

1-8-2019

## Asymmetry Investigation on Radial Tire Contact Pressure Distribution

Haibo Huang

*Ningbo University, Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo 315211, China;*

Xudong Yu

*Ningbo University, Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo 315211, China;*

Jinpeng Liu

*Ningbo University, Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo 315211, China;*

Yao Zhen

*Ningbo University, Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo 315211, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Asymmetry Investigation on Radial Tire Contact Pressure Distribution

### Abstract

**Abstract:** The asymmetric pressure distribution in tire contact patch has significant impact on the vehicle fuel economy, tire wear and tire dynamics. *In this paper, a FEA model for 205/55R16 semi-steel radial tire was built and verified by static pressure experiments. The influences of tire structural parameters and vehicle driving parameters on asymmetry factor for exploring the asymmetry of the pressure distribution in contact patch were investigated in the steady-state rolling condition.* The results show that the influence of the parameters ranging from +50% to -50% on the asymmetry factor of the contact pressure distribution is nonlinear. The impact order in sequence is tire belt cord angle, tire inflation pressure, velocity and vertical load. The increase of the vertical load and velocity lead to the greater asymmetry factor whereas the inflation pressure and the belt cord angle have the negative effects.

### Keywords

finite element method, radial tire, contact pressure, asymmetric factor

### Recommended Citation

Huang Haibo, Yu Xudong, Liu Jinpeng, Yao Zhen. Asymmetry Investigation on Radial Tire Contact Pressure Distribution[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(8): 2991-2998.

## 子午线轮胎接地压力分布非对称性研究

黄海波, 余旭东, 刘金朋, 姚震

(宁波大学机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

**摘要:** 轮胎接地压力分布非对称性对车辆燃油经济性、轮胎磨损以及轮胎动力学特性都有重要影响。建立了205/55R16型半钢子午线轮胎的有限元模型, 并设计静压实验进行了验证, 考察了稳态滚动工况下各类参数对于接地压力分布非对称指数的影响规律。结果表明: +50%和-50%的变化范围内, 各类参数对接地压力分布的非对称性的影响均呈现非线性, 影响程度排序依次为带束层角度、充气压力、滚动速度和垂向载荷。垂向载荷和滚动速度的增加会提高非对称指数, 充气压力和带束层帘线角度会降低非对称指数。

**关键词:** 有限元法; 子午线轮胎; 接地压力; 非对称指数

中图分类号: TB24; U463.341

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 08-2991-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201808021

## Asymmetry Investigation on Radial Tire Contact Pressure Distribution

Huang Haibo, Yu Xudong, Liu Jinpeng, Yao Zhen

(Ningbo University, Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo 315211, China)

**Abstract:** The asymmetric pressure distribution in tire contact patch has significant impact on the vehicle fuel economy, tire wear and tire dynamics. In this paper, a FEA model for 205/55R16 semi-steel radial tire was built and verified by static pressure experiments. The influences of tire structural parameters and vehicle driving parameters on asymmetry factor for exploring the asymmetry of the pressure distribution in contact patch were investigated in the steady-state rolling condition. The results show that the influence of the parameters ranging from +50% to -50% on the asymmetry factor of the contact pressure distribution is nonlinear. The impact order in sequence is tire belt cord angle, tire inflation pressure, velocity and vertical load. The increase of the vertical load and velocity lead to the greater asymmetry factor whereas the inflation pressure and the belt cord angle have the negative effects.

**Keywords:** finite element method; radial tire; contact pressure; asymmetric factor

## 引言

由于轮胎的黏弹特性, 滚动轮胎的接地压力形态呈现出一定的非对称性, 其特性会对车辆的经济性、磨损以及操纵稳定性产生重要影响<sup>[1]</sup>。因此,

通过对轮胎接地压力非对称性的研究, 获得相关参数对其影响的变化规律, 对于提高车辆燃油经济性、减少轮胎磨损和研究轮胎动力学性能有着重要的指导意义。

由于汽车轮胎在运动过程中的复杂性, 国内外学者使用理论解析法<sup>[2-4]</sup>、经验公式法<sup>[5-6]</sup>和有限元方法<sup>[7-8]</sup>对轮胎接地压力进行了多方面的研究, 对轮胎接地压力进行建模和分析, 揭示了滚动轮胎接地压力分布的非对称现象, 取得了较好的成果。如



收稿日期: 2017-01-05 修回日期: 2017-07-14;  
基金项目: 国家自然科学基金(51205213);  
作者简介: 黄海波(1978-), 男, 山东临沂, 博士, 教授, 研究方向为轮胎力学, 滚动体摩擦磨损; 余旭东(1994-), 男, 浙江宁波, 硕士生, 研究方向为滚动体摩擦磨损。

<http://www.china-simulation.com>

• 2991 •

俞淇等<sup>[9]</sup>采用压力板法测试子午线轮胎的接地压力分布,并在不同负荷、不同气压以及不同花纹情况下分别进行了接地压力分布的测量,测试结果能明显地表示出在不同条件下接地压力分布的差异。王国林等<sup>[10]</sup>研究了外倾和侧偏联合工况下轮胎接地印迹形状和接地压力分布的情况,认为在两者合理的联合作用下可以改善接地印迹形状和接地压力的不对称分布。但已有工作主要集中于定性的分析各种因素对非对称性的影响,鲁冰花等<sup>[11]</sup>虽然定量的分析了各因素对于接地压力分布非对称性的影响规律,但是其采用的理论解析公式主要适用于面内,对于三维形式下轮胎接地压力分布非对称性并不适用,因此,从三维模型对轮胎接地压力分布非对称性进行研究,加深对于接地压力非对称性的认识就显得尤为重要。

本文以某型号半钢子午线轮胎为例,基于胎体帘线模型和轮胎橡胶材料模型,建立了轮胎有限元模型并设计实验进行了验证。探究了稳态工况下胎面各类参数对轮胎接地压力非对称性的影响,为轮胎设计和研究提供可供借鉴的参考。

## 1 轮胎有限元模型建立

### 1.1 轮胎材料模型

子午线轮胎主要是由胎面、胎侧、带束层、胎体、内衬层、三角胶、胎圈、子口护胶组成,根据轮胎各部分材料的不同,在有限元模型中分别定义不同的材料性能<sup>[12]</sup>,其中胎面和胎体等部位采用硬度不同的橡胶材料,并用不可压缩的 Mooney-Rivlin 材料模型来模拟。其应变能密度函数  $W$  模型的典型二次三项展开式为:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + (I_3 - 1) / D_1 \quad (1)$$

式中:  $W$  是应变势能,  $C_{10}$  和  $C_{01}$  为 Rivlin 系数,均为正定常数,可由单轴拉伸试验来确定;  $D_1$  为压缩系数;  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  分别为第一、第二和第三应变不变量,对于不可压缩材料,  $I_3=1$ 。

胎体和带束层是橡胶-帘线复合材料,用 Rebar 材料模型来模拟。基体单元模拟橡胶的力学性能,

Rebar 单元模拟钢丝帘线的力学性能,两者组合构成增强复合材料的单元模型。研究采用 ABAQUS 中提供的定义单元的方法,先将 Rebar 单元定义在相应橡胶基体二维面单元上,再将面单元嵌入到相应的橡胶实体单元内。Rebar 材料属性见表 1<sup>[13]</sup>。

表 1 加强筋材料属性  
Tab. 1 Rebar material properties

| Rebar material    | Young's modulus /MPa | Poisson ratio | Density /( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) | Cord Angle /° |
|-------------------|----------------------|---------------|-------------------------------------|---------------|
| Belt steel wire 1 | 110 530              | 0.4           | 7 804                               | 66.25         |
| Belt steel wire 2 | 110 530              | 0.4           | 7 804                               | -66.25        |
| Carcass cords     | 2 710                | 0.4           | 1 251                               | 0             |

### 1.2 轮胎有限元模型

正确建立轮胎三维模型是进行仿真试验的关键,根据 205/55R16 型轮胎设计尺寸和结构特点,考虑橡胶材料的本构关系、帘线-橡胶复合材料的定义方法以及轮胎的接触边界条件,先画出二维截面几何模型并进行网格划分,然后利用轮胎结构的几何对称性建立轮胎三维有限元模型。为提高模型计算效率及避免出现网格畸变影响计算,尽量采用四边形单元,并在局部区域进行易于网格划分的分割处理。为与实际橡胶结构作对比,将不同区域分别以不同色差来区别,所得的轮胎二维模型如图 1(a)所示。

为了更精确地得到模拟结果并且节省计算时间,对接地区域附近的网格进行了局部细化,如图 1(b)所示。另外,由于轮胎横向花纹结构细微,且对整个稳态工况下轮胎接地压力分布趋势影响不明显,因此模型中主要考虑了轮胎的纵向花纹。在单元处理方面,橡胶部件采用 8 节点线性完全积分常压杂交六面体单元(C3D8H)来模拟,而模型中的每个刚性层则单独地划分成一层膜单元,并采用 4 节点减缩积分四边形面单元(SFM3D4R)来模拟,全胎共有 33 001 个单元,37 832 个节点。为提高计算效率,将地面视为刚体,并在轮胎中心点和轮胎边缘处设置了耦合约束。由于轮胎有限元建模方面的研究较多<sup>[14-15]</sup>,这里不在赘述。

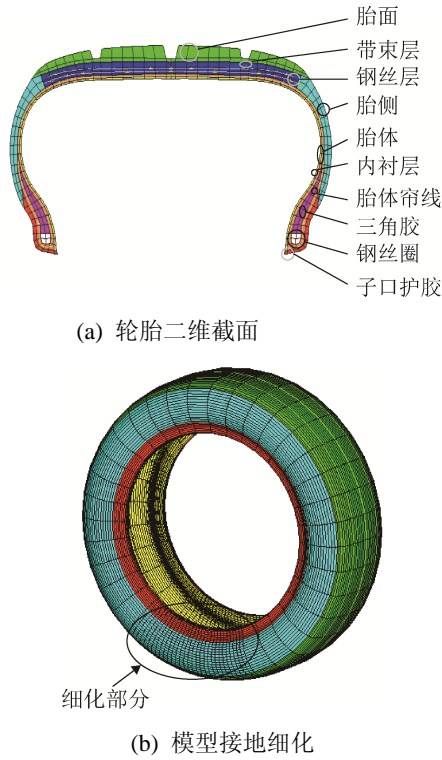


图 1 轮胎三维有限元模型  
Fig. 1 3D FE model of tire

### 1.3 模型验证

为验证轮胎有限元模型的精度, 为后续模拟研究提供准确数据, 因此设计实验, 对实验和模拟条件下的静态接地印迹形状及下沉量进行对比。

实验轮胎采用 Hankook 205/55R16 型半钢子午线轮胎, 测试台主要结构如图 2 所示, 装置上安装有精密的力传感器及位移传感器以及压力毯, 可准确得到轮胎下沉量及接地印迹大小。实验参数设置为: 胎压 220 kPa, 垂向载荷以 500 N 为起点, 载荷步长 500 N, 最大为 4 000 N。实验完成后用千分尺测量接地印迹大小, 并与模拟结果进行对比。

图 3 为轮胎在 220 kPa 气压下下沉量随载荷的变化值和曲线图, 从图中可以看出, 在开始加载阶段, 轮胎的径向刚度呈现非线性; 而随着载荷的增加, 其径向刚度趋于稳定, 近似于线性; 这与实际情况是相符合的, 说明建模是成功的。

表 2 为轮胎接地印迹实验与模拟数据。从表 2 可以看到, 随着载荷的增大, 纵向和横向接地长度均增加, 接地形态从椭圆逐渐变为矩形, 实验和模

拟的结果一致性较好。各因素下模拟值与实测值误差均在 5% 以下, 相对误差较小, 在工程允许范围内, 说明轮胎有限元模型具有较高的准确性。

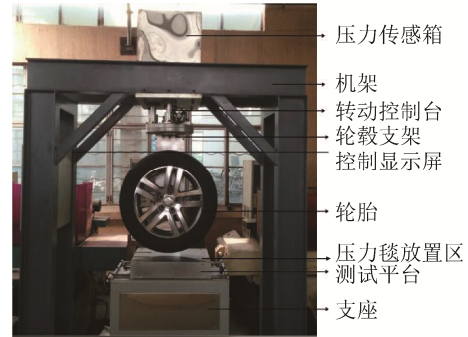


图 2 轮胎测试台  
Fig. 2 Test equipment of tire

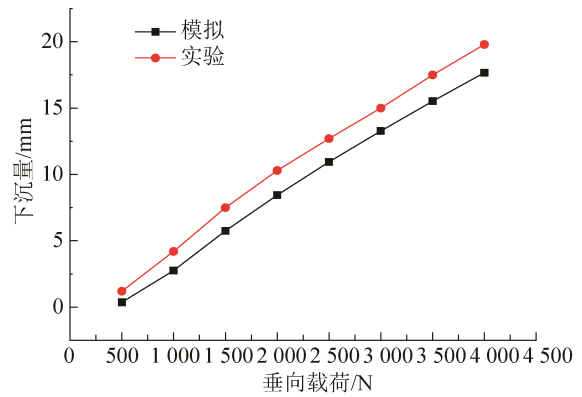


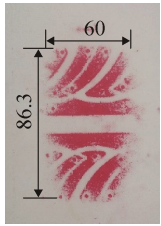
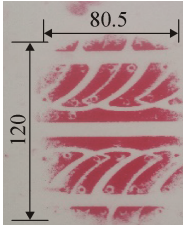
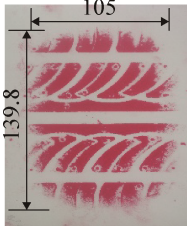
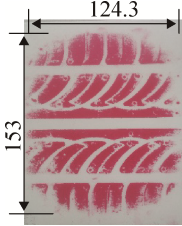
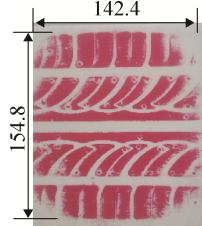
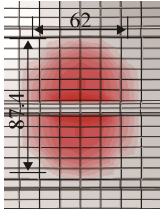
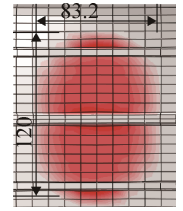
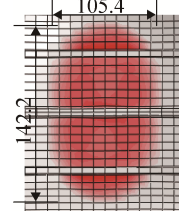
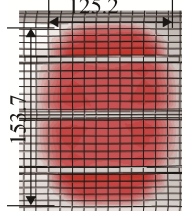
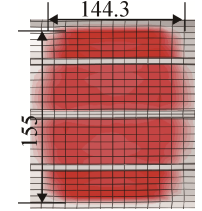
图 3 下沉量与载荷的关系  
Fig. 3 Relationship between subsidence and load

## 2 轮胎参数对接地压力非对称指数的影响

### 2.1 接地压力非对称指数

轮胎由于受到橡胶粘滞特性和滚动阻力的影响, 在滚动时接地压力分布关于轮胎中心呈现非对称的特征。这种非对称性的一种间接表现方式是滚动阻力系数, 但由于其定义为车轮一定条件下滚动时所需推力与车轮垂向载荷的比值<sup>[16]</sup>, 而且滚动阻力系数还会受到摩擦系数等一些路面条件的影响, 所以用滚动阻力系数衡量接地压力分布的非对称性有一定的局限性, 并且现有对接地压力分布非对称性的研究也主要集中于面内, 对于作为研究对象的立体的轮胎不能起到较为全面和完整的描述。

表2 220 kPa 下接地印迹实验与模拟数据对比  
Tab. 2 Experimental and simulation data sheet of contact patch under 220 kPa

|          | 1 000 N   | 2 000 N   | 3 000 N   | 4 000 N   | 5 000 N   |
|----------|---|---|---|---|---|
| 实验图      |  |  |  |  |  |
| 模拟图      |  |  |  |  |  |
| 相对误差(纵向) | (3.33%)   | (3.35%)   | (0.09%)   | (0.72%)   | (1.33%)   |
| 相对误差(横向) | (1.27%)   | (0%)  | (1.72%)   | (0.46%)   | (0.13%)   |

因此本文参考文献[11], 定义接地压力分布非对称指数的三维计算公式来表征这种非对称性, 定义为轮胎垂直中心线分割接地压力两侧的体积比, 即二维接地压力前后角区域面积沿宽度方向的积分比值, 用  $\tau$  表示, 可以表达为

$$\tau = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_0^{\phi_f} q(\phi) d\phi dl}{\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{\phi_r}^0 q(\phi) d\phi dl} \quad (2)$$

式中:  $q(\phi)$  为轮胎接地分布压力,  $\phi_f, \phi_r$  分别表示轮胎接地区域的前角和后角,  $l$  为纵向接地长度, 一般情况下  $\tau > 1$ 。

为便于计算, 本文选取了如图 4 所示(白线位置处)4 列具有代表性的节点, 每列节点数为 15 个。为提高精确度, 计算时取 4 条线对应的轮胎垂直中心面分割接地压力两侧的体积比的平均值作为最终值, 如图 5 所示。

## 2.2 轮胎参数对接地压力分布的影响

轮胎初始滚动参数见表 3。下面将具体分析轮胎参数对接地压力分布和非对称指数  $\tau$  的影响。为便于灵敏度分析, 在轮胎初始参数条件下, 将单一变量分别减少和增大各 25% 和 50% (带束层角度由于最大值限制, 取变化增量为 15% 和 30%), 而其

他参数保持不变的条件下观察非对称指数  $\tau$  的变化趋势。鉴于轮胎不同姿态下接地性态的复杂性, 本文未考虑轮胎侧偏和外倾的影响。

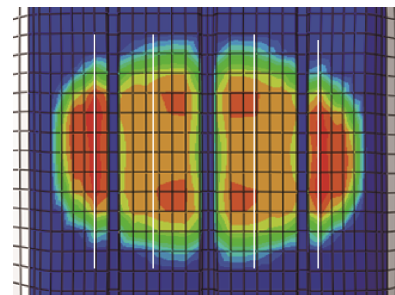


图4 接地压力数据提取位置

Fig. 4 Location for the extracted data in the contact patch

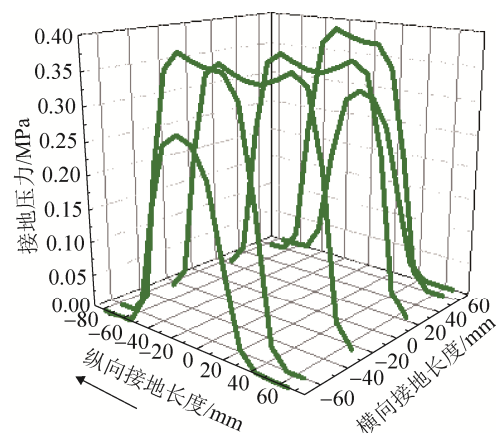


图5 初始滚动状态三维接地印迹曲线

Fig. 5 3D contact pressure in contact patch in initial rolling state

表 3 轮胎初始参数  
Tab.3 Initial parameters for rolling tire

| Parameter                              | Value                  |
|--|------------------------|
| Inflation pressure                     | 0.24 MPa               |
| Vertical load                          | 4 000 N                |
| Scroll speed                           | 120 km·h <sup>-1</sup> |
| Tread rubber parameter $C_{10}/C_{01}$ | 0.579 2/0.144 8 MPa    |
| Belt angle                             | 67°                    |
| Friction coefficient                   | 0.8                    |
| Camber angle                           | 0°                     |
| Young's modulus                        | 110 530                |

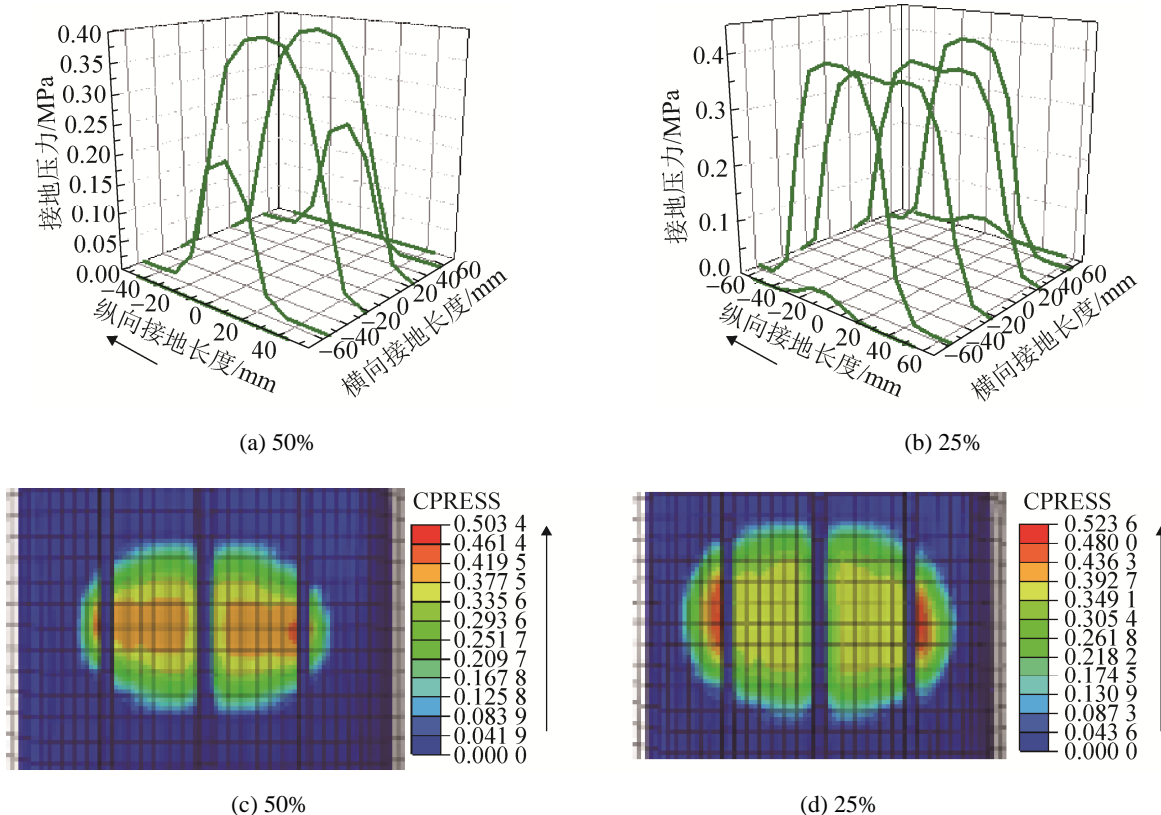
本文采用单一变量法研究轮胎各种参数对接地压力非对称性的影响。虽然单一变量法未考虑轮胎结构参数之间的耦合, 但从理论上纯粹探讨各个参数对结果的影响程度, 使参数的变化影响趋势更加明显, 也可给轮胎的设计和开发给出指导建议。

### 2.2.1 垂向载荷

图 6 表示不同垂向载荷对轮胎接地压力分布的影响, 其中 a、b、e、f 分别表示垂向载荷在初

始滚动状态下改变-50%, -25%, 25%, 50%后得到的稳态滚动三维接地压力分布曲线, c、d、g、h 代表对应的二维接地印迹形态(箭头表示轮胎滚动方向)。从三维图中可看到, 载荷较小时, 胎面压力主要集中在中间区域, 随着载荷的增大, 接触区域纵向和横向两侧压力均增大, 但横向增加幅度较纵向大, 并且两侧压力增加幅度也随载荷增大逐渐放缓, 最终压力分布呈现两边高中间低的马鞍状。而从轮胎二维接地形态可以看到, 接地形状从椭圆逐渐变为矩形, 接地面积相应增大。载荷较小时, 接地压力分布关于中心线的非对称性已可分辨, 且随着载荷的增大, 这种非对称性也愈加明显。

图 7 则表明接地压力非对称指数随着垂向载荷的增大而呈现非线性递增的趋势, 由 1.412 上升到 1.534, 并随着垂向载荷的增大非对称指数变化率逐渐减弱, 这是因为下沉量随着载荷逐渐增大, 导致胎面变形明显变大, 接地压力分布的非对称性增强。



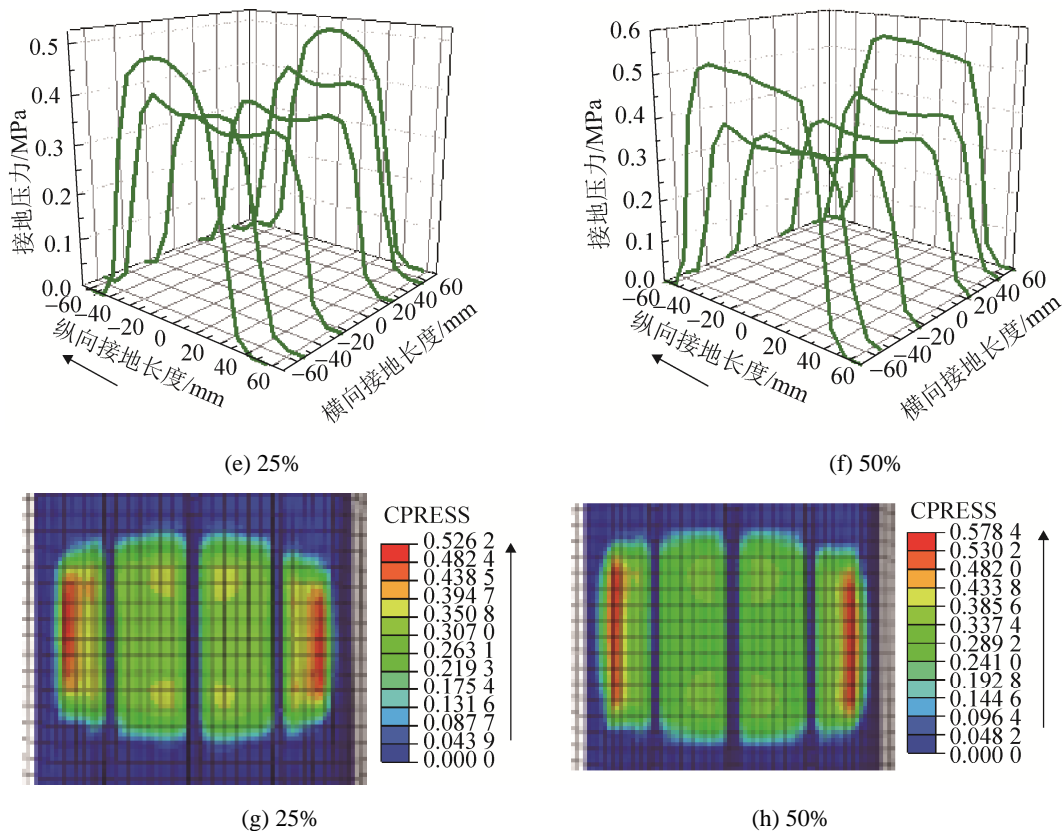


图6 不同垂向载荷下的轮胎接地压力分布  
Fig. 6 Pressure distribution in contact patch under different vertical loads

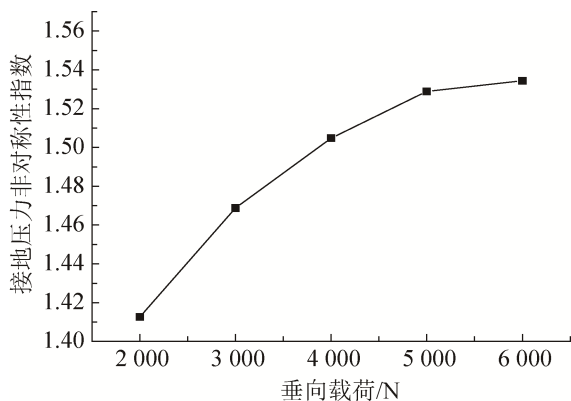


图7 垂向载荷对非对称指数的影响  
Fig. 7 Effects of vertical load on asymmetric factor

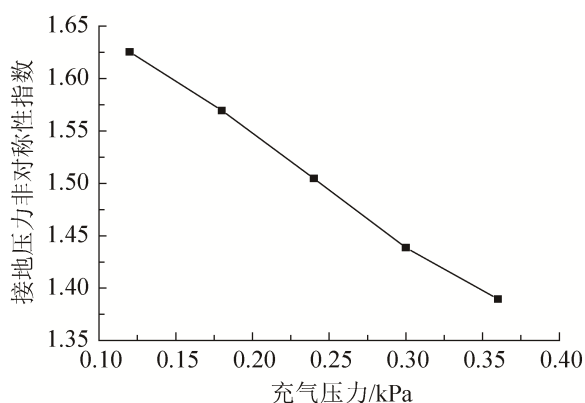


图8 充气压力对非对称指数的影响  
Fig. 8 Effects of inflation pressure on asymmetric factor

### 2.2.2 充气压力

充气压力对接地压力非对称指数的影响如图8所示,可以看出随着充气压力的增大,沿纵轴滚动方向的非对称性呈非线性减弱,且随着充气压力增大非对称指数减小的变化率也逐渐减缓,这主要是由于气压升高轮胎径向刚度变大,同样垂直载荷作用下的下沉量减少,抵抗变形能力加强。

### 2.2.3 滚动速度

滚动速度对接地压力非对称指数的影响如图9所示,随着滚动速度的增大,非对称指数从1.40增大到1.63,并且随着滚动速度的增大非对称指数的变化率也增大,这是因为橡胶阻尼存在时滞现象,随着速度的增加,胎面接地形态前倾现象有所增大,沿纵轴滚动方向的非对称性增大。



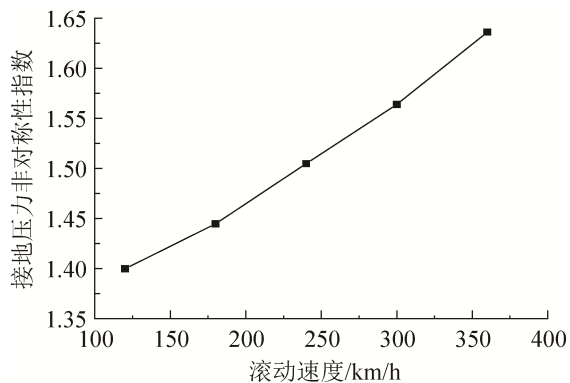


图 9 滚动速度对非对称指数的影响  
Fig. 9 Effects of rolling velocity on asymmetric factor

### 2.2.4 带束层角度

轮胎采用超弹性材料制作, 不同的橡胶属性及结构直接影响到轮胎的受力及变形, 对轮胎的接地压力分布和耐磨性也重要影响. 带束层角度对接地压力分布非对称指数的影响如图 10 所示, 可以看出, 随着带束层角度的增大, 沿纵轴滚动方向的非对称性减弱, 并且变化率逐渐增大, 这是因为由于带束层角度的增加使得轮胎的紧箍作用加强, 径向刚度增加, 使得胎面区域的变形减弱。

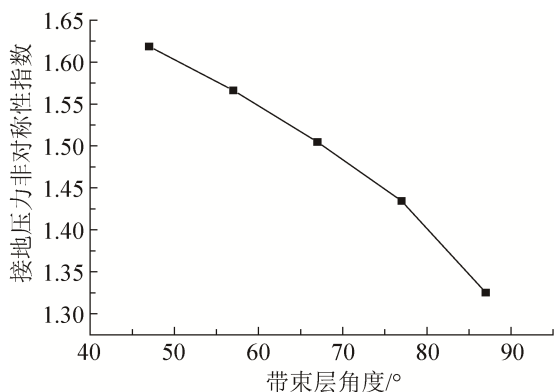


图 10 带束层帘线角度对非对称指数的影响  
Fig. 10 Effects of belt cord angle on asymmetric factor

### 2.2.5 非对称指数

图 11 为各参数对非对称性指数的灵敏度分析, 每个参数的数值沿着箭头方向依次为在原值基础上变化-50%、-25%以及+25%、+50%后(考虑到实际工作范围, 带束层角度不能超过 90°, 故该参数取为在原值基础上变化 15%和 30%)接地压力分

布非对称指数变化率, 即变化差值除以原值后得到的百分数, 箭头表示变化方向。为便于分析参照, 图 11 中黑色粗实线表示根据表 3 计算出的各参数初始状态时的非对称指数, 数值为 1.505。

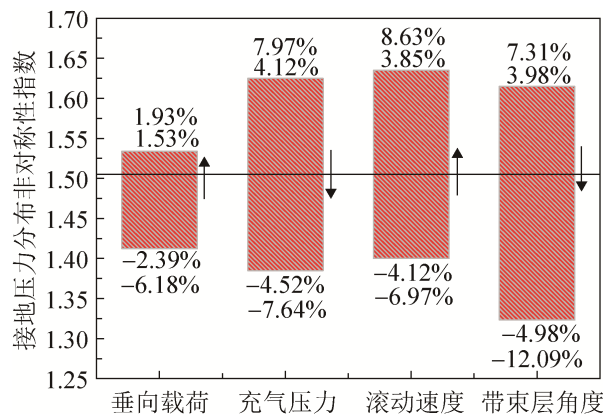


图 11 各种参数对于非对称指数的灵敏度分析  
Fig. 11 Sensitivity analysis for the asymmetric factor

可以看出, 垂向载荷、滚动速度对接地压力非对称指数为正影响(随参数的增大而增大)。充气压力、带束层角度对接地压力非对称指数为负影响。并且充气压力、滚动速度以及带束层角度对非对称指数的影响均大于垂向载荷, 带束层角度影响最大, +30%和-30%的变化率分别达到了 7.31%和 12.09%, 垂向载荷影响最小, +50%和-50%的变化率分别为 1.93%和-6.18%, 并且垂向载荷对压力分布非对称指数影响的不对称性最强。

## 3 结论

(1) 垂向载荷和滚动速度的增大会增加接地压力分布非对称性, 非对称指数上升; 充气压力和带束层角度的增大会减弱接地压力分布非对称性, 非对称指数降低。(2) +50%和-50%的变化范围内, 垂向载荷和带束层角度的不对称指标对于原值线的非对称性最强, 充气压力、滚动速度关于原值呈近似对称分布。(3) 影响接地压力分布非对称指数的因素依次为: 带束层角度、充气压力、滚动速度和垂向载荷。

## 参考文献:

- [1] Sobhanie M. Road load analysis [J]. *Tire Science and Technology* (S0090-8657), 2003, 31(1): 19-38.
- [2] Akasaka T, Katoh M, Nihei S, et al. Two-dimensional contact pressure distribution of a radial tire [J]. *Tire Science and Technology* (S0090-8657), 1990, 18(2): 80-103.
- [3] Dermot B Casey, Gordon D Airey, James R Grenfell. A comparison of uniform and 3-D tyre contact pressure representations using a finite element method[J]. *Transportation Research Procedia* (S2352-1465), 2016, 14: 2402-2410.
- [4] OG Cueto, CEI Coronel, EL Bravo, et al. Modelling in FEM the soil pressures distribution caused by a tyre on a Rhodic Ferralsol soil[J]. *Journal of Terramechanics* (S0022-4898), 2015, 63: 61-67.
- [5] 袁忠诚, 卢荡, 郭孔辉. UniTire 与 Magic Formula 稳态模型的对比研究[J]. *汽车技术*, 2006(2): 7-11.  
Yuan Zhongcheng, Lu Dang, Guo Konghui. Comparative study on the UniTire model and the Magic Formula model[J]. *Automobile Technology*, 2006(2): 7-11.
- [6] 郭孔辉, 袁忠诚, 卢荡. UniTire 轮胎稳态模型的联合工况预测能力研究[J]. *汽车工程*, 2006, 28(6): 565-568.  
Guo Kong-hui, Yuan Zhong-cheng, Lu Dang. A study on the prediction capability of UniTire model for combined slips model[J]. *Automotive Engineering*, 2006, 28(6): 565-568.
- [7] Hofstetter K, Grohs C, Eberhardsteiner J. Sliding behaviour of simplified tire tread patterns investigated by means of FEM [J]. *Computers and Structures* (S0045-7949), 2006, 84(17/18): 1151-1163.
- [8] Kindt P, Sas P, Desmet W. Development and validation of a three-dimensional ring-based structural tire model [J]. *Journal of Sound and Vibration* (S0022-460X), 2009, 326(3/4/5): 852-869.
- [9] 俞淇, 戴元坎, 张凯. 静负荷下轮胎接地压力分布测试的研究[J]. *轮胎工业*, 1999, 19(4): 203-207.  
Yu Qi, Dai Yuankai, Zhang Kai. Study on determination of tire contact-area pressure distribution under static load [J]. *Tire Industry*, 1999, 19(4): 203-207.
- [10] 王国林, 樊旭峰, 江浩斌. 外倾和侧偏联合作用下轮胎接地印迹研究[J]. *汽车工程*, 2004, 26(1): 54-56.  
Wang Guolin, Fan Xufeng, Jiang Haobin. A study on contact patch of tire with camber and sideslip[J]. *Automotive Engineering*, 2004, 26(1): 54-56.
- [11] 鲁冰花, 黄海波, 汪晨. 轮胎物理参数对接地压力分布非对称性的定量影响研究[J]. *机械科学与技术*, 2015, 34(11): 1769-1773.  
Lu Binghua, Huang Haibo, Wang Chen. Quantitative influence of tire structural parameters on tire contact pressure characteristics[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2015, 34(11): 1769-1773.
- [12] 姚震. 基于 ABAQUS 建模的轮胎接地性态分析[D]. 宁波: 宁波大学, 2015.  
Yao Zhen. Modeling and contact features investigation of radial tire utilizing ABAQUS[D]. Ningbo: Ningbo University, 2015.
- [13] 王长建. 复杂花纹子午线轮胎滑水仿真分析与研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2012.  
Wang Changjian. Numerical investigation of hydroplaning characteristics of 3D complex-patterned tire [D]. Guangzhou: South China University of Technology Guangzhou, 2012.
- [14] 赵国群, 程钢, 管延锦. 滚动轮胎接地性能有限元分析[J]. *中国机械工程*, 2006, 17(1): 35-39.  
Zhao Guoqun, Cheng Gang, Guan Yanjin. Finite Element Analysis of contact characteristics of rolling radial tires [J]. *China Mechanical Engineering*, 2006, 17(1): 35-39.
- [15] Koeline S H, Matute B, Mundl R. Evaluation of tire tread and body interactions in the contact patch[J]. *Tire Science and Technology* (S0090-8657), 2003, 31(3): 159-172.
- [16] 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.  
Yu Zhisheng. *Automotive theory*[M]. Beijing: China Machine Press, 2009.