

11-20-2019

## Optimal Compensation Control Strategy for Four-axle Vehicle with All-wheel Steering System

Baohua Wang

*Hubei University of Automotive Technology, Shiyan 442000, China;*

Yu Chao

*Hubei University of Automotive Technology, Shiyan 442000, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Optimal Compensation Control Strategy for Four-axle Vehicle with All-wheel Steering System

## Abstract

**Abstract:** Aiming at the problem of poor stability of traditional multi-axle commercial vehicles, *an optimal control strategy for multi-axle steering wheel is proposed*. Through the establishment of the four-axis vehicle model, the wheel angle proportional feed-forward control algorithm and the yaw rate feedback control algorithm are studied. *The optimal compensating control algorithm of the wheel angle proportional feed-forward and yaw rate feedback is proposed*, and the control strategy is also verified through joint simulation. The results show that the full-wheel steering optimal compensation control strategy can keep the center-of-mass skew angle close to zero at all vehicle speeds, reduce the turning radius about 50% at low speed and track effectively the ideal value of yaw rate at high speed. The steering performance and handling stability are significantly improved.

## Keywords

four-axle vehicle, all-wheel steering, optimal control, control strategy

## Recommended Citation

Wang Baohua, Yu Chao. Optimal Compensation Control Strategy for Four-axle Vehicle with All-wheel Steering System[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(3): 528-537.

## 某四轴车辆全轮转向最优补偿控制策略研究

王保华, 喻超

(湖北汽车工业学院, 湖北 十堰 442000)

**摘要:** 针对传统多轴商用车稳定性差等问题, 提出一种多轴车辆全轮转向最优控制策略。研究车轮转角比例前馈控制算法和横摆角速度反馈控制算法, 提出车轮转角比例前馈+横摆角速度反馈的最优补偿控制算法。建立四轴全轮转向车辆模型, 通过联合仿真验证了所设计的控制策略。结果表明: 全轮转向最优补偿控制策略能够在所有车速下保持质心侧偏角趋近于零, 使汽车低速时转弯半径减小 50%, 高速时横摆角速度有效跟踪理想值, 多轴车辆的转向性能和操纵稳定性显著改善。

**关键词:** 四轴车辆; 全轮转向; 最优控制; 控制策略

中图分类号: U463.4

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2019) 03-0528-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0103

### Optimal Compensation Control Strategy for Four-axle Vehicle with All-wheel Steering System

Wang Baohua, Yu Chao

(Hubei University of Automotive Technology, Shiyan 442000, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of poor stability of traditional multi-axle commercial vehicles, an optimal control strategy for multi-axle steering wheel is proposed. Through the establishment of the four-axis vehicle model, the wheel angle proportional feed-forward control algorithm and the yaw rate feedback control algorithm are studied. The optimal compensating control algorithm of the wheel angle proportional feed-forward and yaw rate feedback is proposed, and the control strategy is also verified through joint simulation. The results show that the full-wheel steering optimal compensation control strategy can keep the center-of-mass skew angle close to zero at all vehicle speeds, reduce the turning radius about 50% at low speed and track effectively the ideal value of yaw rate at high speed. The steering performance and handling stability are significantly improved.

**Keywords:** four-axle vehicle; all-wheel steering; optimal control; control strategy

## 引言

大量的研究表明, 相较传统前轮转向多轴车辆, 当有多个车轮参与转向时, 低速机动灵活性和高速操纵稳定性能够有很大的提高, 多桥转向技术

正成为多轴商用车的研究热点。而对于多桥转向车辆, 尤其是三个以上转向轴的车辆, 因其结构导致转向工况复杂, 对其控制策略的研究较小, 现有研究大多限于采用以零质心侧偏角为目标的比例前馈或反馈控制策略<sup>[1-3]</sup>, 这些控制策略以线性模型为前提, 将其应用到复杂非线性模型中会有很大的偏差, 导致控制效果并不理想。因此, 项目以某四轴商用车为研究对象, 设计一种最优补偿控制策略应用于车辆的多桥转向控制, 对各轴车轮转角进行



收稿日期: 2017-03-06 修回日期: 2017-05-27;  
基金项目: 国家自然科学基金(51375151), 湖北省科技支撑计划(2015BAA046), 湖北省重点实验室项目(2014XY01, ZDK201214);  
作者简介: 王保华(1972-), 男, 河南, 博士, 教授, 研究方向为汽车系统动力学与控制、汽车先进转向技术。

<http://www.china-simulation.com>

控制,使汽车转向时的质心侧偏角和横摆角速度达到最优,并将所设计的控制算法应用到所建立的四轴非线性 TruckSim 车辆模型中,通过仿真验证控制策略正确性和控制效果。

## 1 某四轴全轮转向车辆模型

### 1.1 四轴二自由度车辆模型

在转弯时,质心侧偏角和横摆角速度是评价汽车操纵稳定性的两个重要指标。通过对某四轴汽车二自由度模型的分析,可以从本质上把握多桥转向对整车操纵稳定性的影响,为设计合理的多桥转向控制算法奠定理论基础。

某四轴全轮转向车辆简化模型如图 1 所示,在本模型中,忽略悬架的作用,认为汽车只作平行于地面的平面运动,即汽车沿  $z$  轴的位移,绕  $y$  轴的俯仰角及绕  $x$  轴的侧倾角均为零。汽车沿  $x$  轴的前进速度  $V_x$  保持不变,只有沿  $y$  轴的侧向运动及绕  $z$  轴的横摆运动这两个自由度。

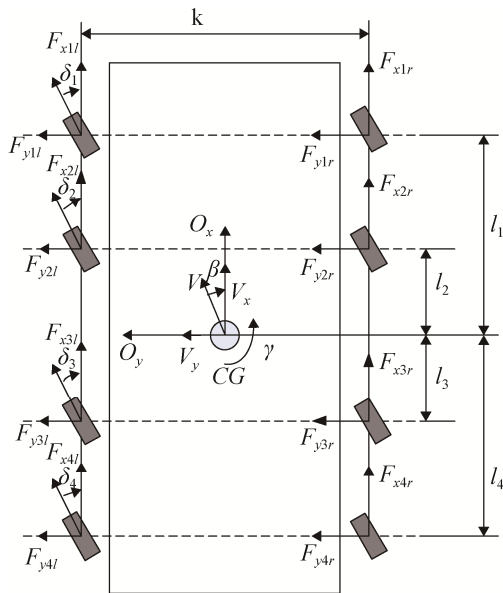


图 1 四轴全轮转向车辆简化模型

Fig. 1 Simplified model of four-axle all-wheel steering vehicle

假设轮胎侧偏特性处于线性区域,可得四轴转向车辆二自由度数学模型为<sup>[4-5]</sup>:

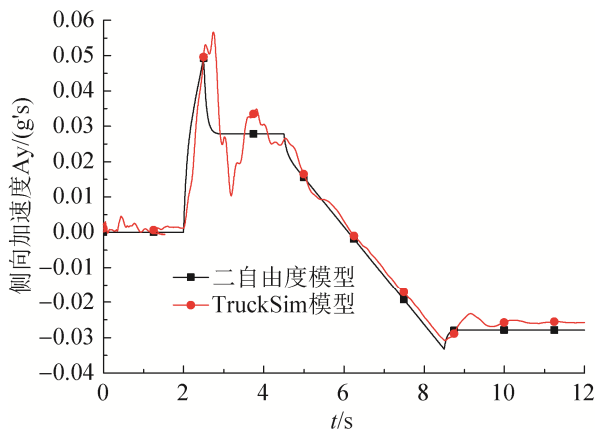
$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^4 C_i & -\sum_{i=1}^4 C_i l_i \\ \frac{-\sum_{i=1}^4 C_i l_i}{MV_x} & \frac{-\sum_{i=1}^4 C_i l_i^2}{MV_x^2} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_1}{MV_x} & \frac{C_2}{MV_x} \\ \frac{C_1 l_1}{I_z} & \frac{C_2 l_2}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_3}{MV_x} & \frac{C_4}{MV_x} \\ \frac{C_3 l_3}{I_z} & \frac{C_4 l_4}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $M$  为车辆质量;  $V_x$  为纵向车速;  $\beta$  为质心侧偏角;  $I_z$  为汽车绕  $z$  轴的转动惯量;  $\gamma$  为汽车横摆角速度;  $C_i$  为第  $i$  轴轮胎等效侧偏刚度;  $\delta_i$  第  $i$  轴轮胎转向角;  $l_i$  分别为第  $i$  轴到车辆质心的距离。定义质心前的  $l_i$  为正值,质心后的  $l_i$  为负值,  $i=1,2,3,4$ 。

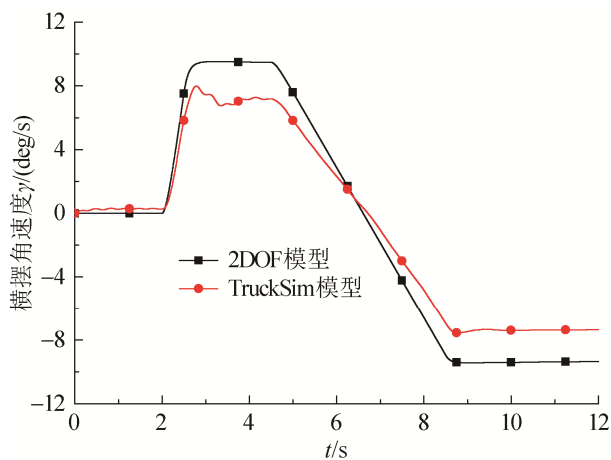
### 1.2 四轴车辆的 TruckSim 模型

TruckSim 是基于汽车系统动力学特性的参数化建模仿真软件,可以很方便地模拟各种工况下汽车的响应,以及用于控制系统控制策略的开发和验证<sup>[6]</sup>。本文仍以某四轴商用车为分析对象,基于 TruckSim 软件建立四轴全轮转向车辆模型,取消第二、三、四轴与第一轴的机械连接,保留车体、传动系统、制动系统、轮胎以及空气动力学模块。为了模拟真实工况,给汽车装载 25 000 kg 的负载。为保证所建立的二自由度车辆模型与具有非线性特性 TruckSim 车辆模型代表准确性和一致性,采用 Fishhook 工况进行了仿真对比和验证<sup>[7]</sup>,仿真试验条件和结果如图 2 所示。

模型验证分低速工况和中速工况两种情况进行。从图 2 可以看出,在低速小转角的线性区域,所建立的二自由度车辆模型与 TruckSim 车辆模型具有基本相同的车辆动态响应特性,证明了所建立的模型正确性,可以用此模型验证所设计的控制算法,并通过 Matlab/Simulink 与 TruckSim 联合仿真来分析验证控制算法的正确性和控制效果。



(a) 侧向加速度( $V_x=20$  km/h,  $\mu=0.85$ )



(b) 侧向加速度( $V_x=60$  km/h,  $\mu=0.85$ )

图 2 车辆动态特性对比曲线

Fig. 2 Vehicle dynamic characteristics contrast curve

## 2 转向控制策略分析

当汽车转向时,随着车辆质心侧偏角的增大,回正力矩会随之减小,从而导致车辆运动的不稳定<sup>[8]</sup>,因此,对于车辆控制策略的设计大多是以控制质心侧偏角为目标。对于本文的控制对象,将传统车辆的非转向轴设计为转向轴,将车辆改造成全轮转向车辆,通过转向策略合理地控制后轮参与转向,从而减小车辆质心侧偏角,并将横摆角速度稳定在理想值,改善多轴车辆系统的动态特性。基于研究基础,本文提出一种基于最优补偿控制策略的四轴全轮转向车辆,系统框图如图 3 所示,其包括 Trucksim 整车模型模块、最优控制器模块和理想车辆模型模块,其中, $G_{j1}(j=2,3,4)$ 分别为二、三、四轴车轮转角与第一

轴车轮转角的前馈比例系数, $G_f$ 为双前桥转向汽车第二轴与第一轴的转向比; $\Delta\delta_i(i=1,2,3,4)$ 分别为各轴转角反馈增益量; $\gamma_d$ 为期望的横摆角速度, $\beta_d$ 为期望的质心侧偏角。对于给定的前轮转角,仍采用传统的前馈比例控制来保证质心侧偏角趋近于零,第一轴车轮转角前馈量与理想车辆模型计算的车轮转角的补偿量叠加分别作为各轴车轮的转角输入,作用于 TruckSim 四轴车辆模型。因此,多桥转向车辆控制策略设计的关键技术是最优控制器算法的开发和理想车辆模型的建立。

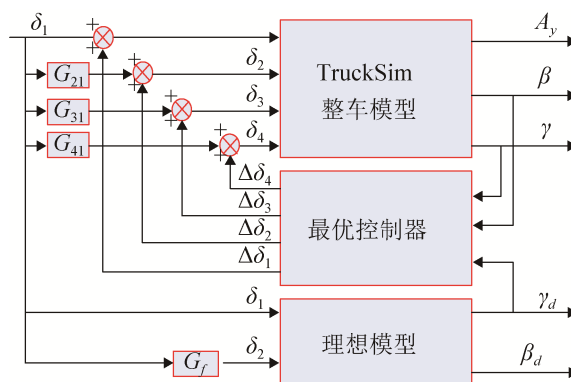


图 3 基于最优控制的四轴全轮转向车辆系统框图  
Fig. 3 Block diagram of a four-axle all-wheel-steering vehicle based on optimal control system

## 3 多桥转向控制算法研究

### 3.1 前轮转角比例前馈控制算法设计

对于四轴全轮转向汽车,假设二、三、四轴与第一轴车轮转角的比例关系为:

$$\delta_j = G_{j1}\delta_1 \quad (j=2,3,4) \quad (2)$$

全轮转向比例控制是为了尽量保证汽车转弯过程中质心侧偏角为 0。为了减少轮胎磨损,理论上各轮转角都应该满足阿克曼转角关系,如图 4 所示,各轴内外车轮转角需满足式(3)所示的关系。

$$\cot \alpha_i - \cot \delta_i = k/L_i \quad (3)$$

对于不同转向轴的车轮转角,根据阿克曼转向原理,在各车轮转角较小时,存在如下关系:

$$\frac{\tan \delta_j}{\tan \delta_1} \approx \frac{\delta_j}{\delta_1} = \frac{L_j}{L_1} \quad (4)$$

式中:  $L_1$  为第一轴到转向中心线的距离;  $L_j$  为第  $j$  轴到转向中心线的距离, 定义转向中心前为正, 后为负。

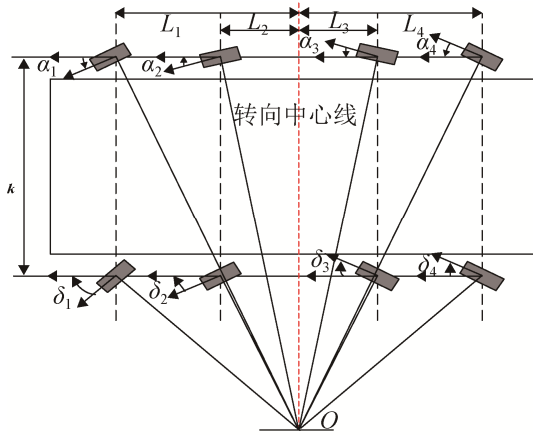


图 4 多桥转向示意图

Fig. 4 Schematic diagram of multi axle steering

联立式(2)~(4)可得:

$$G_{j1} = \frac{\delta_j}{\delta_1} = \frac{L_j}{L_1} = \frac{L_1 - L_{1j}}{L_1} = 1 - \frac{L_{1j}}{L_1} \quad (5)$$

式中:  $L_{1j}$  为第一轴到第  $j$  轴的距离。由式(5)可知, 第一轴到转向中心线的距离  $L_1$  决定了比例系数  $G_{j1}$ 。根据质心零侧偏的控制策略, 当汽车稳态时横摆角速度为定值, 此时有  $\beta=0$ ,  $\dot{\beta}=0$ ,  $\dot{\gamma}=0$ , 由式(1)~(5)可得:

$$L_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 C_i l_i^2 \sum_{i=1}^4 L_i C_i - (MV_x^2 + \sum_{i=1}^4 C_i l_i) \sum_{i=1}^4 L_i l_i C_i}{\sum_{i=1}^4 C_i l_i^2 \sum_{i=1}^4 C_i - (MV_x^2 - \sum_{i=1}^4 C_i l_i) \sum_{i=1}^4 C_i l_i} \quad (6)$$

图 5 所示为第一轴到转向中心线的距离随车速的变化曲线, 可以看到, 随着车速的升高, 后轴车轮转角由逆相位变为同相位, 转向中心逐渐向后轴移动。

图 6 所示为各轴与第一轴转角的比例系数随车速的变化曲线。可以看出, 转向中心线位置是随着车速变化的; 而第二轴比例系数始终为正, 与第一轴车轮保持同向状态; 随着车速的提高, 第三、四轴车轮转角由负值逐渐增加为正值, 相应地后两轴车轮转角与第一轴车轮转角由逆向转变为同向, 从而改变车辆状态。

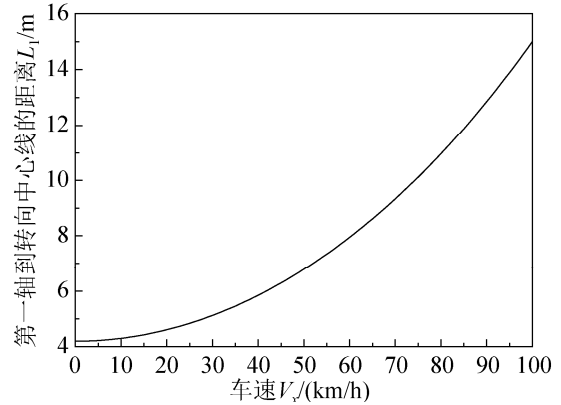


图 5 第一轴到转向中心的距离

Fig. 5 Distance from the first axle to the center of the steering

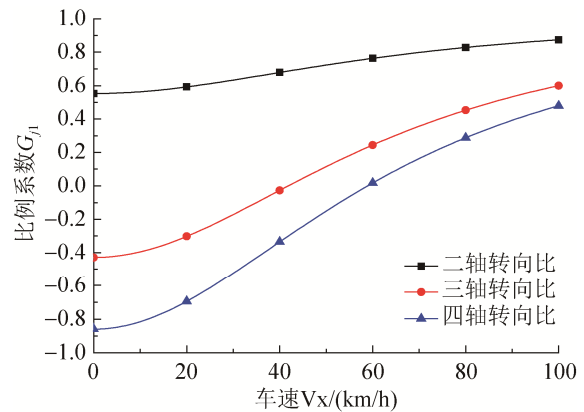


图 6 各轴车轮转角与第一轴车轮转角比例系数变化关系  
Fig. 6 Proportional relation of the wheel angle ratio between the first axle and the other axles

### 3.2 理想车辆模型的建立

汽车实际转向时, 只有前轮转向、轮胎工作在线性区域、汽车具有适度不足转向趋势时, 整车操纵稳定是最好的。因此, 本文将质心侧偏角为零、横摆角速度根据前轮转向汽车的一阶惯性系统作为理想车辆模型。将式(1)变换为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} [\delta_1] + \begin{bmatrix} b_{12} \\ b_{22} \end{bmatrix} [\delta_2] + \begin{bmatrix} b_{13} \\ b_{23} \end{bmatrix} [\delta_3] + \begin{bmatrix} b_{14} \\ b_{24} \end{bmatrix} [\delta_4] \quad (7)$$

$$\text{式中: } a_{11} = \frac{-\sum_{i=1}^4 C_i}{MV_x}; a_{12} = \frac{-\sum_{i=1}^4 C_i l_i}{MV_x^2} - 1; a_{21} = \frac{-\sum_{i=1}^4 C_i l_i}{I_z};$$

$$a_{22} = \frac{-\sum_{i=1}^4 C_i I_i^2}{I_z V_x}; b_{11} = \frac{C_1}{MV_x}; b_{12} = \frac{C_2}{MV_x}; b_{13} = \frac{C_3}{MV_x};$$

$$b_{14} = \frac{C_4}{MV_x}; b_{21} = \frac{C_1 l_1}{I_z}; b_{22} = \frac{C_2 l_2}{I_z}; b_{23} = \frac{C_3 l_3}{I_z}; b_{24} = \frac{C_4 l_4}{I_z}.$$

对式(7)进行拉普拉斯变换可得<sup>[9]</sup>:

$$\begin{pmatrix} s - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & s - a_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ \gamma(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1(s) \\ \delta_2(s) \\ \delta_3(s) \\ \delta_4(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \end{bmatrix} \quad (8)$$

对于四轴全轮转向汽车, 设二、三、四轴转向控制函数分别为  $G_{21}(s)$ 、 $G_{31}(s)$ 、 $G_{41}(s)$ , 则有:

$$\begin{cases} \delta_2(s) = G_{21}(s)\delta_1(s) \\ \delta_3(s) = G_{31}(s)\delta_1(s) \\ \delta_4(s) = G_{41}(s)\delta_1(s) \end{cases} \quad (9)$$

联立式(7)~(8)可得四轴汽车质心侧偏角的传递函数为:

$$\beta(s) = \left( \frac{F_1(s) + F_2(s)G_{21}(s) + F_3(s)G_{31}(s) + F_4(s)G_{41}(s)}{F_5(s)} \right) \delta_1(s) / F_5(s) \quad (10)$$

式中: 
$$\begin{cases} F_1(s) = (s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21} \\ F_2(s) = (s - a_{22})b_{12} + a_{12}b_{22} \\ F_3(s) = (s - a_{22})b_{13} + a_{12}b_{23} \\ F_4(s) = (s - a_{22})b_{14} + a_{12}b_{24} \\ F_5(s) = (s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21} \end{cases}.$$

同理, 可得四轴汽车横摆角速度的传递函数为:

$$\gamma(s) = \left( \frac{E_1(s) + E_2(s)G_{21}(s) + E_3(s)G_{31}(s) + E_4(s)G_{41}(s)}{F_5(s)} \right) \delta_1(s) / F_5(s) \quad (11)$$

式中: 
$$\begin{cases} E_1(s) = (s - a_{11})b_{21} + a_{21}b_{11} \\ E_2(s) = (s - a_{11})b_{22} + a_{21}b_{12} \\ E_3(s) = (s - a_{11})b_{23} + a_{21}b_{13} \\ E_4(s) = (s - a_{11})b_{24} + a_{21}b_{14} \end{cases}.$$

当  $G_{21}(s)=G_{31}(s)=G_{41}(s)=0$  时, 即可得到四轴汽车前轮转向的质心侧偏角和横摆角速度分别为:

$$\begin{cases} \beta(s) = \frac{(s - a_{22})b_{11} + a_{12}b_{21}}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \delta_1(s) \\ \gamma(s) = \frac{(s - a_{11})b_{21} + a_{21}b_{11}}{(s - a_{11})(s - a_{22}) - a_{12}a_{21}} \delta_1(s) \end{cases} \quad (12)$$

将式(10)~(11)中的  $G_{21}(s)$ 、 $G_{31}(s)$ 、 $G_{41}(s)$  分别用前馈系数  $G_{21}$ 、 $G_{31}$ 、 $G_{41}$  代替可得:

$$\begin{cases} \beta(s) = \frac{F_1(s) + F_2(s)G_{21} + F_3(s)G_{31} + F_4(s)G_{41}}{F_5(s)} \\ \delta_1(s) \\ \gamma(s) = \frac{E_1(s) + E_2(s)G_{21} + E_3(s)G_{31} + E_4(s)G_{41}}{F_5(s)} \\ \delta_1(s) \end{cases} \quad (13)$$

汽车质心侧偏角对前轮转角的稳态增益和横摆角速度对前轮转角的稳态增益分别为:

$$\begin{cases} \frac{\beta(0)}{\delta_1(0)} = 0 \\ \frac{\gamma(0)}{\delta_1(0)} = \frac{a_{21}b_{11} - a_{11}b_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases} \quad (14)$$

理论参考模型质心侧偏角及横摆角速度的稳态增益值与式(14)相同, 那么有:

$$\begin{cases} \frac{F_1(s) + F_2(s)G_{21} + F_3(s)G_{31} + F_4(s)G_{41}}{F_5(s)} = 0 \\ \frac{E_1(s) + E_2(s)G_{21} + E_3(s)G_{31} + E_4(s)G_{41}}{F_5(s)} = \frac{a_{21}b_{11} - a_{11}b_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases} \quad (15)$$

根据文献[10-11]可知, 理论参考模型的状态方程可写为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_d \\ \dot{\gamma}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{t_\beta} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{t_\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_d \\ \gamma_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_\beta}{t_\beta} \\ \frac{k_\gamma}{t_\gamma} \end{bmatrix} \delta_1 \quad (16)$$

式中:  $\beta_d$  为理想的质心侧偏角;  $\gamma_d$  为理想的横摆角速度;  $k_\beta$  为质心侧偏角的稳态增益值,  $k_\beta=0$ ;  $k_\gamma$  为横摆角速度的稳态增益值,  $k_\gamma=(a_{21}b_{11}-a_{11}b_{21})/(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})$ ;  $t_\beta$  为质心侧偏角的惯性环节时间常数, 此处  $t_\beta$  取 0.1<sup>[12]</sup>;  $t_\gamma$  为横摆角速度的惯性环节时间常数, 此处  $t_\gamma$  取 0.1。

### 3.3 前馈+横摆角速度反馈控制算法设计

比例前馈控制只考虑了质心侧偏角, 并没有考虑横摆角速度的变化。而后轮转角比例于前轮转角加横摆角速度反馈的控制策略, 不仅可使质心侧偏角为零, 保持良好的方向性。并且由于状态反馈地存在, 提高了汽车抗外来干扰的稳定性。

将这种控制算法表示为:

$$\delta_j = \frac{l_j}{l_1} (k_1 \delta_1 + k_2 \gamma), (j=2,3,4) \quad (17)$$

通过调整合适的比例系数  $k_1$ 、 $k_2$  可使汽车瞬态和稳态的质心侧偏角均为零, 即  $\beta=0$ ,  $\dot{\beta}=0$ , 带入式(7)可得:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{-b_{11}l_1}{b_{12}l_2 + b_{13}l_3 + b_{14}l_4} \\ k_2 = \frac{-a_{12}l_1}{b_{12}l_2 + b_{13}l_3 + b_{14}l_4} \end{cases} \quad (18)$$

那么前馈加反馈的控制算法为:

$$\delta_i = \frac{l_i}{l_1} \left( \frac{-C_i l_i}{\sum_{i=2}^4 C_i l_i} \delta_1 + \frac{\left( \sum_{i=1}^4 C_i l_i - MV_x^2 \right) l_i}{V_x \sum_{i=2}^4 C_i l_i} \gamma \right) \quad (19)$$

### 3.4 最优补偿控制算法设计

选取状态向量  $\mathbf{X}=(\beta \ \gamma \ \gamma_d)^T$ , 控制向量  $\mathbf{U}=(\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4)^T$ , 输出向量  $\mathbf{Y}=(\beta \ \Delta\gamma)^T$ , 根据式(1)和式(16)可得系统状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \end{cases} \quad (20)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^4 C_i / MV_x & -\sum_{i=1}^4 C_i l_i / MV_x^2 - 1 & 0 \\ -\sum_{i=1}^4 C_i l_i / I_z & -\sum_{i=1}^4 C_i l_i^2 / I_z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{t_\gamma} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{C_1}{MV_x} & \frac{C_2}{MV_x} & \frac{C_3}{MV_x} & \frac{C_4}{MV_x} \\ \frac{C_1 l_1}{I_z} & \frac{C_2 l_2}{I_z} & \frac{C_3 l_3}{I_z} & \frac{C_4 l_4}{I_z} \\ \frac{k_\gamma}{t_\gamma} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

将四轴全轮转向车辆的最优控制策略可描述为: 计算出一组最佳转向角度, 在车速、车轮转角和汽车参数确定的情况下, 使得四轴全轮转向汽车

转向时的动态稳定性最优。即汽车质心侧偏角接近于零, 横摆角速度跟踪理想横摆角速度。由式(17)可得性能指标表达式为:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{Y} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{X} \mathbf{Q}_d \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt \quad (21)$$

式中:  $\mathbf{U}$  为最优控制矩阵,  $\mathbf{U}=-\mathbf{K}\mathbf{X}$ ;  $\mathbf{Q}_d$  为状态向量的加权系数矩阵;  $\mathbf{Q}_d=\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$ ;  $\mathbf{K}$  为最优控制反馈系数矩阵,  $\mathbf{K}=\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$ ;  $\mathbf{P}$  为黎卡提方程的解。

式(22)可通过 MATLAB 的 LQR 函数求解。

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q}_d = 0 \quad (22)$$

根据黎卡提方程可求得最优控制反馈系数矩阵  $\mathbf{K}$ , 那么最优的转向轴补偿转角为:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \end{bmatrix} = -\mathbf{K} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \gamma_d \end{bmatrix} \quad (23)$$

### 3.5 联合仿真车辆系统建模

建立 MATLAB/Simulink 与 TruckSim 的联合仿真模型。车辆基本参数见表 1, 仿真模型见图 7。

表 1 车辆基本参数  
Tab. 1 Vehicle parameters

参数	数值
整车质量 $m_a$	5 990 kg
负载质量 $m_b$	25 000 kg
轴距	2 070 mm
一轴车轮到质心的距离 $l_1$	4 200 mm
二轴车轮到质心的距离 $l_2$	2 323 mm
三轴车轮到质心的距离 $l_3$	-1 800 mm
四轴车轮到质心的距离 $l_4$	-3 606 mm
一轴与二轴的距离 $L_{12}$	1 877 mm
一轴与三轴的距离 $L_{13}$	6 000 mm
一轴与四轴的距离 $L_{14}$	7 806 mm
一轴车轮等效侧偏刚度 $C_1$	242×2 KN/rad
二轴车轮等效侧偏刚度 $C_2$	310×2 KN/rad
三轴车轮等效侧偏刚度 $C_3$	310×2 KN/rad
四轴车轮等效侧偏刚度 $C_4$	310×2 KN/rad
车身横摆转动惯量 $I_z$	137 569 kg·m <sup>2</sup>
二轴车轮转角与一轴之比 $G_f$	0.94



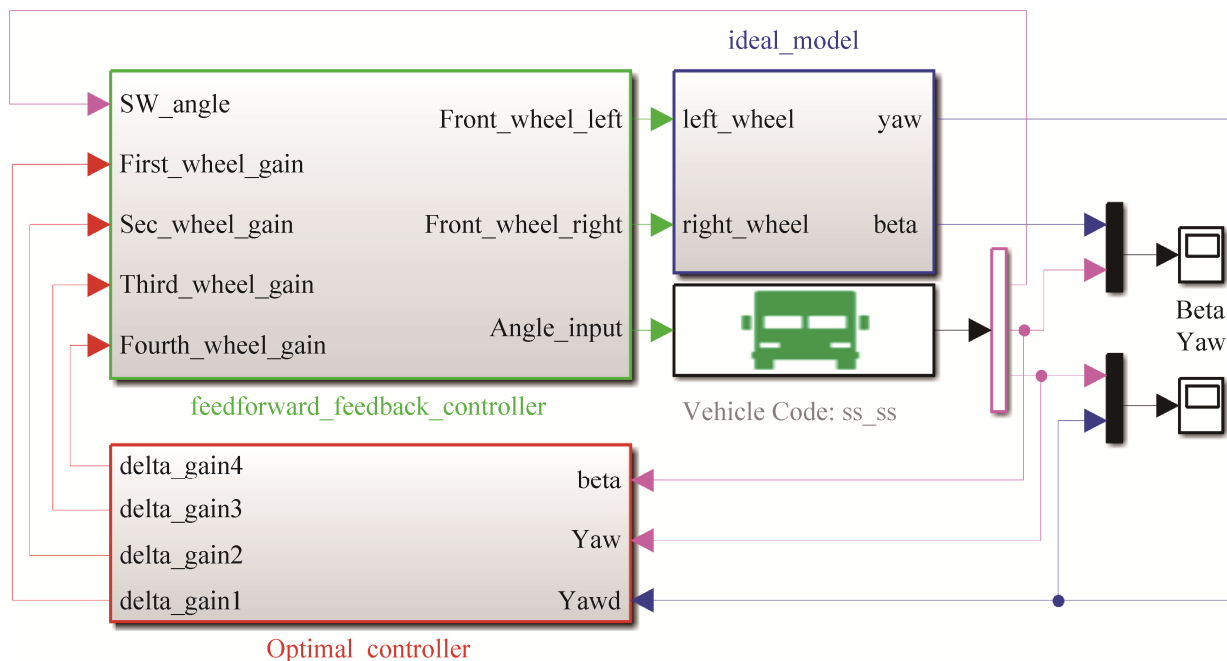


图7 MATLAB/Simulink-TruckSim 联合仿真车辆模型  
Fig. 7 MATLAB/Simulink-TruckSim co-simulation model

## 4 系统仿真与结果分析

由最优控制理论可知, 最优解和  $Q$ 、 $R$  的选取有很大的关系, 甚至有可能出现  $Q$ 、 $R$  选取不当造成输出结果变差的可能。在任何车速下, 都希望车辆质心侧偏角能够尽量为零, 保持良好的轨迹跟踪。由于存在最小转弯半径  $R_{min}=V_x/\gamma$ , 在低速时, 希望横摆角速度稳态值能够大一些以保证良好的机动灵活性, 高速时横摆角速度尽量跟踪理想模型, 以减轻驾驶员驾驶负担。通过调整合适的  $Q$ , 分别就低速、中高速两种情况进行仿真分析。

### 4.1 低速工况车辆动力学仿真

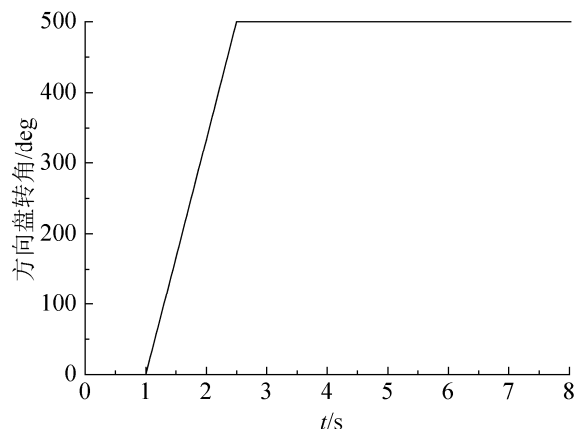
仿真实验条件: 车速 10 km/h, 方向盘转角为  $500^\circ$  角阶跃输入, 如图 8(a) 所示。

由图 8(b) 可以看出, 相比较于双前桥转向, 3 种控制方式均可使车辆质心侧偏角降低 90% 以上, 稳态值基本保持在零位附近, 但是比例前馈控制和前馈+反馈控制的质心侧偏角存在瞬间超调量, 车辆稳定性不及最优控制。同时可以看出双前桥转向相对单前桥有增加车辆不稳定的趋势。

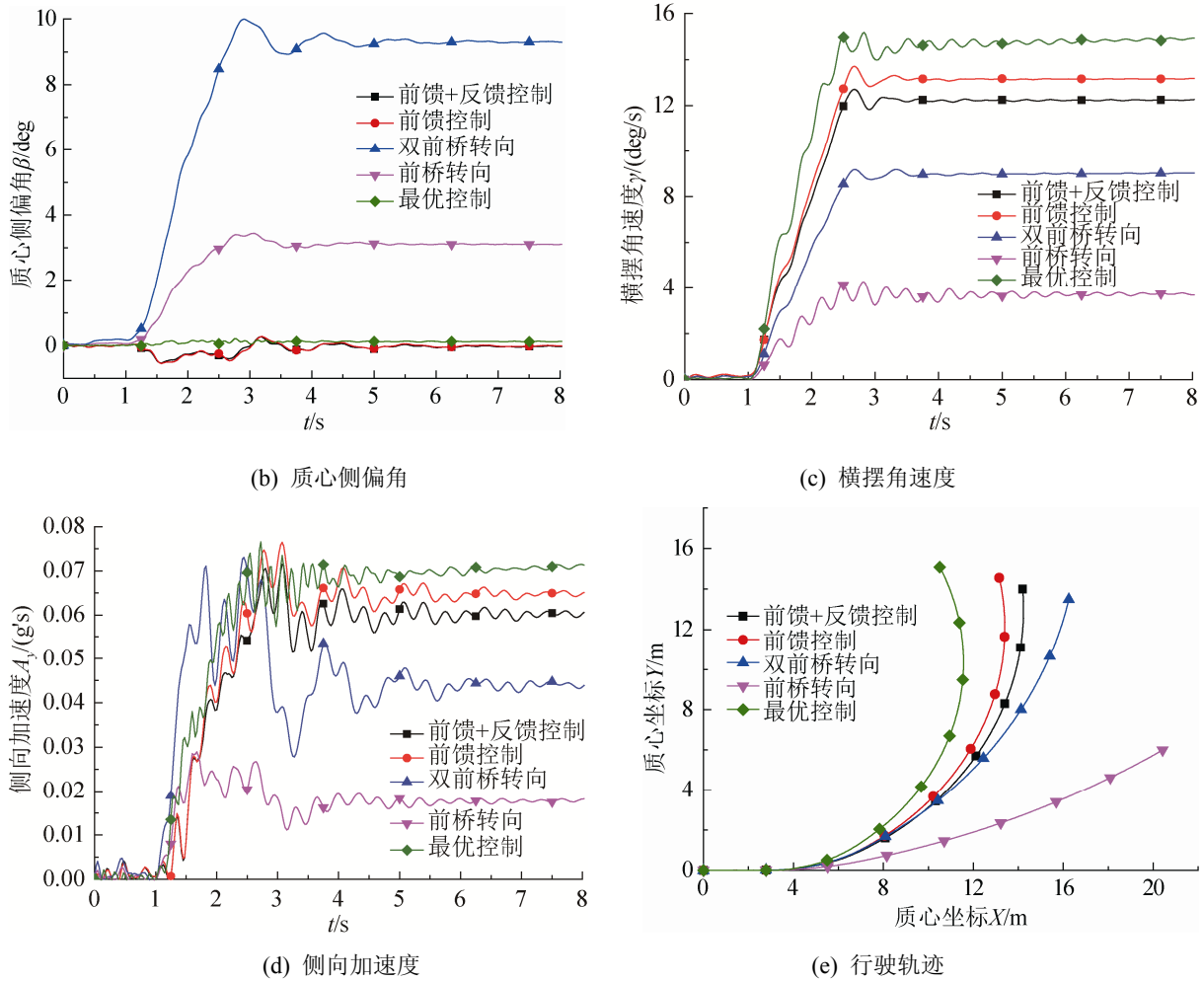
图 8(c) 表明, 3 种控制方式的横摆角速度稳态值相较双前桥转向均有所提高。

图 8(d) 表明, 最优控制下的多桥转向汽车侧向加速度虽然相对其它四种转向模式有所提高, 但是稳态值仍保持在  $0.07g$ , 车辆稳定性较好。

从图 8(e) 可以很明显地看出, 最优控制能够最大限度地减小转弯半径, 最小转弯半径相比双前桥转向减小 50%, 相比比例前馈控制减小 30%, 机动灵活性得到了进一步提高, 控制效果明显改善。



(a) 方向盘转角

图 8 四轴车辆角阶跃响应曲线( $V_x=10$  km/h)Fig. 8 Step input response curve of four axle vehicle ( $V_x=10$  km/h)

## 4.2 中、高速工况车辆动力学仿真

仿真实验条件: 车速分别选取为 60 km/h、80 km/h, 方向盘转角为  $180^\circ$  的正弦输入, 如图 9(a) 所示。从图 9(b) 可以看出, 高速时最优控制和比例前馈控制及前馈+反馈控制相比双前桥仍能有效降低质心侧偏角, 但是从比例前馈和前馈+反馈控制响应曲线可以看出, 车辆有轻微抖动, 控制效果不及最优控制; 而图 9(c) 表明, 比例前馈控制使得横摆角速度的稳态值相对于双前桥有所下降, 特别是前馈+反馈控制, 横摆角速度稳态值仅为双前桥转向稳态值的 50%, 且随着车速提高, 这种下降趋势越明显, 降低了高速转向灵活性, 影响了驾驶员的操纵感觉, 对驾驶员操作带来了负担。而最优控制

的横摆角速度响应曲线能够准确跟踪双前桥转向, 在提高车辆操纵稳定性的同时不会影响驾驶员原有的操纵感觉。在相同的实验条件下, 当车速提高到 80 km/h 时, 由图 9(d) 可以直观的看出, 此时双前桥转向车辆已失去了控制, 而前桥转向车辆虽然已不能较好的保持轨迹跟踪, 但是仍能保持不侧翻, 其主要原因在于双前桥的主要目的是提升汽车的机动灵活性, 其实质上是有增加汽车不稳定的趋势的; 由图 9(e) 可以看出, 双前桥转向汽车侧向加速度大于  $0.4 g$ , 因轮胎的侧偏力不足已导致车辆失稳。而采用其它三种采用转向控制的多桥车辆, 轨迹跟踪良好, 说明后桥参与转向能够提高多轴车辆的操稳性能。

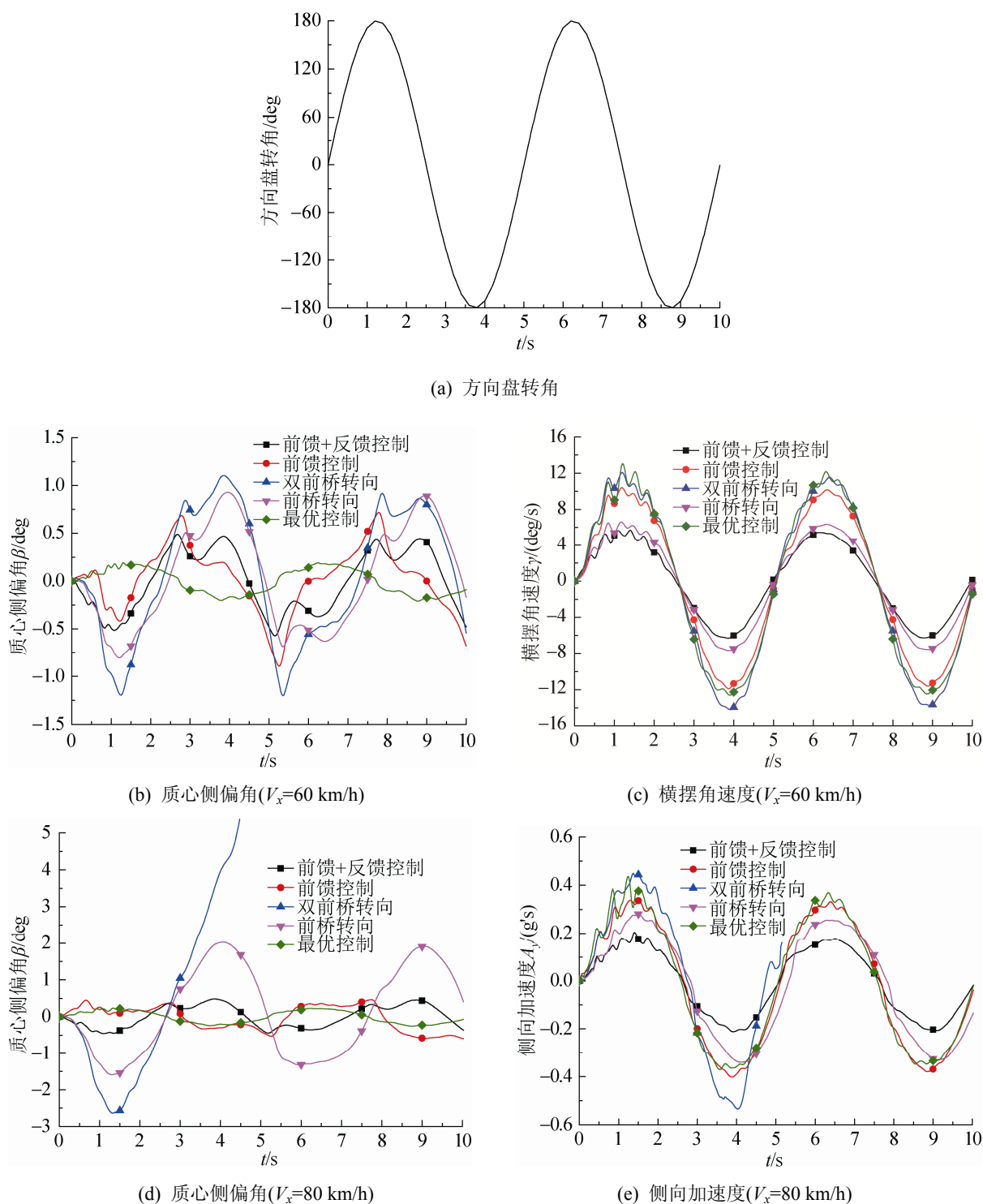


图9 四轴车辆正弦输入响应曲线

Fig. 9 Sinusoidal input response curve of four axle vehicle

## 5 结论

本文研究了前轮转角比例前馈控制算法和横摆角速度反馈控制算法,基于最优控制理论,设计

了四轴全轮转向车辆比例前馈加横摆角速度反馈最优补偿控制算法。建立了 TruckSim 与 Matlab/Simulink 联合仿真模型,并对设计的控制算法进行了验证。研究表明:在正常行驶状态下,采用

最优控制策略均能控制车辆质心侧偏角趋近于零, 提高了汽车操纵稳定性; 低速时, 相对于传统双前桥转向汽车, 转弯半径减小近 50%, 多桥转向车辆机动灵活性显著提升; 高速时, 四轴转向车辆与前桥转向车辆横摆角速度基本一致, 不改变驾驶员操作感觉。该项研究对实际的多轴转向汽车转向控制策略设计具有重要参考价值。

### 参考文献:

- [1] Wang J Y, Tomizuka M. Dynamic Analyses and robust steering controller design for automated lane guidance of heavy-duty vehicles[J]. *Asian Journal of Control* (S1561-8625), 2000, 2(3): 140-154.
- [2] Zhang P X, Gao L, Zhu Y Q. The Steering Performance Analysis of Multi-Axle Vehicle Based on Sideslip Angle Control Strategy[C]// *Applied Mechanics and Materials*. Trans Tech Publications, 2015, 701: 799-802.
- [3] Shen Y H, Gao Y, Xu T. Multi-axle vehicle dynamics stability control algorithm with all independent drive wheel[J]. *International Journal of Automotive Technology* (S1229-9138), 2016, 17(5): 795-805.
- [4] 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.  
Yu Zhi-sheng. *Vehicle Theory*[M]. Beijing: China Machine Press, 2009.
- [5] 喻凡. 车辆操纵动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012.  
Yu Fan. *Vehicle Handling Dynamics*[M]. Beijing: China Machine Press, 2012.
- [6] 陈小兵. 汽车线控转向主动转向控制策略与路感模拟研究[D]. 武汉: 武汉科技大学, 2013.5.  
Chen Xiao-bing. *Research on Active Steering Control Strategy and Road Feeling for Vehicle Steering-By-Wire System*[D]. Wuhan: Wuhan University of Science and Technology, 2013.5.
- [7] 郑凯峰. 四轴重型车辆电控液压全轮转向系统研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2014.  
Zheng Kai-feng. *Study on Electric-Hydraulic All-Wheel Steering System for Four-Axle Heavy Truck*[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2014.
- [8] Shibahata Y, Shimada K, Tomari T. Improvement of vehicle maneuverability by direct yaw moment control[J]. *Vehicle System Dynamics*, 1993, 22(5/6): 465-481.
- [9] 崔胜民. 汽车系统动力学与仿真[M]. 北京: 北京大学出版社, 2014.  
Cui Sheng-min. *Vehicle System Dynamics and Simulation* [M]. Beijing: Beijing University Press, 2014.
- [10] 周富家. 多轮转向全路面起重机操纵稳定性控制算法研究[D]. 吉林: 吉林大学, 2007.  
Zhou Fu-jia. *Research on Control strategy of Handling Stability for Multi-wheel Steering system of all terrain Crane*[D]. Jilin: Jilin University, 2007.
- [11] 刘芹芹. 重型车辆多轴转向控制方法及仿真[D]. 吉林: 吉林大学, 2011.  
Liu Qin-qin. *Multi-Steering Control Method and Simulation of Heavy Vehicle*[D]. Jilin: Jilin University, 2011.
- [12] 王树凤, 李华师. 三轴车辆全轮转向最优控制[J]. *汽车工程*, 2013, 35(8): 667-672, 682.  
Wang Shu-feng, Li Hua-shi. *Optimal Control of All-wheel Steering in Three-axle Vehicle*[J]. *Automotive Engineering*, 2013, 35(8): 667-672, 682.