

Journal of System Simulation

Volume 31 | Issue 4

Article 17

11-20-2019

Locally Weighted Learning Control for Dynamic Restricted Manipulators

Wang Gang

1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; ;

Tairen Sun

1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; ;

Shengpei Ding

2. Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>

 Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Locally Weighted Learning Control for Dynamic Restricted Manipulators

Abstract

Abstract: *This paper proposes a locally weighted learning control law for a manipulator with state and input constraints and modeling uncertainties.* By visualizing the control input as an extended state, the control problem is converted into control design for a state-constraint uncertain nonlinear system. Barrier Lyapunov functions are introduced into a backstepping procedure and a locally weighted learning control is designed, which ensures the exponential convergence of the barrier functions to a small neighborhood of zero and then guarantees satisfaction of system constraints and the tracking error convergence. The control feasibility and effectiveness is validated by theoretical analysis and simulation results.

Keywords

neural network control, mobile robot manipulator, barrier function, locally weighted learning, system constraints

Recommended Citation

Wang Gang, Sun Tairen, Ding Shengpei. Locally Weighted Learning Control for Dynamic Restricted Manipulators[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(4): 733-739.

动态受限机械臂的局部加权学习控制

王刚¹, 孙太任¹, 丁胜培²

(1. 江苏大学电气信息工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 广东工业大学, 广东 广州 510006)

摘要: 针对带有状态和输入约束的机械臂不确定系统模型, 提出了基于障碍李雅普诺夫函数的局部加权学习控制方法。将系统控制输入看作扩展状态, 从而将该控制问题转化为带有扩展状态约束的不确定非线性系统控制问题。将障碍李雅普诺夫函数引入到反步法, 设计局部加权学习控制, 保证障碍李雅普诺夫函数指数收敛到零点一个小邻域, 进而保证了系统状态、输入约束的满足和跟踪误差的收敛。通过理论分析和仿真实验验证了所设计控制器的可行性和有效性。

关键词: 神经网络控制; 移动机械臂; 障碍函数; 局部加权学习; 约束

中图分类号: TP241 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2019) 04-0733-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0133

Locally Weighted Learning Control for Dynamic Restricted Manipulators

Wang Gang¹, Sun Tairen¹, Ding Shengpei²

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China;
2. Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: This paper proposes a locally weighted learning control law for a manipulator with state and input constraints and modeling uncertainties. By visualizing the control input as an extended state, the control problem is converted into control design for a state-constraint uncertain nonlinear system. Barrier Lyapunov functions are introduced into a backstepping procedure and a locally weighted learning control is designed, which ensures the exponential convergence of the barrier functions to a small neighborhood of zero and then guarantees satisfaction of system constraints and the tracking error convergence. The control feasibility and effectiveness is validated by theoretical analysis and simulation results.

Keywords: neural network control; mobile robot manipulator; barrier function; locally weighted learning; system constraints

引言

随着机电技术和信息技术的发展, 机械臂逐步在许多场合替代了人工作业。与人力相比, 机械臂拥有较强的灵活性, 对环境要求低, 能够在各类场合发挥作用。因此, 机器臂控制在工业、农业和遥

控操作手术中得到越来越多的关注。机器臂控制的难点主要来自于系统的不确定性和系统约束(包括位置, 速度和控制约束)。一方面, 由于建模误差, 机器臂模型中总是存在系统不确定性的干扰。另一方面, 控制输入能量有限使得控制系统存在输入饱和约束, 为实现避障和减少碰撞时对人类的伤害, 控制系统往往存在输入约束和状态约束。因此, 为受限机械臂系统设计有效的鲁棒控制具有重要的价值。

目前, 在机械臂鲁棒控制方面已取得很多成



收稿日期: 2017-03-21 修回日期: 2017-04-21;
基金项目: 国家自然科学基金(61503158), 广东省自然科学基金(2014A030310257);
作者简介: 王刚(1993-), 男, 安徽芜湖, 硕士生, 研究方向为智能控制的研究; 孙太任(1985-), 男, 山东临沂, 博士, 副教授, 研究方向为智能控制的研究; 丁胜培(1983-), 男, 山东潍坊, 博士, 研究方向为信号分析与智能控制研究。

果, 包括滑模控制^[1-2], 神经网络控制^[3-4], 模糊控制^[5], 自适应控制^[6]。然而, 滑模控制可能存在抖振问题且需要高宽带, 自适应控制仅可以处理结构性不确定项, 而模糊控制的设计依赖于控制器设计者的经验。与其他方法相比, 神经网络控制具有如下优点: 神经网络(NN)因其固有的近似能力, 可以估计系统结构不确定性项和非结构不确定性项; 神经网络的使用可以使得在不使用高增益控制的情况下达到期望的控制性能。但是, 现有的机械臂鲁棒控制大多未考虑机械臂控制系统的系统约束。在实际中, 忽略约束可能会恶化系统性能, 甚至带来灾难。文献[7-8]分别为速度受限的机械臂设计了集点控制和跟踪控制。文献[9]为速度约束和位置约束的冗余机械臂设计了一种基于凸优化的逆运动学的二次规划控制方法。文献[10]为联合位置受限的机械臂设计了基于自适应动态规划的最优控制。近年来, 由于障碍函数在处理系统约束方面的优越性能, 基于障碍函数的受限系统控制引起越来越多研究者的关注。在此方法中, 当变量接近约束边界时, 会导致障碍函数值无穷大, 所以只要使函数有界就能够保证变量在约束范围。文献[11-12]基于障碍函数为位置或联合速度受限的机械臂设计了受限控制器。因此, 现有受限机械臂控制主要考虑了位置受限和速度受限, 而未同时考虑位置受限、速度受限和输入受限。

本文针对带有状态(位置和速度)和输入约束的单关节机械臂系统, 提出基于障碍函数的局部加权学习控制。在处理系统约束时, 将输入看成是一个扩展的状态变量, 将状态和输入受限的控制问题转化为状态约束的控制问题。通过在反步法中构建对称和非对称的障碍函数来处理状态约束和输入约束问题。采用局部加权学习神经网络方法估计系统中的不确定项。局部加权神经网络中的估计器是由独立可调节的局部模型组成。因此, 与其他神经网络相比, 用相对较少的神经元可在预期精度下估计系统中的不确定项。通过

理论分析和仿真实验说明了所设计控制器的可行性和有效性。

1 问题描述和预备

1.1 问题陈述

单关节机械臂的动力学模型可描述为:

$$\ddot{\theta} = f(\theta, \dot{\theta}) + gu$$

式中: θ 和 u 分别是状态变量和系统控制输入; $\dot{\theta}$ 是机械臂运动时的角速度; $\ddot{\theta}$ 是机械臂运动时的角加速度; $f(\theta, \dot{\theta})$ 为未知的非线性连续函数; $g > 0$ 为常系数。

令 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = u$, 可得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(\bar{x}) + g x_3 \\ \dot{x}_3 = u \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\bar{x} = [x_1, x_2]^T$

假设 1 控制系统(1)需满足如下约束:

$$|x_i| \leq k_{ci}, u_{c1} \leq u \leq u_{c2}, i=1, 2 \quad (2)$$

式中: k_{ci}, u_{ci} 和 u_{c2} 是正常数。

本文的目的是设计基于障碍函数的局部加权学习控制 $u(t)$, 满足系统约束(2)条件且使得闭环控制系统的信号有界, 以及 x_1 能够跟踪期望轨迹 $y_d(t)$ 。

假设 2 跟踪信号 $y_d(t)$ 及其 j 阶导数 $y_d^{(j)}(t)$ ($j=1, 2, 3$) 已知并且满足条件: $|y_d(t)| \leq A_0 < k_{c1}$ 和 $|y_d^{(j)}(t)| \leq Y_j$, 其中 A_0, Y_1, Y_2, Y_3 是正常数。

1.2 局部加权学习估计

定义 $D = \{\bar{x} \in R^n : |x_1| \leq k_{c1}, |x_2| \leq k_{c2}\}$ 。非线性函数 $f(\bar{x})$ 可用局部加权学习的方法进行估计, 可描述为:

$$\hat{f}(\bar{x}) = \frac{\sum_{k=1}^N \omega_k(\bar{x}) \hat{f}_k(\bar{x})}{\sum_{k=1}^N \omega_k(\bar{x})} \quad (3)$$

式中: $\omega_k(\bar{x})$ 是加权函数; $\hat{f}_k(\bar{x})$, $k=1, \dots, N$ 是局部估计器, 可用如下公式描述:

$$\hat{f}_k(\bar{x}) = \hat{\theta}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k(\bar{x}), \boldsymbol{\varphi}_k(\bar{x}) = [1, (\bar{x} - c_k)^T]^T \quad (4)$$

式中: c_k 第 k 个局部估计量的中心值。

假设 $D \subseteq \bigcup_{k=1}^N S_k$, 其中, $S_k = \{\bar{x} : \omega_k \neq 0\}$, $k=1, 2, \dots, N$ 是一系列紧集。将加权函数 $\omega_k(\bar{x})$ 作如下定义:

$$\omega_k(\bar{x}) = \begin{cases} (1 - (\|\bar{x} - c_k\| / 1.5)^2)^2, & \|\bar{x} - c_k\| \leq 1.5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

定义 $\bar{\omega}_k(\bar{x}) = \omega_k(\bar{x}) / \sum_k \omega_k(\bar{x})$ 并且满足 $\sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k = 1$, 则公式(3)可以写成如下形式:

$$\hat{f}(\bar{x}) = \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k \hat{f}_k(\bar{x}) \quad (6)$$

定义局部最优估计误差 ε_k :

$$\varepsilon_k = \begin{cases} f(\bar{x}) - \hat{f}_k(\bar{x}), & \text{在 } \bar{S}_k \text{ 上} \\ 0, & \text{在 } D - \bar{S}_k \text{ 上} \end{cases} \quad (7)$$

假设 $\varepsilon_k \leq \varepsilon$, ε 是一正常数。由式(4)(6)(7), $f(\bar{x})$ 可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} f(\bar{x}) &= \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k \boldsymbol{\theta}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k + \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varepsilon_k \\ \hat{f}(\bar{x}) &= \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{显然 } \left| \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varepsilon_k \right| \leq \left| \max_k (\varepsilon_k) \right| \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \leq |\varepsilon|$$

2 控制器的设计和稳定性分析

本部分采用基于障碍李雅普诺夫函数的反步法设计局部加权学习神经网络控制。

第一步: 定义 $z_1 = x_1 - y_d$ 为跟踪误差, 那么

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_d = x_2 - \dot{y}_d \quad (9)$$

可以设计障碍函数 $V_1 = \frac{1}{2} \log \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - z_1^2}$, 其中 k_{b1} 为设定常数。将式(9)带入 \dot{V}_1 可得

$$\dot{V}_1 = \frac{z_1}{k_{b1}^2 - z_1^2} [x_2 - \dot{y}_d] \quad (10)$$

设计 x_2 的参考信号 α_1 为

$$\alpha_1 = -\lambda_1 z_1 + \dot{y}_d \quad (11)$$

式中: λ_1 是一个正参数。

定义 $z_2 = x_2 - \alpha_1$ 。由(10)(11)可得

$$\dot{V}_1 = -\lambda_1 \frac{z_1^2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{z_1 z_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} \quad (12)$$

第二步: 由式(1)得

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = f(\bar{x}) - \dot{\alpha}_1 + g x_3 \quad (13)$$

定义障碍函数 V_2 为:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \log \frac{k_{b2}^2}{k_{b2}^2 - z_2^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \Gamma_k \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \quad (14)$$

式中: k_{b2} 为设定常数; $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T = \boldsymbol{\theta}_k^T - \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^T$ 为权值估计误差。对 V_2 求关于时间的导数, 可得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2} [f(\bar{x}) + g x_3] + \sum_{k=1}^N \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \Gamma_k \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_k^T \quad (15)$$

设计 x_3 的参考信号 α_2 为

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -\lambda_2 z_2 - \frac{1}{2} \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2} - \frac{k_{b2}^2 - z_2^2}{(k_{b1}^2 - z_1^2)} z_1 - \\ &\quad \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k / g + \dot{\alpha}_1 / g \end{aligned} \quad (16)$$

式中: λ_2 是正参数

定义 $z_3 = x_3 - \alpha_2$ 。由式(15)(16)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 - \lambda_2 \frac{z_2^2}{k_{b2}^2 - z_2^2} - \frac{1}{2} \frac{z_2^2}{(k_{b2}^2 - z_2^2)^2} - \frac{z_1 z_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \\ &\quad \frac{g z_2 z_3}{k_{b2}^2 - z_2^2} - \sum_{k=1}^N \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \Gamma_k \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_k^T + \\ &\quad \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2} [\sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k + \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varepsilon_k] \end{aligned} \quad (17)$$

又因为 $\left| \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varepsilon_k \right| \leq \varepsilon$, 那么

$$\frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2} \sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varepsilon_k \leq \frac{1}{2} \frac{z_2^2}{(k_{b2}^2 - z_2^2)^2} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (18)$$

由式(19)(20)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq \dot{V}_1 - \lambda_2 \frac{z_2^2}{k_{b2}^2 - z_2^2} - \frac{z_1 z_2}{k_{b1}^2 - z_1^2} + \frac{g z_2 z_3}{k_{b2}^2 - z_2^2} + \\ &\quad \frac{1}{2} \varepsilon^2 - \sum_{k=1}^N \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T [\Gamma_k \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_k^T - \bar{\omega}_k(\bar{x}) \boldsymbol{\varphi}_k \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2}] \end{aligned} \quad (19)$$

第三步: 设计障碍李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_3 &= V_2 + \frac{1}{2} q(z_3) \log \frac{k_{u2}^2}{k_{u2}^2 - z_3^2} + \\ &\quad \frac{1}{2} (1 - q(z_3)) \log \frac{k_{u1}^2}{k_{u1}^2 - z_3^2} \end{aligned} \quad (20)$$

式中: 参数 k_{u1}, k_{u2} 为设定常数。

$$\text{其中 } q(z_3) = \begin{cases} 1, & z_3 \geq 0 \\ 0, & z_3 < 0 \end{cases}, \text{ 若 } z_3 > 0, \text{ 那么}$$

$$q(z_3) = 1, \quad V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \log \frac{k_{u2}^2}{k_{u2}^2 - z_3^2} \quad (21)$$

对 V_3 求关于时间的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + \frac{z_3}{k_{u2}^2 - z_3^2} (\dot{u} - \dot{\alpha}_2) \leqslant \\ &- \sum_{j=1}^2 \lambda_j \frac{z_j^2}{k_{bj}^2 - z_j^2} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 + \frac{g z_2 z_3}{k_{b2}^2 - z_2^2} + \\ &\frac{z_3}{k_{u1}^2 - z_3^2} (\dot{u} - \dot{\alpha}_2) - \\ &\sum_{k=1}^N \tilde{\theta}_k^T [\Gamma_k \dot{\hat{\theta}}_k - \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varphi_k \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2}] \end{aligned} \quad (22)$$

式中 u 设计为

$$\dot{u} = -\lambda_3 z_3 - \frac{k_{u2}^2 - z_3^2}{k_{b2}^2 - z_2^2} g z_2 - \frac{1}{2} \frac{z_3}{k_{u2}^2 - z_3^2} + \dot{\alpha}_2 \quad (23)$$

式中: λ_3 是一个正参数, 若 $z_3 \leq 0$ 那么

$$q(z_3) = 0, \quad V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \log \frac{k_{u1}^2}{k_{u1}^2 - z_3^2} \quad (24)$$

对 V_3 求关于时间的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + \frac{z_3}{k_{u1}^2 - z_3^2} (\dot{u} - \dot{\alpha}_2) \leqslant \\ &- \sum_{j=1}^2 \lambda_j \frac{z_j^2}{k_{bj}^2 - z_j^2} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 + \frac{g z_2 z_3}{k_{b2}^2 - z_2^2} + \\ &\frac{z_3}{k_{u1}^2 - z_3^2} (\dot{u} - \dot{\alpha}_2) - \\ &\sum_{k=1}^N \tilde{\theta}_k^T [\Gamma_k \dot{\hat{\theta}}_k - \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varphi_k \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2}] \end{aligned} \quad (25)$$

式中 u 设计为

$$\dot{u} = -\lambda_3 z_3 - \frac{k_{u1}^2 - z_3^2}{k_{b1}^2 - z_2^2} g z_2 - \frac{1}{2} \frac{z_3}{k_{u1}^2 - z_3^2} + \dot{\alpha}_2 \quad (26)$$

结合公式(23)和式(26), 推导出

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -\lambda_3 z_3 - q(z_{n+1}) \left(\frac{k_{u2}^2 - z_3^2}{k_{b2}^2 - z_2^2} g z_2 + \frac{1}{2} \frac{z_3}{k_{u2}^2 - z_3^2} \right) - \\ &(1-q(z_{n+1})) \left(\frac{k_{u1}^2 - z_3^2}{k_{b1}^2 - z_2^2} g z_2 + \frac{1}{2} \frac{z_3}{k_{u1}^2 - z_3^2} \right) + \dot{\alpha}_2 \quad (27) \end{aligned}$$

式中: $u(t)$ 可计算如下:

$$u(t) = u(t - \tau_D) + \int_{t-\tau_D}^t \dot{u}(\tau) d\tau, \quad t \geq 0 \quad (28)$$

式中: τ_D 为正常数。当 $t \leq 0$, $u(t)=0$ 。那么有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leqslant - \sum_{j=1}^2 \lambda_j \frac{z_j^2}{k_{bj}^2 - z_j^2} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 - \\ &q(z_3) \frac{\lambda_3 z_3^2}{k_{u2}^2 - z_3^2} - \\ &\sum_{k=1}^N \tilde{\theta}_k^T [\Gamma_k \dot{\hat{\theta}}_k - \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varphi_k \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2}] - \\ &(1-q(z_3)) \frac{\lambda_3 z_3^2}{k_{u1}^2 - z_3^2} \end{aligned} \quad (29)$$

基于以上分析, 可得到如下的定理。

定理: 系统(1)的初始条件为 $\bar{x}(0) \in D$, $u(0)=0$ 。

控制率为式(27)和式(28)且 $\hat{\theta}_k$ 由式(30)调节:

$$\dot{\hat{\theta}}_k = -\sigma_k \hat{\theta}_k + \Gamma_k^{-1} \bar{\omega}_k(\bar{x}) \varphi_k \frac{z_2}{k_{b2}^2 - z_2^2} \quad (30)$$

$$\text{令 } A_i = \max_{(\bar{z}_i, \bar{y}_{di} \in \Omega)} |\alpha_i(\bar{z}_i, \bar{y}_{di})|, \quad i = 1, 2 \quad (31)$$

$$\text{式中: } \bar{z}_i = [z_1, \dots, z_i]^T, \quad \bar{y}_{di} = [y_d, y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(i-1)}]$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \{\bar{z}_i \in R^i, \bar{y}_{di} \in R^i : |z_i| \leq k_{ci}, |y_d| \leq A_0, \\ &|y_d^{(i)}| \leq Y_i, i=1, 2\} \end{aligned} \quad (32)$$

如果存在正的参数 λ_1 , λ_2 , λ_3 使

$$\begin{aligned} k_{ci} &\geq A_{i-1} + k_{bi}, \quad i=1, 2 \\ u_{cl} &\leq u_1 + A_2, u_{c2} \geq u_2 + A_2 \end{aligned} \quad (33)$$

(i)控制器的设计是可行的, 也就是说设计的控制器满足假设条件 1 和 2 下的系统状态约束和非对称输入约束条件; (ii)闭环系统中的所有信号都一致最终有界且跟踪误差收敛到零的一个小邻域内。

证明: 将式(30)代入式(29)中可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq - \sum_{j=1}^2 \lambda_j \frac{z_j^2}{k_{bj}^2 - z_j^2} + \frac{1}{2} \varepsilon^2 - q(z_3) \frac{\lambda_3 z_3^2}{k_{u2}^2 - z_3^2} - \\ &(1-q(z_3)) \frac{\lambda_3 z_3^2}{k_{u1}^2 - z_3^2} + \sum_{k=1}^N \sigma_k \tilde{\theta}_k^T \Gamma_k \hat{\theta}_k \end{aligned} \quad (34)$$

在文献[13]中已经证明了下列不等式成立:

$$\log[k_{bi}^2 / (k_{bi}^2 - z_i^2)] \leq z_i^2 / (k_{bi}^2 - z_i^2), i=1, 2 \quad (35)$$

那么

$$\begin{aligned} q(z_3) \log \frac{k_{u2}^2}{k_{u2}^2 - z_3^2} + (1-q(z_3)) \log \frac{k_{u1}^2}{k_{u1}^2 - z_3^2} &\leq \\ q(z_3) \frac{z_3^2}{k_{u2}^2 - z_3^2} - (1-q(z_3)) \frac{z_3^2}{k_{u1}^2 - z_3^2} \end{aligned} \quad (36)$$

又因为

$$\tilde{\theta}_k^T \Gamma_k \hat{\theta}_k = -\tilde{\theta}_k^T \Gamma_k \tilde{\theta}_k + \tilde{\theta}_k^T \Gamma_k \theta_k \leqslant -\frac{1}{2} \tilde{\theta}_k^T \Gamma_k \tilde{\theta}_k + \frac{1}{2} \theta_k^T \Gamma_k \theta_k \quad (37)$$

所以由式(34)(36)(37)可以得到

$$\dot{V}_3 \leqslant -\lambda V_3 + \xi \quad (38)$$

式中: $\lambda = \min\{2\lambda_i \sigma_k, i=1,2,3\}$,

$$\xi = \frac{1}{2} \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \theta_k^T \Gamma_k \theta_k \quad (39)$$

由式(39)进一步则可得到

$$V_3(t) \leqslant e^{-\lambda t} (V_3(0) - \frac{\xi}{\lambda}) + \frac{\xi}{\lambda} \quad (40)$$

经过以上分析, 可以得到如下结论:

(i) 从障碍李雅普诺夫函数 V_1, V_2, V_3 的构建可以看到 $|z_i| \leq k_{bi}, i=1, 2, k_{u1} \leq z_3 \leq k_{u2}$ 由于 $|x_1| \leq |x_1| + |y_d|, |x_2| \leq |z_2| + |\alpha_1|, u = z_3 + \alpha_2$ 以及式(31)(32)(33)成立, 所以可以满足约束条件 $|x_i| \leq k_{ci}, u_{ci} \leq u \leq u_{ci2}, i=1, 2$;

(ii) 从式(40)可得, 闭环系统中的信号一致有界, 且存在如下结果:

$$\begin{aligned} \log \frac{k_{bi}^2}{k_{bi}^2 - z_1^2} &\leq e^{-\lambda t} (V_3(0) - \frac{\xi}{\lambda}) + \frac{\xi}{\lambda} \\ \frac{k_{bi}^2}{k_{bi}^2 - z_1^2} &\leq \exp[e^{-\lambda t} (V_3(0) - \frac{\xi}{\lambda}) + \frac{\xi}{\lambda}] \end{aligned} \quad (41)$$

由此可得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{k_{bi}^2}{k_{bi}^2 - z_1^2} \leq e^{\frac{\xi}{\lambda}} \quad (42)$$

由式(42)可以进一步得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} z_1^2 \leq k_{bi}^2 (1 - e^{\frac{\xi}{\lambda}}) \quad (43)$$

因此, 通过适当选取控制参数, 可使得跟踪误差 z_1 收敛在 0 的一个小邻域内。

3 仿真结果

为了说明了所提出的基于障碍函数的局部加权神经网络控制方法的有效性, 在单关节机器臂上进行了仿真模拟。

首先, 建立该单关节机械臂的动力学模型为:

$$ml^2 \ddot{\theta} + d\dot{\theta} + 0.5mgl \cos(\theta) = u$$

式中: $m=1 \text{ kg}$; $l=1 \text{ m}$; $g=9.8 \text{ m/s}^2$; $d=1 \text{ kgm/s}^2$ 。系统的输入约束为 $-10 \leq u \leq 15$, 状态约束为 $|\theta| \leq 1, |\dot{\theta}| \leq 1, -10 \leq u \leq 15, |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1$, 系统的初始值为 $x_1(0)=0.2, x_2(0)=0.2, x_3(0)=0$, 所参考的跟踪轨迹为 $y_d=0.5\cos(t)$ 。

由控制器的设计和稳定分析部分的推导证明, 可将控制器设计成如下的形式:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -65z_3 - q(z_3) \left(\frac{9^2 - z_3^2}{0.6 - z_2^2} z_2 + \frac{1}{2} \frac{z_3}{9^2 - z_3^2} \right) - \\ &\quad (1 - q(z_3)) \left(\frac{4^2 - z_3^2}{0.6 - z_2^2} z_2 + \frac{1}{2} \frac{z_3}{4^2 - z_3^2} \right) + \dot{\alpha}_2 \end{aligned}$$

其中, 跟踪轨迹误差 $z_1=x_1-y_d, z_2=x_2-\alpha_1, z_3=x_3-\alpha_2$, 并且 z_1, z_2, z_3 的约束范围为: $|z_1| \leq 0.5, |z_2| \leq 0.6, -4 \leq z_3 \leq 9$ 。由控制器的设计部分的分析, 可将虚拟控制 α_1, α_2 , 设计为如下的形式:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -65z_2 + \dot{\alpha}_1 - \hat{f} - \frac{1}{2} \frac{z_2}{0.6^2 - z_2^2} - \frac{0.6^2 - z_2^2}{0.5^2 - z_1^2} z_1 \\ \alpha_1 &= -1.1z_1 + \dot{y}_d \end{aligned}$$

式中: \hat{f} 是对 $f=9.8/2\cos(x_1)-x_2$ 的局部加权神经网络估计。在用局部加权神经网络估计不确定项时, 中心位置选 $c_1=[-1, 1]^T, c_2=[0, 1]^T, c_3=[1, 1]^T, c_4=[-1, 0]^T, c_5=[0, 0]^T, c_6=[1, 0]^T, c_7=[-1, -1]^T, c_8=[0, -1]^T, c_9=[1, -1]^T, c_{10}=[-0.5, 0.5]^T, c_{11}=[0.5, 0.5]^T, c_{12}=[-0.5, -0.5]^T, c_{13}=[0.5, -0.5]^T$ 。

基函数选取

$$\varphi_k = [1, x_1, x_2]^T - [0; c_k], (k=1, 2, \dots, 13),$$

加权函数选取

$$\omega_k(\bar{x}) = \begin{cases} (1 - (\|\bar{x} - c_k\| / 1.5)^2)^2, & \|\bar{x} - c_k\| \leq 1.5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

加权自适应率为

$$\dot{\hat{\theta}}_k = -0.5\hat{\theta}_k + 200\sigma_k \varphi_k z_2 / (0.6^2 - z_2^2)$$

构建仿真, 得到的结果见图 1~4。图 1 和图 2 描述了跟踪误差 z_1, z_2, z_3 。图 3 描述了系统的状态 x_1, x_2 和输入 u 。图 4 描述了神经网络逼近误差。从图 1 可以看到跟踪误差 z_1 在 2 s 后逼近到 0 的一个邻域内。从图 1~3 可以明显看出 $|z_1| \leq 0.5, |z_2| \leq 0.6, -4 \leq z_3 \leq 9, |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1, -10 \leq u \leq 15$ 。

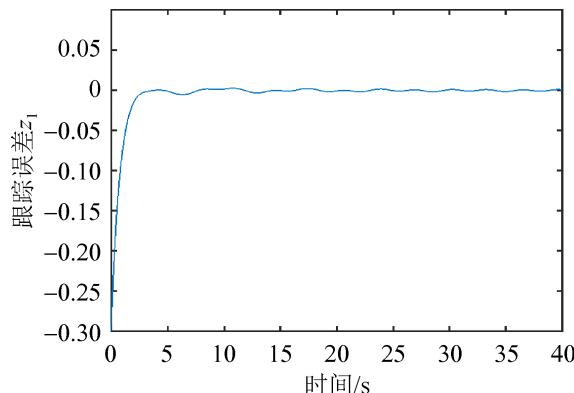


图1 轨迹跟踪误差 $z_1 = x_1 - y_d$
Fig. 1 Trajectory tracking errors $z_1 = x_1 - y_d$

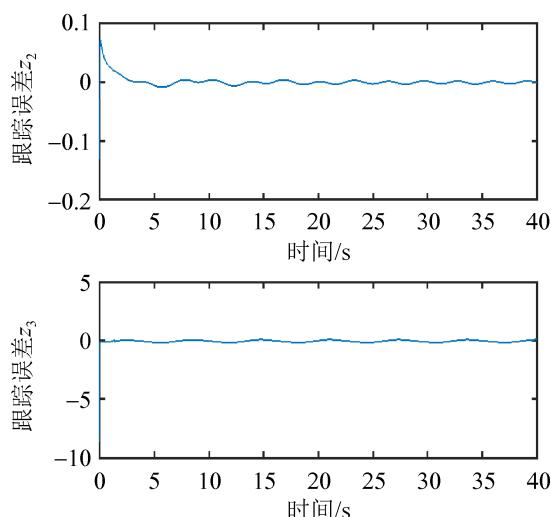


图2 跟踪误差 z_2 和 z_3
Fig. 2 Performance of tracking errors z_2 and z_3

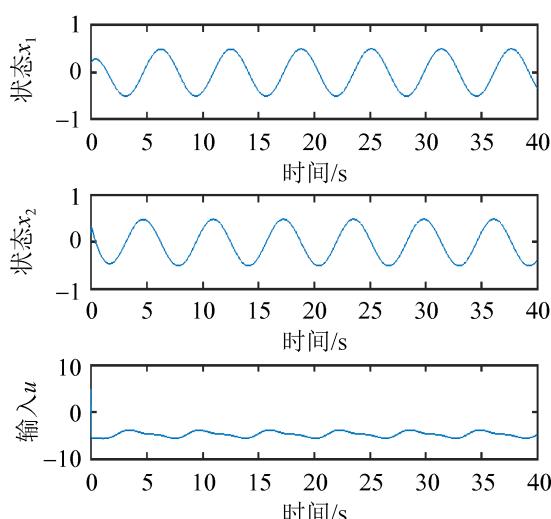


图3 状态 x_1 , x_2 和控制输入 u
Fig. 3 State x_1 , x_2 and control input u

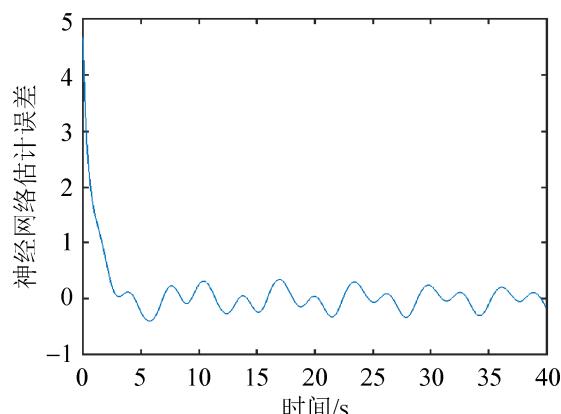


图4 神经网络估计误差 $f - \hat{f}$
Fig. 4 NN approximation errors $f - \hat{f}$

从图4可看到神经网络估计误差 $f - \hat{f}$ 在3 s后在(-0.4, 0.4)范围内跳动，随着时间的推移，跳动幅度越来越小，收敛到0的一个领域内。因此，基于障碍李雅普诺夫函数局部加权学习神经网络控制的设计满足系统的状态约束和输入约束条件，轨迹跟踪误差在很短的时间内收敛到0的一个领域内。

4 结论

本文采用基于障碍函数的反步控制方法设计一类带有状态约束和输入约束的单关节机械臂系统。将输入看成是一个扩展的状态变量，将状态和输入受限的控制问题转化为状态约束的控制问题。通过在反步法中构建对称和非对称的障碍函数来处理状态约束和输入约束。设计局部加权学习神经网络对系统中的不确定性进行估计和补偿。从仿真结果中我们可以看到在此约束系统中，跟踪误差和神经网络估计误差在短时间内达到了预期的精度。因此，以上的理论分析和仿真结果，证明了本文设计方案的可行性和有效性。

参考文献：

- [1] Islam S, Liu P X. Robust Sliding Mode Control for Robot Manipulators[J]. IEEE Tran. Ind. Electronic (S1557-9948), 2011, 58(6): 2444-2453.
- [2] 庄未, 刘晓平. 多连杆柔性关节机械臂的神经滑膜控制[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(10): 2098-2102.

- Zhuang Wei, Liu Xiaoping. Neural Sliding Mode Control of Multiple-link Flexible Joint Manipulator[J]. *Journal of System Simulation*, 2011, 23(10): 2098-2102.
- [3] 过希文, 王群京, 李国丽. 基于动态面的机械臂轨迹跟踪神经网络自适应算法[J]. *系统仿真学报*, 2011, 23(11): 2327-2332.
- Guo Xiwen, Wang Qunjing, Li Guoli. Dynamic Surface Based Neural Network Adaptive Algorithm for Robot Manipulation Trajectory Tracking[J]. *Journal of System Simulation*, 2011, 23(11): 2327-2332.
- [4] Li T, Duan S, Liu J. A Spintronic Memristor-based Neural Network with Radial Basis Function for Robotic Manipulator Control Implementation[J]. *IEEE T Syst Man Cy-S (S2168-2216)*, 2016, 46(4): 582-588.
- [5] 黄登峰, 陈力. 柔性空间机械臂的模糊控制及抑振最优控制[J]. *系统仿真学报*, 2012, 24(12): 116-120.
- Huang Dengfeng, Chen Li. Fuzzy Control and Vibration Suppression Optimal Control for Space Flexible Manipulator[J]. *Journal of System Simulation*, 2012, 24(12): 116-120.
- [6] Seo D. Adaptive Control for Robot Manipulator with Guaranteed Transient Performance[C]. *IEEE 55th Conference on Decision and Control*, Las Vegas: IEEE Press, 2016: 2109-2114.
- [7] Ngo K B, Mahony R. Bounded Torque Control for Robot Manipulators Subject to Joint Velocity constraints[C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Stockholm: IEEE Press, 2006: 7-12.
- [8] Papageorgiou X, Kyriakopoulos K J. Motion Tasks for Robot Manipulators Subject to Joint Velocity Constraints[C]. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Nice: IEEE Press, 2008: 2139-2144.
- [9] 曹鹏飞, 甘亚辉, 戴先中, 等. 物理受限冗余机械臂运动学凸优化求解[J]. *机器人*, 2016, 38(3): 257-264.
- Cao Pengfei, Gan Yahui, Dai Xianzhong, et al. Convex Optimization Solution for Inverse Kinematics of a Physically Constrained Redundant Manipulator[J]. *Robot*, 2016, 38(3): 257-264.
- [10] Subudhi B, Pradhan S K. Direct Adaptive Control of a Flexible Robot Using Reinforcement Learning[C]. *International Conference on Industrial Electronics, Control & Robotics*. Xi'an: IEEE Press, 2016: 27-29.
- [11] He W, Chen Y, Yin Z. Adaptive Neural Network Control of an Uncertain Robot with Full-state Constraints[J]. *IEEE T Cybernetics (S2168-2267)*, 2015, 46(3): 620-629.
- [12] He W, David A O, Yin Z. Neural Network Control of a Robotic Manipulator with Input Deadzone and Output Constraint[J]. *IEEE T SYST MAN CY-S (S2168-2216)*, 2016, 46(6): 759-770.
- [13] Liu Y J, Li J, Tong S. Neural Network Control-based Adaptive Learning Design for Nonlinear Systems with Full-state Constraints[J]. *IEEE T NEUR NET LEAR (S2162-237X)*, 2016, 27(7): 1562-1570.