

1-4-2019

Modeling and Research of Global Allocation Policy in Cascading Failures

Chongjie Dong

Dongguan Polytechnic, Dongguan 523808, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Modeling and Research of Global Allocation Policy in Cascading Failures

Abstract

Abstract: In reality, the global loads of network usually alter when the structure and function of network change by a list of attacks. Based on this, the paper defines extra loads of the normal node inversely proportional to the distance of failure node and presents a new indicator named "diffusion step" to failure diffusion process, which uses the global allocation policy instead of neighbor or local feature of node. *By simulating scale-free network, small-world network and random network, the average results of network show that the scale-free network has strong ability to resist failures. When the influence of global allocation policy is weak, the different networks achieve respective maximum of diffusion steps in the same tolerance coefficient. The following failed nodes prefer to select the non-neighbor nodes of the previous iteration of the failed nodes when the network redundancy is low.*

Keywords

complex network, cascading failures, global allocation policy, scale-free network, small-world network, random network

Recommended Citation

Dong Chongjie. Modeling and Research of Global Allocation Policy in Cascading Failures[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(11): 4172-4179.

全局分配策略在级联故障中的建模与研究

董崇杰

(东莞职业技术学院, 广东 东莞 523808)

摘要: 现实情况中, 遭到攻击的网络由于结构和功能发生改变, 网络全局负载随之发生变化。基于此, 文中级联故障模型舍弃传统的基于节点邻域或局域负载局部分配策略, 采用全局分配策略, 定义正常节点的分配负载与距故障节点的最短路径长度成反比关系, 采用“步长”刻画故障扩散快慢。仿真无标度网络、小世界网络和随机网络, 网络节点的平均故障结果表明无标度网络的抵制故障能力较强; 在全局分配策略较弱时, 不同网络在同一容忍系数下取到不同步长最值; 网络冗余度较低时, 后续故障节点更倾向选择上一迭代中故障节点的非邻居节点。

关键词: 复杂网络; 级联故障; 全局分配策略; 无标度网络; 小世界网络; 随机网络

中图分类号: TP393.08 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2018) 11-4172-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201811015

Modeling and Research of Global Allocation Policy in Cascading Failures

Dong Chongjie

(Dongguan Polytechnic, Dongguan 523808, China)

Abstract: In reality, the global loads of network usually alter when the structure and function of network change by a list of attacks. Based on this, the paper defines extra loads of the normal node inversely proportional to the distance of failure node and presents a new indicator named "diffusion step" to failure diffusion process, which uses the global allocation policy instead of neighbor or local feature of node. By simulating scale-free network, small-world network and random network, the average results of network show that the scale-free network has strong ability to resist failures. When the influence of global allocation policy is weak, the different networks achieve respective maximum of diffusion steps in the same tolerance coefficient. The following failed nodes prefer to select the non-neighbor nodes of the previous iteration of the failed nodes when the network redundancy is low.

Keywords: complex network; cascading failures; global allocation policy; scale-free network; small-world network; random network

引言

自从 20 世纪 90 年代, 复杂网络的“小世界”和“无标度”特性被揭示以来^[1-2], 复杂网络被证实

广泛存在于自然网络、社会经济网络、基础设施网络、社会关系网络。复杂网络的级联故障研究作为其中的重要研究分支之一, 与网络的结构和功能息息相关, 相关研究已得到了许多成果。

文献[3-4]提出一种有效的级联故障模型和抵制故障方法, 每次通过重新计算故障后网络介数指标的方法实现网络整体的负载重分配, 得出网络脆弱性源于负载的高度异质分布。文献[5]依据节点



收稿日期: 2016-04-29 修回日期: 2016-08-23;
基金项目: 广东省高等学校优秀青年教师培养计划 (YQ2015232), 东莞市社会科技发展项目 (2013108101045), 东莞市社会科技发展项目 (2011108102021);
作者简介: 董崇杰(1982-), 男, 山东菏泽, 硕士, 副教授, 研究方向为网络软件开发与数据库技术。

<http://www.china-simulation.com>

• 4172 •

局域信息, 提出故障节点的邻居节点平均度攻击策略, 对比节点度攻击策略, 探究阈值与模型参数的关系。文献[6]以流量模型建模分布式流, 基于经典的负载-容量模型, 构建可调参数的加权无标度网络的级联故障模型, 发现存在最优权重策略使得网络抵制故障能力最大。文献[7]考虑“物以类聚、人以群分”的社团特性普遍存在于复杂网络, 对级联故障模型的节点计算负载时, 将节点的社团特性引入其中, 新模型通过调节节点负载分布以抵制级联故障攻击, 表明节点引发故障能力与节点社团特性有关。文献[8]依据负载局部分配原则, 将研究对象由单一网络深入到相依网络, 建模时考虑网络之间的耦合关系, 构建相依网络故障模型, 表明相依网络比单一网络对故障更敏感、更易崩溃。文献[9]研究拥有新边生成和节点权重动态变化特性的加权网络, 构建级联故障模型, 发现节点权重、强度和度分布与级联故障有较强联系。文献[10]采用介数指标对节点加权, 并作为节点初始负载, 对比基于度的加权策略, 发现基于介数指标的节点加权策略使得网络更具鲁棒性。

然而, 目前的级联故障研究虽然较多, 但负载分配策略中绝大多数是基于节点的邻域或局域特性, 即故障节点的负载以某一规则分配给周围的正常邻居节点。少量通过直接重新计算整个网络的中心性指标实现负载全局分配的研究也没有考虑到负载的传播特征。著名学者 Brummitt 指出真实网络在发生故障时, 节点的负载会在瞬间触发到远距离的其它正常节点^[11], 而且故障节点会导致网络拓扑发生改变, 网络拓扑又是网络功能赖以存在的基础, 网络拓扑改变必然导致网络整体负载的变化。基于此, 论文提出一种考虑传播特征的负载全局分配策略, 将其引入级联故障的建模和研究, 数值模拟 BA 无标度网络、WS 小世界网络和 ER 随机网络, 从不同角度分析负载全局分配策略对级联故障的影响。

1 网络模型

1.1 BA 网络模型

自从无标度特征被发现以来, 现实社会网络被证实普遍具备无标度特征, 俗称“二八定律”: 小部分节点占据网络中绝大部分资源。基于“生长”和“择优连接”原则, 生成 BA(Barabasi Albert)无标度网络^[12], 构造过程如下:

Step 1: 初始化含有 n_0 个节点的连通网络, 每次新增一个节点时, 新增节点与已存在的 $n \leq n_0$ 个节点相连。

Step 2: 在 Step 1 中, 新增节点依据已存在节点的度比全部节点度之和的比率, 优先连接比率大的节点。

1.2 WS 小世界网络模型

小世界特性指即便网络规模非常大, 任意两个节点之间仍然可以通过有限的“几步”间接连接, 俗称“六度分离”原则。论文采用 WS(Watts Strogatz)模型^[13]构建所需的小世界网络, 构造过程如下:

Step 1: 初始化含有 n 个节点的环形规则最近邻耦合网络, 网络中每个节点与左右各 $k/2$ 个邻居节点相连。

Step 2: 对 Step 1 中耦合网络的每个条边, 保持连边一端不变, 另一端以随机概率 p 选择网络的其它节点。

其中, 构造过程中, k 必需为偶数, 连边随机重连时不能有重边和自连。

1.3 ER 随机网络

作为 BA 无标度网络和 WS 小世界网络的对比, 生成实验所需的 ER(Erdős Rényi)随机网络^[14], 构造过程如下:

Step 1: 初始化含有 n 个节点的网络。

Step 2: 对 Step 1 中的网络选择没有连边的节点对进行加边。

Step 3: 重复 Step 2 直至网络中的边数达到指定值 m 。

2 全局分配策略与级联故障建模

2.1 全局分配策略

在网络中,若某个节点发生故障或随机失效,则该节点的负载首先按式(1)等比例分配给直接正常邻居节点,然后按式(2)进一步分配给其它可间接连通的正常节点,从而引发网络整体负载重新分布。上述分配策略如下所示:

(1) 找到故障节点 i 的直接邻居节点 j , 则邻居节点 j 收到多余负载:

$$\Delta L_{ij} = \frac{L_i}{k_i} \quad (1)$$

式中: L_i 为节点 i 的初始负载; k_i 是节点 i 的度。

(2) 节点 j 是节点 i 的直接邻居节点, 节点 k 不是节点 i 的直接邻居节点, 则

$$\Delta L_{ik} = \frac{\Delta L_{ij}}{d_{\langle i,k \rangle}^\beta} \quad (2)$$

式(2)中,要求节点 k 与节点 i 可通过正常节点 j 间接连通, 否则无法完成负载全局分配。 $d_{\langle i,k \rangle}$ 表示节点 i 和 k 的最短路径长度, β 用来调节故障节点对网络节点的负载大小和分布, β 值越大, 全局分配策略越趋向于局部分配策略, 全局分配策略越弱; β 越小, 全局分配策略越强。式(1)和(2)说明分配的多余负载不大于直接邻居节点的多余负载, 距离故障节点越远, 分配到的负载越小。图1是节点负载的全局分配示意图。

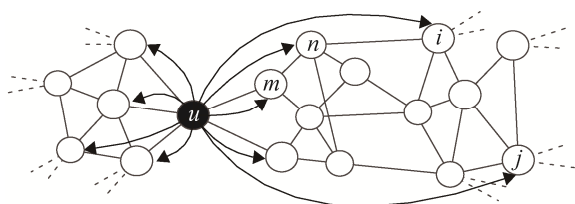


图1 全局分配策略的负载分配

Fig. 1 Load allocation of the global allocation policy

假定图1中的节点 u 为故障节点, 箭头为选取的若干负载分配方向。节点 j 比节点 m 更远离节点 u , 依据公式(1)和(2), 节点 m 分配到的多余负载比节点 j 分配到的负载多, 这符合现实情况, 负载在

传播过程中存在损耗, 距离越远, 节点所得到多余的负载越小。

2.2 级联故障建模

2.2.1 级联故障原理

(1) 级联故障建模, 首先依据公式(3)初始化节点负载:

$$L_i = B_i^\alpha \quad (3)$$

式中: B_i 代表节点 i 的介数中心性, 参数 α 用来调节初始负载的分布。介数衡量通过某节点的最短路径多少, 值越大说明通过的最短路径越多, 流经的流量越大, 初始负载也越大。

(2) 网络节点初始化负载后, 还需指定每个节点容量, 用以刻画节点处理负载能力, 定义为:

$$C_i = tL_i \quad (4)$$

式中: $t \geq 1$ 为容忍系数, t 越大说明网络越冗余, 网络抵制故障能力也越强, 但抵制成本也越高。

(3) 仿真中每一次迭代, 故障节点按照式(1)和(2)将自身负载分配到网络的其它正常节点, 当正常邻居节点 j 的总负载 $L_j + \Delta L_{ij} > C_j$ (正常非邻居节点 k 的总负载 $L_k + \Delta L_{ik} > C_k$) 时, 节点 $j(k)$ 由于总负载大于本身可承受的容量, 会发生故障。节点 $j(k)$ 故障后, 相应的负载再次发生分配, 从而导致网络发生连锁反应。

(4) 当网络的级联故障停止, 即不再会有正常节点发生故障, 计算网络最终剩余正常节点数目 G' 与网络节点总数 G 的比值, 记作: $S=G'/G$ 。显然, S 越大说明网络抵制故障能力越强, 故障对网络的破坏越小。

2.2.2 建模前提规定

任何事件的发生都存在一定的前提规定, 出于模型的适用性, 论文对模型的构建做出如下规定:

规定1: 故障节点的负载只能通过正常节点进行传播、分配给网络正常节点。若网络破碎为若干个子图, 则不同子图之间不能传播负载。

规定2: 负载传播中, 多个故障节点对同一正常节点不发生负载叠加, 即负载传播在时间上瞬间

完成, 但具体的扩散过程存在逻辑上的先后顺序。

3 网络拓扑特性

依据前文网络模型生成的不同网络的拓扑特性如表 1 所示。

表 1 网络拓扑特性
Tab. 1 Network topology characteristics

类型	BA 网络	WS 网络	ER 网络
节点数	1000	1000	1000
连边数	2991	3104	2923
平均度	5.98	6.21	5.85
网络直径	6	18	8
模块度	0.37	0.88	0.377
平均聚类系数	0.035	0.566	0.006
平均路径长度	3.47	8.79	4.117

WS 网络的平均聚类系数最高, 平均路径长度虽比其它 2 个网络大, 仍符合“六度分离”原则。BA 网络和 ER 网络的平均路径长度也较小, 但聚类系数均比 WS 网络小了上百倍的数量级, 聚类特性非常不明显。为了对数据集的不同拓扑特性有更详尽了解, 绘制三个网络的节点度分布, 如图 2 所示。

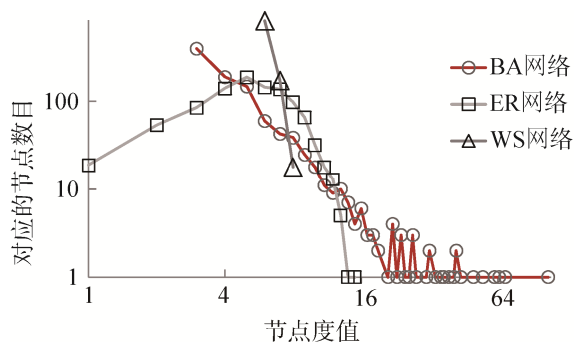


图 2 节点度分布
Fig. 2 Degree distribution of nodes

从图 2 的不同网络的度分布发现, 在双对数坐标系下, BA 网络的度分布呈现幂律现象, ER 网络呈现倒钟形, 而 WS 网络则只有 3 种不同的度值分布。

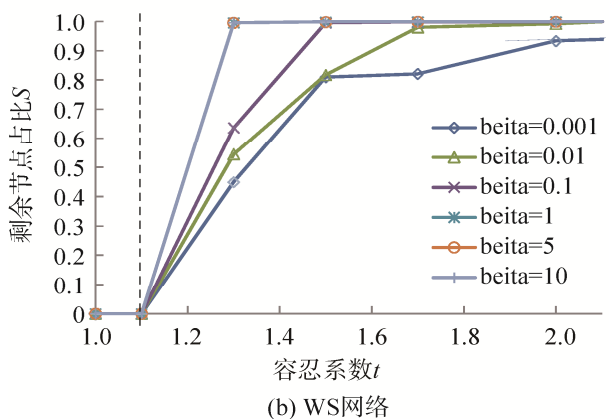
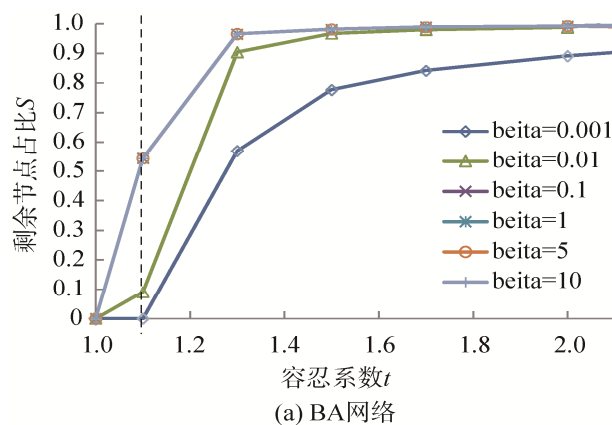
4 仿真与分析

论文采用 Matlab 仿真级联故障, 在级联故障

过程中, 初始故障从某一结点开始, 最终蔓延到整个网络。在该过程中, 对故障节点的邻居节点和非邻居节点而言, 负载虽是等比例分配和按最短路径长度反比关系分配, 但符合条件、可被分配负载的节点之间却是随机的, 故仿真级联故障对所有节点迭代 10 次, 最终结果取均值。在 β (beita)取值时, 为了更好的观察全局分配策略的不同影响, β 的最小值取 0.001, 最大值取 10, 以指数方式取小数值, 以等差方式取整数值。容忍系数 t 代表网络抵制故障成本, 为控制抵制成本, 通常 t 取 1 到 2 之间, $t=2$ 时, 代表网络需要 2 倍的高成本抵制故障。而不失一般性, α 一般取值为 1。

4.1 网络节点的平均故障结果

计算网络中所有节点的平均剩余节点占比, 结果如图 3 所示。



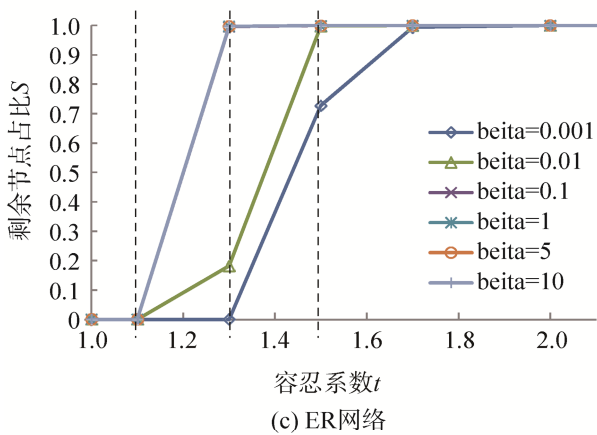


图3 网络节点的平均故障结果

Fig. 3 The average failure results of nodes

(1) 图3中, β 取某一值不变时, 容忍系数 t 越大, 剩余节点占比 S 越大, 网络抵制故障能力越强; 容忍系数 t 取某一值不变时, β 越大, 剩余节点占比 S 越大, 网络抵制故障能力越强。

(2) 当网络大部分节点对额外的负载承受力处于某种状态时: t 一旦大于某一值 t_c , 网络就会由崩溃状态趋于非崩溃状态(y 轴的 $S \approx 0.0$ 时的最大 t 值), 该值称为阈值 t_c 。阈值 t_c 越大, 网络整体的抵制故障能力越弱。对于 BA 网络, $\beta=0.001$ 对应的阈值 $t_c=1.1$; $\beta \leq 0.01$ 时, 对应的阈值 $t_c=1.0$ 。对于 WS 网络, 不同 β 对应的阈值 $t_c=1.1$ 。对于 ER 网络, $\beta=0.001$ 的阈值 $t_c=1.3$, 虽然 $\beta \leq 0.01$ 的阈值 $t_c=1.1$, 但 $\beta=0.01$ 的曲线走势与 $\beta \leq 0.1$ 的曲线走势差异较大。

总体而言, BA 网络阈值最小, ER 网络阈值最大, 同时 BA 网络的不同 β 曲线更倾向位于左侧, BA 网络在较小的成本下具有更大的故障抵制能力。

4.2 故障节点的层次扩散

我们已经得知, 故障节点从初始节点开始(记作集合 L_0), 扩散到 L_0 的邻居节点和非邻居节点(集合 L_1), 再扩散到 L_1 中节点的邻居节点和非邻居节点(记作集合 L_2), 再扩散到 L_2 中节点的邻居节点和非邻居节点, 依次类推, 直至满足 $L_j + \Delta L_j \leq C_j, j \in \{1, 2, \dots, N\}$, 网络的所有节点都

不会发生故障为止。

从故障节点开始向四周扩散过程: $L_0 \rightarrow L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow \dots \rightarrow L_n$, 定义由 L_0 到 L_1 的步长为 1, L_1 到 L_2 的步长为 2, 以此类推, 不同故障节点集合的递进关系, 用“扩散步长”来描述, 简称“步长”。显然步长越小, 网络破坏的越快, 步长越大, 网络破坏的越慢。文献[3-4]中提到“时间步”概念, 定义为一个单位的物理量(即负载)在网络节点对之间以最短路径的方式完成传播的时间。而步长强调的是不同时间步间的故障节点集合的前后逻辑顺序关系。故障节点层次扩散现象的举例如图4所示。

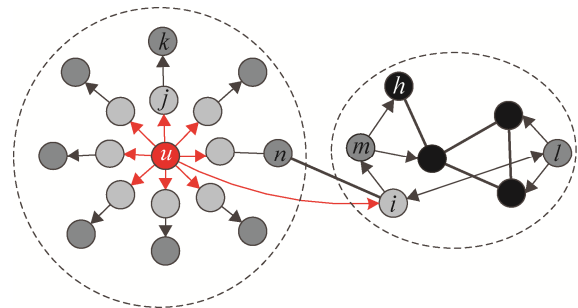


图4 全局分配策略下的故障过程层次扩散

Fig. 4 Fault process level diffusion of global allocation policy

图4中, 同一种颜色节点表示属于同一节点集合。红色节点 u 为初始故障节点, 浅灰色节点为 u 影响到的直接(非直接)邻居节点, 节点 i 与 u 虽不直接相连, 但据公式(2)同样发生故障。节点 k 、 m 和 l 属于同一集合。以此类推, 故障节点一层接一层向四周扩散, 其中, 黑粗边说明节点间虽有连边, 但相应节点已提前故障, 两者不再发生作用。依据文中的步长思想, 计算并绘制如图5所示的网络故障节点的层次扩散过程。

1) 节点的层次扩散在不同网络中有相似现象, 即步长先递增至最值后下降, 不同的 β 值有不同的步长最值。 t 较大时, 步长较小。

2) 由前文的网络节点的平均故障结果可知, 容忍系数 t 在阈值 t_c 之前, $S \approx 0$, 网络基本处于崩溃状态。图5进一步告诉我们, 同样的崩溃状态下, 网络崩溃的内在机理是不同的: 同一 β 值下, $t \in (0,$

t_c)时, t 越大, 步长越大, 网络崩溃的速度越慢; 同一容忍系数 $t \in (0, t_c)$ 下, β 越大, 步长越大, 网络崩溃的速度越慢。

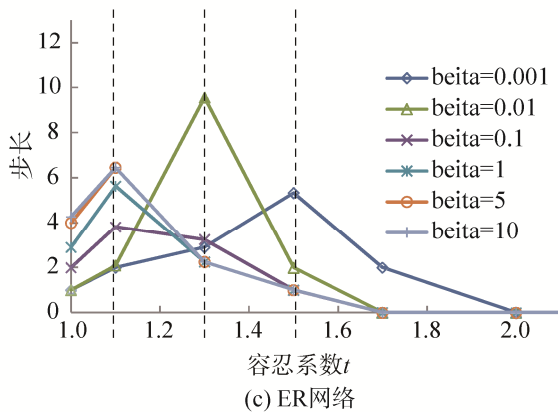
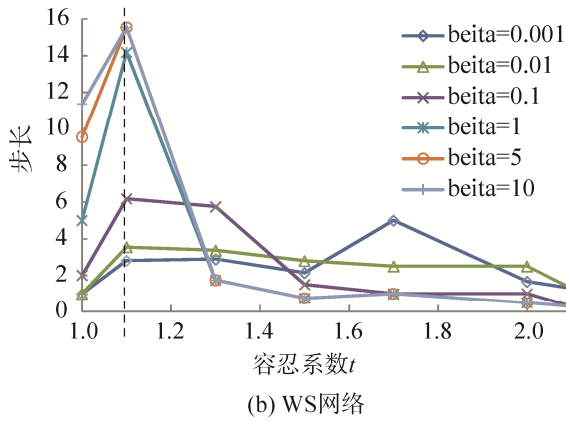
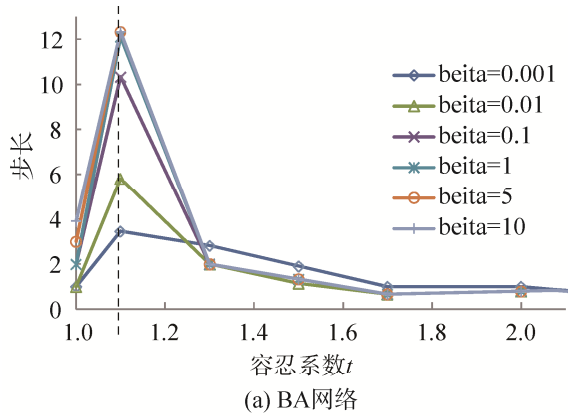


图 5 故障节点的层次扩散过程

Fig. 5 Level diffusion process of failure nodes

3) 对于 BA 网络, 不同 β 曲线在 $t=1.1$ 时有步长最值。对于 WS 网络和 ER 网络, $\beta \geq 1$ 时, 不同 β 曲线同样在 $t=1.1$ 时有显著的步长最值; 而 $\beta \leq 0.1$ 时, WS 网络下的不同 β 曲线波动明显, ER 网络的

步长最值取在 $t=1.3$ 和 1.5 处。

依据级联故障机制分析: 在阈值点 t_c 之前, 网络虽均处于崩溃状态, 但 t 越大, 网络冗余度越大, 节点承载能力均提到提高, 崩溃需要经过更多相对更脆弱节点, 所以崩溃时的步长更大。固定 t 不变, β 越大, 全局分配策略趋向于局部分配策略, 非邻居正常节点故障的数目越少, 故障只能沿着邻居节点扩散, 步长自然增加, 即 β 越大对应曲线越位于上方。当容忍系数 t 更大时, 由于网络整体抵制能力进一步提高, 故障节点数目急剧减少, 步长显著降低。

4.3 非邻居故障节点占比

由全局分配策略可知, 故障节点的产生有 2 种来源: 上一故障迭代中故障节点的邻居节点和非邻居节点。文中计算非邻居故障节点占比, 以分析全局分配策略对不同拓扑位置节点的影响, 如下图 6 所示。

(1) 从图 6 可知, t 取较小值时, 非邻居故障节点占比较大, 说明在网络冗余较小时, 上一迭代中故障节点的非邻居节点更易发生故障。 $\beta \leq 1$ 时, 不同网络在 $t \leq 1.3$ 下, β 越大, 非邻居故障节点占比越小, 说明全局分配策略越弱, 上一迭代中故障节点的非邻居节点越不容易发生故障。

(2) 而 $\beta \leq 0.1$ 下的曲线走势与 $\beta \geq 1$ 下的曲线走势差异较大。对于 WS 网络和 ER 网络, $\beta \leq 0.1$ 时, 非邻居故障节点占比曲线波动剧烈, 无明显规律。

总体而言, t 越小, 网络冗余越小时, 后续故障节点越倾向于选择上一迭代中故障节点的非邻居节点。 β 越大, 故障节点越倾向于选择上一迭代中故障节点的邻居节点。

4.4 推广至双层耦合 BA 网络

继续探讨负载全局分配策略对耦合网络的影响, 选择前文 BA 网络并复制 1 份, 形成的 2 个子网中节点间一对一唯一、随机互连, 形成双层耦合 BA 网络, 构建方式如图 7 所示。图 8 是双层耦合

BA 网络在全局分配策略下的仿真结果。

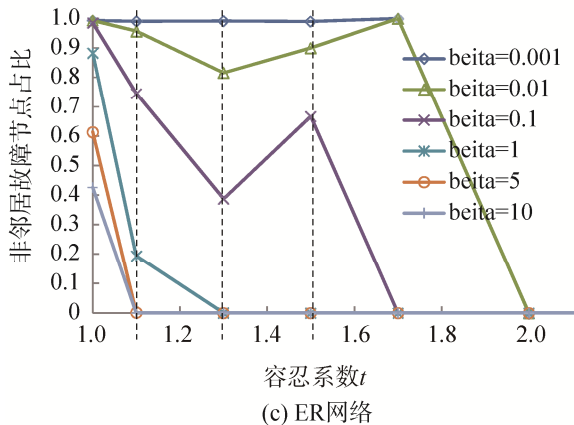
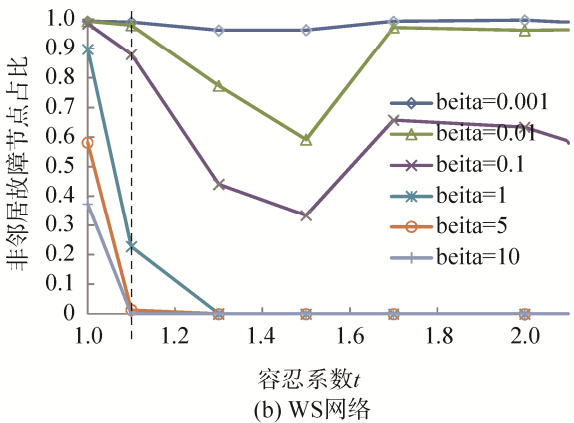
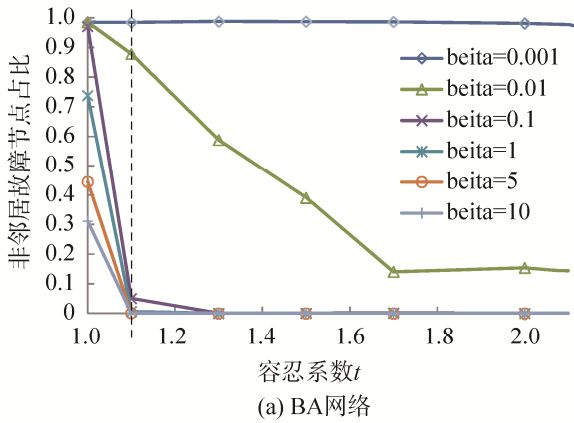


图6 非邻居故障节点占比

Fig. 6 The proportion of non-neighbor failure nodes

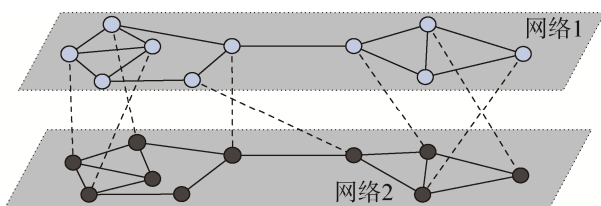


图7 双层耦合 BA 网络

Fig. 7 Double-layer coupled BA network

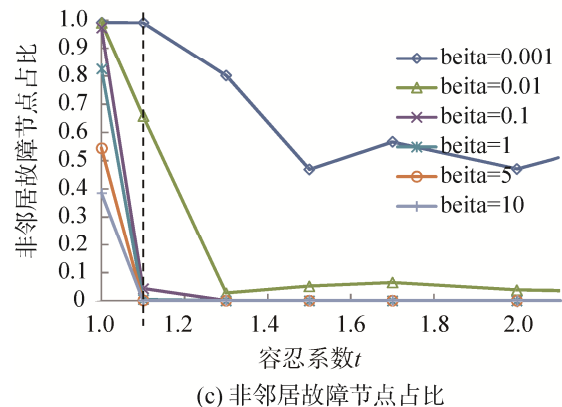
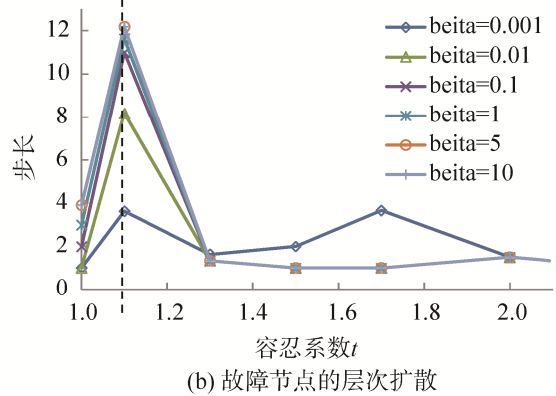
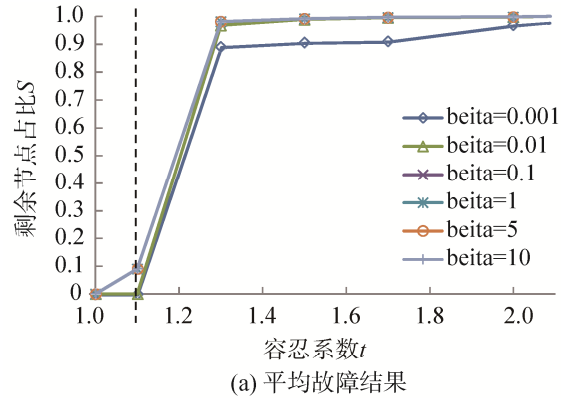


图8 全局分配策略对双层耦合 BA 网络的影响

Fig. 8 Influence of global allocation policy on double-layer coupled BA network

图 8(a)中, 双层耦合 BA 网络的不同 β 下曲线相似度较强; 图 8(b)中, 不同 β 曲线在 $t=1.1$ 下达到步长最值; 图 8(c)中, $\beta \leq 0.01$ 时, 曲线更倾向于下方, 相应的值比图 6(a)中对应的值更小。

5 结论

目前的级联故障研究在负载的局域分配策略中得出很多结论, 论文从全局分配策略角度对网

网络的级联故障进行研究, 提出一种距故障节点越远, 负载分配越小的全局分配策略, 数值模拟 *BA* 无标度、*WS* 小世界和 *ER* 随机网络。从网络节点的平均剩余节点占比、平均步长和平均非邻居故障节点占比等 3 个维度分析负载全局分配策略对级联故障的影响。文中所提全局分配策略, 特别是不同维度分析结果有助于我们深入理解级联故障原理。将全局分配策略推广至双层耦合 *BA* 网络, 发现耦合网络具备一些不同现象。

参考文献:

- [1] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks [J]. *Nature* (S0028-0836), 1998, 393(6684): 440-442.
- [2] Barabasi A L, Albert R. Emergence of Scaling in Random Networks [J]. *Science* (S1095-9203), 1999, 286(5439): 509-512.
- [3] Motter A E, Ying-Cheng L. Cascade-based attacks on complex networks [J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics* (S2470-0053), 2003, 66(6 Pt 2): 129.
- [4] Motter A E. Cascade control and defense in complex networks. [J]. *Physical Review Letters* (S1079-7114), 2004, 93(9): 098701.
- [5] 于凯, 荣莉莉, 王瑞锦, 等. 基于邻居节点平均度的级联故障袭击策略研究[J]. *电子科技大学学报*, 2014, 43(6): 917-922.
YU Kai, RONG Li-li, WANG Rui-jin, et al. An Attack Strategy of Cascading Failures Based on Neighbor-Nodes Average Degree[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2014, 43(6): 917-922.
- [6] 丁琳, 张嗣瀛. 加权无标度网络上级联动力学建模研究[J]. *系统仿真学报*, 2014, 26(3): 621-625.
- DING Lin, ZHANG Si-ying. Research on Model for Cascading Dynamics on Weighted Scale-free Networks[J]. *Journal of System Simulation*, 2014, 26(3): 621-625.
- [7] 陆靖桥, 傅秀芬. 基于社团理论的复杂网络级联故障模型[J]. *计算机应用*, 2015, 35(8): 2174-2177.
LU Jingqiao, FU Xiufen. Cascading failure model based on community theory in complex network. *Journal of Computer Applications*, 2015, 35(8): 2174-2177.
- [8] Buldyrev S V, Parshani R, Paul G, et al. Catastrophic cascade of failures in interdependent networks.[C]// APS March Meeting 2010. American Physical Society, 2010: 1025.
- [9] Alain B, Marc B, Alessandro V. Weighted evolving networks: coupling topology and weight dynamics [J]. *Physical Review Letters* (S1079-7114), 2004, 92(22): 228701.
- [10] 丁琳, 张嗣瀛, 鹿江春. 加权无标度网络抵制级联失效的鲁棒性研究 [J]. *计算机工程*, 2012, 38(21): 261-263.
DING Lin, ZHANG Si-Ying, LU Jiang-Chun. Research on Robustness of Weighted Scale-free Network Against Cascading Failures. *Computer Engineering*, 2012, 38(21): 261-263.
- [11] Brummitt C D, Hines P D H, Ian D, et al. Transdisciplinary electric power grid science.[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* (S1091-6490), 2013, 110(30): 12159.
- [12] Barabási A L. Scale-free networks: a decade and beyond[J]. *Science* (S1095-9203), 2009, 325(5939): 412-413.
- [13] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks [J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.
- [14] Erdős P, Rényi A. On the evolution of random graphs[J]. *Publ. Math. Inst. Hungar. Acad. Sci.* (S0302-9743), 1960, 5: 17-61.