

4-16-2019

## Design and Simulation of Heterogeneous Magnetron Memristive Chua Circuit

Xiaohong Zhang

*School of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China;*

Lijuan Wan

*School of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China;*

Keliu Long

*School of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Design and Simulation of Heterogeneous Magnetron Memristive Chua Circuit

### Abstract

*Abstract: A nonlinear circuit containing two heterogeneous magnetron memristors which based on the three-order classic Chua circuit is designed, its dimensionless fifth-order mathematical model is proposed. Due to the difference in the design of the characteristic equation of the two magnetron memristors, their positions form a symmetrical structure with respect to the capacitor. The existence of chaotic properties is proved by analyzing the stability of the system equilibrium point and Lyapunov exponents. The model of five-order heterogeneous memristive Chua system and two heterogeneous magnetron memristors are implemented by Multisim. Numerical calculation and experimental results show that heterogeneous magnetron memristive Chua circuit has a wealth of chaotic behavior and can outline the same chaotic attractors and hysteresis regression curves.*

### Keywords

Chua circuit, magnetron memristors, circuit simulation, hysteresis regression curve, chaos attractors

### Recommended Citation

Zhang Xiaohong, Wan Lijuan, Long Keliu. Design and Simulation of Heterogeneous Magnetron Memristive Chua Circuit[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(1): 65-73.

# Chua 电路的异构磁控忆阻器设计与仿真实现

张小红, 万丽娟, 龙克柳

(江西理工大学信息工程学院, 江西 赣州 341000)

**摘要:** 基于三阶经典 Chua 电路, 设计了一个含有两个异构磁控忆阻器的非线性电路, 建立了其无量纲五阶数学模型。由于两个磁控忆阻器的特性方程在设计中的相异性, 它们所在的位置是关于电容形成对称结构。对系统的平衡点的稳定性和李雅普诺夫指数进行分析, 证明该异构磁控忆阻电路混沌特性的存在。采用 Multisim 电路仿真软件分别对五阶异构忆阻 Chua 系统模型和两个异构磁控忆阻器进行电路实现, 数值计算和电路实验结果表明异构磁控忆阻 Chua 电路具有丰富的混沌行为, 且可勾画出完全相同的混沌吸引子和类紧磁滞回归轨迹。

**关键词:** Chua 电路; 磁控忆阻器; 电路仿真; 紧磁滞回归曲线; 混沌吸引子

中图分类号: TM13/05.45 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2019) 01-0065-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.17-0074

## Design and Simulation of Heterogeneous Magnetron Memristive Chua Circuit

Zhang Xiaohong, Wan Lijuan, Long Kelu

(School of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

**Abstract:** A nonlinear circuit containing two heterogeneous magnetron memristors which based on the three-order classic Chua circuit is designed, its dimensionless fifth-order mathematical model is proposed. Due to the difference in the design of the characteristic equation of the two magnetron memristors, their positions form a symmetrical structure with respect to the capacitor. The existence of chaotic properties is proved by analyzing the stability of the system equilibrium point and Lyapunov exponents. The model of five-order heterogeneous memristive Chua system and two heterogeneous magnetron memristors are implemented by Multisim. Numerical calculation and experimental results show that heterogeneous magnetron memristive Chua circuit has a wealth of chaotic behavior and can outline the same chaotic attractors and hysteresis regression curves.

**Keywords:** Chua circuit; magnetron memristors; circuit simulation; hysteresis regression curve; chaos attractors

## 引言

美国华裔科学家加州大学伯克利分校的蔡少棠(Chua)教授根据电压与电流、磁通与电流、电荷

与电压之间的关系<sup>[1]</sup>, 推测出一个可以用来表示磁通量和电荷量之间关系的元件的存在, 称作忆阻器, 至此电路理论中 4 个基本电路变量间的关系终于达到完整了<sup>[2]</sup>。HP 实验室的 Stanley Williams 等在《Nature》上报导了一种新型的具有忆阻特性的纳米级固态元件<sup>[3]</sup>, 从而进一步验证了 Chua 于 37 年前预测的忆阻器的存在性。由于忆阻器特殊的记忆和非线性特性, 为电路的设计和应用带来了更广



收稿日期: 2017-01-13 修回日期: 2017-07-24;  
基金项目: 国家自然科学基金(61763017, 51665019),  
江西省自然科学基金(20161BAB 206145), 江西省教育  
厅重点科技项目(GJJ150621);  
作者简介: 张小红(1966-), 女, 河北昌黎, 博士, 教  
授, 研究方向为非线性动力学, 视频保密通信。

<http://www.china-simulation.com>

泛的发展空间<sup>[4-6]</sup>, 其中包括忆阻器电路建模<sup>[7]</sup>、SPICE 宏建模<sup>[8-9]</sup>、伏安特性分析<sup>[10-11]</sup>及其等效电路的实现<sup>[12]</sup>等。在实际生活中, 由于忆阻器具备像突触一样的性质, 可以利用忆阻器模拟人类大脑学习过程, 为人类的脑研究发展做出了巨大的贡献。德国比勒菲尔德大学的研究人员将具备学习能力的纳米忆阻器作为设计人工大脑的关键部位, 试验模仿人类神经功能; 澳大利亚墨尔本皇家理工大学和美国加利福尼亚大学的研究人员通过使用忆阻器矩阵, 制造出了世界上第一个能模仿人脑的电子记忆细胞。

忆阻器是一个非线性的无源二端口元件, 在非线性电路中存在广泛的应用。Kim 提出了由 4 个相同忆阻元件构成的忆阻桥电路, 能够完成神经细胞的突触运算和实现加权及权值编程<sup>[13]</sup>; 王丽丹等在 HP TiO<sub>2</sub> 忆阻器模型的基础上构造了一个忆阻混沌电路, 生成相应的混沌吸引子<sup>[14]</sup>; Ahamed 和 Lakshmanan 对忆阻 MLC 电路进行研究, 实验观察到了非光滑分叉、瞬态超混沌和超混沌脉动等复杂现象<sup>[15]</sup>; 包伯成等利用三次非线性忆阻器模型, 实现了磁控忆阻器的等效电路, 并对电路的相关特性进行了实验分析<sup>[16]</sup>。宋德华等基于有边界的 HP TiO<sub>2</sub> 忆阻非线性模型, 对忆阻与电容、电感的串、并联进行了研究, 分析了电路所具有的特性和激励频率与电容、电感参数对电路的影响<sup>[17]</sup>。

本文提出两个具有光滑三次非线性特性和斜“8”字类紧磁滞回线伏安特性曲线的异构忆阻器, 结合 2 个忆阻器和经典三阶 Chua 电路设计了一个五阶异构磁控忆阻电路, 利用通用的电路元件构造了两个忆阻器的等效电路模型。同时对该电路的动力学特性进行了理论仿真和实验分析, 验证异构磁控忆阻 Chua 电路混沌行为的多样性。

## 1 异构磁控忆阻器设计

### 1.1 忆阻器的数学模型

忆阻器是一个基本的无源二端口元件, 根据它的磁通量  $\varphi$  与累计通过的电荷  $q$  之间的关系可以分为

磁控忆阻器和荷控忆阻器两种。忆阻器的电压与电流关系式可定义为如下两种形式:

$$i(t) = W(\varphi)v(t) \tag{1}$$

$$v(t) = M(q)i(t) \tag{2}$$

式(1)中:  $W(\varphi) = dq / d\varphi$  称为磁控记忆电导, 式(2)中:  $M(q) = d\varphi / dq$  称为荷控记忆电阻, 它们的量纲分别是 Siemens 和 Ohm, 具体的电路可参见图 1。

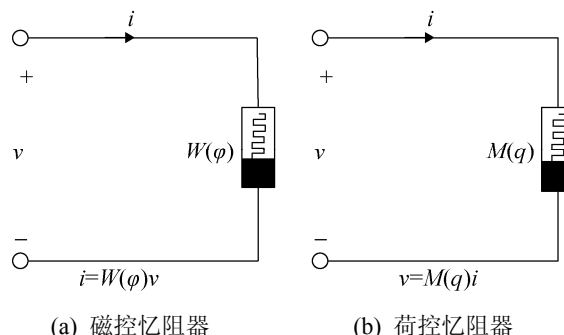


图 1 磁控和荷控忆阻器  
Fig. 1 Magnetron memristors and charge controlled memristors

### 1.2 两个异构磁控忆阻器的构造

定义一个磁控忆阻器 1, 具有光滑的三次单调上升的非线性特性曲线, 即:

$$q_1(\varphi_1) = \frac{1}{3}a\varphi_1^3 + \frac{1}{2}b\varphi_1^2 + c\varphi_1 \tag{3}$$

可得到它的磁控忆导为:

$$W_1(\varphi_1) = \frac{dq_1(\varphi_1)}{d\varphi_1} = a\varphi_1^2 + b\varphi_1 + c \tag{4}$$

定义一个磁控忆阻器 2, 同样具有光滑的 3 次单调上升的非线性特性曲线:

$$q_2(\varphi_2) = \frac{1}{3}d\varphi_2^3 + e\varphi_2 \tag{5}$$

可得到它的磁控忆导为:

$$W_2(\varphi_2) = \frac{dq_2(\varphi_2)}{d\varphi_2} = d\varphi_2^2 + e \tag{6}$$

式中:  $a, b, c, d$  均为大于零的实数。在图 1(a) 所示的磁控忆阻器两端施加一个正弦电压  $v = \sin(\omega t)$ , 设流过忆阻器的电流为  $i$ , 则可以得到:

$$\varphi = \int_{-\infty}^t v(t)dt = \frac{1}{\omega}[1 - \cos(\omega t)]; \quad i = W(\varphi)v。$$

进一步, 为了验证磁控忆阻器具有斜“8”字

形的类紧磁滞回线特性, 选取适当的参数, 当  $a=2$ ,  $b=2$ ,  $c=0.75$ ,  $d=2$ ,  $e=0.1$  时, 可以得到如图 2 两个磁控忆阻器的特性曲线。

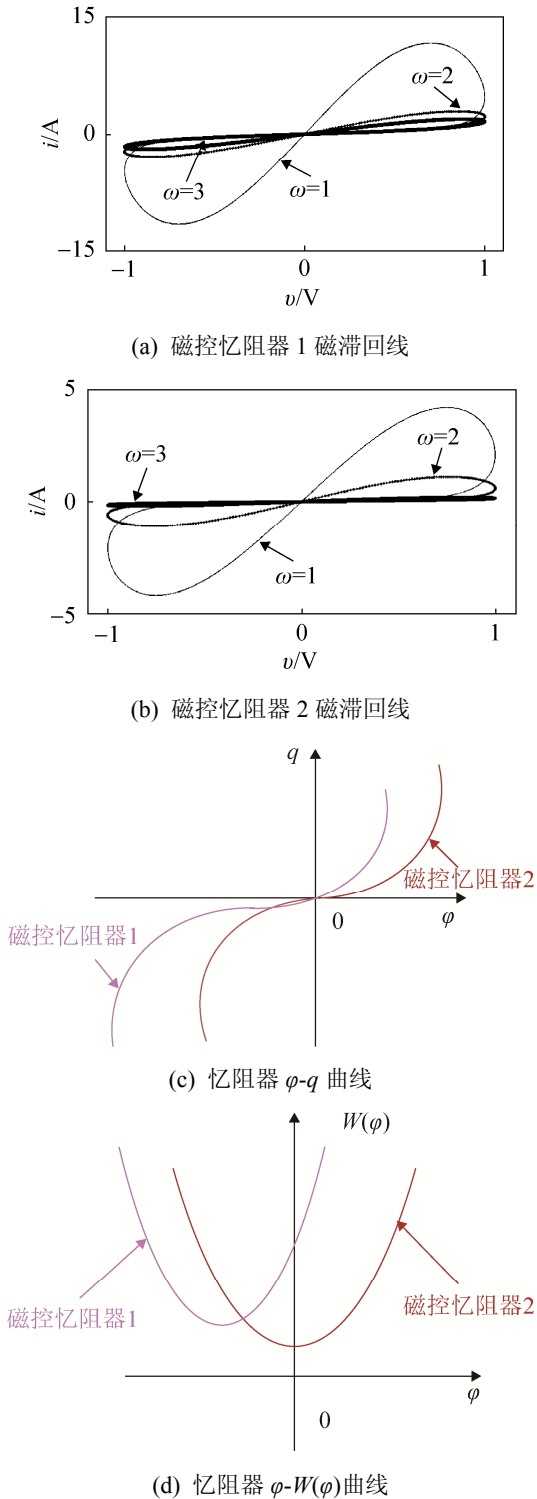


图 2 新构造的两个磁控忆阻器的特性曲线  
Fig. 2 Characteristic curves of two newly constructed magnetron memristors

图 2(a)和(b)给出了两个磁控忆阻器在不同的角频率  $\omega$  下的伏安特性曲线, 角频率越大, 斜“8”字形收缩的越紧凑。两个磁控忆阻器在  $\varphi$ - $q$  平面上的特性曲线如图 2(c)所示, 忆导曲线如图 2(d)所示, 它是随内部状态变量  $\varphi$  变化的正值函数。

## 2 基于 Chua 电路的异构磁控忆阻电路设计

### 2.1 经典 Chua 混沌电路

经典的三阶 Chua 混沌电路如图 3 所示, 其中包含两个电容  $C_1$  和  $C_2$ , 一个电感  $L$  以及一个 Chua 二极管  $N_R$ (非线性电阻)。

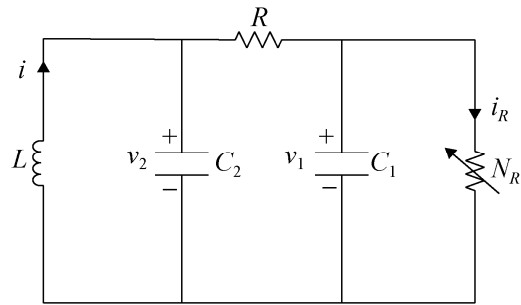


图 3 经典 Chua 混沌电路  
Fig. 3 Classical Chua chaotic circuit

根据基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压方程, 对 Chua 电路进行分析, 可得到方程:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = \frac{1}{RC_1}[v_2 - v_1 - Rg(v_1)] \\ \dot{v}_2 = \frac{1}{RC_2}(v_1 - v_2 + Ri) \\ i = -\frac{1}{L}v_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $v_1$ ,  $v_2$  分别是电容  $C_1$ ,  $C_2$  两端的电压;  $i$  是从下至上流经电感的电流, Chua 二极管  $N_R$  中的电流为  $i_R=g(v_1)$ ;  $g(v_1)$  代表的伏安特性可以表示为一个分段线性函数:

$$i_R = g(v_1) = m_1 v_1 + 0.5(m_0 - m_1) \times (|v_1 + B_p| - |v_1 - B_p|) \quad (8)$$

式中:  $m_0$  和  $m_1$  表示电导;  $B_p$  表示转折点处的电压。

令  $x=v_1, y=v_2, z=i, \kappa=\frac{1}{RC_1}, \lambda=\frac{1}{RC_2}, \delta=1/C_2, \varepsilon=1/L$ , 则式(7)变为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \kappa[y - x - Rg(x)] \\ \dot{y} = \lambda(x - y) + \delta z \\ \dot{z} = -\varepsilon y \end{cases} \quad (9)$$

令  $B_p=1$ , 则:  $g(x)=m_0x+0.5(m_1-m_0)\times(|x+1|-|x-1|)$ 。  
当  $\kappa=10, \lambda=1, \delta=1, \varepsilon=14.87, R=1, m_0=-0.65, m_1=-1.27$  时, 初始条件为  $[0.1, 0.1, 0.1]$  时, 系统(9)会产生混沌吸引子, 仿真结果如图 4 所示。

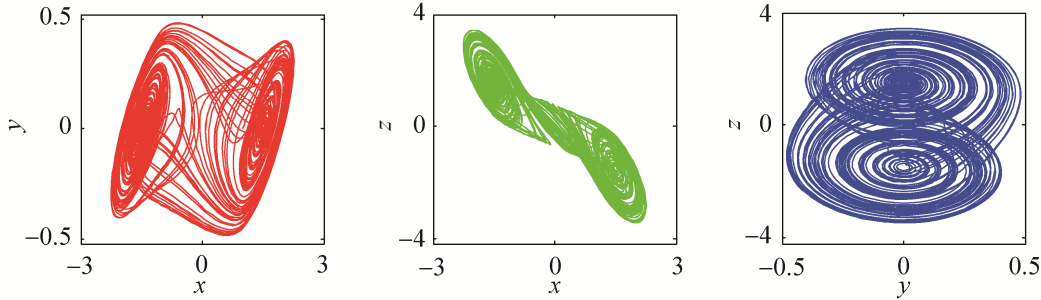


图 4 经典 Chua 混沌电路吸引子  
Fig. 4 Classical Chua chaotic circuit attractors

## 2.2 异构磁控忆阻 Chua 电路设计

本文在经典 Chua 混沌电路的基础上用 1.2 节的磁控忆阻器 1 和一个负电导  $G$  构成的有源忆阻电路来代替原电路中的 Chua 二极管, 再在 LC 谐振部分电路之间插入 1.2 节的磁控忆阻器 2, 这样形成的新电路中(图 5)两个忆阻器相互对称, 但结构方程相异。各元器件中电路变量与参数在图 5 中标注。

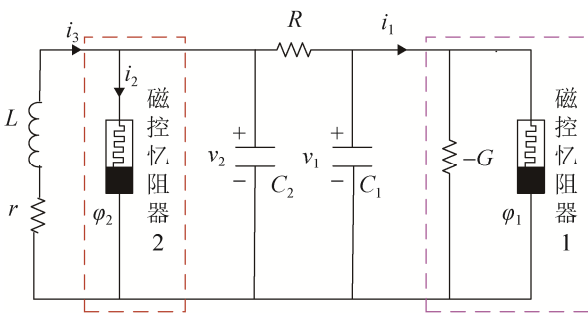


图 5 异构磁控忆阻 Chua 电路模型  
Fig. 5 Model of heterogeneous magnetron memristive Chua circuit

对于图 5 右边方框内的磁控忆阻器 1, 流入其结构的电流  $i_1$  与其两端的电压  $v_1$  之间的关系为:

$$i_1 = (W_1(\phi_1) - G)v_1 = (a\phi_1^2 + b\phi_1 + c - G)v_1 \quad (10)$$

流入磁控忆阻器 2 的电流  $i_2$  与其两端的电压

$v_2$  之间的关系为:

$$i_2 = W_2(\phi_2)v_2 = (d\phi_2^2 + e)v_2 \quad (11)$$

由基尔霍夫定律和元件的伏安特性可得, 图 5 所示的电路状态方程为一个五个联立的一阶微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{RC_1} [v_2 - v_1 + (GR - RW_1(\phi_1))v_1] \\ \frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{RC_2} [Ri_3 - RW_2(\phi_2)v_2 - v_2 + v_1] \\ \frac{di_3}{dt} = -\frac{1}{L}(v_2 + ri_3) \\ \frac{d\phi_1}{dt} = v_1 \\ \frac{d\phi_2}{dt} = v_2 \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $v_1, v_2$  分别是电容  $C_1, C_2$  两端的电压;  $i_3$  是从下到上流经电感  $L$  和电阻  $r$  的电流。设  $x=v_1,$

$y=v_2, z=i_3, \omega=\phi_1, \mu=\phi_2, \alpha=\frac{1}{RC_1}, \beta=\frac{1}{L}, \gamma=\frac{r}{L},$

$\eta=\frac{1}{RC_2}, \xi=G$ , 并定义非线性函数:

$$W(\omega) = \frac{dq(\omega)}{d\omega} = a\omega^2 + b\omega + c \quad (13)$$

$$W(\mu) = \frac{dq(\mu)}{d\mu} = d\mu^2 + e \quad (14)$$

则(12)式的状态方程可以重写为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x + (R\xi - RW(\omega))x) \\ \dot{y} = \eta(x - y + Rz - RW(\mu)y) \\ \dot{z} = -\beta y - \gamma z \\ \dot{\omega} = x \\ \dot{\mu} = y \end{cases} \quad (15)$$

因此, 异构忆阻 Chua 混沌电路是一个五维系统, 它的非线性动力学方程可以由式(15)来描述, 以下对该系统进行相应的理论分析和数值仿真。

### 2.3 异构忆阻 Chua 系统数值分析

#### 2.3.1 数值仿真

选取电路参数使得  $\alpha=10, \beta=16.67, \gamma=0.28, \eta=1, \zeta=2.75, C_1=0.2, C_2=2, R=0.5, L=0.06, r=0.0168, a=2, b=2, c=0.75, d=2, e=0.1$ , 则方程(15)变为:

$$\begin{cases} \dot{x} = 10(y - (\omega^2 + \omega)x) \\ \dot{y} = x - (1.05 + \mu^2)y + 0.5z \\ \dot{z} = -16.67y - 0.28z \\ \dot{\omega} = x \\ \dot{\mu} = y \end{cases} \quad (16)$$

对于初始条件为  $(10^{-10}, 0.2, 1.99, 0, 0)$ , 系统(16)生成了双涡卷混沌吸引子, 它在相平面上的投影及时域波形如图 6 所示。

图 6 中(a)(b)(c)分别显示的是  $x(v_1), y(v_2), z(i_3)$  混沌吸引子轨迹; (d)和(e)分别显示的是忆阻器 1 磁通  $\omega(\varphi_1)$ 与电压  $v_1$  之间的关系, 以及忆阻器 2 磁通  $\mu(\varphi_2)$ 与电压  $v_2$  之间的关系是一个双涡卷混沌吸引子; (f)和(g)显示的是 2 个磁控忆阻器电压与电流之间的关系, 呈现出与图 2 类似的斜“8”磁滞回线图案。

#### 2.3.2 Lyapunov 维数

利用 MATLAB 计算系统的 5 个 Lyapunov 指数分别为  $L_1=0, L_2=0, L_3=2.0834, L_4=-1.3993, L_5=-2.7182$ , 系统的 Lyapunov 维数:

$$D_L = j + \frac{1}{|L_{j+1}|} \sum_{i=1}^j L_i = 4 + \frac{L_1 + L_2 + L_3 + L_4}{|L_5|} = 4.2517$$

因此, 从五阶的异构忆阻 Chua 电路的相轨图、时域波形图和相应的 Lyapunov 指数<sup>[18]</sup>和维数可知该系统具有混沌系统<sup>[19-21]</sup>特征。

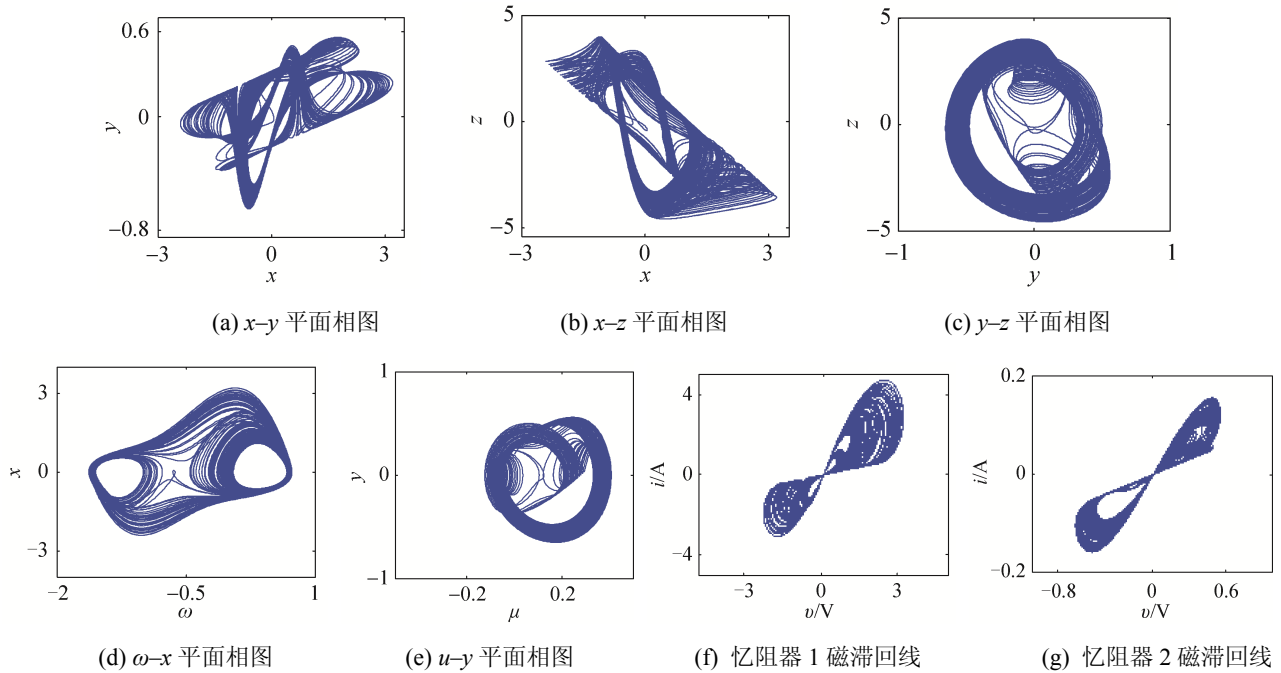


图 6 异构磁控忆阻 Chua 电路的相轨图及时域波形图

Fig. 6 Phase rail diagram and time domain waveform of the heterogeneous magnetron memristive Chua circuit

### 2.3.3 平衡点

令式(16)右边均为零, 可得系统的平衡点为集合:

$$E = \{(x, y, z, \omega, \mu) | x = y = z = 0, \omega = c_1, \mu = c_2\} \quad (17)$$

式中:  $c_1, c_2$  为常数。在平衡点线性化系统(16), 可得系统的 Jacobian 矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -10(c_1^2 + c_1) & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -(1.05 + c_2^2) & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -16.67 & -0.28 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

平衡点集 E 的特征方程为:

$$\lambda^2(\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0) = 0 \quad (19)$$

其中,  $a_2 = 1.33 + 10\omega + 10\omega^2 + \mu^2$ ,  $a_1 = 10\omega^2\mu^2 + 10\omega\mu^2 + 13.3\omega + 13.3\omega^2 + 0.28\mu^2 - 1.371$ ,  $a_0 = 2.8\mu^2\omega^2 + 86.29\omega + 86.9\omega^2 + 2.8\mu^2\omega - 2.8$ 。

依据劳斯-赫尔维兹稳定依据, 系统稳定的充要条件是:

$$H_k = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ 1 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \quad (20)$$

式中  $k=0, 1, 2$ , 即有

$$H_1 = a_2 > 0,$$

$$H_2 = a_2a_1 - a_0 > 0,$$

$$H_3 = a_0(a_2a_1 - a_0) > 0 \quad (21)$$

由式(19)可知, 系统有 2 个零特征根和 3 个非

零特征根。此时系统(16)的平衡点集 E 不再是单一的一个点或者一条线, 而是一个二维区域。若  $\omega$  和  $\mu$  满足(20)式, 则系统(16)从这个区域出发的解是渐近稳定的, 这时平衡点集 E 除两个零特征根之外的 3 个非零特征根的实部均为负。反之, 若  $\omega$  和  $\mu$  不满足(20)式的参数范围, 平衡点集 E 是不稳定的, 其解的运行轨线趋于极限环或混沌轨或无穷发散。

令  $\mu=0$ , 则系统(16)稳定的  $\omega$  的范围为:

$$-1.031 < \omega < -1.012 \quad (22)$$

若系统在  $\omega$  轴上满足式(22), 则系统(16)从平衡点集合 E 出发的解是渐进稳定的。

令  $\omega=0$ , 则系统(16)稳定的  $\mu$  的范围为:

$$|\mu| < 1.351 \quad (23)$$

若系统在  $\mu$  轴上满足式(23), 则系统(16)从平衡点集合 E 出发的解是渐近稳定的。

## 3 异构磁控忆阻电路的设计与实现

### 3.1 异构磁控忆阻器的电路设计

对于 1.2 节构造的磁控忆阻器 1, 其等效电路图如图 7 所示。其中运算放大器  $U_A$  和  $U_E$  构成一个电压跟随器, 运算放大器  $U_B$  及  $R_A C_A$  和运算放大器  $U_F$  及  $R_C C_B$  都构成一个积分器, 运算放大器  $U_C$  实现的是一个加法器的作用, 运算放大器  $U_D$  及  $R_I, R_K$  组成的电路使得  $R_I$  的阻值变成负的,  $U_G$  及  $R_D, R_E$  构成一个反向器。

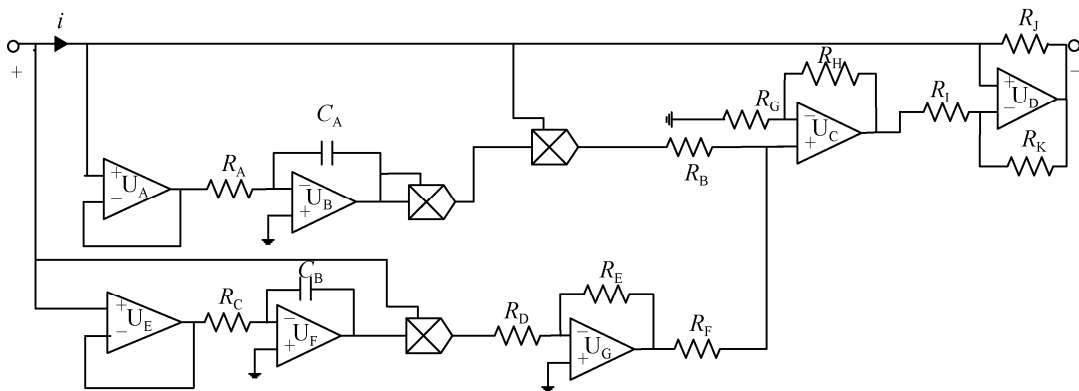


图 7 磁控忆阻器 1 等效电路

Fig. 7 Equivalent circuit of magnetron memristor 1



当  $R_J=R_K$ ,  $R_D=R_E$  且  $R_B=R_F=R_G=R_H$  时, 对于输入端, 其流入的电流  $i$  与输入电压  $v$  之间的存在以下关系:

$$i = \left(-\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_I R_C C_B} \int_{-\infty}^t v dt + \frac{1}{R_I R_A^2 C_A^2} \left(\int_{-\infty}^t v dt\right)^2\right)v \quad (24)$$

比较(10)和(24)式, 并考虑到  $G=\xi$ , 可以得出图 7 中电子器件参数值:

$$\begin{aligned} R_I &= 1/(\xi - c) \\ R_C C_B &= (\xi - c)/b \\ R_A C_A &= \sqrt{(\xi - c)/a} \end{aligned} \quad (25)$$

当  $\xi=2.75$ ,  $a=2$ ,  $b=2$ ,  $c=0.75$ , 且选择  $C_A=1$ ,  $C_B=2$  时, 可得到  $R_A=1$ ,  $R_I=R_C=0.5$ 。

利用通用电路元件, 在 Multisim 中构建忆阻器电路 1 模型并进行仿真, 结果用示波器显示, 如图 8 所示。其中横坐标为磁控忆阻器 1 的电压, 纵坐标为电流(示波器输出用电压表示)。

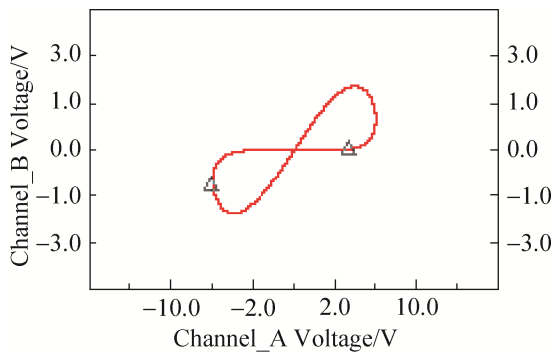


图 8 磁控忆阻器 1 仿真结果  
Fig. 8 Simulation results of magnetron memristor 1

对于 1.2 节构造的磁控忆阻器 2, 其等效电路图如图 9 所示。

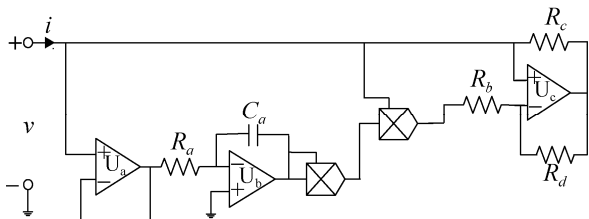


图 9 磁控忆阻器 2 等效电路  
Fig. 9 Equivalent circuit of magnetron memristor 2

图 9 中, 运算放大器  $U_a$  构成一个电压跟随器, 可以有效地防止负载效应。运算放大器  $U_b$  及电阻  $R_a$  和电容  $C_a$  构成一个积分器, 其输出在经过两个乘法器之后, 实现了忆阻器的非线性运算。 $U_c$  和  $R_c$ 、 $R_d$  组成的电路的作用是为了使  $R_b$  的阻值变成负的, 便于之后的相关运算。

当  $R_c=R_d$  时, 对于输入端, 其流入的电流  $i$  与输入电压  $v$  之间的存在以下关系:

$$i = -\frac{v}{R_b} + \left(\frac{1}{R_a C_a} \int_{-\infty}^t v dt\right)^2 \frac{v}{R_b} \quad (26)$$

比较式(11)和(26), 得到图 9 中电子器件参数值:

$$R_b = 1/e, R_a C_a = \sqrt{e/d} \quad (27)$$

当  $d=2$ ,  $e=0.1$ , 且选择  $C_a=1$  时, 可得到  $R_a=0.2336$ ,  $R_b=10$ 。

在 Multisim 中构建磁控忆阻器 2 模型, 仿真结果如图 10 所示。其中横坐标为磁控忆阻器 2 的电压, 纵坐标为电流(示波器输出用电压表示)。

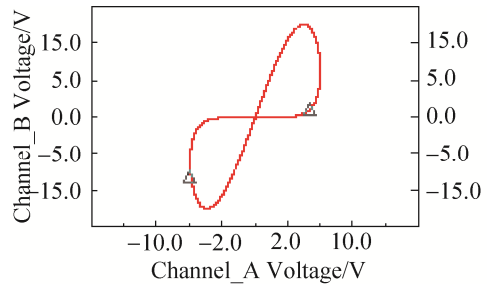


图 10 磁控忆阻器 2 仿真结果  
Fig. 10 Simulation results of magnetron memristor 2

### 3.2 异构磁控忆阻器整合电路实现

为了验证数值仿真的可行性及正确性, 利用 Multisim 仿真软件对 1.2 节构造的异构磁控忆阻 Chua 电路进行仿真, 其仿真电路图如图 11 所示。

电路中各个元器件参数值分别设置为:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = R_3 = R_5 = R_9 = R_{10} = R_{11} = R_{12} = \\ &R_{13} = R_{18} = R_{19} = R_{26} = R_{27} = 100 \text{ k}\Omega, \\ R_4 &= R_6 = R_7 = R_8 = R_{16} = R_{17} = R_{20} = \\ &R_{21} = R_{22} = R_{23} = R_{28} = R_{29} = 10 \text{ k}\Omega, \\ R_{14} &= 95.24 \text{ k}\Omega, R_{15} = 200 \text{ k}\Omega, R_{24} = 6 \text{ k}\Omega, \\ R_{25} &= 357.14 \text{ k}\Omega, C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 33 \text{ nF}. \end{aligned}$$

图 11 中运算放大器均采用 AD711KN, 乘法器、电容和电阻均为 Multisim 中基本元器件, 各相量的波形图如图 12 所示。将图 12 电路仿真结果与图 6 的 Matlab 数值计算进行对比, 发现两种方法的运动轨迹趋势相当吻合, 这使得本设计的忆阻模型在物理上具有可实现性。

### 3.3 数值计算与电路仿真忆阻性能比较

惠普实验室使用的忆阻器模型与 Chua 电路的非线性二极管极为相似, 结合其他的电路元件可以实现混沌振荡器。本文在经典 Chua 电路的基础上,

利用一个忆阻器替代 Chua 混沌电路中的二极管, 另一个忆阻器位置与其关于电容形成对称结构, 构建了一个异构忆阻 Chua 电路。将电路仿真图 8、图 10 与 Matlab 数值计算图 6 中的(f)、(g)进行比较, 验证了所设计系统混沌吸引子的存在性, 说明本文所设计的系统具有较好的灵活通用性。电路实验结果显示变量的运动轨迹均具有斜“8”字形的类紧磁滞回线的伏安特性曲线, 同时验证了新构建的双异构忆阻 Chua 电路能够产生混沌行为, 具有复杂的非线性动力学特性。

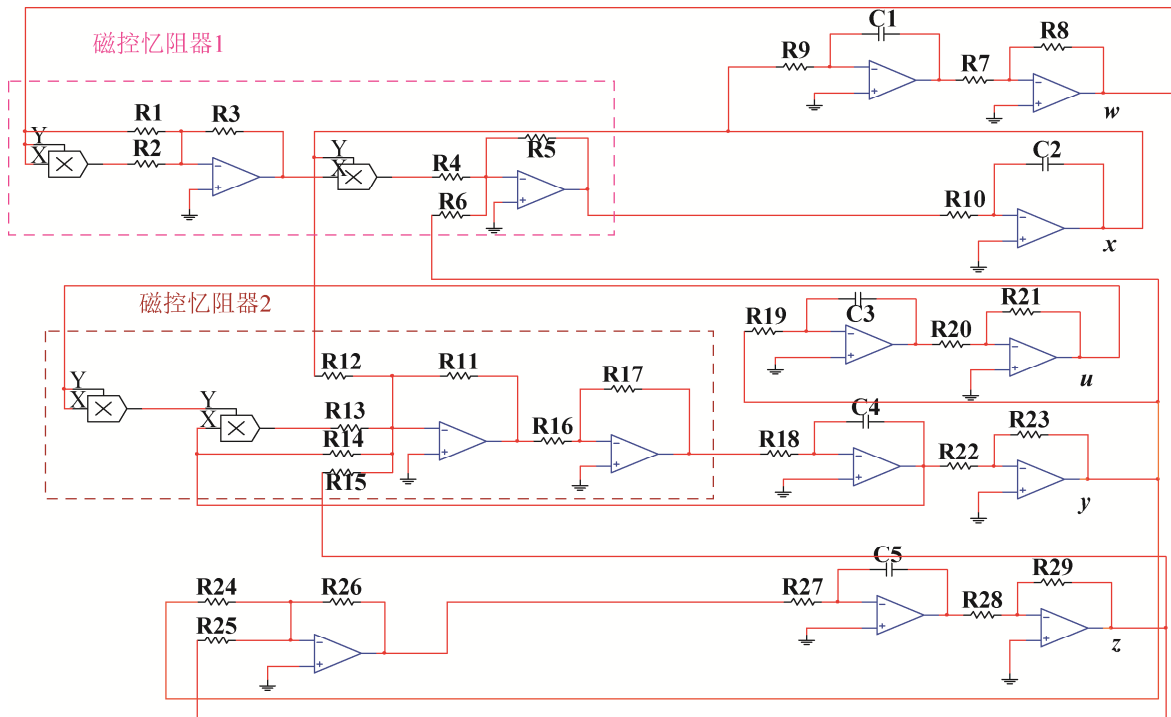
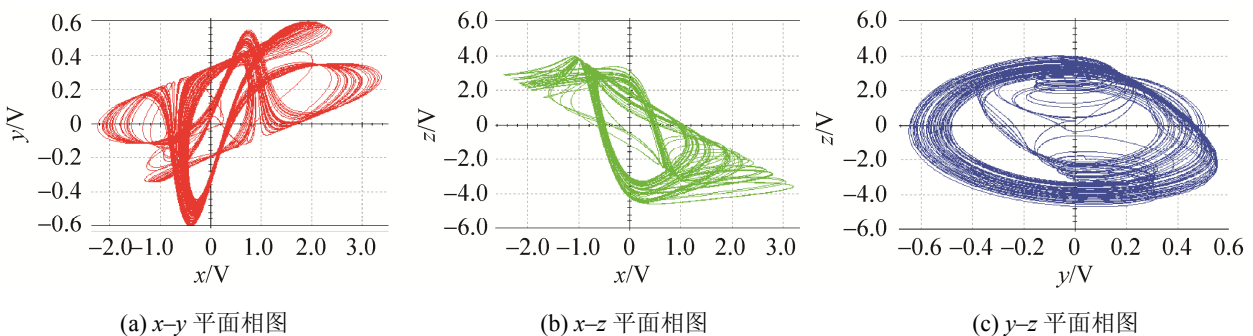


图 11 异构磁控忆阻 Chua 电路仿真图

Fig. 11 Simulation diagram of heterogeneous magnetron memristive Chua circuit



(a)  $x$ - $y$  平面相图

(b)  $x$ - $z$  平面相图

(c)  $y$ - $z$  平面相图

图 12 采用 Multisim 电路仿真的变量相图

Fig. 12 The phase diagram of the variables using the Multisim circuit to simulate

## 4 结论

本文提出两个具有光滑三次非线性特性和斜“8”字类紧磁滞回线伏安特性曲线的异构忆阻器, 导出了一个新型的异构忆阻 Chua 电路。此电路具有一个平衡点二维区域, 其稳定性随忆阻器内部初始值的不同而不同。对系统平衡点的稳定性和李雅普诺夫指数进行分析, 证明其混沌特性的存在。利用电路通用元件, 构建了两个异构忆阻器的等效电路模型, 电路仿真跟数值仿真结果一致, 表明异构忆阻 Chua 电路具有丰富的混沌系统特性, 其运动轨道随初始状态和参数的不同而发生变化。

## 参考文献:

- [1] Chua L O. Memristor-The Missing Circuit Element[J]. IEEE Trans. Circuit Theory (S0018-9324), 1971, 18(5): 507-519.
- [2] Tour J M, He T. Electronics: the fourth element[J]. Nature (S0028-0836), 2008, 453(453): 42.
- [3] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, et al. The missing memristor found[J]. Nature (S0028-0836), 2008, 453(7191): 80.
- [4] 李志军, 曾以成, 李志斌. 改进型细胞神经网络实现的忆阻器混沌电路[J]. 物理学报, 2014, 63(1): 010502.  
Li Zhi-Jun, Zeng Yi-Cheng, Li Zhi-Bin. Memristive chaotic circuit based on modified SC-CNNs[J]. Acta Phys. Sin., 2014, 63(1): 010502.
- [5] 张凤清. 忆阻细胞神经网络的建模及应用[D]. 成都: 西南大学, 2013.  
Zhang Fengqing. Modeling and application of memristive cellular neural networks[D]. Chengdu: Southwest University, 2013.
- [6] K Witrals. Memristor-based stored-reference receiver—the UWB solution[J]. Electronics Letters (S1350-911X), 2009, 45(14): 713-714.
- [7] Bayat F M, Hoskins B, Strukov D B. Phenomenological modeling of memristive devices [J]. Applied Physics A (S1432-0630), 2015, 118(3): 779-786.
- [8] Batas D, Fiedler H. A Memristor SPICE Implementation and a New Approach for Magnetic Flux-Controlled Memristor Modeling[J]. IEEE Transactions on Nanotechnology (S1536-125X), 2011, 10(2): 250-255.
- [9] Benderli S, Wey T A. On SPICE macromodelling of TiO<sub>2</sub> memristors[J]. Electronics Letters (S1350-911X), 2009, 45(7): 377-379.
- [10] Fitch A L, Iu H H C, Wang X Y, et al. Realization of an analog model of memristor based on light dependent resistor[C]. 2012 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), 2012: 1139-1142.
- [11] Joglekar Y N, Wolf S J. The elusive memristor: properties of basic electrical circuits[J]. European Journal of Physics (S0143-0807), 2008, 30(4): 661-675.
- [12] Muthuswamy B, Chua L O. Simplest chaotic circuit[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (S1793-6551), 2010, 20(5): 1567-1580.
- [13] Kim H, Sah M P, Yang C, et al. Memristor bridge synapses[J]. Proceedings of the IEEE(S0018-9219), 2012, 100(6): 2061-2070.
- [14] Wang L D, Drakakis E, Duan S K, et al. Memristor model and its application for chaos generation[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (S1793-6551), 2012, 22(8): 1250205.
- [15] Ahamed A I, Lakshmanan M. Nonsmooth bifurcations, transient hyperchaos and hyperchaotic beats in a memristive murali-lakshmanan-chua circuit[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (S1793-6551), 2013, 23(6): 1350098.
- [16] 包伯成, 胡文, 许建平, 等. 忆阻混沌电路的分析与实现[J]. 物理学报, 2011, 60(12): 120502.  
Bao Bocheng, Hu Wen, Xu Jianping, et al. Analysis and implementation of memristor chaotic circuit[J]. Acta Phys. Sin., 2011, 60(12): 120502.
- [17] 宋德华, 吕梦菲, 任翔, 等. 忆阻电路的基本性质及其应用[J]. 物理学报, 2012, 61(11): 118101.  
Song Dehua, Lü Mengfei, Ren Xiang, et al. Basic properties and applications of the memristor circuit[J]. Acta Phys. Sin., 2012, 61(11): 118101.
- [18] Yong H, Min W, She J H, et al. Parameter-dependent Lyapunov functional for stability of time-delay systems with polytopic-type uncertainties[J]. IEEE Transactions on Automatic Control (S0018-9286), 2004, 49(5): 828-832.
- [19] Ruy Barboza, Chua L O. The four-element chua's circuit[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos (S1793-6551), 2011, 18(4): 943.
- [20] Bao B C, Li C B, Xu J P, et al. New robust chaotic system with exponential quadratic term[J]. Chinese Physics B (S1674-1056), 2008, 17(11): 4022-4026.
- [21] 李春彪, 王德纯. 一种恒 Lyapunov 指数谱混沌吸引子及其 Jerk 电路实现[J]. 物理学报, 2009, 58(2): 764-770.  
Li Chunbiao, Wang Dechun. An attractor with invariable Lyapunov exponent spectrum and its Jerk circuit implementation[J]. Acta Phys. Sin., 2009, 58(2): 764-770.