

1-4-2019

Linear Array Pattern Optimization Algorithm for Effective Estimation of Optimum Particle Initial Values

Yongbin Chou

Department of Bomber and Transport Pilot Conversion, Air Force Harbin Flight Academy, Harbin 150001, China;

Shuchun Zhang

Department of Bomber and Transport Pilot Conversion, Air Force Harbin Flight Academy, Harbin 150001, China;

Yuancheng Wang

Department of Bomber and Transport Pilot Conversion, Air Force Harbin Flight Academy, Harbin 150001, China;

Wenlan Fan

Department of Bomber and Transport Pilot Conversion, Air Force Harbin Flight Academy, Harbin 150001, China;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Linear Array Pattern Optimization Algorithm for Effective Estimation of Optimum Particle Initial Values

Abstract

Abstract: For particle swarm optimization (PSO), all particles are always initialized randomly, but *here a new initialization method is presented to improve PSO optimizer convergence performance. On the basis of desired pattern, the corresponding aperture weights are solved by analytical techniques which can to a great extent ensure that these weights are effective estimations of the current optimum particle initial values. Then they are assigned to a particle as initial values, but all other particles of the swarm are still initialized randomly. Except this new initialization step, nothing is changed in PSO optimizer. The simulation results prove that this new optimizer converges faster and the fitness value converges deeper than the standard PSO especially in more complicated optimization problems.* So the presented initialization method and new optimizer are effective in improving standard PSO convergence performances.

Keywords

linear array, pattern optimization, nonlinear optimization, optimum particles, particle swarm optimization (PSO)

Authors

Yongbin Chou, Shuchun Zhang, Yuancheng Wang, Wenlan Fan, and Dexin Li

Recommended Citation

Chou Yongbin, Zhang Shuchun, Wang Yuancheng, Fan Wenlan, Li Dexin. Linear Array Pattern Optimization Algorithm for Effective Estimation of Optimum Particle Initial Values[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(11): 4079-4085.

最优粒子初值有效估计的线阵列方向图优化算法

仇永斌, 张树春, 王元诚, 范文澜, 李德鑫

(空军哈尔滨飞行学院轰运飞行人员改装系, 哈尔滨 150001)

摘要: 粒子群优化算法(PSO)通常随机赋初值。提出一种新的线阵方向图优化的 PSO 算法。通过矩阵运算解析出对应预期方向图的一组阵元权系数的估值。将该估值视为最优粒子初值的有效估计量。将该估计量赋值给种群的一个粒子, 而其他粒子仍然赋随机初值。新优化算法与传统 PSO 算法唯一区别在于粒子初值的初始化方法。仿真实验结果表明, 新算法不但收敛速度更快, 而且适应度收敛的更深, 能够有效提高传统 PSO 算法的在复杂的非线性优化问题上的收敛特性。

关键词: 线性阵列; 方向图优化; 非线性优化; 最优粒子; 粒子群优化算法(PSO)

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X(2018)11-4079-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201811005

Linear Array Pattern Optimization Algorithm for Effective Estimation of Optimum Particle Initial Values

Chou Yongbin, Zhang Shuchun, Wang Yuancheng, Fan Wenlan, Li Dexin

(Department of Bomber and Transport Pilot Conversion, Air Force Harbin Flight Academy, Harbin 150001, China)

Abstract: For particle swarm optimization (PSO), all particles are always initialized randomly, but here a new initialization method is presented to improve PSO optimizer convergence performance. On the basis of desired pattern, the corresponding aperture weights are solved by analytical techniques which can to a great extent ensure that these weights are effective estimations of the current optimum particle initial values. Then they are assigned to a particle as initial values, but all other particles of the swarm are still initialized randomly. Except this new initialization step, nothing is changed in PSO optimizer. The simulation results prove that this new optimizer converges faster and the fitness value converges deeper than the standard PSO especially in more complicated optimization problems. So the presented initialization method and new optimizer are effective in improving standard PSO convergence performances.

Keywords: linear array; pattern optimization; nonlinear optimization; optimum particles; particle swarm optimization (PSO)

引言

粒子群优化算法(PSO)是解决非线性优化问题的有力工具^[1-4]。对某些略显复杂的非线性优化问

题, PSO 算法收敛速度慢, 容易陷入局部最优解, 因而无法找到符合要求的全局最优解。针对这一问题, 诸多努力一直致力于改造算法本身, 取得了很多应用成果, 比如各种改进的 PSO 算法^[5-9]。甚至有更新的种群算法开发出来, 如野草算法等^[10-13]。本文尝试从一个更为简单直接的角度来考虑对算法收敛特性的改进: 思考算法本身的特征, 即粒子初值的随机赋值这一环节。通常 PSO 算法的全部



收稿日期: 2018-05-20 修回日期: 2018-06-30;
基金项目: 国家自然科学基金(61273095);
作者简介: 仇永斌(1974-), 男, 黑龙江双城, 博士, 工程师, 研究方向为雷达信号处理与性能仿真; 张树春(1974-), 男, 黑龙江双城, 博士, 高工, 研究方向为飞行仿真与非线性滤波。

<http://www.china-simulation.com>

• 4079 •

粒子都是随机赋初值,依靠算法本身的特征或者说种群的智能特征来寻找最优解。因而算法从最开始就基于这样一种假设:粒子对最优解一无所知;除了问题解空间,对最优解空间无任何先验知识,甚至对最优解空间的特征也是一无所知的。在搜索过程开始的那一刻,整个种群是盲目的,没有正确的方向。这种认知背景下,能否找到符合需求的最优解,就完全依赖算法本身的收敛特征了,也就是种群的智能特征。因而,针对某些复杂非线性优化问题,收敛速度慢,陷入局部最优解跳不出来,就不难理解了。而实际上,这种随机赋初值的方法,完全忽略了先验知识的利用。因为总有很多问题是可以对最优解空间进行某种程度的相对较为充分的估计。尽管这些估计不足以给出令人满意的解,但这些估计量完全可以作为最优解空间的基的估计量,或者最优解的邻域来利用。因而本文从粒子初值有效估计的角度来改造粒子群优化算法。即通过有效估计最优粒子的初值,从而限定粒子在最优解空间内或其相对较小的邻域内进行搜索,这种操作方式,能够有效改变算法的收敛特性,从而使算法收敛的速度更快,适应度函数的收敛深度更深,能够得到更为满足优化约束条件和预期需求的全局最优解。

1 粒子群优化算法简介

粒子群优化算法是一种基于种群协作的随机搜索算法,群体的智能性使得种群追随当前的最优粒子在解空间内快速搜索全局最优解^[14-16]。算法基本思想为^[14-16]:种群的每个粒子在解空间内运动过程中经过的最好位置,就是该粒子的最优解,称为局部最优解(p_{best});种群全部粒子所经历过的最好位置,是整个群体目前找到的最优解全局(g_{best}),也就是最优粒子搜索得到的局部最优解。由优化问题所决定的适应度函数值来衡量粒子是否最优,所有粒子通过这两个极值不断更新自己从而实现在整个解空间内的运动,进而搜索到最大程度符合适应度函数所定义的全局最优解。每个粒子总是追随

着当前的最优粒子在解空间内搜索。算法中每个粒子的位置参数是解空间中的一个点,假设种群规模为 N ,第 i ($i=1,2,\dots,N$)个粒子的位置为 X_i ,该粒子最优位置记为 $P_{best}[i]$,该粒子速度为 V_i ,种群最优粒子的位置记为 $G_{best}(t)$ 。粒子通过公式(1)来更新自己的速度和位置^[14-16]:

$$\begin{cases} V_i(t+1) = \omega \cdot V_i(t) + c_1 \cdot \text{rand}() \cdot \\ (p_{best}[i] - X_i(t)) + \\ c_2 \cdot \text{rand}() \cdot (g_{best}[t] - X_i(t)) \\ X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \end{cases} \quad (1)$$

式中: c_1 、 c_2 为学习因子,通常 $c_1=c_2=2$; $\text{rand}()$ 为 $[0,1]$ 上的随机数; ω 为惯性权重,可取为常数。

2 新优化算法的基本思想

如引言所述,PSO 算法对全部粒子随机赋初值的做法,相当于无视全部的先验知识。但对某些较为复杂的非线性优化问题,这种认知与实际事实并不相符,合理性值得探讨。对某些问题而言,最优解空间的特征并非毫无先验知识。根据这些先验知识,通常总能找到一些可以定量分析的特征或解析表达式,来描述最优解空间,或者说,至少能够对最优解空间进行一定程度的估计。这意味着在某种程度上,最优解空间可以通过某些估计量来表达。如果这些估计量足够有效,那就可以限定全部粒子在最优解空间或其紧邻域内寻找全局最优解,而不是在整个问题解空间内搜索全局最优解,从而使粒子种群找到最优解空间的可能性将大大提高。换句话说,这种方法相当于事先为种群的粒子指明了搜索方向和搜索区域,在种群搜索行为开始的那一刻,全部粒子都被引导到最优解空间或其紧邻域内运动。显然,这不但能使得优化算法收敛的更快,而且适应度值会收敛的更深,因为最优解空间内所能找到的全局最优解更为接近真实的最优解。

PSO 算法的种群粒子是追随最优粒子在解空间内进行搜索的,最终的全局最优解也一定是最优粒子值,因此,上述通过先验知识得到的最优解空间的估计量,实际上是对最优粒子初值的估计。显

然这些量之所以称为估计量,就是因为它们仅仅是对最优解的估计,但还远不是符合预期的全局最优解,需要通过种群追寻最优粒子的足迹来找出最终的最优解。通过先验知识获得最优解空间的估计量之后,把这些估计量赋值给一个或几个粒子作为初值,但种群的其它粒子仍然赋随机初值,然后利用 PSO 算法进一步搜索最终的全局最优解。通过这种初始化方法,种群的全部粒子在最优粒子估值的有效引导下,会迅速收敛到最优解空间或其紧邻域内进行搜索,而不再是搜索整个解空间,因为只要对最优粒子的解析估值足够有效,相对赋随机初值的其它粒子而言,这些粒子在最开始就是最优的。这种新的初始化方法已经完全不同传统的 PSO 算法的随机初始化,具有以下三点优势:

- (1) 只有一个或少数几个粒子的初值是通过解析方法赋值的,因而并不改变种群的多样性和随机性;
- (2) 即便对最优粒子的估计量无效,该估计量最多也不过是随机赋初值的一个特例,并不改变传统 PSO 算法的任何收敛特征;
- (3) 只要估计量足够有效,将有效改善 PSO 算法的收敛特性,因而具有更好的优化结果。

实际上,经过初始化方法改造后的 PSO 算法与传统 PSO 算法唯一的区别就在于粒子初始化这一步骤,新算法的具体结构如图 1 所示。

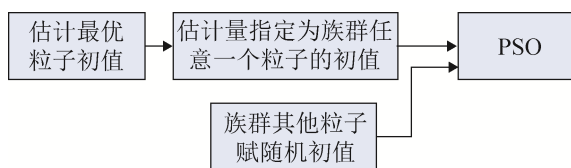


图 1 基于最优粒子初值有效估计的 PSO 算法
Fig. 1 Modified PSO optimizer construction

3 新优化算法应用于线阵方向图优化的实例

3.1 线阵方向图优化的目标

PSO 算法用于线阵列方向图优化的目的和方法在文献[17]中有非常详细的阐述,这里不赘述。

对于上述的新优化算法,与该文献中的方法唯一的不同点在于粒子群初始化阶段,对其中的任意一个粒子指定一个通过解析估计得到的理论初值,参照图 1。优化方向图时都必须先构建预期方向图以及适应度函数。预期方向图通过方向图包络来描述,包括主瓣宽度和形状、副瓣包络约束边界以及副瓣上的零陷等。适应度函数可以定义为超过副瓣包络约束边界的点的功率和,即副瓣上的毛刺功率和。图 2 给出了 100 阵元线阵列的方向图实例。图中,虚线代表副瓣包络的上边界,副瓣上有零陷。副瓣包络上边界(虚线)与主瓣(实线,无毛刺和主瓣分裂)构成预期方向图,或者说这只是个预期方向图的约束边界,但不妨碍把它当做预期方向图的有效估计量来使用。预期方向图可以采用先定义特征点然后再插值的方法构造,也可以采用解析表达式来构造,都很容易,不赘述。定义图中的副瓣约束边界为矩阵 P_G , 定义主瓣为矩阵 P_{MG} , 记任意给定的方向图为矩阵 P , 令 $E=P-P_G$, 则有

$$E(i, j) = \begin{cases} (P(i) - P_G(i))^2, & P(i) > P_G(i) \text{ and} \\ & P(i) \text{ not in mainlobe} \\ 0, & P(i) < P_G(i) \text{ or } P(i) \text{ in mainlobe} \end{cases} \quad (2)$$

再令:

$$C = 10 \lg \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m E(i, j) + \varepsilon \right) \quad (3)$$

式中: ε 是无穷小正数; n 是方向图采样点数; i 代表第 i 个采样点; C 即为构造的适应度函数。

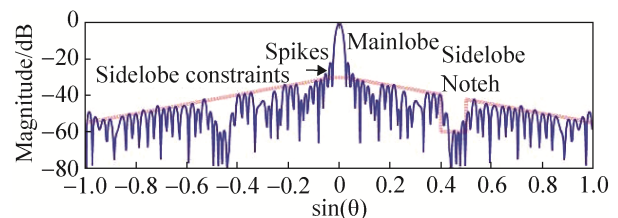


图 2 预期方向图结构
Fig. 2 Normalized desired pattern construction

3.2 最优粒子初值的有效估计

新 PSO 算法的核心就在于最优粒子初值的有

效估计。通过合理的解析运算，可在一定程度上保证这种估计的有效性。对于一个具有 M 个阵元的线阵列，远场方向图（无扫描）为：

$$F(\theta) = \cos^{EF/2} \theta \cdot \sum_{i=1}^M a_i e^{j \frac{2\pi}{\lambda} x_i \sin \theta} =$$

$$\cos^{EF/2} \theta \cdot \sum_{i=1}^M a_i e^{jkx_i \sin \theta} =$$

$$\cos^{EF/2} \theta \cdot [e^{jkx_1 \sin \theta}, e^{jkx_2 \sin \theta}, \dots, e^{jkx_M \sin \theta}]$$

$$[a_1, a_2, \dots, a_M]^T =$$

$$[\cos^{EF/2} \theta e^{jkx_1 \sin \theta}, \cos^{EF/2} \theta e^{jkx_2 \sin \theta}, \dots,$$

$$\cos^{EF/2} \theta e^{jkx_M \sin \theta}] [a_1, a_2, \dots, a_M]^T \quad (4)$$

式中： θ 是入射角； $\cos^{EF/2}(\theta)$ 是阵元因子且有 $EF=1.5$ ， $k=2\pi/\lambda$ 是波数； a_i 是孔径权系数，即阵元对应的复电压激励； d 是阵元间距，记第 i 个阵元的坐标为 x_i （孔径中心定义为坐标原点 $x=0$ ），则

$$x_i = (i - 0.5(M + 1))d, i = 1, 2, \dots, M$$

计算方向图时，必须把 θ 离散化，记 θ 的采样点数为 n ，有

$$\begin{bmatrix} F(\theta_1) \\ F(\theta_2) \\ \vdots \\ F(\theta_n) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos^{EF/2} \theta_1 e^{jkx_1 \sin \theta_1} & \cos^{EF/2} \theta_1 e^{jkx_2 \sin \theta_1} & \dots & \cos^{EF/2} \theta_1 e^{jkx_M \sin \theta_1} \\ \cos^{EF/2} \theta_2 e^{jkx_1 \sin \theta_2} & \cos^{EF/2} \theta_2 e^{jkx_2 \sin \theta_2} & \dots & \cos^{EF/2} \theta_2 e^{jkx_M \sin \theta_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos^{EF/2} \theta_n e^{jkx_1 \sin \theta_n} & \cos^{EF/2} \theta_n e^{jkx_2 \sin \theta_n} & \dots & \cos^{EF/2} \theta_n e^{jkx_M \sin \theta_n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^{EF/2} \theta_1 & \cos^{EF/2} \theta_1 & \dots & \cos^{EF/2} \theta_1 \\ \cos^{EF/2} \theta_2 & \cos^{EF/2} \theta_2 & \dots & \cos^{EF/2} \theta_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos^{EF/2} \theta_n & \cos^{EF/2} \theta_n & \dots & \cos^{EF/2} \theta_n \end{bmatrix}$$

$$\exp(jk \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \\ \vdots \\ \sin \theta_n \end{bmatrix} [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]) \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)中，“ \cdot ”表示矩阵点乘运算，令 \mathbf{F} 表示该阵列方向图的 n 元素列向量，令 \mathbf{B} 表示阵元因子列向量 $[\cos^{EF/2}(\theta_1)\cos^{EF/2}(\theta_2)\dots\cos^{EF/2}(\theta_n)]^T$ 扩展得到的 $n \times m$ 阶矩阵，令 \mathbf{Q} 表示(5)式中的复指数矩阵 $\exp()$ ，令阵列孔径权系数列向量为

$\bar{a} = (a_1, a_2, \dots, a_M)^T$ ，即：

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F(\theta_1) \\ F(\theta_2) \\ \vdots \\ F(\theta_n) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos^{EF/2} \theta_1 & \cos^{EF/2} \theta_1 & \dots & \cos^{EF/2} \theta_1 \\ \cos^{EF/2} \theta_2 & \cos^{EF/2} \theta_2 & \dots & \cos^{EF/2} \theta_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos^{EF/2} \theta_n & \cos^{EF/2} \theta_n & \dots & \cos^{EF/2} \theta_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \exp(jk \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \\ \vdots \\ \sin \theta_n \end{bmatrix} [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]), \text{ 令 } \mathbf{A} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}, \text{ 方}$$

程(5)可写为：

$$\mathbf{F} = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}) [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M]^T = \mathbf{A} \bar{a} \quad (6)$$

显然 \mathbf{A} 是不可逆的奇异矩阵，但由(6)式解算 $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ 的广义逆矩阵可解出孔径权向量为：

$$\bar{a} = \text{pinv}(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{A}^H \mathbf{F} \quad (7)$$

式中： $(\)^H$ 表示取复共轭矩阵； $\text{pinv}(\cdot)$ 表示求矩阵的广义逆。

将图 2 中构造的预期方向图作为列向量代入方程(7)中的 \mathbf{F} ，就可解出对应预期方向图的孔径权系数。显然，这些权系数还不能合成预期方向图。但如前文所述，这些权值可以用作最优粒子初值的有效估值，在新 PSO 算法中作为初始的最优粒子。这种解析法能够在一定程度上保证对最优粒子估计的有效性。

3.3 仿真实验结果

通过上述的解析过程以及新 PSO 算法流程，进行仿真实验。这里给出两个仿真结果验证新算法的性能。第一个仿真实验是只利用阵元幅度权值合成预期方向图，该实验所用的副瓣约束边界比文献[17]所用的例子要复杂和困难得多，因为这里在副瓣上设置了 2 个 -70dB 的零陷。仿真实验结果见图 3~4。前者利用新 PSO 算法得到，后者利用传统 PSO 算法得到。

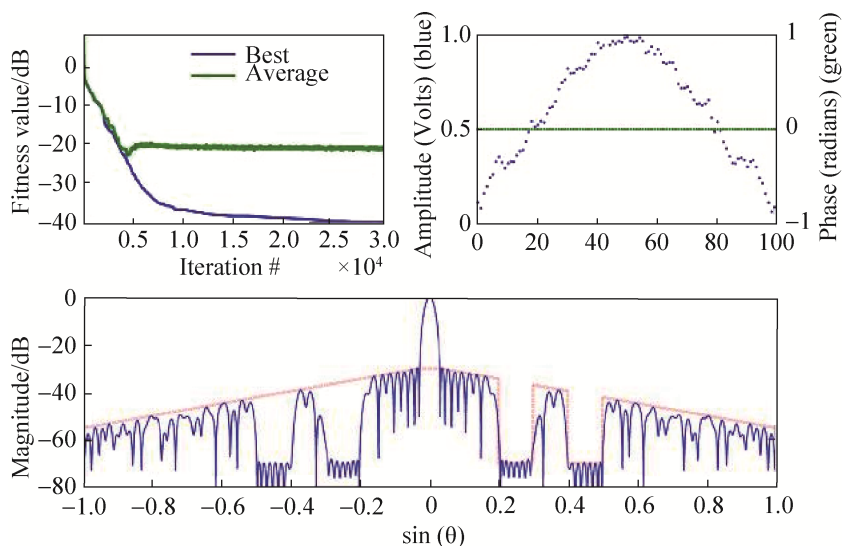


图 3 新算法幅度优化仿真实验结果

Fig. 3 Amplitude-only optimized by new optimizer

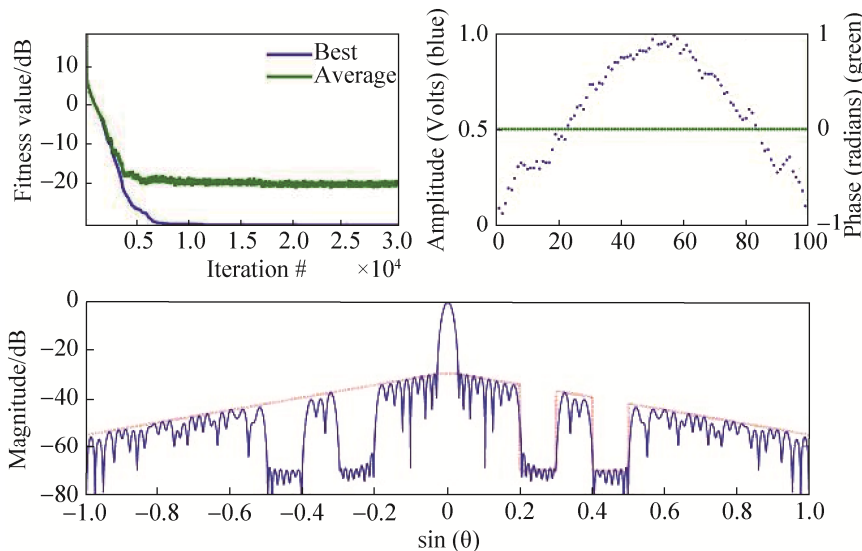


图 4 传统 PSO 算法幅度优化仿真实验结果

Fig. 4 Amplitude-only optimized by standard PSO

图 3、图 4 的每个图中, 左上方是适应度值与迭代次数关系的曲线, 代表算法收敛特性, 右上方是对应优化结果方向图的孔径权系数(包括幅度和相位), 下方则是方向图优化结果。对比这两幅图不难发现, 前者的适应度值可以收敛到-40 dB, 而后者只能收敛到-30 dB, 前者优化得到的方向图相对于副瓣包络约束边界的毛刺明显少于后者。因而

前者在收敛特性有明显提升, 同时能够得到更符合约束条件的优化结果。

第二个仿真实验是相位幅度同时优化, 合成的副瓣电平低于-30dB 且在副瓣上只有一个-60dB 的零陷, 该实验与文献[17]完全一样。仿真结果见图 5 和图 6。前者利用新优化算法, 后者利用传统 PSO 算法。

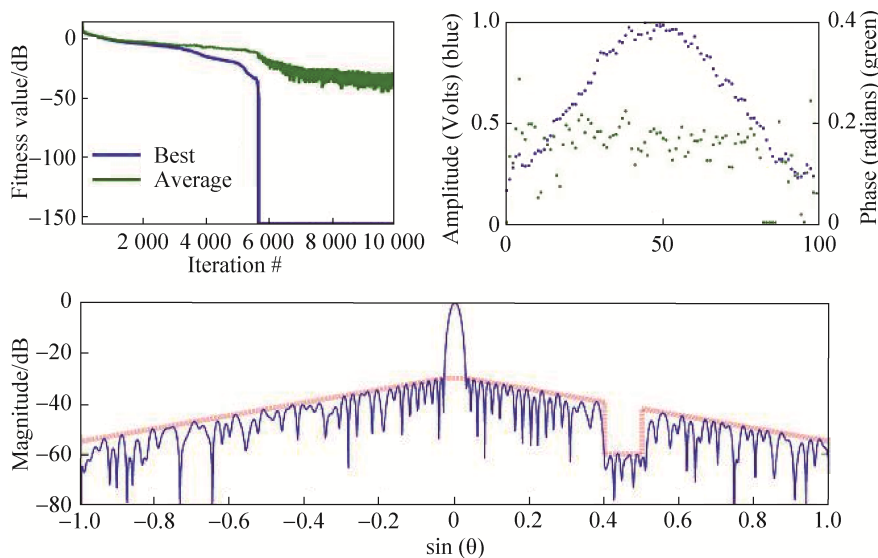


图5 新算法幅相优化仿真实验结果

Fig. 5 Amplitude-phase optimized by new optimizer

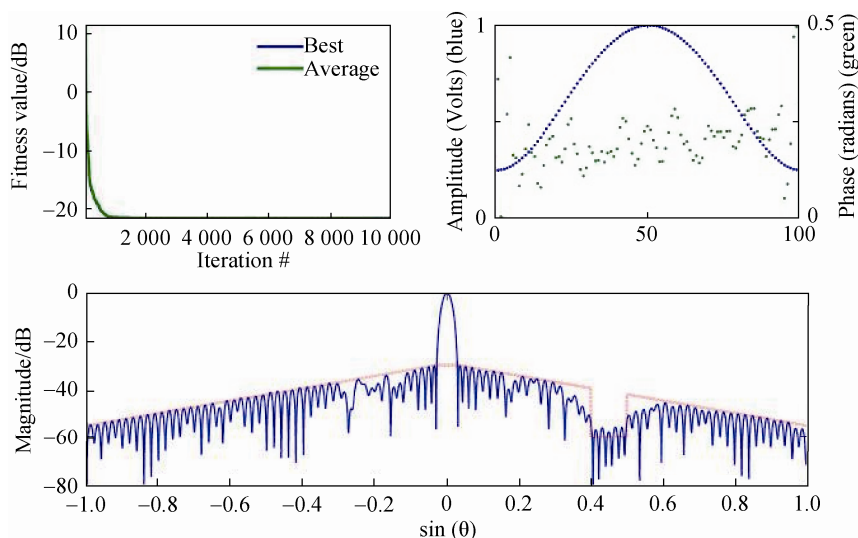


图6 传统 PSO 算法幅相优化仿真实验结果

Fig. 6 Amplitude-phase optimized by standard PSO

对比图 5、图 6 表明，前者的适应度值可收敛到负无穷，而后者只能收敛到 -20 dB。前者优化后的方向图彻底没有任何毛刺，完全符合预期方向图的指标要求，是真正的一个全局最优解。而后者优化后的方向图零陷深度只能达到 -50 dB，这不是一个好的优化结果，与全局最优解相去甚远。同时，观察孔径权系数发现，后者的权系数幅度曲线异常平滑，但这并非是全球最优解的真正形态，而前者虽然幅度分布看起来不那么完美，事实上它揭示了全局最优解的真正形态。

从这两个仿真实例的结果对比以及分析中可知，经过初始化方法改造后的 PSO 算法在收敛性能上有很大提升，包括收敛速度和适应度值的收敛深度。更重要的是，前者能够揭示出最优孔径权系数的真正形态，即问题解空间内的真正最优解，而后者是很难做到这一点的。之所以在性能上存在这种本质的区别，根本原因在于前者对最优粒子初值的解析估计是有效的，也是对最优解空间的基的有效估计。通常线阵方向图优化总是相对容易的，但对于平面阵和共形阵等方向图优化的非线性优化

问题, 情况变得异常复杂, 常规 PSO 算法总是陷入失效境地, 但这种改造后的 PSO 算法则能体现出优势, 因而能够得到符合预期的优化结果。限于篇幅, 在其他文稿中探讨这一问题。

4 结论

运用矩阵的解析运算, 本文提出一种改造 PSO 收敛性能的粒子群初始化方法, 从而获得一种新 PSO 优化算法。该新优化算法与标准的 PSO 算法唯一的区别在于: 前者通过解析运算得到最优粒子初值的有效估计, 然后将该估计量指定为任意粒子的初值, 而其它粒子仍然赋随机初值。这种对最优粒子初值的解析估计实际上也同时完成了对最优解空间的某种程度上的有效估计。从而使得新优化算法能够在搜索开始阶段即引导种群的全部粒子收敛到最优解空间内运行, 而不是在整个问题解空间内运行, 从而使得新的优化算法在收敛性能上得到有效提升。新算法应用于线阵方向图优化的实例也证明了上述这些结论是真实有效的。

参考文献:

- [1] Lema G G, Tesfamariam G T, Mohammed M I. A novel elliptical-cylindrical antenna array for radar applications [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (S0018-926X), 2016, 64(5): 1681-1688.
- [2] Jang C H, Hu F, He F. Low-redundancy large linear arrays synthesis for aperture synthesis radiometers using particle swarm optimization [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* (S0018-926X), 2016, 64(6): 2179-2188.
- [3] Gangwar V S, Singh A K, Patidar H. Optimistic design of thinned planar antenna array for radar operating scenarios [C]. *International Conference on Microelectronics, Computing and Communications (MicroCom)*, 2016: 1-4.
- [4] Mahmoud K R. Synthesis of unequally-spaced linear array using modified central force optimisation algorithm [J]. *IET Microwaves, Antennas & Propagation* (S1751-8725), 2016, 10(10): 1011-1021.
- [5] Tan L. A clustering k-means algorithm based on improved pso algorithm[C]. *Fifth International Conference on Communication Systems and Network Technologies*, 2015: 940-944.
- [6] Abdel-Kader R F. Genetically improved PSO algorithm for efficient data clustering[C]. *Second International Conference on Machine Learning and Computing*, 2010: 71-75.
- [7] Lashkari M, Moattar M H. The improved K-means clustering algorithm using the proposed extended PSO algorithm[C]. *International Congress on Technology, Communication and Knowledge (ICTCK)*, 2015: 429-434.
- [8] 陈彭, 李坤, 陈朝阳. 基于文化算法的超低副瓣方向图综合[J]. *系统仿真学报*, 2014, 26(7): 1477-1481.
CHEN Peng, LI Kun, CHEN Chaoyang. Pattern synthesis of ultra-low sidelobe array antenna based on cultural algorithm[J]. *Journal of System Simulation*, 2014, 26(7): 1477-1481.
- [9] 王婷, 夏克文, 张文梅, 等. 基于改进 QPSO 算法的阵列天线方向图综合[J]. *电子学报*, 2013, 41(6): 1177-1182.
WANG Ting, XIA Ke-wen, ZHANG Wen-mei, et al. Pattern synthesis of array antenna with modified quantum particle swarm optimization algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(6): 1177-1182.
- [10] Dastranj A. Optimization of a printed UWB antenna: application of the invasive weed optimization algorithm in antenna design[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine* (S1045-9243), 2017, 59(1): 48-57.
- [11] Mahto S K, Choubey A. A novel hybrid IWO/WDO algorithm for interference minimization of uniformly excited linear sparse array by position-only control[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* (S1536-1225), 2016, 15: 250-254.
- [12] Lazaridis P I, Tziris E N, Zaharis Z D. Comparison of evolutionary algorithms for LPDA antenna optimization [J]. *Radio Science, AGU Journals & Magazines* (S0048-6604), 2016, 51(8): 1377-1384.
- [13] Oraizi H, Bahreini B. A comparison among circular, rectangular and bee-hived array geometries using the invasive weed optimization algorithm[C]. *16th Mediterranean Microwave Symposium (MMS)*, 2016: 1-4.
- [14] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science*, Nagoya, 1995: 39-43.
- [15] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. *Proc. IEEE Int'l Conf. on Neural Networks*, Piscataway, NJ, IEEE Service Center, 1995: 1942-1948.
- [16] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer[C]. *Proc. IEEE Int'l Conf. on Evolutionary Computation*, IEEE Press, Piscataway, NJ, 1998: 69-73.
- [17] Brown A D. *Electronically Scanned Arrays-MATLAB Modeling and Simulation*[M]. USA: CRC Press, Taylor & Francis Group, LLC, 2012: 35-80.