Journal of System Simulation

Volume 31 | Issue 8 Article 20

12-12-2019

Differential Evolution Quantum Particle Swarm Optimization for Parameter Estimation of Fractional-order Chaotic System

Dong Ze
1. Hebei Engineering Research Center of Simulation & Optimized Control for Power Generation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;; ;

Ma Ning
1. Hebei Engineering Research Center of Simulation & Optimized Control for Power Generation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China;; ;2. School of Control and Computer Engineering,North China Electric Power University, Beijing 102206, China;

Abstract: In order to accurately estimate the unknown parameters for fractional order chaotic systems, a quantum particle swarm optimization algorithm based on differential quantum properties is proposed. *On the basis of quantum behaved particle swarm optimization, variation, crossover and selection operation are utilized by particles, which can better keep the diversity of the particles in the population, avoiding the local optimum in the later phase of the iteration. The multi-neighborhood local search strategy is used for particles' local search to improve search precision*. Standard test functions are used to test the algorithm, and the test results show that the algorithm has good global search capability. At last, the proposed algorithm is applied in the parameter estimation for fractional-order Lorenz system and fractional-order Chen system, and the estimation results demonstrate that the algorithm is effective and robust.

Keywords
fractional-order chaotic systems, parameter estimation, quantum particle swarm optimization, differential evolution, multi-neighborhood search

第 31 卷第 8 期
2019 年 8 月

系统仿真学报©
Journal of System Simulation

Vol. 31 No. 8
Aug., 2019

差分量子粒子群算法的分数阶混沌系统参数估计

董泽[1]，马宁[1,2]

(1.华北电力大学 河北省发电过程仿真与优化控制工程技术研究中心，保定 071003; 2.华北电力大学控制与计算机工程学院 北京 102206)

摘要：为了精确估计分数阶混沌系统的未知参数，提出一种基于差分特征的量子粒子群优化算法：*在量子粒子群算法基础上引入变异交叉选择操作，增加种群变化的多样性，提高对个体极值信息的利用水平，避免粒子后期陷入局部最优；利用多邻域局部搜索策略提高算法搜索精度*。将所提算法用于求解 5 个测试函数，取得了良好的搜索效果。以分数阶 Lorenz 混沌系统和分数阶 Chen 混沌系统作为辨识对象，利用本文所提算法进行未知参数估计，估计结果表明本文算法具有优良的有效性和鲁棒性。

关键词：分数阶混沌系统；参数估计；量子粒子群算法；差分进化；多邻域搜索

中图分类号：TP273　　　文献标识码：A　　　文章编号：1004-731X (2019) 08-1664-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0265

Differential Evolution Quantum Particle Swarm Optimization for Parameter Estimation of Fractional-order Chaotic System

Dong Ze[1], *Ma Ning*[1,2]

(1. Hebei Engineering Research Center of Simulation & Optimized Control for Power Generation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China; 2. School of Control and Computer Engineering，North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: In order to accurately estimate the unknown parameters for fractional order chaotic systems, a quantum particle swarm optimization algorithm based on differential quantum properties is proposed. *On the basis of quantum behaved particle swarm optimization, variation, crossover and selection operation are utilized by particles, which can better keep the diversity of the particles in the population, avoiding the local optimum in the later phase of the iteration. The multi-neighborhood local search strategy is used for particles' local search to improve search precision*. Standard test functions are used to test the algorithm, and the test results show that the algorithm has good global search capability. At last, the proposed algorithm is applied in the parameter estimation for fractional-order Lorenz system and fractional-order Chen system, and the estimation results demonstrate that the algorithm is effective and robust.

Keywords: fractional-order chaotic systems; parameter estimation; quantum particle swarm optimization; differential evolution; multi-neighborhood search

引言

近年来，分数阶混沌系统作为非线性科学一个重要分支引起了学者的广泛关注[1-3]。其中，对分数阶混沌系统未知参数辨识的精确度将直接影响分数阶混沌系统控制效果。因此，精确估计分数阶混沌系统参数是十分必要的，具有十分重要的研究意义。

目前，人们针对整数阶混沌系统参数估计已经做了一些研究[4-5]。Liu 等[6]提出一种多选择差分进化算法，应用该算法求解混沌系统参数估计问题并

收稿日期：2017-06-06　　修回日期：2017-09-20;
基金项目：国家自然科学基金(2015BJ0030)，山西省煤基重点科技攻关项目(MD2014-03-06-02);
作者简介：董泽(1970)，男，河北保定，博士，教授，博导，研究方向为大型火电机组自动化、智能控制。

取得了良好的辨识效果；Wei 等[7]将改进后的复合进化算法用来估计混沌系统的未知参数；王柳等[8]根据演化算法的自组织、自学习特征，设计出了基于演化算法的混沌系统参数估计方案；Panahi 等[9]在一个特定的具有隐匿吸引子的混沌系统中应用磷虾群算法并获得了正确参数；任开军等[10]提出自适应调节人工蜂群搜索步长和次数，对一个给定的混沌系统进行了参数估计。以上研究都是以整数阶混沌系统为研究对象进行参数估计，分数阶混沌系统较之整数阶混沌系统更加复杂且具有更多参数需要辨识，其参数辨识难度也远大于前者。因此，如何设计出高效、精确的求解策略用于求解分数阶混沌系统的参数估计仍是当前亟需解决的问题。

量子粒子群算法(Quantum Particle Swarm Optimization，QPSO)是在粒子群算法基础上结合了量子力学相关理论而形成的一种智能进化算法。QPSO 克服了粒子群算法中粒子聚集性能低且粒子搜索范围受限的问题，具有较强的搜索能力。已有研究表明，QPSO 在网络安全[11]、经济预测[12]、物理学[13]等众多领域得到了广泛地研究与应用。然而，目前鲜有学者将量子粒子群算法应用于求解分数阶混沌系统参数估计问题上。为此，本文针对 QPSO 存在搜索后期容易陷入局部最优解的问题，结合差分进化算法中的变异和交差策略，提出一种差分量子粒子群优化算法(Differential Evolution Quantum Particle Swarm Optimization，DEQPSO)，用以求解分数阶混沌系统的参数辨识问题。通过在量子粒子群算法基础上融合进化变异交叉选择操作，增加种群变化的多样性，提高对个体极值信息的利用水平，避免粒子后期陷入局部极值的问题，采用多邻域搜索局部搜索策略提高算法搜索精度。仿真测试结果验证了所提算法对求解分数阶混沌系统参数估计的有效性和鲁棒性。

1 研究背景描述

1.1 参数估计问题数学模型

一般情况下，考虑 n 维分数阶混沌系统[14]：

$$D^{P_0}X = F(X, X_0, \theta_0) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$ 为系统的 n 维状态变量，$\boldsymbol{X}_0$ 为系统初始值，$\boldsymbol{P}_0=(P_{01},P_{02},\ldots,P_{0n})^{\mathrm{T}}$ 为原系统的分数阶次数，$\boldsymbol{\theta}_0(\theta_{01},\theta_{02},\ldots,\theta_{0m})$表示真实的系统参数值。

假设估计系统结构如式(1)所示，则定义被估计系统为：

$$D^{P}Y = F(Y, X_0, \theta) \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{Y}=(y_1,y_2,\ldots,y_n)^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$ 为估计系统的 n 维状态变量，$\boldsymbol{X}_0$ 表示系统初始值，$\boldsymbol{P}=(P_1,P_2,\ldots,P_n)^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{\theta}(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_m)$为估计系统的阶次值和参数值。为了辨识待估计系统的参数，建立目标函数如式(3)

$$\min J = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left\| X_i - Y_i \right\|^2 \tag{3}$$

式中：M 为系统状态变量序列长度，$\boldsymbol{X}_i(i=1,2,\ldots,M)$ 和 $\boldsymbol{Y}_i(\mathrm{i}=1,2,\ldots,M)$表示真实参数的混沌系统和待估计混沌系统在其参数下的状态变量序列。

经过上述分析，可以将分数阶混沌系统参数估计转化为多变量优化问题，调整相关变量使得目标值 J 最小，优化原理如图 1 所示。

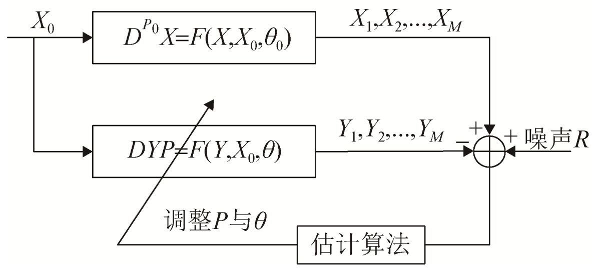


图 1 分数阶混沌系统辨识原理图
Fig. 1 Identification principle of fractional order chaotic system

分数阶的引入使混沌系统辨识更加复杂，其参数更加难以估计。此外，优化目标函数 J 具有非凹、不可微的特点，传统优化算法难以获取精确的全局最优值，本文提出一种差分量子粒子群算法用于求解该问题。

1.2 量子粒子群算法

量子粒子群算法是由 Sun 等在 2004 年提出的

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol31/iss8/20
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0265

第 31 卷第 8 期 系统仿真学报 Vol. 31 No. 8
2019 年 8 月 Journal of System Simulation Aug., 2019

一种新的粒子群算法[15]。量子粒子群算法的核心思想是认为搜索粒子具有符合量子力学特性的量子行为。粒子处于量子束缚并以一定的概率出现在搜索空间，这使得粒子可以在解空间中进行全局搜索。QPSO 搜索粒子进化方程如下：

$$P = a \times P\_best(i) + (1-a) \times g\_\mathrm{best} \tag{4}$$

$$x(t+1) = P \pm b \times |m\_\mathrm{best} - x(t)| \times \ln\left(\frac{1}{u}\right) \tag{5}$$

式中：a 为服从 0 至 1 区间上平均分布的随机数，P_best(i)表示目前的最优值，g_best 表示全局最优值，b 为收缩扩张系数，通常 b 的值从 1 至 0.5 线性递减，u 为区间[0,1]上平均分布的随机值，m_best 表示单个粒子最优值的平均数，如式(6)所示：

$$m\_best = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} P\_best(i) \tag{6}$$

式中：M 为粒子维度数。

QPSO 采用量子叠加原理以及量子分布特性，相比于标准粒子群算法，QPSO 加强了粒子聚集性且减弱了粒子搜索范围受限的问题。但由于 QPSO 存在粒子更新方式导致搜索精度不足的缺陷[16-18]，搜索收敛后期会出现粒子早熟的现象，使得种群的多样性减弱，易陷入局部最优解。

1.3 差分进化算法

差分进化(Differential Evolution，DE)算法最早是由 Storn 与 Price 提出用来求解切比雪夫多项式问题[19]，后来被作为解决复杂优化问题的有效技术而受到广泛应用。DE 算法以群体中粒子间竞争与合作为机制进行搜索，通过变异操作以及一对一竞争生存策略，降低了遗传操作的复杂性。DE 算法三个核心操作是变异、交叉和选择。

(1) 变异操作的过程是选取当前种群中两个随机个体，按照式(7)生成新个体。变异公式为：

$$V_i(t+1) = X_{r1}(t) + C \times (X_{r2}(t) - X_{r3}(t)) \tag{7}$$

式中：$X_i(t)$为第 t 代种群第 i 个个体，C 为缩放系数，取值范围为 0.4 至 1，i=1,2…,MP。r_1，r_2，r_3 为[1，MP]内的随机整数。

(2) 交叉操作是利用变异操作后的新个体取代目前种群中的一部分个体，生成新的群体，按照式(8)进行交叉操作：

$$U_{i,j}(t+1) = \begin{cases} V_{i,j}(t+1) & if\ rand() \leqslant cr\ or j = j_{rand} \\ X_{i,j}(t) & \text{其他} \end{cases} \tag{8}$$

式中：cr 表示交叉系数，其取值范围为 0.75 至 1，j_{rand} 为随机数。

(3) 选择操作的目的是在整个种群中选取适应度最好的个体，生成下一代种群，选择方法如式(9)所示：

$$X_i(t+1) = \begin{cases} U_i(t+1) & if\ \ f(U_i(t+1)) \leqslant f(X_i(t)) \\ X_i(t) & \text{其他} \end{cases} \tag{9}$$

DE 算法能利用特有的交叉变异能力跟踪当前搜索情况来调整搜索策略。但是，仅仅这种方法对种群规模、缩放系数等参数依赖性强，且后期收敛速度较慢，对于复杂的优化问题，难以取得最优目标解。

2 差分量子粒子群算法

考虑 DE 算法与 QPSO 的各自特点，本文提出将 DE 算法中的变异、交叉和选择策略引入 QPSO 中，一定程度丰富了种群的多样性，使算法全局搜索能力增强。首先在 DE 算法基础上对 QPSO 搜索策略进行改进，然后融合 DE 算法的交叉和选择进行粒子更新，直到寻到全局最优解。改进的公式如下：

$$\begin{cases} \Delta_1 = x_{(r2)j} - x_{(r1)j} \\ \Delta_2 = x_{(r4)j} - x_{(r3)j} \\ P = x_{(r4)j} + l \times \Delta_1 + d \times \Delta_2 \end{cases} \tag{10}$$

式中：l 是一个随机产生的序列，l 的大小为种群数量；d 为服从均匀分布的随机数。

考虑当前群体中最优值个体通常携带最有价值的信息，因此在每次迭代中对最优个体执行局部搜索。采用多邻域搜索局部搜索方法能有效地提高算法的局部搜索能力，提高搜索精度，进一步改善搜索质量。

多邻域搜索局部搜索步骤如图 2 所示。

步骤1 令bs'=bs，其中bs为当前最优粒子，计算各邻域的选择概率$P_i=\eta_i/(\eta_1+\eta_2)$, i=1,2当前迭代次数t=0；其中，η_i为邻域i奖励值，初始$\eta_1=\eta_2$=0.5;
步骤2 进行邻域的筛选操作，当选择概率大于一个随机数时，选择插入移动邻域，否则交换移动邻域。搜索bs'整个邻域，得到最优点ts；如果$f(bs')>f(ts)$，则$bs'=ts$，否则重复邻域搜索；
步骤3 更新邻域奖励值操作。如果$f(bs)<f(bs')$，令$\eta_i=\eta_i+(f(bs)-f(bs'))/L$, L为粒子长度，更新最优解，令$bs=bs'$。

图 2 多邻域局部搜索步骤
Fig. 2 Procedure of multi-neighborhood local search

由此，本文将 DE 算法与 QPSO 相结合，引入多邻域局部搜索策略，提出 DEQPSO。算法流程如下：

步骤 1 随机产生初始种群其规模为 M，初始化种群位置和速度，最大迭代次数为 T，当前迭代次数 t=0；

步骤 2 利用式(5)~(6)对种群位置进行更新操作；

步骤 3 根据改进式(10)对式(5)中的 P 值进行计算更新；

步骤 4 应用式(8)~(9)对粒子位置进行交叉、选择操作；

步骤 5 选出群体最优位置的个体 bs，作为种群下一代的当前最优位置，并更新最优值 g_best；

步骤 6 利用多邻域搜索策略对 bs 进行局部搜索，判断是否需要更新最优值；

步骤 7 令 $t=t+1$，转步骤 2。

3 DEQPSO 算法性能分析

3.1 DEQPSO 实验性能测试

为了证明所提出 DEQPSO 算法的有效性，本文选择了 5 个标准测试函数，这些函数已经被广泛的用于测试优化算法的性能[20]。表 1 给出了标准测试函数的名称、搜索区间和最优值。

在表 1 中，除 f_5 为低维测试函数外，其余均为高维测试函数，n 代表函数的维数。其中，f_4 与 f_5 具有多个最优值点，这样可以更加全面地测试算法的全局搜索能力。将本文算法与粒子群优化算法、引力搜索算法(Gravitational Search Algorithm，GSA)、QPSO 相比较。在相同的给定条件下，4 种算法分别对 5 个函数进行求解，比较搜索结果，通过比较平均值理论最优值的接近程度来判断算法的搜索精度。

表 1 基准测试函数
Tab. 1 Benchmark function

测试函数	搜索范围	最优解
$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$[-100,100]^n$	0
$f_2(x)=\max\{\lvert x_i\rvert, 1\leqslant i\leqslant n\}$	$[-100,100]^n$	0
$f_3(x)=\sum_{i=1}^{n}(\sum_{j=1}^{i} x_j^2)^2$	$[-100,100]^n$	0
$f_4(x)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n} x_i^2-\prod_{i=1}^{n}\cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})+1$	$[-100,100]^n$	0
$f_5(x)=\sum_{i=1}^{n}(\lvert x_i+0.5\rvert)^2$	$[-5,5]^4$	0

表 1 中搜索维度为 30，最大迭代次数为 500，5 个标准测试函数分别独立运行 30 次。对于其他系统，算法设置相同。表 2 给出了测试结果，其中粒子群算法和引力搜索算法的计算结果参见文献[21]。

表 2 4 种算法的函数测试结果比较
Tab. 2 Comparison of function test results for 4 algorithms

函数		PSO	GSA	QPSO	DEQPSO
f_1	平均值	1.80×10^{-3}	7.3×10^{-11}	5.59×10^{-9}	1.89×10^{-19}
	中值	1.20×10^{-3}	7.1×10^{-11}	8.18×10^{-9}	2.06×10^{-19}
f_2	平均值	8.1000	3.70×10^{-6}	7.59×10^{-7}	1.08×10^{-10}
	中值	7.4000	3.70×10^{-6}	4.90×10^{-8}	1.91×10^{-10}
f_3	平均值	4.10×10^{-3}	0.16×10^{-3}	5.23×10^{-15}	1.36×10^{-15}
	中值	2.20×10^{-3}	0.15×10^{-3}	1.01×10^{-14}	2.11×10^{-15}
f_4	平均值	0.010 0	0.290 0	0.010 4	0.007 1
	中值	0.008 1	0.040 0	0.022 1	0.006 9
f_5	平均值	1.639 5	7.0×10^{-3}	2.87×10^{-33}	0
	中值	1.520 1	6.4×10^{-4}	1.54×10^{-33}	0

从表 2 中的实验结果可以看出，应用本文算法对 5 个函数进行寻优，最终结果无论是中值还是平均值，在寻优精度上都优于标准粒子群算法、引力搜索算法和量子粒子群算法。显示了本文算法具有较强的全局搜索能力和较为普遍的适用性。

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0265

第 31 卷第 8 期 系统仿真学报 Vol. 31 No. 8
2019 年 8 月 Journal of System Simulation Aug., 2019

3.2 DEQPSO 计算复杂度分析

算法计算复杂度是评价算法性能的一个重要依据，反映了算法的复杂程度。算法的计算复杂度分析通常考虑 2 个方面，分别为空间复杂度和时间复杂度分析。空间复杂度大小取决于算法计算所需计算储存空间量，反映了算法在计算过程中对计算机运行空间需求量。DEQPSO 相比较于 QPSO 增加了变异交叉选择操作和局部搜索，但是增加的复杂度是线性阶的，存储空间增加较少。

时间复杂度是指算法完成所需要的时间大小，其主要因素为算法执行次数。设所需解决问题维数为 p，q 为种群规模数，对于标准量子粒子群算法，时间复杂度为 $O(p\times q)$。本文提出的算法增加了变异交叉选择和局部搜索策略，因为标准量子粒子群算法也有适应度的选择操作，所以增加的变异交叉的时间复杂度为 $O(p\times q)$。对最优值进行局部搜索时间复杂度为 $O(p)$，因此算法整体的时间复杂度为 $O(p\times q)$，所以本文提出算法的时间复杂度仍然保持不变。为了验证 DEQPSO 时间复杂度，利用 QPSO 与 DEQPSO 对 3.1 节中的 5 个测试函数分别独立运行 30 次，2 种算法的所设置的种群数和迭代次数相同，表 3 给出了 2 种算法计算每个函数所耗时长，从表 3 中可以看到 DEQPSO 计算所耗时长略多于 QPSO，但是相差时长并不大，验证了本文所提算法没有增加较大的计算量。

表 3 QPSO 与 DEQPSO 的函数测试计算耗时结果
Tab. 3 Function test of QPSO and DEQPSO calculates the time consuming result

函数	算法	平均值/s	最优值/s
f_1	QPSO	20.52	18.83
	DEQPSO	21.48	20.36
f_2	QPSO	18.14	17.30
	DEQPSO	18.71	18.04
f_3	QPSO	21.45	20.08
	DEQPSO	22.81	21.50
f_4	QPSO	24.35	24.07
	DEQPSO	27.22	26.61
f_5	QPSO	22.76	20.59
	DEQPSO	22.91	21.46

4 DEQPSO 求解分数阶混沌系统参数估计问题仿真实验

为了验证所提 DEQPSO 能够精确求解分数阶混沌系统参数估计问题，选用典型的分数阶 Lorenz 和 Chen 混沌系统进行参数辨识，具体过程如下。

4.1 DEQPSO 对分数阶 Lorenz 混沌系统的参数估计仿真测试

分数阶 Lorenz 混沌系统的混沌系统的动态特性可由下面常微分方程组来描述[14]：

$$\begin{cases} \dfrac{d^{p_1}x}{dt^{p_1}} = a\cdot(y-x) \\ \dfrac{d^{p_2}y}{dt^{p_2}} = c\cdot x - x\cdot z - y \\ \dfrac{d^{p_3}z}{dt^{p_3}} = x\cdot y - b\cdot z \end{cases} \tag{11}$$

式中：x，y 和 z 表示系统状态变量；p_1，p_2，p_3 为系统分数阶次；a，b，c 为系统待辨识参数，参数真实值分别为 10，28，8/3。

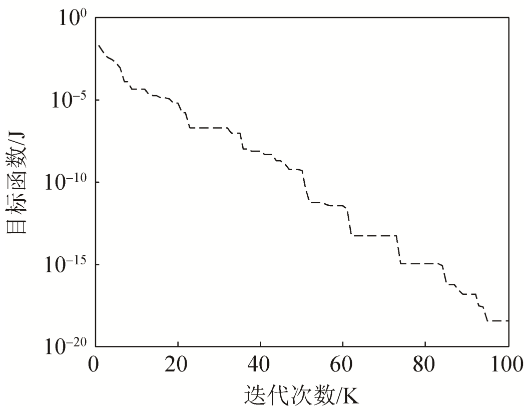
DEQPSO 参数设置如为：最大进化代数为 100，种群规模为 70，交叉系数为 0.8。设置带估计系统未知参数搜索范围：$a\in[9，11]$，$b\in[20，30]$，$b\in[2，3]$，$p_1\in[0.85，1]$，$p_2\in[0.85，1]$，$p_3\in[0.85，1]$。将所提计算法分别对整数阶、分数阶和存在噪声干扰的分数阶 Lorenz 混沌系统进行未知参数辨识，具体步骤如下。

(1) 令 $p_1=p_2=p_3=1$，此时的系统为整数阶混沌系统，采用 4 阶 Runge-Kutta 方法求解微分方程，设计步长 $h=0.01$，仿真过程中，选取 Lorenz 混沌系统自由演化一段时间后的任一点作为初始值，计算连续 300 个参数估计值和真实值下的状态变量值。用本文所提出差分量子粒子群算法对系统 a，b，c 3 个参数进行辨识。将本文算法独立运行 30 次，计算结果与粒子群算法(Particle Swarm Optimization，PSO)和遗传算法(Genetic Algorithm，GA)计算结果相比较，对比结果如表 4 所示，量子粒子群算法和遗传算法的辨识结果参见文献[22]。

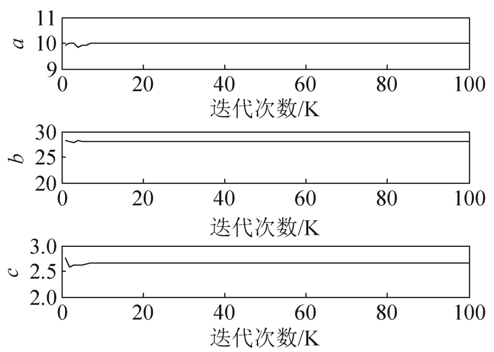
表 4 各算法参数估计结果比较
Tab. 4 Comparison of parameter estimation results of different algorithms

类型	算法	a	b	c	J
平均值	DEQPSO	10.000 0	28.000 0	2.666 7	6.24×10^{-14}
	PSO	10.018 4	27.993 4	2.666 28	4.180 0
	GA	10.139 8	27.742 7	2.648 59	9.44×10^{2}
最优值	DEQPSO	10.000 0	28.000 0	2.666 7	3.75×10^{-18}
	PSO	9.995 33	28.007 1	2.667 01	4.86×10^{-2}
	GA	10.067 2	27.922 1	2.663 43	4.310 0
最差值	DEQPSO	10.000 1	28.000 1	2.666 7	2.82×10^{-11}
	PSO	10.608 2	27.704 4	2.657 32	3.49×10
	GA	10.929 0	26.127 6	2.562 05	6.46×10^{3}

从表 3 可以看出，DEQPSO 对系统的辨识结果与真实参数值十分接近，与 PSO、GA 辨识结果相比，由非常明显的优势。图 3 为混沌系统参数辨识过程中目标函数和各个参数的搜索过程。其中，目标函数在较短时间内收敛到 10^{-16} 数量级；且各个未知参数也较快地逼近真实值。这说明本文算法较强的搜索能力。



(a) 系统目标函数进化曲线



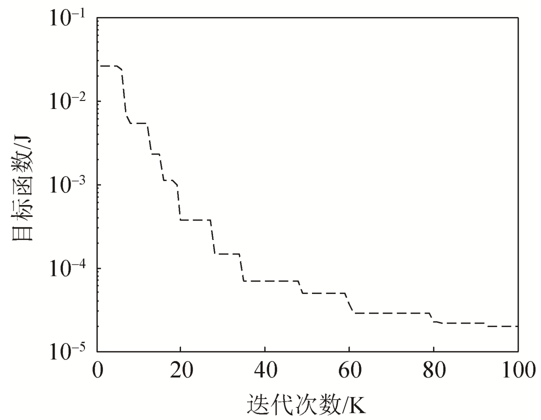
(b) 参数估计进化曲线

图 3 整数阶 Lorenz 混沌系统参数估计结果
Fig. 3 Parameter estimation results of integer order Lorenz chaotic systems

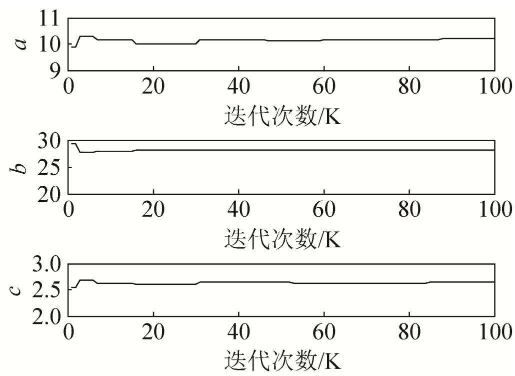
(2) 令 P_1=0.85，P_2=0.9，P_3=0.95，则系统演化成分数阶混沌系统，采用 Adams-Bashforth-Moulton 方法[23]进行数值仿真，仿真步长 h=0.01，选取 Lorenz 混沌系统自由演化一段时间后的任一点作为初始值，计算连续 300 个参数估计值和真实值下的状态变量值。将 DEQPSO 算法运行 30 次，表 5 为未知参数辨识结果，图 4 给出了搜索的进化曲线。运行结果表明本文算法可以有效地适用于求解分数阶 Lorenz 系统参数估计，并显示了优良的辨识性能。

表 5 DEQPSO 求解分数阶 Lorenz 混沌系统参数估计结果
Tab. 5 DEQPSO for parameter estimation of fractional order Lorenz chaotic systems

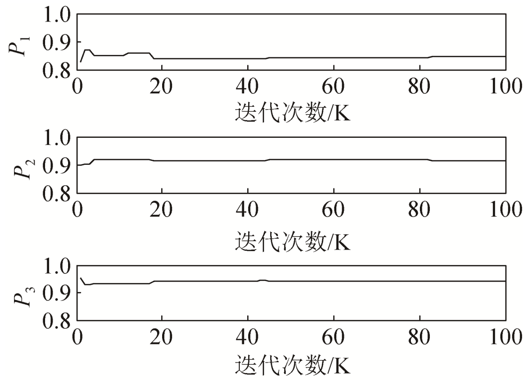
估计值	a	b	c	P_1
最优值	10.001 8	28.017 2	2.671 5	0.849 6
平均值	10.146 5	27.883 1	2.681 6	0.841 7
最差值	10.257 4	27.648 6	2.710 3	0.832 6
估计值	P_2	P_3	J	
最优值	0.902 4	0.948 9	1.08×10^{-5}	
平均值	0.915 8	0.941 4	7.72×10^{-5}	
最差值	0.930 9	0.928 5	9.85×10^{-4}	



(a) 分数阶混沌系统目标函数进化曲线



(b) 分数阶混沌系统系数进化曲线

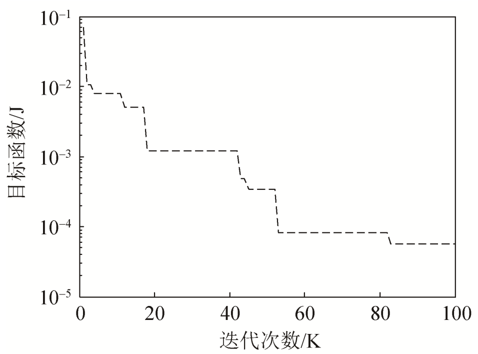


(c) 分数阶混沌系统阶次进化曲线

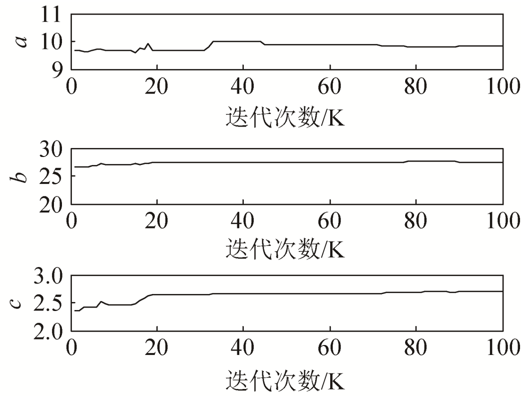
图 4　分数阶 Lorenz 混沌系统参数估计结果
Fig. 4　Parameter estimation results of fractional order Lorenz chaotic systems

(3) 考虑到真实混沌系统辨识过程中会出现噪声干扰，在分数阶 Lorenz 系统添加较强的高斯白噪声，得到式(12)，从而测试标准差δ=0.3，并在其他参数保持不变的情况下，利用本文所提算法对加有噪声的分数阶混沌系统进行参数估计，图 5 给出了 DEQPSO 算法对带有噪声的分数阶 Lorenz 混沌系统最好情况下目标函数和参数估计的收敛过程，表 6 给出了运行 30 次的结果。结果表明，当系统状态变量存在噪声时，DEQPSO 算法仍然可以精确地对系统进行参数估计，验证了本文算法具有良好的鲁棒性。

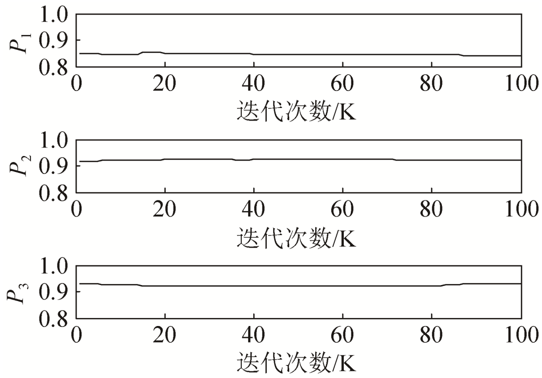
$$\begin{cases} \dfrac{d^{p_1}x}{dt^{p_1}} = a\cdot(y-x)+e_1 \\ \dfrac{d^{p_2}y}{dt^{p_2}} = c\cdot x - x\cdot z - y + e_2 \\ \dfrac{d^{p_3}z}{dt^{p_3}} = x\cdot y - b\cdot z + e_3 \end{cases} \tag{12}$$



(a) 分数阶混沌系统目标函数进化曲线



(b) 分数阶混沌系统系数进化曲线



(c) 分数阶混沌系统阶次进化曲线

图5　分数阶 Lorenz 混沌系统在存在噪声强度δ=0.3 情况下参数估计结果
Fig. 5　Parameter estimation results of fractional order Lorenz chaotic systems in noise intensity δ=0.3

表6　分数阶 Lorenz 混沌系统在噪声强度δ=0.3 情况下参数估计结果
Tab. 6　Parameter estimation of fractional order Lorenz chaotic system with noise intensity δ=0.3

估计值	a	b	c	P_1
最优值	9.987 4	28.059 3	2.638 7	0.863 6
平均值	9.654 2	28.617 2	2.597 3	0.875 7
最差值	9.052 9	28.748 0	2.486 3	0.890 6

估计值	P_2	P_3	J
最优值	0.910 7	0.938 9	5.78×10^{-5}
平均值	0.925 5	0.932 2	9.42×10^{-5}
最差值	0.930 4	0.915 0	2.03×10^{-4}

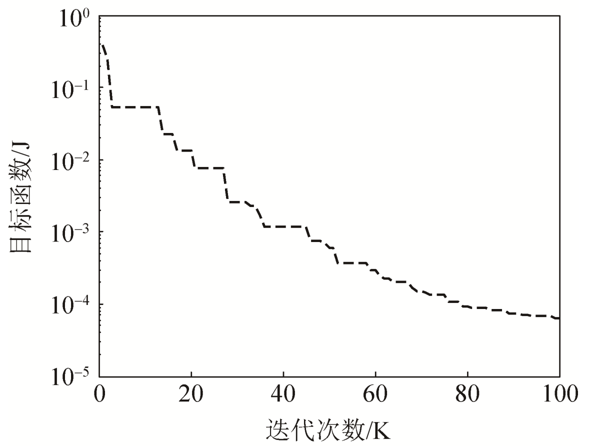
4.2 DEQPSO 对分数阶 Chen 混沌系统的参数辨识仿真测试

为了全面测试所提算法对不同的混沌系统的辨识效果，将分数阶 Chen 混沌系统为对象，进行未知参数辨识，其动态特性如式(13)所示：

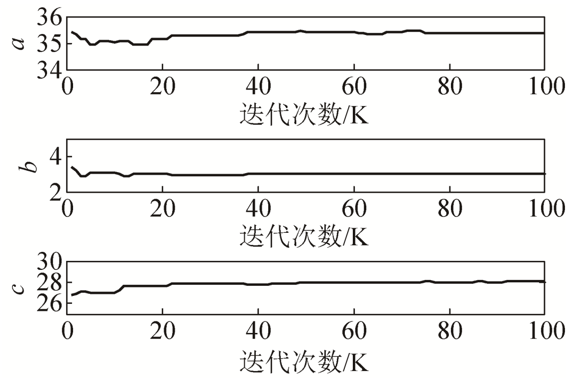
$$\begin{cases} \dfrac{d^{p_1}x}{dt^{p_1}} = a\times(y-x) \\ \dfrac{d^{p_2}y}{dt^{p_2}} = (c-a)\times x - x\times z - c\times y \\ \dfrac{d^{p_3}z}{dt^{p_3}} = x\times y - b\times z \end{cases} \tag{13}$$

式中：a，b，c 为待待估计参数，真实值为 35，3 和 28；x，y，z 为系统状态变量；p_1，p_2，p_3 为系统分数阶次，取 p_1=0.91，p_2=0.92，p_3=0.93。在系统状态变量增加噪声强度δ=0.3 的白噪声。仿真过程采用 Adams-Bashforth-Moulton 算法求解微分方程，仿真步长 h=0.01，选取 Chen 混沌系统自由演化一段时间后的任一点作为初始值，计算 300 个参数估计值和真实值下的状态变量值。

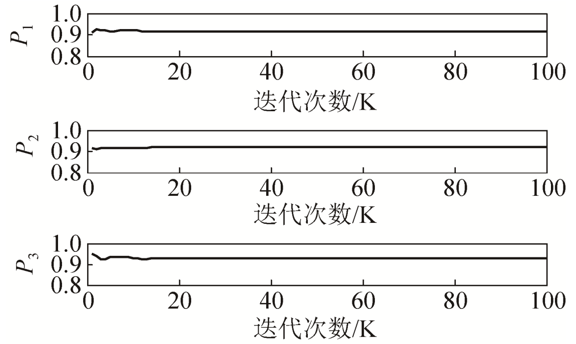
利用 DEQPSO 算法对加有噪声干扰的分数阶 Chen 混沌系统进行未知参数辨识，计算结果如表 6 所示。



(a) 分数阶 Chen 混沌系统目标函数进化曲线



(b) 分数阶 Chen 混沌系统系数参数进化曲线



(c) 分数阶 Chen 混沌系统阶次进化曲线

图 6 分数阶 Chen 混沌系统在存在噪声强度δ=0.3 下参数估计结果

Fig. 6 Parameter estimation results of fractional order Chen chaotic systems with noise intensity δ=0.3

图 6 给出了 DEQPSO 算法对带有噪声的分数阶 Chen 混沌系统最好情况下目标函数和参数估计的收敛过程。从表 7 和图 6 中可以看到，DEQPSO 算法对分数阶 Chen 混沌系统参数进行了较为精确的辨识，验证本文所提算法能够有效地用于求解分数阶混沌系统参数估计问题。

表 7 分数阶 Chen 混沌系统在存在噪声强度δ=0.3 参数估计结果

Tab. 7 Parameter estimation of fractional order Chen chaotic system with noise intensity δ=0.3

估计值	a	b	c	P_1
最优值	35.182 6	2.994 4	28.030 2	0.911 5
平均值	35.380 7	2.989 5	28.070 3	0.913 1
最差值	35.743 2	2.980 4	28.183 0	0.916 7
估计值	P_2	P_3	J	
最优值	0.920 5	0.929 4	6.31×10^{-5}	
平均值	0.921 2	0.928 7	9.68×10^{-5}	
最差值	0.933 1	0.977 4	2.73×10^{-4}	

5 结论

本文提出了一种差分量子粒子群算法并应用于求解分数阶混沌系统参数估计。所提算法针对量子粒子群算法搜索后期易陷入局部极值的缺点，结合差分进化算法，增加种群变化的多样性，采用多邻域搜索局部搜索策略，增强了算法的搜索精度，有效地避免了 QPSO 算法易陷入局部最优的缺点，提高了算法的全局搜索能力。采用 5 个标准测试函

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol31/iss8/20
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0265

数对算法进行验证，结果表明算法具有较高的搜索精度。以分数阶 Lorenz 混沌系统和分数阶 Chen 混沌系统为研究对象，用所提算法进行未知参数估计仿真，并与已知算法估计结果比较。试验结果表明，DEQPSO 算法计算出来的参数值与系统真实参数值非常接近且优于其他算法的估计结果，验证了本算法具有良好的有效性和鲁棒性。

参考文献:

[1] 黄宇, 王佳荣, 梁伟平. 求解分数阶混沌系统参数估计问题的和声引力搜索算法[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(5): 1045-1053.
Huang Yu, Wang Jiarong, Liang Weiping. Harmony Gravitational Search Algorithm for Solving the Problem of Parameter Estimation for Fractional-order Chaotic Systems[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(5), 1045-1053.

[2] Gandomi A H, Yun G J, Yang X S, et al. Chaos-enhanced accelerated particle swarm optimization[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (S1007-5704), 2013, 18(2): 327-340.

[3] 黄丽莲, 辛方, 王霖郁. 新分数阶混沌系统的异结构同步及其电路仿真[J]. 系统仿真学报, 2012, 24(7): 1479-1484.
Huang Lilian, Xin Fang, Wang Linyu. Circuit Simulation and Synchronization of New Fractional-order Chaotic System[J]. Journal of System Simulation, 2012, 24(7): 1479-1484.

[4] Gu W, Yu Y, Hu W. Parameter estimation of unknow fractional-order memristor-based chaotic systems by a hybrid artificial bee colony algorithm combined with differential evolution[J]. Nonliner Dynamics (S0924-090X), 2016, 84(2) 779-795.

[5] Gao F, Teng L, Cao W, et al. Self-evolution of hyper fractional order chaos driven by a novel approach through genetic programming[J]. Expert Systems with Application (S0957-4174), 2016, 84: 1-15.

[6] Liu F, Li X, Liu X, et al Parameter identification of fractionai-order chaotic system with time delay via multi-selection differential evolution[J]. Systems Science& Control Engineering (S2164-2583), 2017, 5(1): 42-48.

[7] Wei D, Miao Q Y, Tong L, et al. Identification of fractional-order systems with unknow initial values and structure[J]. Physics Letters A (S0375-9601), 2017, 381(23): 1943-1949.

[8] 王柳, 何文平, 万仕全, 等. 混沌系统中参数估计的演化建模方法[J]. 物理学报, 2014, 63(1): 109203.
Wang Liu, He Wenping, Wan Shiquan, et al. Evolutionary modeling for parameter estimation for chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(1): 109203.

[9] Shirin P, Sajad J, Pham V T, et al. Parameter Identification of a Chaotic Circuit with a Hidden Attractor Using Krill Herd Optimization[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (S0218-1274), 2016, 26: 1650221.

[10] 任开军, 邓科峰, 宋少伟, 等. 自适应人工蜂群优化的混沌系统参数估计[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(5): 135-140.
Ren Kaijun, Deng Kefeng, Song Shaowei, et al. Adaptive artificial bee colony optimization for parameter estimation of chaotic systems[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(5): 135-140.

[11] 胡文斌, 王欢, 严丽平, 等. 混合指标量子群智能社会网络事件检测方法[J]. 软件学报, 2016, 27(11): 2747-2762.
Hu Wenbin, Wang Huan, Yan Liping, et al. Hybrid Quantum Swarm Intelligence Indexing for Event Detection in Social Networks[J]. Journal of Software, 2016, 27(11): 2747-2762.

[12] Xie X, Jiang W, He N, et al. Empirical Study on How to Set Prices for Cruise Cabins Based on Improved Quantum Partice Swarm Optimization[J]. Computer and Information Science (S1820-0214), 2016, 9(2): 82-90.

[13] He Z, Qi H, Chen Q, et al. Retrieval of aerosol size distribution using improved quantum-behaved particle swarm optimization on spectral extinction measurements[J]. Particuology (S1674-2001), 2016, 28: 6-14.

[14] 王凌, 钱斌. 混合差分进化与调度算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
Wang Ling, Qian Bin. Hybrid differential evolution and scheduling algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012.

[15] Sun J, Fang B, Wu X. Particle swarm optimization algorithm with particles having quantum behavior[C]. Proceedings of Congress Evolutionary Computation, IEEE Press, Portland, USA, 2004: 325-331.

[16] Sun J, Fang W, Wu X. Quantum-behaved particle swarm optimization: analysis of the individual particle's behavior and parameter selection[J]. Evolutionary Computation (S1530-9304), 2012, 20(3): 349-393.

[17] Nickabadi A, Ebadzadeh M, Safabakhsh R. A novel particle swarm optimization algorithm with adaptive inertia weight[J]. Applied Soft Computing (S1568-4946), 2011, 11(4): 3658-3670.

[18] Tian N, Lai C, Pericleous K. Contraction-expansion coefficient learning in quantum-behaved particle swarm optimization [C]. 10th International Symposium on Distributed and Applications to Business, Engineering and Science, Wuxi, China. USA: IEEE Press, 2011: 304-308.

[19] Price K, Storn R M, Lampinen J A. Differential evolution: A practical approach to global optimization [M]. Germany: Springer Verlag, 2005.

[20] 徐遥, 王士同. 引力搜索算法的改进[J]. 计算机工程与应用, 2012, 47(35): 188-192.
Xu Yao, Wang Shitong. Enhanced version of gravitational search algorithm: weighted GSA[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 47(35): 188-192.

[21] Rashedi E, Nezamabadi-Pour H, Saryazdi S. GSA: a gravitational search algorithm [J]. Information Science (S0020-0255), 2009, 179(13): 2232-2248.

[22] 黄宇, 刘玉峰, 彭志敏, 等. 基于量子并行粒子群优化算法的分数阶混沌系统参数估计[J]. 物理学报, 2015, 64(3): 030505.
Huang Yu, Liu Yunfeng, Peng Zhimin, et al. Research on particle swarm optimization algorithm with characteristic of quantum parallel and its application inparameter estimation for fractional-order chaotic systems[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(3): 030505.

[23] Yuan L, Yang Q. Parameter identification and synchronization of fractional-order chaotic systems[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (S1007-5704), 2012, 17: 305-316.

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0265