework is proposed based on the distance between users and the nearest base station. By partitioning network spectrum resource and using stochastic geometry, the expression of coverage probability and average ergodic rate of users in the fixed region and the random region are deduced on the basis of guaranteeing the quality of service of the macro users offloaded. The simulation results show that the combination of resource partitioning and offloading effectively improves the coverage probability and average ergodic rate of users while alleviating the congestion of the macro base stations. This provides an important theoretical basis for virtually deployment of networks.*

Keywords

ultra-density networks, stochastic geometry, load balancing, resource partitioning

Recommended Citation

Zhen Yan, Shi Jiangpan, Liu Qiaoshou. Joint Resource Partitioning and Offloading Analysis in Heterogeneous Ultra-Dense Networks[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(8): 1653-1663.

异构超密度网络中联合资源划分和卸载分析

甄岩^{1,2}, 史江盼¹, 刘乔寿¹

(1. 光通信与网络重点实验室, 重庆邮电大学, 重庆 400065; 2. 国网信息通信产业集团有限公司, 北京 102200)

摘要: 针对异构超密度网络中宏基站和小基站之间负载不均衡问题, 提出了一种基于用户与最近基站间距离的通用卸载框架。通过划分网络频谱资源, 并利用随机几何, 在保证被卸载宏用户服务质量的基础上, 进一步推导出处于固定区域以及处于随机区域用户的覆盖概率和平均遍历速率表达式。仿真结果表明, 采用资源划分与卸载相结合的方法在有效缓解宏基站拥塞的同时也提高了用户的覆盖概率和平均遍历速率, 进而为实际网络的部署提供了重要理论依据。

关键词: 超密度网络; 随机几何; 负载均衡; 资源划分

中图分类号: TN929.5 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2019) 08-1653-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0298

Joint Resource Partitioning and Offloading Analysis in Heterogeneous Ultra-Dense Networks

Zhen Yan^{1,2}, Shi Jiangpan¹, Liu Qiaoshou¹

(1. Key Laboratory of Optical Communication and Networks, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

2. State Grid Information & Telecommunication Co. Ltd, Beijing 102200, China)

Abstract: For the problem of load balancing between macro base station and small base station in heterogeneous ultra-dense networks, a general offloading framework is proposed based on the distance between users and the nearest base station. By partitioning network spectrum resource and using stochastic geometry, the expression of coverage probability and average ergodic rate of users in the fixed region and the random region are deduced on the basis of guaranteeing the quality of service of the macro users offloaded. The simulation results show that the combination of resource partitioning and offloading effectively improves the coverage probability and average ergodic rate of users while alleviating the congestion of the macro base stations. This provides an important theoretical basis for virtually deployment of networks.

Keywords: ultra-density networks; stochastic geometry; load balancing; resource partitioning

引言

随着智能设备的快速发展, 用户对移动数据的需求呈爆炸式增长。基站致密化是满足 5G 无

线网络需求的有效方法之一^[1]。在 5G 网络中, 小基站的部署密度远大于宏基站密度。其中, 超密度网络是在已有宏基站的基础上, 引入一些低功率的小基站(微小区、家庭基站以及各种接入点)用于扩大系统容量、卸载宏基站负载以及提高边缘用户的服务质量^[2]。但是低功率小基站相比于宏基站的覆盖面积很小, 卸载到小基站的用



收稿日期: 2017-06-29 修回日期: 2017-08-16;
基金项目: 国家自然科学基金(61371097), 重庆市教委科学技术研究项目(KJ1704095), 重庆高校创新团队建设计划资助项目(CXTDX201601020);
作者简介: 甄岩(1982-), 男, 北京, 博士, 高工, 研究方向为电力物联网研发等。

<http://www.china-simulation.com>

• 1653 •

站层的拥塞情况^[3]。这种用户负载差异问题不仅导致网络速率分布达不到最优，而且轻负载小基站也会对用户通信产生一定干扰，进而导致用户的服务质量下降。

为了均衡异构无线网络中宏基站与小基站之间的负载，将用户主动卸载到低功率小基站进行通信，人为地扩展了小基站的联合区域。在异构网络中小区扩展成为缓解宏基站拥塞的一种有效方法^[4]。文献[5]提出了用户选择能够提供给他最大信号干扰噪声比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)的基站进行通信。文献[6]引入了联合偏置因子，并提出用户选择能够提供给他最大信号强度的基站进行通信。而文献[7]提出了用户选择接入能够提供给他最大偏置接收功率的基站。文献[8]提出了基于用户与最近基站间距离的联合方法。虽然在一定程度上卸载了部分宏用户，减轻了宏基站拥塞情况，但是卸载到小基站的宏用户的服务质量将得不到保证。因为用户在与小基站通信时接收到的信号强度减弱，并且同频复用引入的层间干扰会显著削减系统容量和恶化异构超密度网络结构的有效性^[9]。

资源划分在保证卸载的宏用户服务质量的基础上为降低异构超密度网络中的层间干扰提供了一种可能性。其中宏基站在部分频谱资源上服务用户，而在剩余的频谱资源上不服务用户。然而，小基站在被宏基站关闭的频谱资源上服务被卸载的宏用户，从而保证被卸载的宏用户免受宏基站干扰。文献[10]提出了一种基于资源分割的框架，其研究结果表明资源分配提高了网络总速率以及小区边缘用户的覆盖概率，但这篇文章的研究背景只限于同构网络。文献[11]讨论了在异构网络中通过资源分配实现吞吐量增益的方法。为了减轻层间干扰，文献[12]提出了部分频谱复用方案，允许宏基站仅复用部分频谱。文献[13]研究了异构无线网络中几乎空白子帧(Almost Blank Subframe, ABS)，以优化 ABS 方案下的网络性能。但是，上述文献没有考虑到被卸载到低功率小基站的宏用户的服

务质量保证问题。

虽然在上述工作中分别讨论了负载均衡和资源划分策略，但是忽略了负载均衡和合理的资源分配策略共同优化的系统研究。文献[14]通过在基站选择过程中增加正偏差，使更多的用户可以选择小基站作为其服务小区。此外，为了保护卸载的用户免受严重的宏基站干扰，引入几乎空白子帧的特定子帧。采用随机几何建模，在文献[15]中基于用户选择能够长期提供给他最大信号强度的基站联合策略，推导出用户的覆盖概率，其中联合讨论了资源划分与卸载。与其不同的是，本文采用基于偏置距离作为用户联合策略的方法产生了一种全新的异构超密度网络建模和分析方法。

针对上述问题，本文提出了一种易于处理的联合资源划分和宏基站卸载框架，以达到均衡网络负载并保护被卸载的宏用户通信质量的目的。首先，利用空间泊松点过程(Poisson point process, p.p.p)分布对 2 层异构超密度网络进行建模，其中每层基站有相同的发射功率和路径衰减指数。其次，为了均衡网络的负载，本文基于用户与最近基站的距离对用户进行服务分区，并且为了减少层间干扰，基站服务不同区域的用户时在不同频谱资源上调度。最后，在开放接入的方式下，基于用户与基站间的偏置距离，推导出超密度网络中小基站、宏基站联合概率和覆盖概率的闭合表达式以及平均遍历速率表达式。

1 系统模型

1.1 网络模型

考虑由超密集部署的小基站、宏基站构成的两层异构超密度网络，小基站、宏基站分别服从强度为 λ_s 、 λ_m 的齐次空间泊松点过程 Φ_s 、 Φ_m ，其发射功率分别为 P_s 、 P_m 。假设网络中的无线信道服从瑞利分布，接收端 y 接收到发射端 x 的信号强度为 $P_x h r^{-\alpha}$ ，其中 P_x 表示为发射端的发射功率， h 为小尺度衰落，且服从均值为 1 的指数分布，即

$h \sim \exp(1)$ 。 $r^{-\alpha}$ 为大尺度衰落, 随机变量 r 为接收端 y 和发射端 x 之间的欧式空间距离, α 为路径衰减指数。当发射端 x 表示为小基站时, 路径衰减指数 $\alpha = \alpha_s$; 当发射端 x 表示为宏基站时, 路径衰减指数 $\alpha = \alpha_m$ 。一般在标准功率损耗传播模型中, 路径衰减指数的取值范围为 $\alpha > 2$ ^[16]。

1.2 信号干扰噪声比

为了标记方便, 通过位置表示用户或基站, 记小基站、宏基站分别为发射端 S 、 M , 用户为接收端 u , 从发射端 S 、 M 到接收端 u 的 SINR 如公式(1)和(2)所示:

$$\text{SINR}_s(S \rightarrow u) = \frac{P_s h_s r^{-\alpha_s}}{I_{s,s} + I_{s,m} + \sigma^2} \quad (1)$$

$$\text{SINR}_m(M \rightarrow u) = \frac{P_m h_m r^{-\alpha_m}}{I_{m,m} + I_{m,s} + \sigma^2} \quad (2)$$

其中

$$I_{s,s} = \sum_{i \in \Phi_s \setminus \{b_{so}\}} P_s R_{si}^{-\alpha_s} g_{si}, I_{s,m} = \sum_{i \in \Phi_m} P_m R_{mi}^{-\alpha_m} g_{mi}$$

$$I_{m,m} = \sum_{i \in \Phi_m \setminus \{b_{mo}\}} P_m R_{mi}^{-\alpha_m} g_{mi}, I_{m,s} = \sum_{i \in \Phi_s} P_s R_{si}^{-\alpha_s} g_{si}$$

式中: σ^2 为噪声功率。 $I_{s,s}$ 表示除通信小基站 b_{so} 以外所有小基站对宏用户的干扰累加和; $I_{s,m}$ 表示所有宏基站对小基站用户的干扰累加和; $I_{m,m}$ 表示除通信宏基站 b_{mo} 以外所有宏基站对宏用户的干扰累加和; $I_{m,s}$ 表示所有小基站对宏用户的干扰累加和; R_{si} , R_{mi} 分别表示用户到第 i 近干扰小基站、宏基站的距离; g_{si} 、 g_{mi} 分别为小基站、宏基站的小尺度衰落。

1.3 用户联合基站分配

假设异构无线网络处于开放接入模式, 用户可以接入到网络中任何一层基站进行通信^[5]。当小基站、宏基站与同一个用户距离相等时, 由于宏基站的发射功率要大于小基站的发射功率, 因此用户接入宏基站能够获取更好的通信质量。但是大量的用户选择宏基站接入, 这将导致小基站与宏基站之间负载不均衡, 浪费网络资源^[17]。因此, 为了均衡无线网络中小基站与宏基站之间的负载, 假设用户

的接入原则是根据其与最近小基站、宏基站之间的距离。在给定集合 U 中每个用户 $u \in U$ 选择与地理位置最近的小基站 S 或者宏基站 M 接入。在开放接入的两层异构超密度网络中, 为了确保宏基站与小基站之间负载均衡, 根据公式(3)的用户选择基站的原则将部分宏用户卸载到最近的小基站进行通信。

$$\begin{cases} U_{s1}, S \rightarrow u, k_1 \|M-u\| \geq \|S-u\| \\ U_{s2}, S \rightarrow u, k_1 \|M-u\| < \|S-u\| < k_2 \|M-u\| \\ U_m, M \rightarrow u, k_2 \|M-u\| \leq \|S-u\| \end{cases} \quad (3)$$

式中: $U_{s1} \cup U_{s2} \cup U_m = U$ 。 k_1 , k_2 分别定义为小基站、宏基站的距离偏置因子, 满足 $k_2 > k_1$ 且 $k_1, k_2 \in (0, 1)$ 。 $\| \cdot \|$ 表示二维空间的欧式距离。当用户到最近宏基站距离与用户到最近小基站距离满足 $k_1 \|M-u\| \geq \|S-u\|$ 或 $k_1 \|M-u\| < \|S-u\| < k_2 \|M-u\|$ 时, 用户选择小基站作为下行链路的通信基站, 用户所属于的集合分别为 U_{s1} , U_{s2} ; 当用户到最近的宏基站的距离与用户到最近小基站的距离满足条件 $k_2 \|M-u\| \leq \|S-u\|$ 时, 用户选择宏基站作为下行链路的通信基站, 其所属集合为 U_m 。在用户与小基站的距离相比于宏基站的偏置距离近的情况下, 用户只能接入到小基站进行通信。

1.4 频谱资源划分

本文考虑归一化后的频谱资源划分方法, 并引入频谱资源划分系数 η , $\eta \in (0, 1)$ 。如果宏基站和小基站都被激活并在相同的频谱资源上发送信号到目标用户, 那么这部分频谱资源称为由两层基站“共享”频谱资源。而剩余的分配给小基站层独立使用的频谱资源表示为“未共享”频谱资源。

为了确保小基站扩展区域内用户的服务质量, 宏基站在未共享频谱资源上关闭其通信, 而小基站在相应的未共享频谱资源上服务扩展范围内的用户。当宏基站、小基站分别服务集合 U_m , U_{s1} 的用户时调度 η 部分的共享频谱资源, 而小基站服务集合 U_{s2} 的用户时则调度剩下的 $1-\eta$ 部

分的未共享频谱资源。联合小基站的用户集合为 $U_s = U_{s1} \cup U_{s2}$ 。

假设用户位于原点。根据 p.p.p 过程模型，用户与空间地理位置最近小基站、宏基站之间的距离 r_s , r_m 的概率密度函数^[18]分别为公式(4)~(5)所示：

$$f_{r_s}(r) = e^{-p\lambda_s \pi r^2} 2\pi r p \lambda_s \quad (4)$$

$$f_{r_m}(r) = e^{-\lambda_m \pi r^2} 2\pi r \lambda_m \quad (5)$$

式中： p 表示小基站密度调节系数。

小基站和宏基站的空分布密度决定了一个典型用户分别属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的概率。

引理 1 定义随机选择一个典型的用户分别属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的概率为联合概率 p_d^{s1u} , p_d^{s2u} 和 p_d^{mu} , 如公式(6)~(8)所示：

$$p_d^{s1u} = k_1^2 p \lambda_s / (\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s) \quad (6)$$

$$p_d^{s2u} = \frac{\lambda_m k_2^2 p \lambda_s - \lambda_m k_1^2 p \lambda_s}{(\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s)(\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s)} \quad (7)$$

$$p_d^{mu} = \lambda_m / (\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s) \quad (8)$$

因此，用户联合小基站概率如公式(9)所示：

$$p_d^{su} = k_2^2 p \lambda_s / (\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s) \quad (9)$$

证明 因为用户和空间最近小基站的距离 r_s 的概率密度函数 $f_{r_s}(r) = e^{-p\lambda_s \pi r^2} 2\pi r p \lambda_s$, 所以计算一个典型用户属于集合 U_{s1} 的概率为 $\mathbb{P}(k_1 r_m \geq r_s)$ 为：

$$\begin{aligned} p_d^{s1u} &= \mathbb{P}(k_1 r_m \geq r_s) = \\ & \mathbb{E} \left[\int_0^{k_1 r} 2\pi p \lambda_s t e^{-\pi p \lambda_s t^2} dt \middle| r \right] = \\ & \int_0^\infty (1 - e^{-\pi p \lambda_s k_1^2 r^2}) 2\pi \lambda_m r e^{-\pi \lambda_m r^2} dr = \\ & \frac{k_1^2 p \lambda_s}{\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s} \end{aligned} \quad (10)$$

同理，可得用户分别属于集合 U_{s2} 和 U_m ，即，联合概率 p_d^{s2u} 和 p_d^{mu} 。证毕

引理 1 证明了用户更偏向于连接到具有更大空间分布密度的基站。进一步分析可得，宏基站距离偏置因子 k_2 决定了用户连接到哪一层基站。当 k_2 越大时，用户联合小基站层的概率越大，意味着宏基站的覆盖区域内用户的平均数量减少，而小基站的扩展区域内用户的平均数量增加。

引理 2 分别属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的一个典型的用户 u 与其通信基站之间距离为 r_{s1u} , r_{s2u} 和 r_{mu} 的概率密度函数，如公式(11)~(13)所示：

$$f_{r_{s1u}}(r) = 2\pi r (\lambda_m / k_1^2 + p \lambda_s) e^{-\pi r^2 (\lambda_m / k_1^2 + p \lambda_s)} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f_{r_{s2u}}(r) &= \\ & 2\pi r \frac{(k_2^2 p \lambda_s + \lambda_m)(\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s)}{\lambda_m k_2^2 - \lambda_m k_1^2} e^{-\pi r^2 \left(p \lambda_s + \frac{\lambda_m}{k_2^2} \right)} - \\ & 2\pi r \frac{(k_1^2 p \lambda_s + \lambda_m)(\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s)}{\lambda_m k_2^2 - \lambda_m k_1^2} e^{-\pi r^2 \left(p \lambda_s + \frac{\lambda_m}{k_1^2} \right)} \end{aligned} \quad (12)$$

$$f_{r_{mu}}(r) = 2\pi r (\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s) e^{-\pi r^2 (\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s)} \quad (13)$$

证明 由于 $r_{s1u} > r$ 等价于属于集合 U_{s1} 中的一个典型用户 u 与最近小基站的距离 $r_s > r$ 的事件，所以 $r_{s1u} > r$ 事件的概率可以表示为公式(14)所示：

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[r_{s1u} > r] &= \mathbb{P}[r_s > r | u \in U_{s1}] = \\ & \frac{\mathbb{P}[r_s > r, u \in U_{s1}]}{\mathbb{P}[u \in U_{s1}]} \end{aligned} \quad (14)$$

式中： $\mathbb{P}[u \in U_{s1}] = p_d^{s1u}$ 来自于引理 1, $r_s > r$ 和 $u \in U_{s1}$ 的联合概率，如公式(15)所示：

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[r_s > r, u \in U_{s1}] &= \mathbb{P}[r_s > r, k_1 r_m \geq r_s] = \\ & \int_r^\infty \mathbb{P}[k_1 r_m \geq x] f_{r_s}(x) dx = \\ & 2\pi p \lambda_s \int_r^\infty e^{-\pi x^2 \left(p \lambda_s + \frac{\lambda_m}{k_1^2} \right)} x dx = \\ & \frac{k_1^2 p \lambda_s}{\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s} e^{-\pi r^2 \left(p \lambda_s + \frac{\lambda_m}{k_1^2} \right)} \end{aligned} \quad (15)$$

然后，将公式(6)和公式(15)代入到公式(14)中，如公式(16)所示：

$$\mathbb{P}[r_{s1u} > r] = \exp(-\pi r^2 (p \lambda_s + \lambda_m / k_1^2)) \quad (16)$$

又因为 r_{s1u} 的累积分布函数为 $F_{r_{s1u}}(r) = 1 - \mathbb{P}[r_{s1u} > r]$, 所以 r_{s1u} 的概率密度函数，如公式(17)所示：

$$f_{r_{s1u}}(r) = 2\pi r (\lambda_m / k_1^2 + p \lambda_s) e^{-\pi r^2 (\lambda_m / k_1^2 + p \lambda_s)} \quad (17)$$

同理，可以得到分别属于集合 U_{s2} 和 U_m 一个典型用户与他的通信基站之间距离 r_{s2u} 和 r_{mu} 的概率密度函数。证毕

2 覆盖概率

当用户距离某一层中最近基站的 SINR 大于门限值 T 时, 表示用户处于基站的覆盖范围内; 当用户距离某一层中最近基站的 SINR 小于门限值 T 时, 表示用户没有处于基站的覆盖范围内, 即, 被网络丢弃^[19]。由于一个典型的用户至多与一个基站通信, 根据总概率定理, 定义对于给定的 SINR 门限值 T 和距离通信基站为 r 的一个典型的用户的覆盖概率^[5]为公式(18)所示:

$$p_k = \mathbb{P}[\text{SINR}_k > T] \quad (18)$$

在异构网络下行链路用户接收的 SINR 大于门限值 T 的概率可以等价地认为是: (1) 随机选择的用户可以达到门限值 T 的概率; (2) 在任何时间达到门限值 T 的用户的平均比例; (3) 接收的 SINR 大于门限值 T 的网络区域的平均比例。

定理 1 分别属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 一个典型用户的覆盖概率, 如公式(19)~(21)所示:

$$p_{s1}(T, \alpha_s, \alpha_m) = 2\pi(\lambda_m/k_1^2 + p\lambda_s) \times \int_0^\infty e^{-\pi r^2 \left[p\lambda_s(1+\rho(T, \alpha_s)) + \frac{\lambda_m}{k_1^2} \left(1 + \rho \left(\frac{P_m T r^{\alpha_s} k_1^{\alpha_m}}{P_s r^{\alpha_m}}, \alpha_m \right) \right) \right]} \times e^{\frac{T r^{\alpha_s} \sigma^2}{P_s}} r dr \quad (19)$$

$$p_{s2}(T, \alpha_s, \alpha_m) = \frac{2\pi(k_2^2 p\lambda_s + \lambda_m)(\lambda_m + k_1^2 p\lambda_s)}{\lambda_m k_2^2 - \lambda_m k_1^2} \times \int_0^\infty e^{-\pi r^2 (p\lambda_s(1+\rho(T, \alpha_s)))} (e^{-\pi r^2 \lambda_m/k_2^2} - e^{-\pi r^2 \lambda_m/k_1^2}) e^{\frac{T r^{\alpha_s} \sigma^2}{P_s}} r dr \quad (20)$$

$$p_m(T, \alpha_s, \alpha_m) = 2\pi(\lambda_m + k_2^2 p\lambda_s) \times \int_0^\infty e^{-\pi r^2 \left[\lambda_m(1+\rho(T, \alpha_m)) + p\lambda_s k_2^2 \left(1 + \rho \left(\frac{P_s T r^{\alpha_m}}{P_m (k_2 r)^{\alpha_s}}, \alpha_s \right) \right) \right]} \times e^{\frac{T r^{\alpha_m} \sigma^2}{P_m}} r dr \quad (21)$$

式中: $\rho(T, \alpha) = T^{2/\alpha} \int_{T^{-2/\alpha}}^\infty 1/(1+u^{\alpha/2}) du$; p_{s1} , p_{s2} 和 p_m 分别表示为属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的一个典型用户的覆盖概率。

证明 见附录 A。

证毕

定理 1 给出了一个最常见的覆盖概率表达式。由于在基站覆盖范围的内部, 噪声功率相比于用户的期望信号功率很小, 即, 更高的信号干扰比(Signal to Interference Ratio, SIR); 而在小

区边缘, 干扰功率比噪声功率大, 即, 更高的干扰噪声比(Interference to Noise Ratio, INR), 所以, 在超密度网络分析中, 一般忽略噪声^[19]。在干扰受限的超密度网络中, 覆盖概率表达式进一步简化为给定在推论 1 中的非常简单的闭合形式表达式。

推论 1 当在异构超密度网络中忽略噪声时, 即 $\sigma^2 \rightarrow 0$, 分别属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的一个典型用户的覆盖概率表达式简化为公式(22)~(24)所示:

$$p_{s1}(T, \alpha_s, \alpha_m) = 2\pi(\lambda_m/k_1^2 + p\lambda_s) \times \int_0^\infty e^{-\pi r^2 \left[p\lambda_s(1+\rho(T, \alpha_s)) + \frac{\lambda_m}{k_1^2} \left(1 + \rho \left(\frac{P_m T r^{\alpha_s} k_1^{\alpha_m}}{P_s r^{\alpha_m}}, \alpha_m \right) \right) \right]} r dr \quad (22)$$

$$p_{s2}(T, \alpha_s, \alpha_m) = \left(1 + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p\lambda_s} \right) \left(1 + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p\lambda_s} \right) / \left(\left(1 + \rho(T, \alpha_s) + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p\lambda_s} \right) \left(1 + \rho(T, \alpha_s) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p\lambda_s} \right) \right) \quad (23)$$

$$p_m(T, \alpha_s, \alpha_m) = 2\pi(\lambda_m + k_2^2 p\lambda_s) \times \int_0^\infty e^{-\pi r^2 \left[\lambda_m(1+\rho(T, \alpha_m)) + p\lambda_s k_2^2 \left(1 + \rho \left(\frac{P_s T r^{\alpha_m}}{P_m (k_2 r)^{\alpha_s}}, \alpha_s \right) \right) \right]} r dr \quad (24)$$

从公式(22)~(24)中可以看出, 一个典型用户的覆盖概率与基站的空分布密度、基站的发射功率以及门限值 T 相关。

推论 2 当 $\sigma^2 \rightarrow 0$ 和 $\alpha_s = \alpha_m = \alpha$ 时, 分别属于集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的一个典型用户的覆盖概率表达式简化为公式(25)~(27)所示:

$$p_{s1}(T, \alpha) = \left(1 + \lambda_m / (k_1^2 p\lambda_s) \right) / \left(1 + \rho(T, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p\lambda_s} \left(1 + \rho \left(\frac{P_m T k_1^\alpha}{P_s}, \alpha \right) \right) \right) \quad (25)$$

$$p_{s2}(T, \alpha) = \left(1 + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p\lambda_s} \right) \left(1 + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p\lambda_s} \right) / \left[\left(1 + \rho(T, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p\lambda_s} \right) \left(1 + \rho(T, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p\lambda_s} \right) \right] \quad (26)$$

$$p_m(T, \alpha) = \left(1 + \lambda_m / (k_2^2 p\lambda_s) \right) / \left(1 + \rho \left(\frac{P_s T}{P_m k_2^\alpha}, \alpha \right) + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p\lambda_s} (1 + \rho(T, \alpha)) \right) \quad (27)$$

一个典型用户的覆盖概率可作为特征化网络覆盖性能的度量标准。由于一个典型用户至多可与一

个基站进行通信, 所以基于引理 1 和定理 1, 一个典型用户的覆盖概率表达式在下面定理 2 中给出。

定理 2 在异构超密度网络中, 给定一个处于随机位置的典型用户的覆盖概率表达式, 如公式(28)所示:

$$P_{tot} = P_d^{s1u} P_{s1} + P_d^{s2u} P_{s2} + P_d^{mu} P_m \quad (28)$$

当 $\sigma^2 \rightarrow 0$ 和 $\alpha_s = \alpha_m = \alpha$ 时, 一个典型用户的覆盖概率表达式简化为公式(29)所示:

$$P_{tot} = \frac{1}{1 + \rho(T, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p \lambda_s} \left(1 + \rho \left(\frac{P_m T k_1^\alpha}{P_s}, \alpha \right) \right)} + \frac{\lambda_m / (k_1^2 p \lambda_s) - \lambda_m / (k_2^2 p \lambda_s)}{\left(1 + \rho(T, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p \lambda_s} \right) \left(1 + \rho(T, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p \lambda_s} \right)} + \frac{1}{1 + \rho(T, \alpha) + \frac{k_2^2 p \lambda_s}{\lambda_m} \left(1 + \rho \left(\frac{P_s T}{P_m k_2^\alpha}, \alpha \right) \right)} \quad (29)$$

从上述定理可以看出, 用户接收的 SIR 与本文模型中分配给用户的频谱资源是相互独立的, 表明用户的覆盖概率与频谱资源划分系数 η 的大小无关。

3 平均遍历速率

根据文献[20], 定义两层基站类型的异构无线网络下行链路中一个典型用户的平均遍历速率, 如公式(30)所示:

$$R_k = \mathbb{E}[\ln(1 + \text{SINR}_k)] \quad (30)$$

定理 3 分别属于集合 U_{s1} 、 U_{s2} 和 U_m 的一个典型用户的平均遍历速率表达式给定为如公式(31)~(33)所示:

$$R_{s1} = 2\pi \left(\lambda_m / k_1^2 + p \lambda_s \right) \cdot \int_{r>0} \int_{t>0} e^{-\frac{(e^t-1)r^{\alpha_s} \sigma^2}{P_s}} \cdot e^{-\pi^2 \left[p \lambda_s (1 + \rho(e^t-1, \alpha_s)) + \frac{\lambda_m}{k_1^2} \left(1 + \rho \left(\frac{P_m (e^t-1) r^{\alpha_s} k_1^{\alpha_m}}{P_s r^{\alpha_m}}, \alpha_m \right) \right) \right]} dt dr \quad (31)$$

$$R_{s2} = \frac{(k_2^2 p \lambda_s + \lambda_m)(\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s)}{\lambda_m k_2^2 - \lambda_m k_1^2} \int_{r>0} \int_{t>0} e^{-\frac{(e^t-1)r^{\alpha_s} \sigma^2}{P_s}} \times e^{-\pi^2 (p \lambda_s (1 + \rho(e^t-1, \alpha_s)))} (e^{-\pi^2 \lambda_m / k_2^2} - e^{-\pi^2 \lambda_m / k_1^2}) 2\pi dt dr \quad (32)$$

$$R_m = 2\pi (\lambda_m + k_2^2 p \lambda_s) \cdot \int_{r>0} \int_{t>0} e^{-\frac{(e^t-1)r^{\alpha_m} \sigma^2}{P_m}} \times e^{-\pi^2 \left[\lambda_m (1 + \rho(e^t-1, \alpha_m)) + p \lambda_s k_2^2 \left(1 + \rho \left(\frac{P_s (e^t-1) r^{\alpha_m}}{P_m (k_2 r)^{\alpha_s}}, \alpha_s \right) \right) \right]} dt dr \quad (33)$$

推论 3 当 $\sigma^2 \rightarrow 0$ 和 $\alpha_s = \alpha_m = \alpha$ 时, 分别属于集合 U_{s1} 、 U_{s2} 和 U_m 的一个典型用户的平均遍历速率表达式简化为公式(34)~(36)所示:

$$R_{s1} = \int_0^\infty \left(1 + \lambda_m / (k_1^2 p \lambda_s) \right) / \left(1 + \rho(e^t-1, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p \lambda_s} \left(1 + \rho \left(\frac{P_m (e^t-1) k_1^\alpha}{P_s}, \alpha \right) \right) \right) dt \quad (34)$$

$$R_{s2} = \int_0^\infty \left(1 + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p \lambda_s} \right) \left(1 + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p \lambda_s} \right) / \left(\left(1 + \rho(e^t-1, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_2^2 p \lambda_s} \right) \cdot \left(1 + \rho(e^t-1, \alpha) + \frac{\lambda_m}{k_1^2 p \lambda_s} \right) \right) dt \quad (35)$$

$$R_m = \int_0^\infty \frac{1 + \lambda_m / (k_2^2 p \lambda_s)}{1 + \rho \left(\frac{P_s (e^t-1)}{P_m k_2^\alpha}, \alpha \right) + \frac{\lambda_m (1 + \rho(e^t-1, \alpha))}{k_2^2 p \lambda_s}} dt \quad (36)$$

基于引理 1 和定理 3, 一个典型用户的平均遍历速率表达式在下面的定理 4 中给出。

定理 4 在异构超密度网络中, 一个典型用户的平均遍历速率表达式给定为如公式(37)所示:

$$R = P_d^{s1u} R_{s1} + P_d^{s2u} R_{s2} + P_d^{mu} R_m \quad (1)$$

当 $\sigma^2 \rightarrow 0$ 和 $\alpha_s = \alpha_m = \alpha$ 时, 一个处于随机位置的典型用户的覆盖概率表达式简化如公式(38)所示:

$$R = \int_0^\infty \frac{1}{1 + \rho(e^t-1, \alpha) + A \left(1 + \rho \left(\frac{P_m (e^t-1)}{k_1^\alpha P_s}, \alpha \right) \right)} dt + \int_0^\infty \frac{(A-B)}{(1 + \rho(e^t-1, \alpha) + B)(1 + \rho(e^t-1, \alpha) + A)} dt + \int_0^\infty \frac{1}{1 + \rho(e^t-1, \alpha) + \frac{1}{B} \left(1 + \rho \left(\frac{P_s (e^t-1)}{P_m k_2^\alpha}, \alpha \right) \right)} dt \quad (38)$$

式中: $A = \lambda_m / (k_1^2 p \lambda_s)$ 和 $B = \lambda_m / (k_2^2 p \lambda_s)$ 。

证明: 见附录 B。

证毕

4 数值结果与分析

本文采用 MATLAB 仿真平台对所提出的基于用户与最近基站间距离的联合频谱资源划分和宏基站卸载机制的性能进行验证, 并通过蒙特卡洛方法仿真得到引理 1 中用户属于不同区域的联合概率和定理 2 中处于随机位置用户的覆盖概率。除特别说明以外, 本文具体的仿真参数如表 1 所示^[21]。

表 1 仿真参数设置
Tab. 1 Simulation parameters

序号	参数	量值
1	小基站空间分布密度 λ_s	$8 \times 10^{-5}/(\text{个}/\text{m}^2)$
2	宏基站空间分布密度 λ_m	$1 \times 10^{-6}/(\text{个}/\text{m}^2)$
3	小基站发射功率 P_s	23 /dBm
4	宏基站发射功率 P_m	43 /dBm
5	路径衰减指数 α	4
6	小基站密度调节系数 p	1
7	SIR 门限值 T	5/dB
8	小基站距离偏置因子 k_1	0.15
9	宏基站距离偏置因子 k_2	0.35

图 1 给出了用户分别属于 3 个不相交的集合 U_{s1} , U_{s2} 和 U_m 的概率与距离偏置因子 k_2 之间的关系。从图中可以看出, 当 $k_2=0.1$ 时, 用户属于集合 U_{s2} 的概率为 0, 随着距离偏置因子 k_2 的不断增大, 用户属于集合 U_{s2} 的概率不断增大, 用户属于集合 U_m 的概率不断减小, 而用户属于集合 U_{s1} 的概率与距离偏置因子 k_2 无关; 当 $k_2 \approx 0.11$ 时, 用户联合小基站和宏基站的概率基本相等; 当 $k_2=1$ 时, 即用户选择距其地理位置最近的基站接入, 这时用户联合宏基站的概率低于 2%, 是因为在异构超密度网络中, 宏基站的空间分布密度远远小于小基站的空间分布密度; 当 $k_2 \rightarrow \infty$ 时, 用户选择宏基站的概率基本为 0。从上面分析可以得出, 宏基站距离偏置因子 k_2 的不断增大将导致宏基站卸载越来越多的用户到小基站进行通信。因此, 其明显提高了小基站的利用率, 并有效缓解了宏基站的拥塞。

图 2 比较了在给定 SIR 门限值 T 时一个处于随机位置的用户的覆盖概率, 在不考虑噪声的影响下, 假设 $k_1=0.1$ 。用户的覆盖概率关于门限值 T 单

调递减。这意味着门限值 T 越高时, 成功与基站通信的用户数量越少。当频谱资源划分存在时, 用户的覆盖概率较无频谱资源划分时更大。因为频谱资源划分存在时, 干扰减轻使得被卸载的宏用户受到了一定程度的保护。与文献[22]提出的反向频谱分配方案相比, 本文的频谱资源划分方案使得用户的覆盖概率更优。因为反向频谱分配方案虽然以增大干扰节点的距离来缓解两层基站之间的干扰, 但是由于宏基站和小基站复用相同的频谱资源, 所有用户在通信时依然受到小基站和宏基站干扰。而本文集合 U_{s2} 中用户只受小基站干扰。因此, 只有当频谱合理分配时, 才能更好地保证用户的服务质量。

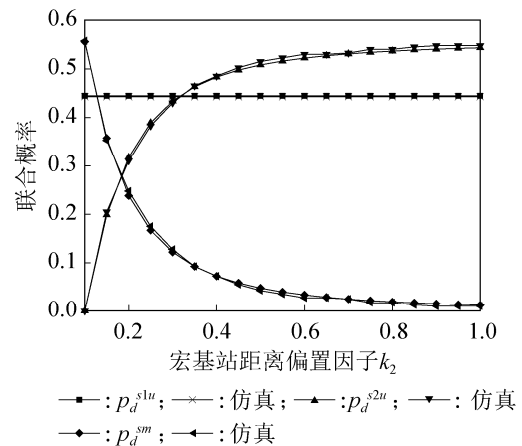


图 1 距离偏置因子 k_2 对联合概率的影响

Fig. 1 Effect of distance bias factor k_2 on association probability

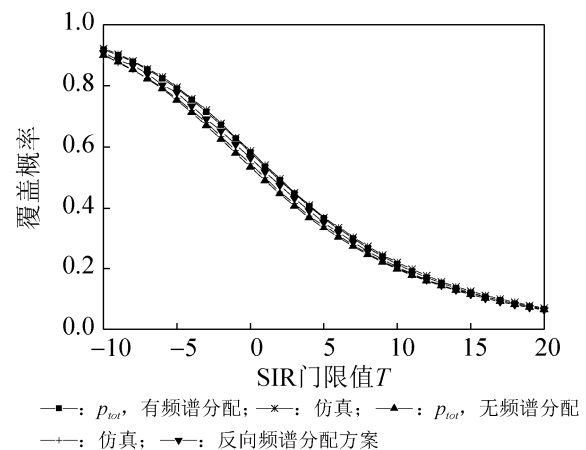


图 2 频谱资源划分对覆盖概率的影响

Fig. 2 Effect of spectrum resource partitioning on coverage probability

图 3 表明了宏基站距离偏置因子 k_2 对用户的覆盖概率的影响。当无频谱资源划分时, 通过宏基站距离偏置因子 k_2 将部分宏用户主动地卸载到小基站得到的覆盖概率不是最佳的。这是因为用户总是选择与提供给他较低 SIR 的小基站进行通信。另一方面, 当频谱资源划分存在时, 小基站为了保护被卸载到小基站通信的宏用户的服务质量, 所以选择在未共享频谱资源上对卸载的宏用户进行服务, 让其免受宏基站干扰。在这种情况下, 当小基站的空间分布密度不断增加时, 对于卸载到小基站的宏用户受到小基站层的干扰强度增大, 因此最优的宏基站距离偏置因子 k_2 被迫减小。

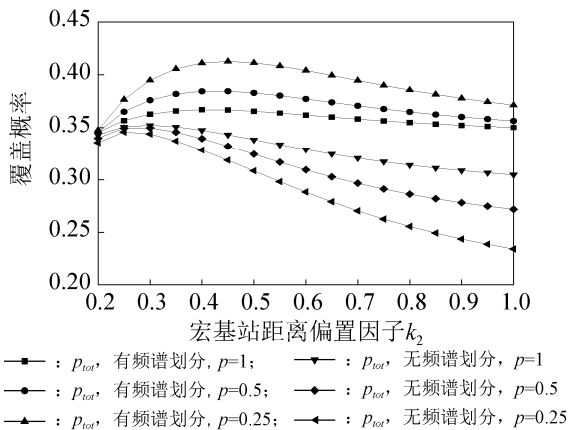
图 3 距离偏置因子 k_2 对覆盖概率的影响Fig. 3 Effect of distance bias factor k_2 on coverage probability

图 4 给出了当小基站距离偏置因子 k_1 一定时, 宏基站距离偏置因子 k_2 对用户平均遍历速率的影响。宏基站距离偏置因子 k_2 对用户平均遍历速率的影响与对覆盖概率的影响效果一致。当频谱资源划分不存在时, 可以看出宏基站距离偏置因子 k_2 让用户获得次优的平均遍历速率; 而当频谱资源划分存在时, 用户能够获得最优的平均遍历速率。用户的最优平均遍历速率随着小基站密度的不断变大而减小, 并且最佳的宏基站距离偏置因子 k_2 也减小。

图 5 描述了小基站的空间分布密度对覆盖概率的影响。假定异构超密度网络中的宏基站和小基站应用相同的路径衰减指数 α 。当小基站的空间分布密度不断变大时, 与小基站通信的用户的覆盖概

率逐渐降低, 而与宏基站通信的用户的覆盖概率不断增大。这是因为随着小基站空间分布密度增加, 更多宏小区边缘用户将被卸载到小基站, 导致与宏基站通信的用户的覆盖概率变大; 虽然用户与小基站通信的距离减小, 但是受到的干扰强度占主导因素。又因为 $k_2=0.35$ 时, 用户选择小基站的概率远大于宏基站的概率, 所以最终使得处于随机位置的用户的覆盖概率逐渐降低。当无线网络中的小基站和宏基站经历较高的路径衰减时, 用户的覆盖概率增大。直观理解为, 更高的路径衰减削减了小基站和宏基站之间的干扰, 使得小基站层更加隔离宏层。

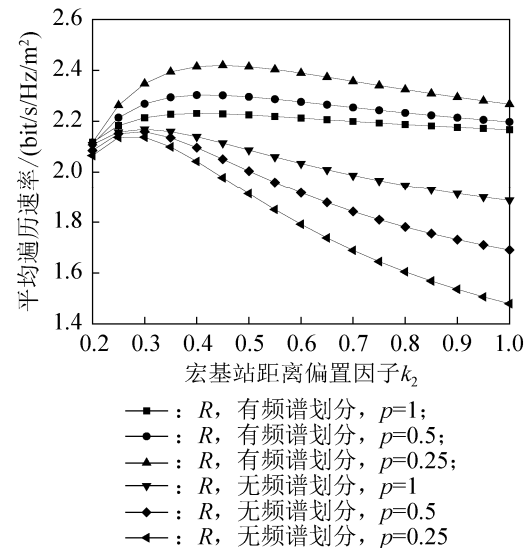
图 4 距离偏置因子 k_2 对平均遍历速率的影响Fig. 4 Effect of distance bias factor k_2 on average ergodic rate

图 6 表明了小基站的空间分布密度对用户的平均遍历速率的影响。随着距离偏置因子 k_1 增加, 存在频谱资源划分时, 用户属于集合 U_{s1} 的概率增大, 导致区域边缘的用户与小基站的距离增加, 又因为属于集合 U_{s1} 的用户被小基站在共享频谱资源上服务, 所以用户的平均遍历速率减小; 不存在频谱资源划分时, 用户始终被小基站在共享频谱资源上服务, 并且当距离偏置因子 k_1 增加时, 属于集合 U_{s2} 的部分用户会分配到集合 U_{s1} , 而属于集合 U_{s1} 的用户距离小基站更近, 所以用户的平均遍历速率增大。

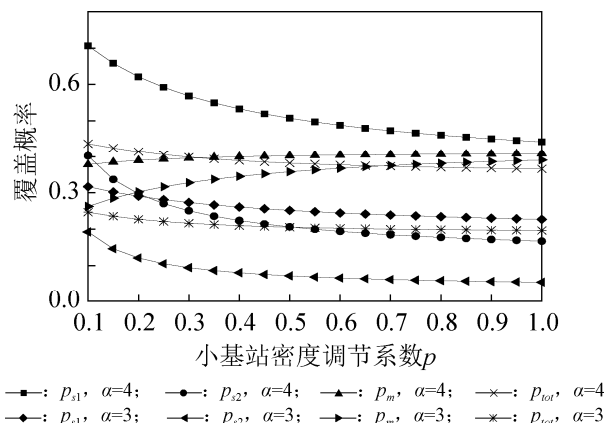


图 5 小基站密度对覆盖概率的影响
Fig. 5 Effect of density of Small base station on coverage probability

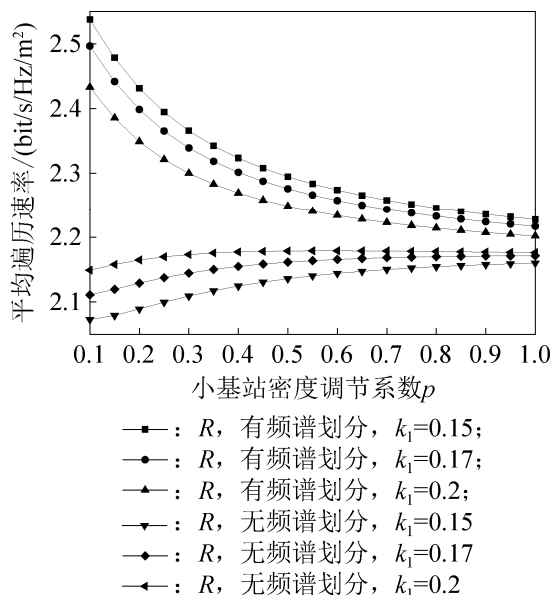


图 6 距离偏置因子 k_1 对平均遍历速率的影响
Fig. 6 Effect of distance bias factor k_1 on average ergodic rate

5 结论

本文对于研究两层异构超密度网络中联合频谱资源划分和宏基站卸载提拱了一个理论分析框架。该框架通过比较用户与最近小基站、宏基站之间的距离对用户联合基站进行区域划分,并对频谱资源划分为共享资源和未共享资源,以解决宏基站拥塞、卸载宏用户时导致的宏用户服务质量下降等问题。数值结果表明,通过距离偏置主动地将部分宏基站的用户卸载到小基站进行通信获得的性能不是最佳的,并明确了将负载均衡与频谱资源划分

相结合能有效平衡网络负载的同时保证被卸载用户的通信质量。因本文的仿真验证环境较为理想,所以其理论实用性将在今后的研究中进一步检验。

参考文献:

- [1] Kamel M, Hamouda W, Youssef A. Ultra-Dense Networks: A Survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials (S1553-877X), 2016, 18(4): 2522-2545.
- [2] Ge X H, Tu S, Mao G Q, et al. 5G Ultra-Dense Cellular Networks[J]. IEEE Wireless Communications (S1536-1284), 2016, 23(1): 72-79.
- [3] Singh S, Andrews J G, Veciana G D. Interference Shaping for Improved Quality of Experience for Real-Time Video Streaming[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications (S0733-8716), 2012, 30(7): 1259-1269.
- [4] Luo T, Vajapeyam M, Yoo T, et al. A Survey on 3GPP Heterogeneous Networks[J]. IEEE Wireless Communications (S1536-1284), 2011, 18(3): 10-21.
- [5] Dhillon H S, Ganti R K, Baccelli F, et al. Modeling and Analysis of k-Tier Downlink Heterogeneous Cellular Networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications (S0733-8716), 2012, 30(3): 550-560.
- [6] Singh S, Zhang X C, Andrews J G. Joint rate and SINR Coverage Analysis for Decoupled Uplink-Downlink Biased Cell Associations in HetNets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications (S1536-1276), 2015, 14(10): 5360-5373.
- [7] Khwandah S, Cosmas J, Glover I A, et al. An Enhanced Cognitive Femtocell Approach for Co-Channel Downlink Interference Avoidance[J]. IEEE Wireless Communications (S1536-1284), 2016, 23(6): 132-139.
- [8] Moon A, Malik S, Kim B, et al. Cell Range Expansion and Time Partitioning for Enhanced Inter-cell Interference Coordination in Heterogeneous Network[C]. System Sciences (HICSS), 2014 47th Hawaii International Conference on, Waikoloa, HI, USA: IEEE, 2014: 5109-5113.
- [9] Shgluof I, Ismail M, Nordin R. Semi-Clustering of Victim-Cells Approach for Interference Management in Ultra-Dense Femtocell Networks[J]. IEEE Access (S2169-3536), 2017, 5: 9032-9043.
- [10] Novlan T D, Ganti R K, Ghosh A, et al. Analytical Evaluation of Fractional Frequency Reuse for OFDMA Cellular Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications (S1536-1276), 2011, 10(12):

- 4294-4305.
- [11] Cierny M, Wang H N, WICHMA R, et al. On Number of Almost Blank Subframes in Heterogeneous Cellular Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications (S1536-1276), 2013, 12(10): 5061-5073.
- [12] Chai X M, Zhang Z S, Long K P. Joint Spectrum-Sharing and Base Station Sleep Model for Improving Energy Efficiency of Heterogeneous Networks[J]. IEEE Systems Journal (S1932-8184), 2015, PP(99): 1-11.
- [13] Yao K L, Wu Q H, Xu Y H, et al. Distributed ABS-Slot Access in Dense Heterogeneous Networks: A Potential Game Approach with Generalized Interference Model [J]. IEEE Access (S2169-3536), 2017, 5: 94-104.
- [14] Dhungana Y, Tellambura C. Multichannel Analysis of Cell Range Expansion and Resource Partitioning in Two-Tier Heterogeneous Cellular Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications (S1536-1276), 2016, 15(3): 2394-2406.
- [15] Jia C L, Lim T J. Resource Partitioning and User Association with Sleep-Mode Base Stations in Heterogeneous Cellular Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications (S1536-1276), 2015, 14(7): 3780-3793.
- [16] Zhang T K, Zhao J J, An L, et al. Energy Efficiency of Base Station Deployment in Ultra Dense HetNets: A Stochastic Geometry Analysis[J]. IEEE Wireless Communications Letters (S2162-2337), 2016, 5(2): 184-187.
- [17] Feng J Y, Feng Z Y, Wei Z Q. Load-Aware Offloading Strategy in Two-Tier Heterogeneous Network[J]. China Communications (S1673-5447), 2016, 13(8): 148-158.
- [18] Liu C, Natarajan B, Xia H X. Small Cell Base Station Sleep Strategies for Energy Efficiency[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology (S0018-9545), 2016, 65(3): 1652-1661.
- [19] Muhammad F, Abbas Z H, Li F Y. Cell Association with Load Balancing in Nonuniform Heterogeneous Cellular Networks: Coverage Probability and Rate Analysis[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology (S0018-9545), 2017, 66(6): 5241-5255.
- [20] Andrews J G, Baccelli F, Ganti R K. A Tractable Approach to Coverage and Rate in Cellular Networks[J]. IEEE Transactions on Communications (S0090-6778), 2011, 59(11): 3122-3134.
- [21] Cheung W C, Quek T Q S, Kountouris, M. Throughput

Optimization, Spectrum Allocation, and Access Control in Two-Tier Femtocell Networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications (S0733-8716), 2012, 30(3): 561-574.

- [22] Abbas Z H, Muhammad F, Jiao L. Analysis of Load Balancing and Interference Management in Heterogeneous Cellular Networks[J]. IEEE Access (S2169-3536), 2017, 5: 14690-14705.

附录 A

属于集合 U_{s1} 用户的覆盖概率如公式(39)所示:

$$p_{s1}(T, \alpha_s, \alpha_m) = \mathbb{E}_r \left[\mathbb{P} \left[\text{SINR}_s > T \mid u \in U_{s1} \right] \right] = \int_0^\infty \mathbb{P} \left[\frac{P_s h r^{-\alpha_s}}{\sigma^2 + I_{s,s} + I_{s,m}} > T \right] f_{r_{s1u}}(r) dr = \frac{\lambda_m + k_1^2 p \lambda_s}{k_1^2} \int_0^\infty \mathbb{P} \left[h > \frac{Tr^{\alpha_s} (\sigma^2 + I_{s,s} + I_{s,m})}{P_s} \right] e^{-\pi r^2 (\lambda_m/k_1^2 + p\lambda_s)} 2\pi r dr \quad (39)$$

因为 $h_s \sim \exp(1)$, 所以覆盖概率表达式为:

$$\mathbb{P} \left[h > Tr^{\alpha_s} (\sigma^2 + I_{s,s} + I_{s,m}) / P_s \right] = \mathbb{E}_{I_{s,s}, I_{s,m}} \left[\mathbb{P} \left[h > \frac{Tr^{\alpha_s}}{P_s} (\sigma^2 + I_{s,s} + I_{s,m}) \mid I_{s,s}, I_{s,m} \right] \right] = \mathbb{E}_{I_{s,s}, I_{s,m}} \left[\exp \left(-Tr^{\alpha_s} (\sigma^2 + I_{s,s} + I_{s,m}) / P_s \right) \right] = e^{-\frac{1}{P_s} Tr^{\alpha_s} \sigma^2} \mathcal{L}_{I_{s,s}}(Tr^{\alpha_s} / P_s) \mathcal{L}_{I_{s,m}}(Tr^{\alpha_s} / P_s) \quad (40)$$

式中: $\mathcal{L}_{I_{s,s}}(s)$ 和 $\mathcal{L}_{I_{s,m}}(s)$ 分别是随机变量 $I_{s,s}$ 和 $I_{s,m}$ 的拉普拉斯变换, 其评估的条件为距离原点最近基站的距离。

使用拉普拉斯变换的定义产生 $\mathcal{L}_{I_{s,s}}(\cdot)$ 为:

$$\mathcal{L}_{I_{s,s}}(s) = \mathbb{E}_{\Phi_s, \{g_{si}\}} \left[\prod_{i \in \Phi_s \setminus \{b_{so}\}} \mathbb{E}_{g_{si}} \left[e^{-s P_s g_{si} R_{si}^{-\alpha_s}} \right] \right] = \mathbb{E}_{\Phi_s} \left[\prod_{i \in \Phi_s \setminus \{b_{so}\}} \frac{1}{1 + s P_s R_{s,i}^{-\alpha_s}} \right] = e^{-2\pi p \lambda_s \int_r^\infty \left(\frac{s P_s v^{-\alpha_s}}{1 + s P_s v^{-\alpha_s}} \right) v dv} \quad (41)$$

由于 $g_{si} \sim \exp(1)$, 所以得到随机变量 $I_{s,s}$ 的拉普拉斯变换形式。积分限制仍然从 r 到 ∞ , 代入 $s = Tr^{\alpha_s} / P_s$ 到公式(41)中, 表达式如公式(42)所示:

$$\mathcal{L}_{I_{s,s}}(Tr^{\alpha_s} / P_s) = \exp \left(-\pi p \lambda_s r^2 \rho(T, \alpha_s) \right) \quad (42)$$

式中: $\rho(T, \alpha_s) = T^{-2/\alpha_s} \int_{T^{-2/\alpha_s}}^\infty 1/(1+u^{\alpha_s/2}) du$ 。同理, 使用拉普拉斯变换定义产生 $\mathcal{L}_{I_{s,m}}(\cdot)$ 的表达式为:

$$\mathcal{L}_{I_{s,m}}(s) = \mathbb{E}_{\Phi_m, \{g_{mi}\}} \left[\prod_{i \in \Phi_m} \mathbb{E}_{g_{mi}} \left[e^{-s P_m g_{mi} R_{mi}^{-\alpha_m}} \right] \right] = \mathbb{E}_{\Phi_m} \left[\prod_{i \in \Phi_m} \frac{1}{1 + s P_m R_{mi}^{-\alpha_m}} \right] = e^{-2\pi\lambda_m \int_{r/k_1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{1 + s P_m v^{-\alpha_m}} \right) v dv} \quad (43)$$

由于 $g_{mi} \sim \exp(1)$, 能得到 $I_{s,m}$ 的拉普拉斯变换。代入 $s = Tr^{\alpha_s} / P_s$ 到(43), 表达式如公式(44)所示:

$$\mathcal{L}_{I_{s,m}}(Tr^{\alpha_s} / P_s) = \exp \left(-\pi\lambda_m (r / k_1)^2 \rho \left(\frac{P_m Tr^{\alpha_s} k_1^{\alpha_m}}{P_s r^{\alpha_m}}, \alpha_m \right) \right) \quad (44)$$

最后, 得出属于集合 U_{s1} 用户的覆盖概率。属于集合 U_{s2} 和 U_m 用户的覆盖概率的证明过程与属于集合 U_{s1} 的用户的覆盖概率证明过程相似。

附录 B

集合 U_{s1} 中用户的平均遍历速率为:

$$\begin{aligned} R_{s1} &= \mathbb{E}[\ln(1 + \text{SIR}_s)] = \int_{r>0} \mathbb{E} \left[\ln \left(1 + \frac{P_s h r^{-\alpha_s}}{I_{s,s} + I_{s,m}} \right) \right] f_{\text{SIR}_s}(r) dr = 2\pi(\lambda_m / k_1^2 + p\lambda_s) \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \mathbb{P} \left[\ln \left(1 + \frac{P_s h r^{-\alpha_s}}{I_{s,s} + I_{s,m}} \right) > t \right] e^{-\pi^2 \left(\frac{\lambda_m}{k_1^2} + p\lambda_s \right) t^2} dt dr = 2\pi(\lambda_m / k_1^2 + p\lambda_s) \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \mathbb{P} \left[h > \frac{(I_{s,s} + I_{s,m})}{(e^t - 1)^{-1} r^{-\alpha_s} P_s} \right] e^{-\pi^2 \left(\frac{\lambda_m}{k_1^2} + p\lambda_s \right) t^2} dt dr = 2\pi(\lambda_m / k_1^2 + p\lambda_s) \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \mathcal{L}_{I_{s,s}} \left(\frac{e^t - 1}{r^{-\alpha_s} P_s} \right) \mathcal{L}_{I_{s,m}} \left(\frac{e^t - 1}{r^{-\alpha_s} P_s} \right) e^{-\pi^2 \left(\frac{\lambda_m}{k_1^2} + p\lambda_s \right) t^2} dt dr \quad (45) \end{aligned}$$

把 $s = (e^t - 1)r^{\alpha_s} / P_s$ 代入到(41)和(43), 得到:

$$\mathcal{L}_{I_{s,s}}((e^t - 1)r^{\alpha_s} / P_s) = \exp(-\pi p \lambda_s r^2 \rho(e^t - 1, \alpha_s)) \quad (46)$$

$$\mathcal{L}_{I_{s,m}}((e^t - 1)r^{\alpha_s} / P_s) = \exp \left(-\pi\lambda_m (r / k_1)^2 \rho \left(\frac{P_m (e^t - 1)r^{\alpha_s} k_1^{\alpha_m}}{P_s r^{\alpha_m}}, \alpha_m \right) \right) \quad (47)$$

最后, 得出集合 U_{s1} 用户的平均遍历速率。同理, 得到集合 U_{s2} 和 U_m 用户的平均遍历速率表达式。