

1-8-2019

## Modeling and Analysis for Underwater High-Speed Supercavitating Torpedo

He Zhen

*1. Department of Control and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150000, China;;*

Aiping Pang

*1. Department of Control and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150000, China;;*

Jinghua Wang

*1. Department of Control and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150000, China;;2. College of Mechanical and Electric Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;;*

Fanwei Meng

*3. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China;*

*See next page for additional authors*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Modeling and Analysis for Underwater High-Speed Supercavitating Torpedo

## Abstract

**Abstract:** Supercavitation technology can significantly reduce skin-friction drag of underwater torpedo, and therefore dramatically increase the velocity and attack power of underwater weapons. Because the torpedo is almost entirely enveloped by a supercavity, the hydrodynamic problems of the high-speed supercavitating torpedo (HSST) are complex. The hydrodynamic forces acting on cavitator, fin, and the planing force along the longitude plane of the underwater HSST are analyzed. *A benchmark nonlinear dynamics model of supercavitating torpedo is established based on the basic dynamic equations of the longitude plane, and the specific parameters of HSST are calculated.* In the longitude plane the motion equation of HSST is a four-order dynamic coupled system with lightly-damped characteristics. *Stability and the longitudinal motions of HSST are analyzed by the simulation.*

## Keywords

supercavitating torpedo, dynamic model, stability, simulation

## Authors

He Zhen, Aiping Pang, Jinghua Wang, Fanwei Meng, and Guangxiong Wang

## Recommended Citation

He Zhen, Pang Aiping, Wang Jinghua, Meng Fanwei, Wang Guangxiong. Modeling and Analysis for Underwater High-Speed Supercavitating Torpedo[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(8): 3092-3097.

## 水下高速超空泡鱼雷建模与分析

何朕<sup>1</sup>, 庞爱平<sup>1</sup>, 王京华<sup>1,2\*</sup>, 孟范伟<sup>3</sup>, 王广雄<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 控制科学与工程, 黑龙江 哈尔滨 150000;

2. 长春理工大学机电工程学院, 吉林 长春 130022; 3. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 超空泡技术可以大幅减小水下鱼雷的阻力, 提高水下武器的速度及战斗力, 因为空泡的包裹使得水下超空泡鱼雷的流体动力问题极其复杂, 分析了水下高速超空泡鱼雷纵向平面上空化器、尾翼控制面的动力及其尾部滑翔力。根据纵平面基本动力学方程, 给出了超空泡鱼雷纵平面的非线性基本动力学模型, 并计算了模型的具体参数。在纵平面上, 超空泡鱼雷的运动方程是一个具有动态耦合的弱阻尼系统。仿真分析了超空泡鱼雷纵向运动和稳定性。

**关键词:** 超空泡鱼雷; 动力模型; 稳定性; 仿真

中图分类号: TP273.5; O231.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 08-3092-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201808033

## Modeling and Analysis for Underwater High-Speed Supercavitating Torpedo

He Zhen<sup>1</sup>, Pang Aiping<sup>1</sup>, Wang Jinghua<sup>1,2\*</sup>, Meng Fanwei<sup>3</sup>, Wang Guangxiong<sup>1</sup>

(1. Department of Control and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150000, China;

2. College of Mechanical and Electric Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;

3. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Supercavitation technology can significantly reduce skin-friction drag of underwater torpedo, and therefore dramatically increase the velocity and attack power of underwater weapons. Because the torpedo is almost entirely enveloped by a supercavity, the hydrodynamic problems of the high-speed supercavitating torpedo (HSST) are complex. The hydrodynamic forces acting on cavitator, fin, and the planing force along the longitude plane of the underwater HSST are analyzed. A benchmark nonlinear dynamics model of supercavitating torpedo is established based on the basic dynamic equations of the longitude plane, and the specific parameters of HSST are calculated. In the longitude plane the motion equation of HSST is a four-order dynamic coupled system with lightly-damped characteristics. Stability and the longitudinal motions of HSST are analyzed by the simulation.

**Keywords:** supercavitating torpedo; dynamic model; stability; simulation

## 引言

常规水下鱼雷受到水的阻力作用, 难于达到高速行驶, 借助超空泡减阻效应, 可以提高水下鱼

雷的航行速度。俄罗斯设计的“暴风”超空泡鱼雷的速度可达到 100 m/s 以上, 目前, 俄罗斯研制的第二代“暴风”鱼雷的速度可达到 200 m/s 以上<sup>[1]</sup>。可见, 超空泡技术的应用大幅度提高了水下鱼雷的航速, 在军事上有巨大应用价值。然而, 由于空泡的包裹改变了其流体动力和力矩平衡, 使建模和控制技术的研究极其复杂, 其建模及稳定控制的研究一直是国内外学者的研究热点<sup>[2-5]</sup>。近年来



收稿日期: 2016-10-21 修回日期: 2017-01-12;  
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(U1564207);  
作者简介: 何朕(1972-), 女, 黑龙江, 博士, 教授, 研究方向为鲁棒控制、H-inf 控制等; 庞爱平(1986-), 女, 黑龙江嫩江, 博士生, 研究方向为 H-inf 控制、水下航行体控制。

<http://www.china-simulation.com>

• 3092 •

在对空泡流体动力一定的研究基础上, 国内外学者的对超空泡航行体的建模与控制展开了一系列的研究<sup>[6-8]</sup>。

俄罗斯和乌克兰早在苏联时期 40 年代就开始了超空泡减阻的理论和试验研究。在空泡形成及其稳定性的实验研究基础上, Savchenko<sup>[9-10]</sup>给出了其刚体动力学方程, 建立了超空泡航行体六自由度动力学模型, 并通过仿真研究了航行体的运动稳定性; Dzielski<sup>[11-12]</sup>和 Vanek<sup>[13]</sup>分别以航行体头部和航行体重心为基准参考点, 将该模型简化到纵向平面的四阶非线性动力学模型, 并研究了其控制问题; Vanek<sup>[13]</sup>的研究中, 还考虑到空泡的记忆效应, 建立了时滞 LPV 模型进行控制研究<sup>[14]</sup>; Mao 等<sup>[15-16]</sup>在 Vanek 的研究基础上给出了时滞依赖的控制方法。然而, 已发表的关于超空泡鱼雷的建模与控制研究的文献中, 研究者们各自采用的模型并不一致, 且不同文献之间存在矛盾, 给后续的控制设计工作交流带来困难。

本文对超空泡鱼雷在纵平面上的受力进行分析, 修改了之前文献中的不确切之处, 给出了超空泡航行体纵向平面的动力学模型和具体的参数数值, 为面向控制的研究提供了可以参照的通用标准模型。

## 1 航行体的流体动力学分析

本文采用文献[12]所提出的超空泡鱼雷的标准结构比例, 以便给出与结构有关的质量、惯性等各有关参数。如图 1 所示, 超空泡鱼雷由长度为 1:2 的圆锥段和圆柱段组成<sup>[12]</sup>, 其总长度为  $L$ , 半径为  $R$ , 在水中的前进速度为  $V$ 。鱼雷头部的圆盘形空化器产生和维持超空泡, 并且与水接触产生流体动力; 尾翼穿透空泡壁的部分与水相接触也产生一定的流体动力; 同时其尾部有时候会与空泡壁接触产生滑力。航行过程中, 空化器、尾翼和尾部滑力提供的流体动力和力矩共同用来稳定和控制鱼雷的运动。

按照右手定则, 建立惯性坐标系  $O-xyz$  和体

坐标系  $B-x_b y_b z_b$ , 如图 1 所示。体坐标系与超空泡鱼雷固连在一起, 其体坐标系原点在地面系的位置为  $(x, y, z)$ ,  $\theta$  为航形体的俯仰角, 其逆时针方向为正方向。按照文献 1:2 的圆锥和圆柱形状设计标准鱼雷, 其质量  $m_v$  和质心的坐标  $R_G = (x_g, 0, 0)$  的计算式为:

$$m_v = \frac{7}{9}(m\rho\pi)R^2L \quad (1)$$

$$x_g = -\frac{17}{28}L \quad (2)$$

式中: 密度  $\rho_v = m\rho$ ,  $\rho$  表示水的密度,  $m$  为其与水的密度比。

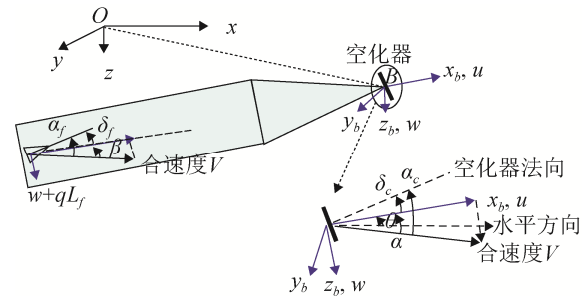


图 1 弹体坐标系与地面坐标系

Fig. 1 Body-fixed and earth coordinate systems

### 1.1 空化器动力学分析

空化器的作用除了用来产生和维持超空泡外, 还作为一个控制面控制超空泡鱼雷头部的流体动力。如图 1 所示, 空化器在纵平面内旋转与来流形成一定攻角  $\alpha_c$ , 随着空化器攻角的变化可以提供不同的控制力来平衡航行体, 作用在空化器法线方向的力为  $F_{cav}$ :

$$F_{cav} = \frac{1}{2}\rho V^2 \pi R_n^2 c_x \cos \alpha_c = C_x \cos \alpha_c \quad (3)$$

$$\alpha_c = \alpha + \delta_c \approx \frac{w}{V} + \delta_c \quad (4)$$

$$C_x = \frac{1}{2}\rho V^2 \pi R_n^2 c_x \quad (5)$$

式中:  $c_x$  是圆盘形空化器与来流垂直时的阻力系数,  $c_x = c_{x0}(1 + \sigma)$ ,  $\sigma$  是空化数,  $w$  是航行体沿体坐标系垂直方向的速度;  $\delta_c$  是空化器偏转角度如图 1 所示, 空化器逆时针方向为正。

作用于空化器上流体动力的阻力和升力分量如图2所示。 $\alpha_c$ 为空化器的功角， $\alpha$ 为航行体中心线与来流方向的转角。

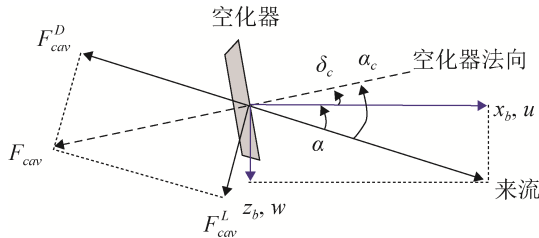


图2 作用在空化器上的流体动力分析  
Fig. 2 Hydrodynamics forces acting on the cavitator

$$F_{cav}^D = C_x \cos^2 \alpha_c \approx C_x \quad (6)$$

$$F_{cav}^L = C_x \cos \alpha_c \sin \alpha_c \approx C_x \alpha_c \quad (7)$$

但是式(7)中的分量  $F_{cav}^L$  并不是真正的垂向升力。 $\alpha_c = \alpha + \delta_c$  见式(4)，其中  $\alpha$  对航行体实际上是起阻力作用应该减去如图1所示，用升力  $F_{cav}^L$  来近似  $F_{cav}^{z_b}$  是存在误差的，修正后得到空化器沿航行体垂向所产生的升力为<sup>[12]</sup>：

$$F_{cav}^{z_b} \approx C_x (\alpha_c - \alpha) = C_x \delta_c \quad (8)$$

经修正后，空化器控制力只与空化器转角有关。

### 1.2 尾翼升力

为了产生足够的力和力矩来稳定和控制超空泡鱼雷，尾翼也提供一定的流体动力来产生控制力矩。目前对于超空泡鱼雷尾翼流体动力还没有太成熟的研究成果，当鱼雷以超空泡状态航行时，在纵平面内，尾翼可以看做特殊形状的楔形空化器，尾翼流体动力分析与空化器的分析方法类似。

尾翼的流体动力在航行体坐标系的分量为<sup>[17-18]</sup>：

$$F_{fin}^{z_b} = C_f \alpha_f = -ns C_x \alpha_f \quad (9)$$

$$\alpha_f = \beta + \delta_f \approx \frac{w + qL}{V} + \delta_f \quad (10)$$

式中： $n$ 为尾翼效率； $s$ 为尾翼面积与空化器面积比； $\alpha_f$ 是尾翼的功角， $\beta$ 是尾翼处航行体中心线与来流方向的转角， $\delta_f$ 是尾翼偏转角度见图1，尾翼向上旋转(逆时针方向)为正。

### 1.3 尾部滑翔力

尾部与空泡壁接触时产生了与鱼雷垂直的滑翔力和平行的摩擦阻力，此时，尾部和空泡内壁的相互作用过程可以当作细长体浸入液体，其大小与尾部浸入水中深度  $h$ ，及鱼雷与空泡壁夹角  $\alpha$  相关<sup>[19]</sup>。Logvinovich 滑翔力计算方法如式(11)。

$$F_p = -V^2 \left[ 1 - \left( \frac{R'}{h' + R'} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{1 + h'}{1 + 2h'} \right) \alpha' \quad (11)$$

其中： $R' = (R_c - R)/R$ ， $h' = h/R$ ， $R_c$ 为空泡半径。

$$h' = \begin{cases} 0 & |w| \leq w_{th} = \frac{V(R_c - R)}{L} \\ L \left| \frac{w}{V} \right| - (R_c - R) & |w| > w_{th} \end{cases} \quad (12)$$

$$\alpha' = \begin{cases} \frac{w}{V} - \frac{\dot{R}_c}{V} & w > 0 \\ \frac{w}{V} + \frac{\dot{R}_c}{V} & w \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

式(11)~(13)表明，当  $|w| \leq w_{th} = 1.64$  时，滑翔力  $F_p$  为零，相当于存在一个死区；当纵向速度超过阈值  $w_{th} = 1.64$  时，出现滑翔力。根据公式(11)仿真计算得到滑翔力与垂向速度  $w$  之间的非线性函数关系如图3所示。

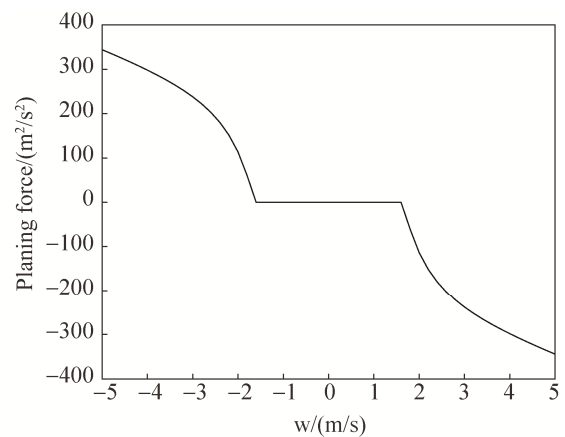


图3 滑翔力与垂向速度关系  
Fig. 3 Relation of planing forces and vertical speed

## 2 纵平面运动方程

现在只考虑鱼雷的纵向平面  $o-xz$  的运动，假设俯仰角  $\theta$  是小量，其前进速度为  $V$ ，令惯性矩阵：

$$[I] = \begin{bmatrix} m_v & -m_v x_g \\ -m_v x_g & J_{y_b} \end{bmatrix}$$

此时其动力学方程如下:

$$[I] \begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = V m_v \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -x_g \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} F_{z_b} \\ M_{y_b} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中:  $q$  为航行体的俯仰角速度,  $J_{y_b}$  为超空泡鱼雷对体坐标系  $B y_b$  轴的转动量;  $F_{z_b}$  为航性体  $z_b$  方向的流体动力;  $M_{y_b}$  为外力对体坐标系原点的质心力矩。根据式(8)~(9)和式(11)计算得  $F_{z_b}$  和  $M_{y_b}$  为:

$$J_{y_b} = \frac{11}{60} (m \rho \pi) (R^4 L + (m \rho \pi) R^2 L^3) \quad (15)$$

$$F_{z_b} = C_x \delta_c - n C_x \left( \frac{w + qL}{V} + \delta_f \right) + G_{x_b} + F_{plan} \quad (16)$$

$$M_{y_b} = F_{fin} L - G_{x_b} x_g + F_{plan} L \quad (17)$$

将式(16)(17)代入(14), 并将方程左右同时除以  $M_p = m \rho \pi R^2 L$  (kg) 得标么化方程式:

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{9} & \frac{17L}{36} \\ \frac{17L}{36} & \frac{11}{16} R^2 + \frac{133}{405} L^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \frac{CV}{mL} \begin{bmatrix} -n & -nL \\ -nL & -nL^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} + V \begin{bmatrix} 0 & \frac{7}{9} \\ 0 & \frac{17L}{36} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} + \frac{CV^2}{mL} \begin{bmatrix} -n & 1 \\ -nL_f & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_f \\ \delta_c \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{7}{9} \\ \frac{17L}{36} \end{bmatrix} g + F_p \begin{pmatrix} \frac{1}{mL} \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\text{其中, } C = \frac{1}{2} c_x \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \quad (19)$$

除了上述的动力学方程外, 对超空泡鱼雷来说, 还应加上其运动学方程:

$$\dot{\theta} = q \quad (20)$$

$$\dot{z} = w \cos \theta - u \sin \theta \approx w - V \theta \quad (21)$$

式(21)中的  $z$  为航行体在惯性坐标系下的深度。

根据式(18), (20), (21)取控制输入  $u = [\delta_f \ \delta_c]^T$ , 状态变量  $x = [z \ w \ \theta \ q]^T$ , 经过整理后, 得到如下—组超空泡鱼雷纵向平面运动方程。

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -V & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \tilde{F}_p \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \\ 0 \\ d_4 \end{bmatrix} \quad (22)$$

式(22)可以写成如下的标准形式:

$$\dot{x} = Ax + Bu + C + D\tilde{F}_p \quad (23)$$

根据文献[11]中所给出的基本参数如表 1 所示, 可算得式(23)中的各系数如式(24), 这组参数可作为研究超空泡鱼雷运动控制的基本参考系数。在式(23)中,  $a_{22}$  的量纲为 1/sec;  $a_{24}$  的量纲为 m/sec;  $\tilde{F}_p$  的量纲为  $m^2/\text{sec}^2$ 。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -75 & 0 \\ 0 & 2.7460 & 0 & 79.9428 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3.2442 & 0 & -5.8396 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 205.9480 & 941.8409 \\ 0 & 0 \\ -243.3187 & -752.0761 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 9.81 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.2266 \\ 0 \\ 1.4492 \end{bmatrix} \quad (24)$$

表 1 航行体结构参数

Tab. 1 Parameters of high speed supercavitating torpedo

参数符号	参数名称	数值
$R_n$	空化器半径	0.019 1/m
$R$	鱼雷圆柱段直径	0.050 8/m
$L$	鱼雷的全部长度	1.80/m
$G$	重力加速度	9.81/(m/s <sup>2</sup> )
$M$	密度比	2
$n$	尾翼效率	0.5
$V$	速度	75(m/s)
$c_{x0}$	升力系数	0.82
$\sigma$	空化数	0.03
$s$	面积比	1

### 3 航行体纵向运动仿真与分析

从式(22)可以看到， $\dot{w}$  和  $\dot{q}$  的方程式中的  $a_{22}$ ,  $a_{24}$  和  $a_{42}$ ,  $a_{44}$  表示两个速度变量  $w$  和  $q$  之间存在着动态耦合。将式(24)的参数代入，可以得到这个耦合系统的极点为  $-1.5468 \pm 15.5218j$ ，即表明这两个速度变量具有弱阻尼的震荡特性；而式(22)中另外两个变量  $z$  和  $\theta$  与速度变量  $w$  和  $q$  之间又存在积分关系。由此可见，超空泡鱼雷不可能有一个稳定的平衡点，任何微小的扰动都可使它“漂走”。所以本例中的这种超空泡鱼雷一定要配有反馈控制才能工作。

为了说明这种鱼雷的纵向运动特点，这里以文献[11]中给出的状态反馈律为例来进行说明。在这个例子中，尾翼保持水平，不参与控制，只有空化器的偏转角受反馈控制，控制律为：

$$\delta_c = -15z + 30\theta + 0.3q \quad (25)$$

应用 Matlab 软件中的 Simulink 模块对微分方程式(23)进行仿真分析，仿真框图见图 4。其中， $z$ ,  $w$ ,  $\theta$ ,  $q$  为仿真系统的四个状态变量； $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  为系统的参数值；To workpalce(1)~(8)和 product (1)~(5)、Add1 为 MATLAB 中自带的仿真模块，分

别表示将计算数据输入到工作空间保存和乘法、加法；Planing force 为滑行力的值。框图的左侧为方程的四个状态变量的导数，经积分后与右侧四项相加相等。

将参数  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  及仿真初始条件输入后仿真，得到初始条件为零时，如式(25)所示在控制律作用下的响应曲线见图 5。式(22)中的  $g$  是重力加速度，在重力的作用下超空泡鱼雷向下沉(注： $z$  向下为正)，当垂向速度  $w$  大于  $1.64 \text{ m/sec}$ ，超出了滑行力的死区时见图 3，鱼雷受到向上作用的滑行力，停止下沉开始向上运动。当垂向速度  $w$  小于  $1.64 \text{ m/sec}$  时，滑行力消失，由于重力作用其又开始下沉。这样在速度为  $w=1.64 \text{ m/sec}$  上下形成周期运动。注意到图 5 中俯仰角  $\theta$  响应曲线的平均值为  $0.021 \text{ rad} \approx 1.2^\circ$ ，这表明超空泡鱼雷是微微的抬起头，尾部不断拍打空泡内臂产生周期性向上的滑行力。这犹如在水面滑行的快艇，艇首略微抬起，拍打着水面，快速滑行前进。图 6 为滑行力  $\vec{F}_p$  (这里给出的是标么后的滑行力，向下为正方向)和空化器在控制律作用下的偏转角，可见滑行力周期性给超空泡鱼雷向上的推力，而曲线  $\delta_c$  波形的平均值为负，空化器为鱼雷提供的也是向上的升力见图 1。

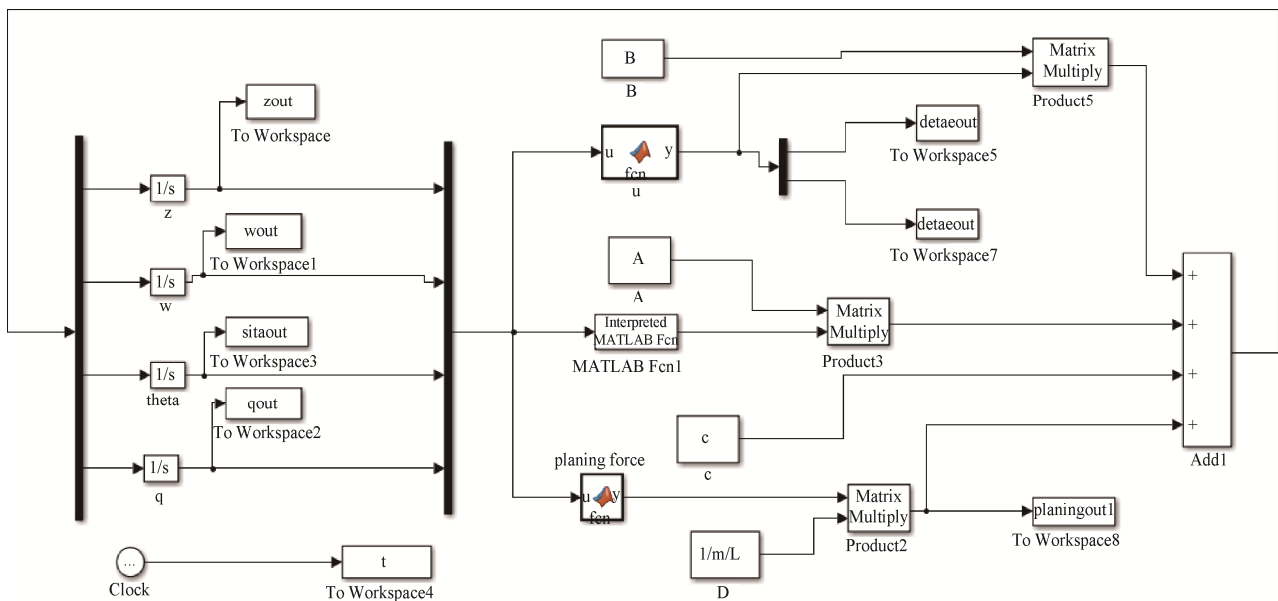


图 4 仿真框图

Fig. 4 Response of feedback stabilized HSSV

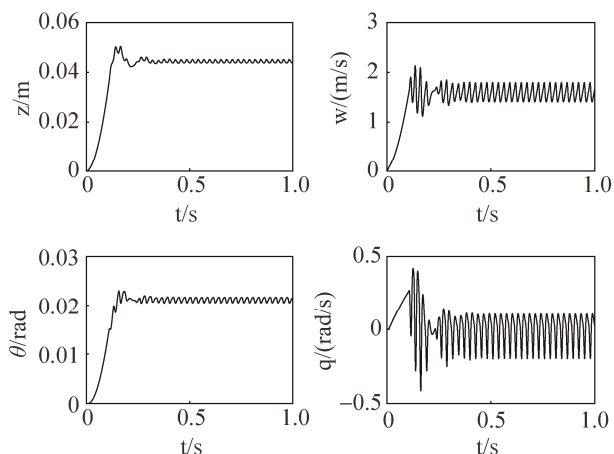


图5 线性反馈控制响应曲线

Fig. 5 Response of feedback stabilized HSSV

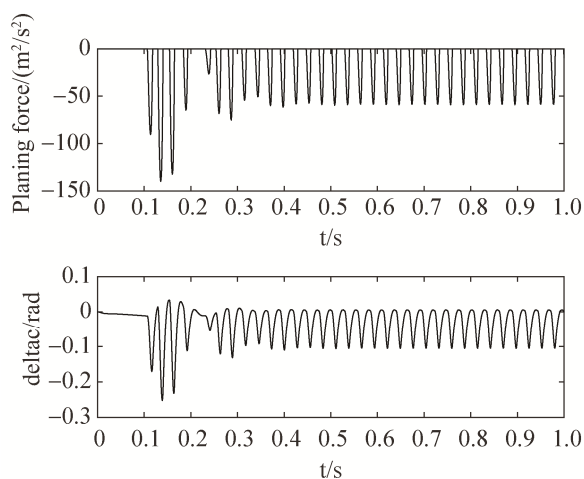


图6 线性反馈控制的滑力与空化器偏转角

Fig. 6 Planing force and the deflection angle of cavitator for feedback stabilized HSSV

## 4 结论

本文给出了水下高速超空泡鱼雷纵向运动的方程式和具体参数。由于各变量之间的动态耦合关系,使这种鱼雷的极点距离虚轴都很近(两个在原点,两个弱阻尼)。所以如果建模存在误差,还很可能出现极点移到右半平面的情形。由此可见,超空泡鱼雷的控制设计是有一定难度的。并且,除动态耦合外,这里还存在着与运动学之间的耦合关系见式(21)。如何根据本文所给出的标准方程式(23)对超空泡鱼雷控制系统进行性能的最优设计,将是下一阶段的研究内容。

## 参考文献:

- [1] Vasin A D. The Principle of Independence of the Cavity Sections Expansion (Logvinovich's Principle) as the Basis for Investigation on Cavitation Flows[C]// National Tax Association-Tax Institute of America, 2001: 161-162.
- [2] Vanek B, Bokor J, Balas G J, et al. Longitudinal motion control of a High-Speed Supercavitation Vehicle[J]. Journal of Vibration and Control (S1077-5463), 2007, 10(2): 159-184.
- [3] 王京华, 魏英杰, 曹伟, 等. 水下超空泡航行体非线性动力学建模与仿真[J]. 工程力学, 2011, 28(12): 183-189.  
Wang J H, Wei Y J, Cao W, et al. Nonlinear dynamic modeling and simulation of underwater supercavitating vehicles[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(12): 183-189.
- [4] 王茂励, 赵国良, 程广河, 等. 超空泡航行体鲁棒控制研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(14): 4483-4486.  
Wang M L, Zhao G L, Cheng G H, et al. Robust control of supercavitation vehicles[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(14): 4483-4486.
- [5] Lin G, Balachandran B, Abed E H. Dynamics and control of supercavitating vehicles[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control(S0022-0434), 2008, 11(1): 1-11.
- [6] Hassouneh M A, Nguyen V, Balachandran B, et al. Stability Analysis and Control of Supercavitating Vehicles With Advection Delay[J]. Journal of Computational Nonlinear Dynamics (S1555-1423), 2012, 8(2): 233-246.
- [7] Nguyen V, Balachandran B. Supercavitating Vehicles With Noncylindrical, Nonsymmetric Cavities: Dynamics and Instabilities [J]. Journal of Computational & Nonlinear Dynamics (S1555-1423), 2011, 6(4): 1396-1402.
- [8] 陈超倩, 曹伟, 王聪, 等. 超空泡航行体加速段控制设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(8): 147-153.  
Chen C Q, Cao W, Wang C, et al. Design of acceleration stage control for supercavitational vehicle[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(8): 147-153.
- [9] Savchenko Y N. Supercavitation-problems and perspectives. Fourth International Symposium on Cavitation[C]// California: California Institute of Technology, 2001: 1-8.
- [10] Savchenko Y N. Control of Supercavitation Flow and Stability of Supercavitating Motion of Bodies [C]//Vki Lecture Series Supercavitating Flows, 2001.