

1-8-2019

## Adaptive Feedback Elitist Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm

Rongyu Li

*College of Computer Science and Technology, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China;*

Liang Dong

*College of Computer Science and Technology, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China;*

Guihong Qi

*College of Computer Science and Technology, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Adaptive Feedback Elitist Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm

## Abstract

**Abstract:** Elitist teaching-learning-based optimization (ETLBO) is a novel optimization algorithm based on the practical teaching-learning process of the class. An adaptive feedback elitist teaching-learning-based optimization (AFETLBO) algorithm is proposed to solve the problem of low precision and poor stability of the ETLBO. *At the end of the learner phase, student can be divided into the top students and the inferior students dynamically by adding the adaptive feedback phase. In this phase, the inferior students should communicate with the teacher and enable themselves to be close to the teacher quickly so as to strengthen the convergence ability. The top students should study by themselves to local search carefully.* The adaptive feedback phase can increase the learning style and ensure the diversity of students so as to improve the algorithm's global search ability. Six unconstrained and five constrained classic tests show that the AFETLBO algorithm has a higher ability of optimization precision and convergence than other algorithms.

## Keywords

ETLBO, adaptive feedback, evolutionary algorithm, function optimization

## Recommended Citation

Li Rongyu, Liang Dong, Qi Guihong. Adaptive Feedback Elitist Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(8): 2950-2957.

# 基于自适应反馈机制的精英教学优化算法

李荣雨, 梁栋, 戚桂洪

(南京工业大学 计算机科学与技术学院, 江苏 南京 211816)

**摘要:** 精英教学优化算法(Elitist teaching-learning-based optimization, ETLBO)是一种基于实际班级教学过程的新型优化算法。针对 ETLBO 算法存在的寻优精度低、稳定性差的问题, 提出一种基于自适应反馈机制的精英教学优化算法(Adaptive Feedback ETLBO, AFETLBO)。在学生阶段之后, 通过添加自适应反馈机制, 将学生分为优等生和差生, 且动态调整两者的规模, 对差生实行与教师之间的反馈交流, 快速向教师靠拢, 加强收敛能力; 对优等生实行自我学习, 进行局部精细搜索。自适应反馈阶段的加入, 增加了学习方式, 保持了学生的多样性特性, 提高全局搜索能力。对 6 个无约束及 5 个标准函数的测试结果表明, 与其他优化算法相比, AFETLBO 算法具有更高的寻优精度和收敛能力。

**关键词:** 精英教学优化算法; 自适应反馈; 进化算法; 函数优化

中图分类号: TP301.6 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2018) 08-2950-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201808016

## Adaptive Feedback Elitist Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm

Li Rongyu, Liang Dong, Qi Guihong

(College of Computer Science and Technology, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China)

**Abstract:** Elitist teaching-learning-based optimization (ETLBO) is a novel optimization algorithm based on the practical teaching-learning process of the class. An adaptive feedback elitist teaching-learning-based optimization (AFETLBO) algorithm is proposed to solve the problem of low precision and poor stability of the ETLBO. At the end of the learner phase, student can be divided into the top students and the inferior students dynamically by adding the adaptive feedback phase. In this phase, the inferior students should communicate with the teacher and enable themselves to be close to the teacher quickly so as to strengthen the convergence ability. The top students should study by themselves to local search carefully. The adaptive feedback phase can increase the learning style and ensure the diversity of students so as to improve the algorithm's global search ability. Six unconstrained and five constrained classic tests show that the AFETLBO algorithm has a higher ability of optimization precision and convergence than other algorithms.

**Keywords:** ETLBO; adaptive feedback; evolutionary algorithm; function optimization

## 引言

群体智能优化算法通过模拟大自然中种群的

协作、竞争来实现种群整体的演化、寻优, 进而解决复杂问题。自遗传算法(Genetic algorithm, GA)<sup>[1]</sup>提出以来, 各种不同演化机制的群体智能优化算法层出不穷, 并已在多个领域得到广泛应用<sup>[2-4]</sup>。

教学优化算法 (Teaching-learning-based Optimization, TLBO)是 Rao 等<sup>[5]</sup>根据教师的教学过程以及学生的学习方式, 提出的一种新颖的群体



收稿日期: 2017-01-06 修回日期: 2017-03-07;  
基金项目: 江苏省高校自然科学基金(12KJB510007);  
作者简介: 李荣雨(1977-), 男, 山东, 博士, 副教授, 研究方向为先进控制, 机器学习, 模拟优化; 梁栋(1991-), 男, 连云港, 硕士生, 研究方向为机器学习, 算法优化。

<http://www.china-simulation.com>

• 2950 •

智能优化算法。该算法分为教师阶段和学生阶段两部分, 在教师阶段, 教师通过教学活动来提高整个班级的平均分, 实现整个种群的寻优演化; 在学生阶段, 学生通过一定的机制相互学习, 以保持种群的多样性, 避免早熟收敛。该算法具有参数少、算法简单、易理解、求解精度高等优点<sup>[6,8]</sup>, 并成功应用于机械设计优化<sup>[5]</sup>、大规模连续非线性问题的优化<sup>[7]</sup>、数据聚类<sup>[9]</sup>等问题, 表现出良好的求解效果。然而, TLBO 算法在求解高维问题时, 往往出现早熟收敛、解精度较低等现象。为了解决上述问题, Rao 等<sup>[10]</sup>提出一种精英教学优化算法, 利用精英个体引导种群进化方向, 改进算法的贪婪策略, 加速种群的收敛, 实验表明该算法的求解精度较高。Rajasekhar 等<sup>[11]</sup>提出一种相对精英教学优化算法, 有效避免了种群容易聚集在最优个体周围的弱点, 在算法后期能够较好的保持种群的多样性。于坤杰等<sup>[12]</sup>在 ETLBO 的基础上, 添加了反馈学习机制, 通过选举成绩较差的学生与教师交流, 使得成绩差的学生的成绩快速提高。但是, 该反馈机制中, 是随机选取的两名学生, 通过比较两者的适应度值, 选出其中较差的学生与教师进行交流。这种选举较差学生的方法有待商榷, 如果随机选取的两名学生成绩都很优秀, 较差的学生与教师之间的差距不是很大, 则反馈交流的效果并不明显; 如果随机选择的两名学生的成绩都比较差, 其中较优的学生却没有与教师进行反馈交流。

针对上述的问题, 本文在 ETLBO 的基础上, 提出一种基于自适应反馈机制的精英教学优化算法(Adaptive Feedback ETLBO, AFETLBO)。该算法通过添加了一种新的自适应反馈机制, 根据平均成绩(种群的适应度平均值)将所有学生分为优等生和差生两部分, 同时对平均成绩添加一个系数, 自适应调整优等生与差生的规模, 分别对两者采用不同的反馈方法, 增加了学习方式, 保持了种群的多样性, 提高了全局搜索能。本文选用 6 个无约束函数及 5 个约束函数进行测试, 结果表明, 与其他优化算法相比, AFETLBO 算法具有更好的寻优精

度和收敛性能。

## 1 精英教学优化算法

### 1.1 基本教学优化算法

教学优化算法将种群看做是一个班级, 种群中的最优个体即为教师, 教师通过教学活动来提升整个班级的平均分, 实现整个种群的寻优演化。同时, 学生之间需要相互交流来促进知识的吸收, 进一步提高成绩。假设问题的解空间为  $D$  维, 将种群内的教师和学生看做是待求解问题的候选解, TLBO 算法就是讲优化问题求解看成是在该  $D$  维空间内的一个搜索过程。以最小化问题  $\min f(x)$  为研究实例, 其中, TLBO 算法首先在解空间内随机初始化产生  $N$  个个体, 组成演化种群, 形成一个教学班级。完成种群初始化、最大迭代次数等设置之后, 算法进入迭代过程。该算法主要分为教师阶段和学生阶段。

#### 1.1.1 教师阶段

教师阶段是模拟老师的教学过程, 选择种群中的最优个体作为老师, 老师尽最大努力使得学生的平均水平向自己靠近, 以提高班级的整体水平。在任意迭代次数  $i$ , 班级人数为  $n$ , 平均值为  $M_i$ , 教师为  $T_i$ , 教师  $T$  尽量使得平均值  $M$  接近自己的水平, 所以新的平均值  $M_{new}$  接近  $T_i$ , 当前平均值与新的平均值之差由公式(1)给出。

$$Difference\_Mean_i = r_i(M_{new} - T_f M_i) \quad (1)$$

其中,  $r_i$  为 0~1 之间的随机数,  $T_f$  为教学因子, 它决定了平均值改变的程度,  $T_f$  根据公式(2)确定。

$$T_f = \text{round}[1 + \text{rand}(0,1)] \quad (2)$$

教师阶段根据公式(3)来对当前解进行更新:

$$x_{new,i} = x_{old,i} + Difference\_Mean_i \quad (3)$$

如果  $x_{new}$  优于  $x_{old}$ , 则接受  $x_{new}$ , 否则舍弃。

#### 1.1.2 学生阶段

学生提高自己学习成绩通常通过以下两种方式: 一是通过老师的教学进行学习; 二是通过学生之间相互交流获得知识来提高自己的知识水平。学

生阶段就是学生相互学习的过程。假设所要解决的优化问题为最小值问题，设  $x$  为自变量， $f(x)$  为优化问题的目标函数，则学生阶段具体表述如下：教师阶段之后，随机选取两个不同的学生  $x_i$  和  $x_h$ ，通过比较两者对应的目标函数值，若  $f(x_i) < f(x_h)$ ，则表示学生  $x_i$  优于学生  $x_h$ ，那么  $x_{new}$  向  $x_i$  靠近；反之，学生  $x_h$  优于学生  $x_i$ ，则  $x_{new}$  向  $x_h$  靠近，具体的更新公式如式(4)~(5)所示。

$$f(x_i) < f(x_h), \quad (4)$$

$$x_{new,i} = x_{old,i} + rand_i(x_i - x_h)$$

$$f(x_h) < f(x_i), \quad (5)$$

$$x_{new,i} = x_{old,i} + rand_i(x_h - x_i)$$

在学生阶段之后，比较新解  $x_{new}$  与当前解  $x_{old}$  的适应度值，若  $f(x_{new}) < f(x_{old})$ ，则接受  $x_{new}$ 。否则舍弃。

## 1.2 精英教学优化算法

精英教学优化算法在 TLBO 的基础上引入了精英策略，保留每代中的最优解，且在迭代的过程中，用精英个体取代较差个体，并在每次迭代之前随机对精英个体进行变异机制删除重复出现的个体，可以使得较优的个体可以在迭代后期得以保留，保持种群的多样性。

## 2 自适应反馈精英教学优化算法

### 2.1 算法介绍

在精英教学优化算法中，学生仅能通过教师教学以及与其他学生交流来提高水平，学习方式比较单一。本文在 ETLBO 算法的基础上，提出了一种基于自适应反馈机制的精英教学优化算法。该自适应反馈过程在学生阶段之后，分别计算每个学生  $x_i$  的成绩，即适应度值  $f(x_i)$ ，并分别与班级的平均成绩  $f_{Mean}$  比较，将班级学生分为优等生和差生。对于成绩较差的学生应当积极主动的与教师进行反馈交流，查漏补缺提高自身水平，快速向教师靠拢；对于成绩较优的同学，他们从教师那里获取的知识相对有限，获取知识的途径更多的依赖于课后

自学，在自我学习的过程中，提高自身的学习成绩。同时，在自学的过程中，学生会有一定几率进行创新，为了体现这种创新能力，本文添加了文献[13]所提的小概率变异事件。此外，在反馈的阶段，随着算法的迭代，到了算法后期，优等生的比重越来越大，应当自适应调整优等生与差生的判别依据，不能单纯的使用平均成绩作为优等生与差生的判别标准，因此给平均成绩添加一个自适应系数  $\lambda$ ，该系数与迭代次数相关，使得优等生数量随着迭代次数的增加而动态增多。该系数的设置如公式(6)所示：

$$\lambda = \frac{i_{max}}{i_{max} - i + 1} \quad (6)$$

式中： $i$  表示当前迭代次数， $i_{max}$  表示最大迭代次数。则优等生与差生的判别标准为  $\lambda f_{Mean}$ 。

如上所述，自适应反馈机制具体可以描述为：在学生阶段之后，计算每个学生  $x_i$  的适应度值  $f(x_i)$ ，并与判别标准  $\lambda f_{Mean}$  比较，如果  $f(x_i) > \lambda f_{Mean}$ ，则为差生，执行与教师之间的交流反馈，如式(7)所示；否则为优等生，进行自我学习的反馈，并添加小概率变异事件，如式(8)~(9)所示。

$$f(x_i) > \lambda f_{Mean}, \quad (7)$$

$$x_{new,i} = x_{old,i} + rand_i(x_{teacher} - x_i)$$

$$f(x_i) < \lambda f_{Mean}, \quad (8)$$

$$rand > M_r$$

$$x_{new,i} = x_{old,i} + rand \cdot \left(\frac{i}{i_{max}}(x^U - x^L)\right)$$

$$f(x_i) < \lambda f_{Mean}, \quad (9)$$

$$rand < M_r$$

$$x_{new,i} = x^L + rand \cdot (x^U - x^L)$$

式中： $M_r$  为随机变异概率，本文取 0.05； $x^U$  为解空间上界， $x^L$  为解空间下界， $i$  为当前迭代次数， $i_{max}$  为最大迭代次数。

在自适应反馈阶段之后，比较新解  $x_{new}$  与当前解  $x_{old}$  的适应度值，如果  $x_{new}$  优于  $x_{old}$ ，则接受  $x_{new}$ 。

上述自适应反馈阶段的加入，增加了学生的学习方式，保证了种群的多样性，提高了算法全局搜

索能力。在反馈阶段, 通过自适应调整优等生与差生的判别标准, 动态的将学生分为两部分, 使得差生快速向当前最优个体教师靠拢, 搜索范围快速收缩到最优解附近, 提高收敛速度; 让优等生实行自我学习, 并随着迭代次数的增加, 扩大优等生的比例, 可以使得算法在后期进行局部精细搜索, 同时为了体现学生的创新能力, 添加一个小概率变异事件, 分别向解空间的上界和下界进行探索, 可以增强算法跳出局部最优的能力, 有效防止算法在搜索后期陷入局部最优, 加强全局搜索能力。

本文与文献[12]所提的反馈精英优化算法主要有两点不同, 一是优差生的判别标准, FETLBO 是随机选取的两名学生, 让其中较差的学生与教师进行反馈交流, 而本文是根据学生的适应度的平均值来将学生分为优等生和差生两部分, 分别执行不同的反馈, 这种判别标准更符合实际教学过程, 且不会出现如引言中所述的问题; 二是本文在反馈过程的基础上添加了自适应机制, 可以根据迭代次数, 自动调整优等生与差生的比例, 到了搜索后期, 大部分学生都靠拢在教师周围, 动态增加优等生的比例, 这种自适应机制更符合算法进化的特点。

基于自适应反馈机制的精英教学优化算法的步骤总结如下, 其流程如图 1 所示。

**Step1:** 定义优化问题, 并初始化参数, 设置班级人数、科目数、迭代次数等;

**Step2:** 初始化种群, 根据班级人数以及科目数量随机产生初始种群;

**Step3:** 评价种群, 并保留精英解;

**Step4:** 教师阶段, 根据公式(3)进行教师阶段教学过程, 提高班级整体水平;

**Step5:** 学生阶段, 根据公式(4)~(5)进行学生之间的相互交流, 提高成绩;

**Step6:** 反馈阶段, 将学生自适应分为优等生和差生, 根据公式(7)对差生执行与教师之间的交流反馈; 根据公式(8)~(9)对优等生执行自我学习的反馈;

**Step7:** 精英解取代较差解, 并随机对精英解进行变异操作;

**Step8:** 重复步骤 3~7, 直到满足终止条件。

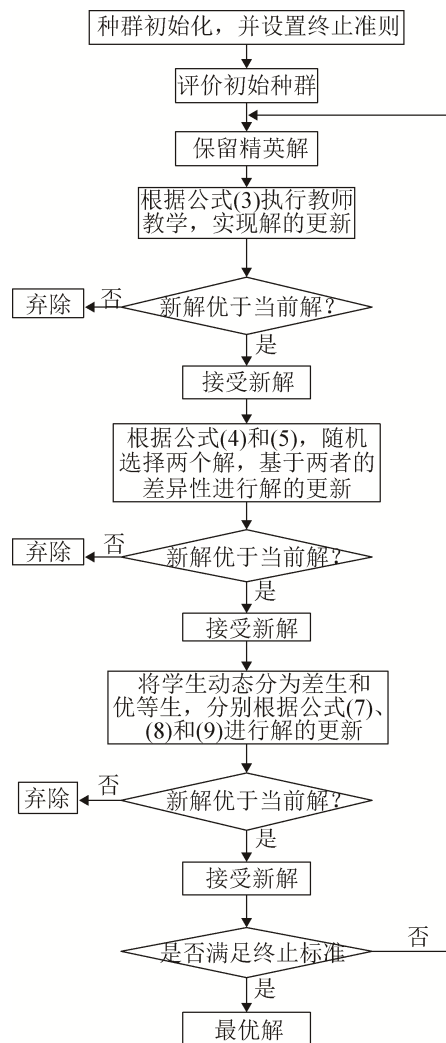


图 1 AFETLBO 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of AFETLBO algorithm

## 2.2 算法复杂度分析

由上述描述可知, AFETLBO 算法加入了优差生分别反馈和自适应机制, 但并未增加算法的时间复杂度。假设测试函数为  $f(x)$ , 函数  $f(x)$  的算法复杂度  $O(f(x))=c$  迭代次数为  $i$ , 班级人数为  $n$ , 由于迭代次数在实际操作中为常数, 则传统的 ETLBO 算法复杂度为  $O(n*c)$ , 而改进的 AFETLBO 算法在计算过程中并未增加循环、迭代次数, 可知 AFETLBO 算法的时间复杂度亦为  $O(n*c)$ 。虽然 AFETLBO 算法并未提高算法的时间复杂度, 但 AFETLBO 算法在更小的迭代次数内能够寻得最优值, 在计算的整个过程中是优于 ETLBO 算法的。

### 3 数值仿真及分析

#### 3.1 无约束测试函数仿真及分析

为了验证 AFETLBO 算法的有效性,在 6 个常用的无约束函数上进行测试,测试函数实例如表 1 所示。仿真环境为 Windows7 操作系统,配置 i5-6500 CPU,主频 3.2GHz,内存 8GB,仿真软件为 MATLAB2014a。将 AFETLBO 算法的求解结果与其他优化算法,包括基本 TLBO 算法、ETLBO 算法以及 FETLBO 算法进行对比。设置上述算法的迭代次数都为 1 000 次,种群数为 10,分别在 30 维和 100 维的情况下,计算各个算法的平均值与标准差,并独立运行 30 次,得到的测试结果如表 2 所示。其中 ETLBO 和 FETLBO 算法在  $f_1 \sim f_6$  上的数据直接取自文献[12]。

分析表 2 所列的数据,无论是在低维 30 维,还是在高维 100 维,AFETLBO 算法的平均值和标准差均优于其他算法。其中  $f_1$  和  $f_5$  是单峰函数,通常用该函数测试算法的求解精度的能力,基本的 TLBO 算法由于学习方式比较单一,寻优精度较低,性能不佳,而本文所提的 AFETLBO 算法通过添加与教师的交流反馈,使得差生快速向教师靠拢,加速种群的收敛速度,加强全局搜索;同时对优等生实行自我学习,进行局部精细搜索。该算法平衡了全局搜索和局部搜索,具有更高的求解精度和收敛性能。实验结果也表明在处理单峰函数问题上,改进算法的提升效果显著。在  $f_3$  上,ETLBO、FETLBO、AFETLBO 三个算法均表现出相当优异的成绩,全部找到了最优值,结合图 4 可以看出,AFETLBO 算法寻找到最优值所需的迭代次数最少。 $f_2$  是一个复杂非线性多峰函数,存在大量局部极值, $f_4$  函数的曲面非常光滑, $f_6$  函数的曲面跳跃性较强,容易陷入局部最优,这几个函数都是比较难以优化的,上述参与对比的优化算法均未能在迭代次数内找到最优值。但从表 2 可以看出,AFETLBO 算法无论在解的平均值还是标准差都优于其他对比算法,表现出了较高的求解精度和稳定性能。这是因为 AFETLBO 算法引入了自适应机

制,随着算法的迭代次数,动态调整了优等生与差生的规模,使得在算法后期,增大优等生的比例,加强局部精细搜索,同时引入了小概率变异事件,增强了算法跳出局部极值的能力。

为了更加直观的描述算法的收敛能力,绘制上述算法在  $f_1 \sim f_4$  四个函数 30 维度的收敛曲线,见图 1~4。为了对比算法的时间消耗,表 3 给出各算法优化  $f_1 \sim f_4$  四个函数,在迭代 1 000 次时所消耗的时间。由表 3 可见,本文所提 AFETLBO 算法在迭代 1 000 次的总的时间略高于其他算法,但结合图 1~4 的收敛曲线的对比可以看出,AFETLBO 算法收敛曲线更加平滑,收敛所需的迭代次数更少,达到收敛时所需的时间也更少,能够迅速的收敛到最优解附近,有效地克服了局部最优极值的约束。以  $f_1$  函数为例,AFETLBO 算法迭代 1 000 次所耗时间为 8.207 2 s,平均每次迭代的时间为 0.008 2 s,略高于其他算法,但 AFETLBO 算法迭代到 600 次时达到全局最优,所需实际时间为 4.92 s,而其他对比算法在迭代 1 000 次时尚未达到全局最优解,所耗时间即已超过 AFETLBO 算法达到全局最优所耗时间。由此可见,改进的 AFETLBO 算法虽然提高了一定的计算量,但未提高算法的时间复杂度,却可以提高收敛速度,具有更高的求解精度。

表 1 无约束测试函数表

Tab. 1 Table of unconstrained benchmark functions

| 函数  | 变量范围       | 最优值 |
|---|------------|-----|
| $f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$   | [-100,100] | 0   |
| $f_2(x) = -20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\sum_{i=1}^n \cos \frac{2\pi x_i}{n}) + 20 + e$ | [-32,32]   | 0   |
| $f_3(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{i}) + 1$                                  | [-600,600] | 0   |
| $f_4(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2]$  | [-10,10]   | 0   |
| $f_5(x) = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i x_j^2)^2$  | [-100,100] | 0   |
| $f_6(x) = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $   | [-10,10]   | 0   |

表 2 无约束测试函数对比结果平均值(标准差)  
Tab. 2 Comparison of results for unconstrained benchmark functions mean (std)

| 函数    | 维数  | TLBO               | ETLBO                | FETLBO               | AFETLBO              |
|-------|-----|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $f_1$ | 30  | 9.86E-13(7.36E-15) | 3.97E-165(2.54E-164) | 3.43E-231(3.21E-231) | 0.00E+000(0.0E+000)  |
|       | 100 | 2.31E-10(9.43E-12) | 1.50E-163(2.26E-163) | 2.61E-230(1.12E-230) | 0.00E+000(0.0E+000)  |
| $f_2$ | 30  | 6.62E-07(2.35E-08) | 6.21E-015(1.87E-015) | 4.44E-015(0.0E+00)   | 1.01E-017(4.23E-016) |
|       | 100 | 9.26E-08(1.01E-07) | 6.21E-015(1.99E-014) | 4.44E-015(0.0E+00)   | 1.52E-017(1.68E-017) |
| $f_3$ | 30  | 1.52E-16(5.76E-15) | 0.0E+000(0.0E+000)   | 0.0E+000(0.0E+000)   | 0.0E+000(0.0E+000)   |
|       | 100 | 3.64E-12(4.36E-12) | 0.0E+000(0.0E+000)   | 0.0E+000(0.0E+000)   | 0.0E+000(0.0E+000)   |
| $f_4$ | 30  | 5.87E+01(1.68E+1)  | 2.67E+001(2.26E-01)  | 2.57E+001(1.23E-01)  | 1.05E+000(6.32E-001) |
|       | 100 | 7.35E+00(1.98E+0)  | 2.67E+001(3.31E-01)  | 2.60E+001(2.16E-01)  | 5.16E+000(1.3E+000)  |
| $f_5$ | 30  | 4.67E-25(5.12E-24) | 0.0E+000(0.0E-000)   | 0.0E+000(0.0E-000)   | 0.0E+000(0.0E-000)   |
|       | 100 | 8.63E-23(1.93E-24) | 0.0E+000(0.0E-000)   | 0.0E+000(0.0E-000)   | 0.0E+000(0.0E-000)   |
| $f_6$ | 30  | 7.27E-07(6.61E-08) | 1.26E-083(1.76E-083) | 4.16E-116(1.07E-115) | 1.09E-139(1.01E-139) |
|       | 100 | 8.91E-07(1.99E-7)  | 2.73E-083(3.96E-083) | 4.49E-115(8.74E-115) | 2.71E-138(1.56E-137) |

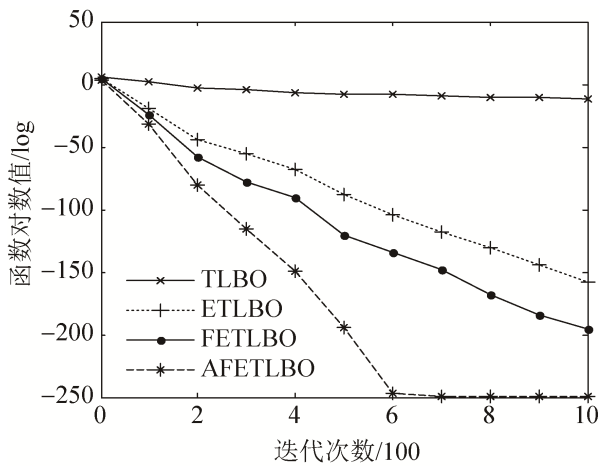
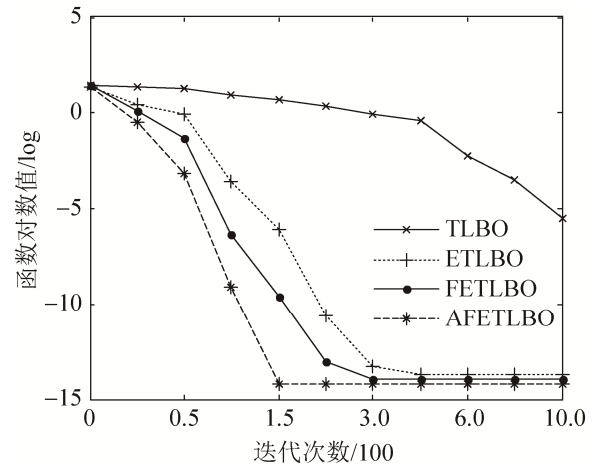
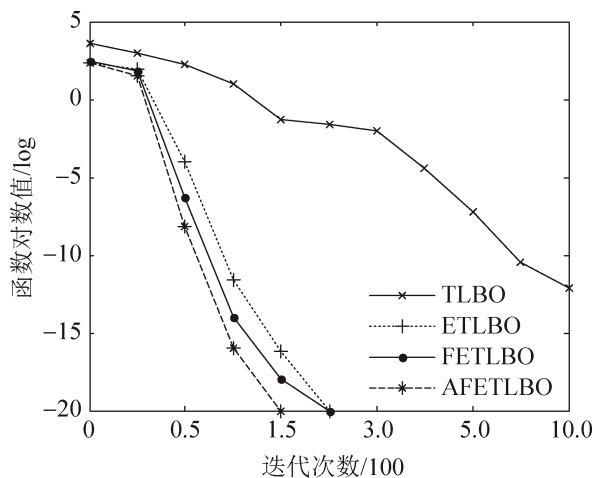
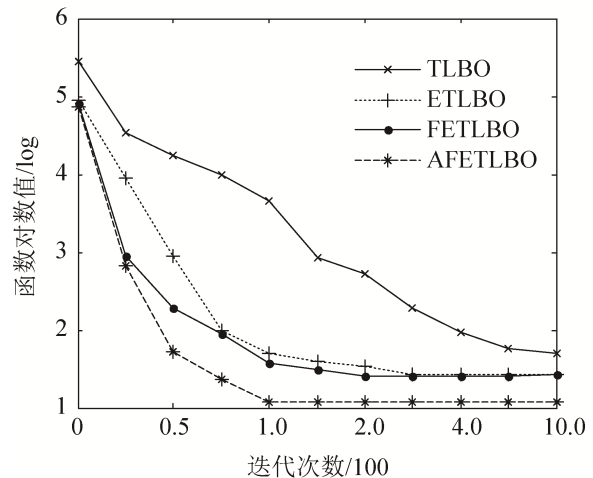
图 2 各算法在  $f_1$  的表现Fig. 2 Performance of algorithms in  $f_1$ 图 3 各算法在  $f_2$  的表现Fig. 3 Performance of algorithms in  $f_2$ 图 4 各算法在  $f_3$  的表现Fig. 4 Performance of algorithms in  $f_3$ 图 5 各算法在  $f_4$  的表现Fig. 5 Performance of algorithms in  $f_4$



表3 无约束测试函数迭代1000次所耗时间

| 函数    | TLBO     | ETLBO    | FETLBO   | AFETLBO  |
|-------|----------|----------|----------|----------|
| $f_1$ | 4.648 8  | 4.895 4  | 7.912 8  | 8.207 2  |
| $f_2$ | 7.160 4  | 7.321 5  | 10.102 1 | 11.920 3 |
| $f_3$ | 8.205 7  | 8.510 2  | 12.983 5 | 14.823 1 |
| $f_4$ | 10.105 4 | 10.978 1 | 16.435 2 | 17.341 2 |

### 3.2 约束测试函数仿真及分析

为了进一步测试算法的性能,继续选择文献[12]中的5个约束测试函数 $f_7 \sim f_{11}$ 进行测试。设置种群规模为30,迭代次数为5000次,表4列出了AFETLBO算法及其他对比算法的求解结果。

从表4可知,对于 $f_7$ 和 $f_9$ ,ETLBO算法、FETLBO算法以及AFETLBO算法均能找到最优值;对于其他的3个无约束函数,所有算法的平均值均没有获得所求函数的全局最优解,但AFETLBO算法的解的平均值和标准差以及获得的最优值,均优于其他的两个算法。综合以上的对比可知,AFETLBO算法在求解约束函数的问题时,比ETLBO算法以及FETLBO算法具有更强的求解能力。

表4 无约束测试函数对比结果平均值(标准差)

| 函数(全局最优)               | 算法      | 最优值        | 平均值        | 标准差     |
|------------------------|---------|------------|------------|---------|
| $f_7$<br>(-30 665.54)  | ETLBO   | -30 665.54 | -30 665.54 | 0       |
|                        | FETLBO  | -30 665.54 | -30 665.54 | 0       |
|                        | AFETLBO | -30 665.54 | -30 665.54 | 0       |
| $f_8$<br>(7 049.248)   | ETLBO   | 7 218.258  | 7 370.191  | 125     |
|                        | FETLBO  | 7 136.891  | 7 288.161  | 79.56   |
|                        | AFETLBO | 7 059.786  | 7 118.259  | 27.83   |
| $f_9$<br>(-6 961.814)  | ETLBO   | -6 961.814 | -6 961.814 | 0       |
|                        | FETLBO  | -6 961.814 | -6 961.814 | 0       |
|                        | AFETLBO | -6 961.814 | -6 961.814 | 0       |
| $f_{10}$<br>(-15)      | ETLBO   | -15        | -13.35     | 1.58    |
|                        | FETLBO  | -15        | -13.16     | 1.62    |
|                        | AFETLBO | -15        | -14.54     | 0.27    |
| $f_{11}$<br>(24.306 2) | ETLBO   | 24.318 0   | 24.492 6   | 0.245 1 |
|                        | FETLBO  | 24.309 1   | 24.361 2   | 0.519 8 |
|                        | AFETLBO | 24.307 9   | 24.319 7   | 0.128 7 |

通过以上的测试可知,无论是求解无约束测试函数还是约束测试函数,AFETLBO算法均具有更高的求解精度和收敛性能。自适应反馈阶段的加入,增加了学习方式,保持了学生的多样性特性,提高了全局搜索能力,同时通过自适应扩大优等生的规模,加大在迭代后期的精细搜索范围,避免早熟收敛,提高了算法的寻优精度和稳定性。

## 4 结论

本文针对ETLBO算法存在的寻优精度低以及稳定性较差的问题,提出一种自适应反馈机制的精英教学优化算法(AFETLBO)。该算法通过引入一个自适应反馈机制,动态调整优差生的规模,并分别执行不同的反馈方式,有效克服了ETLBO算法存在的问题。通过与其他算法在6个无约束函数以及5个约束函数的测试表明,AFETLBO算法不但具有较高的寻优精度和收敛能力,且具有良好的稳定性。由于TLBO算法出现的时间较短,虽然已在部分领域得到应用,但还缺少严格的理论支持,需对其进行更加深入的研究。此外,如何将TLBO算法离散化,应用于大规模的组合优化问题也是研究的一个重要方向。

## 参考文献:

- [1] Holland J H. Adaptation in Natural and Artificial Systems[M]. Massachusetts: MIT Press, 1975: 126-137.
- [2] Nik A A, Nejad F M, Zakeri H. Hybrid PSO and GA approach for optimizing surveyed asphalt pavement inspection units in massive network[J]. Automation in Construction (S0926-5805), 2016, 71(2): 325-345.
- [3] Awad N H, Ali M Z. A decremental stochastic fractal differential evolution for global numerical optimization [J]. Information Sciences(S0020-0255), 2016, 372: 470-491.
- [4] Nian X Y, Wang Z L, Qian F. A hybrid algorithm based on differential evolution and group search optimization and its application on ethylene cracking furnace [J]. Chinese Journal of Chemical Engineering (S1004-9541), 2013, 21(5): 537-543.
- [5] Rao R V, Savsani V J, Vakharia D P. Teaching-learning-based optimization: A novel method for constrained

- mechanical design optimization problems[J]. *Computer - Aided Design (S0010-4485)*, 2011, 43(3): 305-315.
- [6] Mataj C, Shih H L, Luka M. A note on teaching-learning- based optimization algorithm[J]. *Information Science(S0020-0255)*, 2012, 212: 79-93.
- [7] Rao R V, Savsani V J, Vakharia D P. Teaching-learning-based optimization: An optimization method for continuous non-linear large scale problems[J]. *Information Science(S0020-0255)*, 2012, 183(1): 1-15.
- [8] Rao R V, Savsani V J, Balic J. Teaching-learning-based optimization algorithm for unconstrained and constrained real-parameter optimization problems[J]. *Engineering Optimization(S0305-215X)*, 2012, 44(12): 1447-1462.
- [9] Satapathy S C, Naik A. Data clustering based on teaching-learning-based optimization[C]//Panigrahi B K, Suganthan P N, Das S, et al. *Swarm, Evolutionary, and Memetic Computing, LNC 7077*. Berlin: Springer, 2011: 148-156.
- [10] Rao R V, Patel V. An elitist teaching-learning-based optimization algorithm for solving complex constrained optimization problems[J]. *International Journal of Industrial Engineering Computations(S1923-2926)*, 2012, 3(4): 535-560.
- [11] Rajasekhar A, Rani R, Ramya K. Elitist teaching-learning opposition based algorithm for global optimization[C]//IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 2012, 2(1): 1124-1129.
- [12] 于坤杰, 王昕, 王振雷. 基于反馈的精英教学优化算法 [J]. *自动化学报*, 2014, 40(9): 1976-1983.  
YU K J, WANG X, WANG Z L. Elitist teaching-learning-based optimization algorithm based on freedback [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 1976-1983.
- [13] 李志南, 南新元, 李娜. 多学习教与学优化算法[J]. *计算机应用与软件*, 2016, 33(2): 246-249.  
LI Z N, NAN X Y, LI N. Teaching-learning-based optimisation algorithm with multi-learning strategy. 2016, 33(2): 246-249.
- [14] Niknam T, Azizpanah-Abarghoee R, Narimani M R. A new multi objective optimization approach based on TLBO for location of automatic voltage regulators in distribution systems[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence (S0952-1976)*, 2012, 25(8): 1577-1588.
- [15] Bansi D R, Jhala R L, Vivek P. Multi-objective optimization of a rotary regenerator using tutorial training and self-learning inspired teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Applied Thermal Engineering(S1359-4311)*, 2015, 939: 456-467.
- [16] Chen D B, Lu R Q, Zou F. Teaching-learning-based optimization with variable-population scheme and its application for ANN and global optimization[J]. *Neurocomputing(S0925-2312)*, 2015, 173(P3): 1096-1111.
- [17] 毕晓君, 李月, 陈春雨. 基于混合策略的自适应教与学优化算法[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2016, 37(6): 842-848.  
BI X J, L Y, CHEN C Y. A self-adaptive teaching-and-learning-based optimization algorithm with a mixed strategy[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2016, 37(6): 842-848.
- [18] 拓守恒, 雍龙泉. 一种用于 PID 控制的教与学优化算法[J]. *智能系统学报*, 2014, 9(6): 740-746.  
TUO S H, YONG L Q. A modified teaching-learning-based optimization algorithm for parameter tuning of a PID controller[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2014, 9(6): 740-746.
- [19] Farshchin M, Camp C V, Maniat M. Multi-class teaching-learning-based optimization for truss design with frequency constraints[J]. *Engineering Structures (S0141-0296)*, 2016, 106: 355-369.
- [20] Sivadurgaprasad C, Remya K, Prakash K. A note on multi-objective improved teaching-learning-based optimization algorithm[J]. *Information Sciences (S0020-0255)*, 2016: 337-350.