[Journal of System Simulation](https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal)

Volume 30 | Issue 6 Article 8

6-14-2018

Identification of Closed Loop Projection Subspace for Motor Based on Hankel Correlation Function

Minghong She
1. School of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China;;2. Computer College, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing 401331, China;

Abstract

Abstract: To solve estimation deviation problem of model parameter in the closed-loop system identification, *the subspace identification model and state space model based on the estimation of the correlation function are presented, and through the correlation function estimation and zero space followed by projection, the block Hankel matrix of identification framework was filled so as to obtain the scope of the extended observability matrix; on the basis of the same projection on the time offset set of related data, the RQ decomposition of the projection is calculated by numerical calculation, and the dynamic estimation of the system model is obtained.* The simulation experiment on the closed loop system of induction motor indicates that the proposed method has higher identification accuracy, and it is verified by the hardware in the real environment.

Keywords

correlation function, Hankel matrix, closed loop system, subspace identification, induction motor

第 30 卷第 6 期 系统仿真学报© Vol. 30 No. 6
2018 年 6 月 Journal of System Simulation Jun., 2018

基于 Hankel 相关函数的电机闭环投影子空间辨识

佘明洪 [1,2]
(1. 重庆大学 自动化学院，重庆 400044；2. 重庆电子工程职业学院 计算机学院，重庆 401331)

摘要： *为解决闭环系统辨识中存在模型参数估计偏差较大的问题，给出闭环子空间辨识模型及基于相关函数估计的状态空间模型，通过相关函数估计和随后进行的零空间投影，对识别框架的分块 Hankel 矩阵进行填充；基于相关数据时间偏移集上的相同投影，通过数值计算 RQ 分解实现投影的乘法操作，获得未知设备系统模型的动力学估计*；通过在感应电动机闭环系统上的仿真实验显示，所提方法具有更高的辨识精度，并通过真实环境下的电机硬件对辨识算法性能进行了验证。

关键词： 相关函数；Hankel 矩阵；闭环系统；子空间辨识；感应电动机
中图分类号：TM75 文献标识码：A 文章编号：1004-731X (2018) 06-2058-08
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806008

Identification of Closed Loop Projection Subspace for Motor Based on Hankel Correlation Function

She Minghong[1,2]
(1. School of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. Computer College, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing 401331, China)

Abstract: To solve estimation deviation problem of model parameter in the closed-loop system identification, *the subspace identification model and state space model based on the estimation of the correlation function are presented, and through the correlation function estimation and zero space followed by projection, the block Hankel matrix of identification framework was filled so as to obtain the scope of the extended observability matrix; on the basis of the same projection on the time offset set of related data, the RQ decomposition of the projection is calculated by numerical calculation, and the dynamic estimation of the system model is obtained.* The simulation experiment on the closed loop system of induction motor indicates that the proposed method has higher identification accuracy, and it is verified by the hardware in the real environment.

Keywords: correlation function; Hankel matrix; closed loop system; subspace identification; induction motor

引言

在过去的二十年里，子空间模型辨识(SMI)获得了极大关注，不仅因其优异的收敛性和数值计算简便性，而且在于其更适于应用在估计、预测与控制算法中[1-2]。早期参考文献中，大多数子空间辨识方法具有开环识别特征。考虑稳定，安全和面向控制的辨识问题，研究人员一直试图将这些子空间方法应用于闭环辨识。

闭环系统辨识存在的主要困难是，设备输入与干扰的相关性导致系统模型参数估计存在偏差。到目前为止，已开发了许多闭环子空间识别方法，

收稿日期：2017-01-17 修回日期：2017-05-24；
基金项目：国家自然科学基金(61403055)，研究生科技创新基金优秀新生科研培育项目(CDJXS12171101)，重庆市教委科学技术研究项目(KJ1729403)；
作者简介：佘明洪(1979-)，男，四川成都，博士生，讲师，研究方向为系统辨识、预测控制、模式识别。

例如文献[3-8]，可以得到与闭环数据的一致估计。注意到，大多数子空间系统识别方法是基于时域中输入输出数据的，而一些线性时不变系统的频率响应方法往往建立在信号相关函数基础上。文献[9]将子空间方法扩展到频率响应函数估计，并通过辅助变量确定连续和离散时间模型。文献[10]中提出两个频率统计特性和子空间收敛性分析方法。对于外部输入与所观测噪声不相关的线性闭环系统，输出和外部输入信号的互相关函数等于通过动力学系统的输入和外部信号的互相关函数。利用特征相关函数序列作为接口函数，其所携带的重要信息隐藏在数据序列中的压缩相关函数中，通过提取这个参数接口函数信息，从而为参数识别提供了基础。上述算法均一定程度解决了设备输入与干扰的相关性问题，可获得任意噪声特性下的无偏参数估计。但是文献[11-13]提出子空间辨识算法在解决设备输入与干扰相关性同时，因为两个相关函数序列之间的关系无法进行完全确定，导致子空间计算矩阵输入项维度较高。

本文为简化计算，在分块 Hankel 矩阵和相关数据估算基础上，设计了基于零空间投影的输入项删除策略，并利用 LQ 计算框架进行辨识过程求解，实现了算法的简化计算。提出了 1 种新的相关函数估计基础上的子空间辨识算法，可得到线性不变系统动力学闭环条件下的无偏参数估计。

1 闭环子空间辨识

1.1 问题描述

考虑在电机闭环控制系统中，有未被识别的设备，如图 1 所示。该设备模型中包含确定性部分 $\boldsymbol{P}$，以及利用噪声滤波器 $\boldsymbol{H}_p$ 过滤白噪声序列 η_y 而获得的随机性部分。因此，该设备模型可表示为：

$$\boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{P}(z)\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{H}_p(z)\boldsymbol{\eta}_y(k) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{u}\in\mathcal{R}^{n_u}$，$\boldsymbol{y}\in\mathcal{R}^{n_y}$ 分别为设备输入和输出向量；$\boldsymbol{\eta}_y\in\mathcal{R}^{n_y}$ 均值为零和协方差矩阵 $\Delta_{\eta_y}>0$ 白噪声。

该系统运行在控制器 C 下呈现闭环特征，可在整个控制轨迹中实现闭环系统的稳定控制。所产生的控制输出信号如式(2)；：

$$\boldsymbol{u}(t)-\boldsymbol{r}_2(t)=\boldsymbol{C}(z)[\boldsymbol{r}_1(t)-\boldsymbol{y}(t)]+\boldsymbol{H}_c(z)\boldsymbol{\eta}_u(t) \tag{2}$$

式中：方差矩阵为 $\Delta_{\eta_u}>0$ 的零均值白噪声序列 $\boldsymbol{\eta}_u\in\mathcal{R}^{n_u}$ 通过 $\boldsymbol{H}_c$ 进行滤波。外源性输入 $\boldsymbol{r}_1\in\mathcal{R}^{n_y}$，$\boldsymbol{r}_2\in\mathcal{R}^{n_u}$ 满足持续激励条件，并且与白噪声 $\boldsymbol{\eta}_u$ 和 $\boldsymbol{\eta}_y$ 不想关。内部信号 $\boldsymbol{\omega}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 可由 $\boldsymbol{\eta}_u$ 和 $\boldsymbol{\eta}_y$ 表示，其为任意颜色和已知外部序列 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 的统计独立量。基于图 1 配置，本文研究的闭环状态识别问题如下：给定外源性输入 $\boldsymbol{r}_1(k)$ 和 $\boldsymbol{r}_2(k)$，以及输入和输出序列 $\boldsymbol{u}(k)$ 和 $\boldsymbol{y}(k)$，目标是确定在闭环系统中未知设备无偏参数描述的状态空间模型，如图 1 所示。

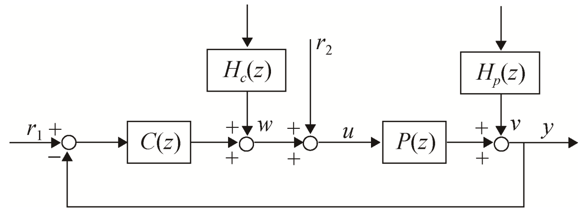

图 1 闭环系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of closed loop system

信号 $\boldsymbol{s}(t)\in\mathcal{R}^{n_s}$，$t\in\mathcal{Z}$ 为满足如下两个条件下的准稳态过程：

$$E(\boldsymbol{s}(t))=\boldsymbol{m}_s(t),\|\boldsymbol{m}_s(t)\|_2\leqslant C,\forall t\in\mathcal{Z} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{R}_{ss}(\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-\tau-1}E(\boldsymbol{s}(t+\tau)\boldsymbol{s}(t)^T) \tag{4}$$

式中：$\|\boldsymbol{R}_{ss}(\tau)\|_2\leqslant C$，$\forall\tau\in\mathcal{Z}$。$E$ 表示期望操作。函数 $R_{ss}(\tau)$：$\mathcal{Z}\to\mathcal{R}^{n_s\times n_s}$ 称为 $s(t)$ 的自相关函数。类似的，如果 $\boldsymbol{\omega}(t)\in\mathcal{R}^{n_\omega}$ 也是准平稳信号，则 $\boldsymbol{s}(t)$ 和 $\boldsymbol{\omega}(t)$ 的互相关函数 $\boldsymbol{R}_{sw}(\tau):\mathcal{Z}\to\mathcal{R}^{n_s\times n_w}$ 计算形式为：

$$\boldsymbol{R}_{sw}(\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-\tau-1}E(\boldsymbol{s}(t+\tau)\boldsymbol{\omega}(t)^T) \tag{5}$$

如果只有 N 个数据可获得，自相关函数和互相关函数的估计可分别计算为：

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol30/iss6/8
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806008

第 30 卷第 6 期 2018 年 6 月
系统仿真学报 Journal of System Simulation
Vol. 30 No. 6 Jun., 2018

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{R}}_{ss}(\tau)=\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{t=0}^{N-\tau-1}\boldsymbol{s}(t+\tau)\boldsymbol{s}(t)^T\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{sw}(\tau)=\dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{t=0}^{N-\tau-1}\boldsymbol{s}(t+\tau)\boldsymbol{\omega}(t)^T\end{cases}\tag{6}$$

同时，假定在 $N\to\infty$情况下，$\boldsymbol{R}_{ss}(\tau)$和 $\boldsymbol{R}_{sw}(\tau)$是分别收敛的。

1.2 基于相关函数估计的状态空间模型

子空间辨识过程采用的是状态空间矩阵的计算方式进行系统参数的辨识，因此算法的第一步是将系统模型表达成状态空间模型。这里将图 1 所示的未知设备模型 $\boldsymbol{P}$ 改写为如下状态空间模型形式：

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_p(k+1)=\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{x}_p(k)+\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{u}(k)\\ \boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}_p\boldsymbol{x}_p(k)+\boldsymbol{D}_p\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{v}(k)\end{cases}\tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{x}_p\in\mathcal{R}^{n_p}$ 是设备的状态向量；系统矩阵为 $\boldsymbol{A}_p\in\mathcal{R}^{n_p\times n_p}$；$\boldsymbol{B}_p\in\mathcal{R}^{n_p\times n_u}$；$\boldsymbol{C}_p\in\mathcal{R}^{n_y\times n_p}$；$\boldsymbol{D}_p\in\mathcal{R}^{n_y\times n_u}$。如果外源信号 $\boldsymbol{r}$=$\boldsymbol{r}_1$ 或者 $\boldsymbol{r}$=$\boldsymbol{r}_2$ 与输入 $\boldsymbol{u}$，输出 $\boldsymbol{y}$ 以及噪声 $\boldsymbol{v}$ 相关，则互相关函数 $\boldsymbol{R}_{yr}(\tau)\in\mathcal{R}^{n_y\times n_y}$，$\boldsymbol{R}_{ur}(\tau)\in\mathcal{R}^{n_u\times n_y}$，$\boldsymbol{R}_{vr}(\tau)\in\mathcal{R}^{n_y\times n_y}$ 存在。定义状态 $\boldsymbol{x}_p$ 和 $\boldsymbol{r}(t)$的协方差 $\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)\in\mathcal{R}^{n_p\times n_y}$，然后，该设备的相关函数可在状态空间矩阵中表示为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau+1)=\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)+\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{R}_{ur}(\tau)\\ \boldsymbol{R}_{yr}(\tau)=\boldsymbol{C}_p\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)+\boldsymbol{D}_p\boldsymbol{R}_{ur}(\tau)+\boldsymbol{R}_{vr}(\tau)\end{cases}\tag{8}$$

假设相关函数 $\boldsymbol{R}_{yr}(\tau)$和 $\boldsymbol{R}_{ur}(\tau)$在一定区间 $\tau\in[\tau_0,\tau_1]$内是已知的，令 $\hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau)$ 是相关函数 $\boldsymbol{R}_{yr}(\tau)$ 的估计，$\hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau)$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}_{vr}(\tau)$ 的定义与之类似。然后，式(8)所示相关函数可改写为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau+1)=\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)+\boldsymbol{B}_p\hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau)\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau)=\boldsymbol{C}_p\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)+\boldsymbol{D}_p\hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau)+\hat{\boldsymbol{R}}_{vr}(\tau)\end{cases}\tag{9}$$

由于外部输入仪表信号 r 与噪声$\boldsymbol{\eta}_y$ 和 v 不相关，则 $\hat{\boldsymbol{R}}_{vr}(\tau)$ 的所有元素随着 $N\to\infty$，将逐渐趋于 0。那么相关函数方程(9)将收敛于：

$$\begin{cases}\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau+1)=\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)+\boldsymbol{B}_p\hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau)\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau)=\boldsymbol{C}_p\boldsymbol{R}_{x_pr}(\tau)+\boldsymbol{D}_p\hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau)\end{cases}\tag{10}$$

基于相关函数估计的一致性，可获得相关函数估计的直接方法，而不是保证系统估计一致的原始输入输出数据。

2 基于相关函数估计闭环子空间辨识

通过相关函数估计和随后进行的零空间投影，对识别框架的分块 Hankel 矩阵进行填充，从而获得了扩展可观性矩阵的范围，这是子空间识别方法的基本步骤。然后，基于相关数据的时间偏移集上的相同投影，可以得到一个未知设备系统模型的动力学估计。最后，可以通过数值计算 LQ 分解实现投影的乘法操作。

2.1 分块 Hankel 矩阵和相关数据估算方程

构建相关函数估计 $\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 的分块 Hankel 矩阵，包含 i 行 j 列，具体定义如下：

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_0) & \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_1) & \cdots & \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_{j-1})\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_1) & \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_2) & \cdots & \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_j)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_{i-1}) & \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_i) & \cdots & \hat{\boldsymbol{R}}_{yr}(\tau_{j+i-2})\end{bmatrix}\tag{11}$$

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_0) & \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_1) & \cdots & \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_{j-1})\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_1) & \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_2) & \cdots & \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_j)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_{i-1}) & \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_i) & \cdots & \hat{\boldsymbol{R}}_{ur}(\tau_{j+i-2})\end{bmatrix}\tag{12}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\in\mathcal{R}^{n_yi\times n_rj}$；$\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\in\mathcal{R}^{n_ui\times n_rj}$。$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 的每个元素均为相关函数数据，i 和 j 是用户定义的下标。根据公式(10)上述矩阵满足关系：

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}=\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{R}^{xr}_{\tau_0}+\boldsymbol{T}_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\tag{13}$$

式中：向量 $\boldsymbol{R}^{xr}_{r0}$ 由状态互相关函数的数据组成：

$$\boldsymbol{R}^{xr}_{r0}=[\boldsymbol{R}_{xr}(\tau_0)\boldsymbol{R}_{xr}(\tau_1)\cdots\boldsymbol{R}_{xr}(\tau_{j-1})]\tag{14}$$

则扩展观测矩阵和下三角块 Toeplitz 矩阵分别定义如下：

$$\boldsymbol{\Gamma}=[\boldsymbol{C}_p\quad \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p\quad \cdots\quad \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-1}]^T\tag{15}$$

$$\boldsymbol{T}_{0|i-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_p & 0 & \cdots & 0\\ \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p & \boldsymbol{D}_p & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-2}\boldsymbol{B}_p & \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-3}\boldsymbol{B}_p & \cdots & \boldsymbol{D}_p\end{bmatrix}\tag{16}$$

应用一步位移过程，公式(13)所对应的位移方程可定义为：

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_1|\tau_i}=\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{R}^{xr}_{\tau_0}+\boldsymbol{T}_{0|i}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_i} \tag{17}$$

式中：矩阵 $\boldsymbol{T}_{0|i}$ 可以用一列零点补充在 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}$ 左侧获得式(18)。

$$\boldsymbol{T}_{0|i}=\begin{bmatrix}0 & \boldsymbol{D}_p & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p & \boldsymbol{D}_p & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-2}\boldsymbol{B}_p & \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-3}\boldsymbol{B}_p & \cdots & \boldsymbol{D}_p\end{bmatrix} \tag{18}$$

类似的，可对 $\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 底部增加一行零点扩展获得 $\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_i}$ 表示形式。

2.2 基于零空间投影的输入项删除

虽然扩展可观测矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$ 和 Toeplitz 矩阵 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}$ 的范围均包含在式(13)的 $\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 中，但是 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}$ 的范围可通过零空间投影进行删除，因此可以得到扩展的可观测性矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的范围。主要原因是零空间投影具有凸不变性特性，在进行特征提取之前，将特征进行零空间投影，需要进行提取的特征投影于非零顶点位置，可将复杂单体特征的顶点提取问题简化成任何非零顶点的提取问题，实现算法计算过程的简化。由于分块 Hankel 矩阵 $\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 的行空间的正交投影矩阵可计算获得，因此，首先定义投影矩阵如式(19)。

$$\begin{aligned}&\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}=\\&\boldsymbol{I}_{n_r j}-(\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}})^T(\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{t-1}}(\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}})^T)^{\dagger}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\end{aligned} \tag{19}$$

定理 1：令 $\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$、$\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 和 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}$ 分别采用前述公式定义，并根据公式(19)定义 $\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_k}$ 形式如式(20)：

$$\begin{aligned}&\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_k}=\\&\boldsymbol{I}_{n_r j}-(\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_k})^T(\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_k}(\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_k})^T)^{\dagger}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_k}\end{aligned} \tag{20}$$

则可得：

$$\boldsymbol{T}_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_k}=\boldsymbol{0} \tag{21}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_k}\in\mathcal{R}^{n_u(k+1)\times n_r j}$；$\tau_{i-1}\leqslant\tau_k\leqslant\tau_l$。

证明：对于 $\tau_k=\tau_{i-1}$，将公式(19)带入公式(21)。对于 $\tau_{i-1}<\tau_k$，例如 $\tau_k=\tau_{i-1+s}$，项 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}$ 可通过在矩阵的右边扩展零点列，可得到：

$$\boldsymbol{T}^s_{0|i-1}=$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_p & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0\\ \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p & \boldsymbol{D}_p & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-2}\boldsymbol{B}_p & \boldsymbol{C}_p\boldsymbol{A}_p^{i-3}\boldsymbol{B}_p & \cdots & \boldsymbol{D}_p & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix} \tag{22}$$

类似的，$\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 可通过增加零点行向量获得 $\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1+s}}$。对于所有 $s\geqslant 0$，$\boldsymbol{T}^s_{0|i-1}$ 是固定值，则可得：

$$\boldsymbol{T}^s_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1+s}}=\boldsymbol{T}_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1}} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{T}^s_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1+s}}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_k}=\boldsymbol{0} \tag{24}$$

可通过 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1+s}}$ 替换 $\boldsymbol{T}^s_{0|i-1}\hat{\boldsymbol{R}}^{ur}_{\tau_0|\tau_{i-1+s}}$ 获得所需的证明结果。这里不允许 $\tau_k>\tau_l$，目的是确保公式(19)满足非奇异性。

2.3 系统动力学估计

定理 1 可获得的直接结果是，相同的投影 $\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}$ 利用公式(13)和(17)的右侧投影从 $\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_i}$ 中移除包含 $\boldsymbol{T}_{0|i-1}$ 和 $\boldsymbol{T}_{1|i}$ 的固定项，那么可得：

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}=\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{R}^{xr}_{\tau_0}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i} \tag{25}$$

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_1|\tau_i}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}=\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{R}^{xr}_{\tau_0}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i} \tag{26}$$

因此，可以从公式(25)右侧的奇异值分解得到扩展观测矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$ 的估计，计算形式为：

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_n & \boldsymbol{U}_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Sigma_n & 0\\ 0 & \Sigma_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_n^T\\ \boldsymbol{V}_s^T\end{bmatrix} \tag{27}$$

$$\hat{\Gamma}=\boldsymbol{U}_n\Sigma_n^{1/2} \tag{28}$$

根据公式(25)和(26)，最小化问题的解决方案如式(29)。

$$\begin{aligned}&J=\\&\arg\min_{\boldsymbol{A}_p}\left\|\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{\Gamma}^{\dagger}\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_0|\tau_{i-1}}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}-\boldsymbol{\Gamma}^{\dagger}\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_1|\tau_i}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}\right\|\end{aligned} \tag{29}$$

$$\hat{\boldsymbol{A}}_p=\Sigma_n^{-1/2}\boldsymbol{U}_n^T\hat{\boldsymbol{R}}^{yr}_{\tau_1|\tau_i}\prod\nolimits^{ur}_{\tau_0|\tau_i}\boldsymbol{V}_n\Sigma_n^{-1/2} \tag{30}$$

可利用扩展观测矩阵前 n_y 行计算系统矩阵 $\boldsymbol{C}_p$，具体形式为：

$$\hat{\boldsymbol{C}}_p=\hat{\Gamma}(1:n_y,:) \tag{31}$$

基于对 $\boldsymbol{A}_p$ 和 $\boldsymbol{C}_p$ 的估计，在未知 $\boldsymbol{B}_p$ 和 $\boldsymbol{D}_p$ 中整个问题变为线性的。那么，输出 $y(k)$ 的估计形

式为：

$$\hat{\boldsymbol{y}}(k)=\hat{\boldsymbol{C}}_p\hat{\boldsymbol{A}}_p\hat{\boldsymbol{x}}(0)+(\boldsymbol{u}(k)^T\otimes\boldsymbol{I}_{n_y})vec(\hat{\boldsymbol{D}}_p)+ \\ (\sum_{t=0}^{k-1}\boldsymbol{u}(k)^T\otimes\hat{\boldsymbol{C}}_p\hat{\boldsymbol{A}}_p^{k-t-1})vec(\hat{\boldsymbol{B}}_p) \tag{32}$$

式中：$\boldsymbol{B}_p$ 和 $\boldsymbol{D}_p$ 的估计可通过求解线性最小二乘方法获得式(33).

$$\min_{\boldsymbol{B}_p,\boldsymbol{D}_p}\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left\|\boldsymbol{y}(k)-\boldsymbol{\varphi}^T(k)\boldsymbol{\theta}\right\|_2^2 \tag{33}$$

式中：

$\boldsymbol{\varphi}^T(k)=[(\boldsymbol{u}(k)^T\otimes\boldsymbol{I}_{n_y})(\sum_{k=0}^{s-1}\boldsymbol{u}(k)^T\otimes\hat{\boldsymbol{C}}_p\hat{\boldsymbol{A}}_p^{k-s-1})]$；

$\boldsymbol{\theta}=[vec(\hat{\boldsymbol{D}}_p)\quad vec(\hat{\boldsymbol{B}}_p)]^T$。

2.4 LQ 计算框架

根据公式(22)所得拓展矩阵可知，对矩阵进行拓展时采用的是在矩阵右侧进行，这样可构成下三角形式的矩阵，这满足矩阵 RQ 分解特征，因此，选取 RQ 分解进行矩阵乘计算。通过构建投影矩阵替换公式(13)和(17)中投影，可通过如下 RQ 分解获得 $\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_{i-1}}^{yr}\prod_{\tau_0|\tau_i}^{ur}$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_1|\tau_i}^{yr}\prod_{\tau_0|\tau_i}^{ur}$ 更有效计算方法：

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_i}^{ur}\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_{i-1}}^{yr}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & 0\\ \boldsymbol{R}_{21} & \boldsymbol{R}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_1^T\\ \boldsymbol{Q}_2^T\end{bmatrix} \tag{34}$$

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_i}^{ur}\\ \hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_1|\tau_i}^{yr}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{R}}_{11} & 0\\ \tilde{\boldsymbol{R}}_{21} & \tilde{\boldsymbol{R}}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{Q}}_1^T\\ \tilde{\boldsymbol{Q}}_2^T\end{bmatrix} \tag{35}$$

则可得输出 $\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_{i-1}}^{yr}$ 的计算形式为：

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_{i-1}}^{yr}\prod_{\tau_0|\tau_i}^{ur}= \\ \boldsymbol{\varGamma}\boldsymbol{R}_{\tau_0}^{xr}+\boldsymbol{T}_{0|i-1}\boldsymbol{R}_{11}\boldsymbol{Q}_1^T=\boldsymbol{R}_{21}\boldsymbol{Q}_1^T+\boldsymbol{R}_{22}\boldsymbol{Q}_2^T \tag{36}$$

公式(35)后乘以 $\boldsymbol{Q}_2$ 可得 $\boldsymbol{R}_{22}=\boldsymbol{\varGamma}\boldsymbol{R}_{\tau_0}^{xr}\boldsymbol{Q}_2$ 和 $\boldsymbol{I}_m(\boldsymbol{R}_{22})=\boldsymbol{I}_m(\boldsymbol{\varGamma})$。然后，该算法可以在 $\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_0|\tau_{i-1}}^{yr}\prod_{\tau_0|\tau_i}^{ur}$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}_{\tau_1|\tau_{i-1}}^{yr}\prod_{\tau_0|\tau_i}^{ur}$ 处分别执行 $\boldsymbol{R}_{22}\boldsymbol{Q}_2^T$ 和 $\tilde{\boldsymbol{R}}_{22}\tilde{\boldsymbol{Q}}_2^T$。此外，对 $\boldsymbol{L}_{22}\boldsymbol{Q}_2^T$ 执行奇异值分解实现对扩展观测矩阵 $\boldsymbol{\varGamma}$ 的估计。

2.5 子空间模型辨识过程

本文所提的闭环子空间辨识算法具体计算过程如图 2 所示。首先，基于子空间投影方法获得对 $\boldsymbol{\varGamma}\hat{\boldsymbol{L}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{G}}$ 矩阵参量的闭环预测。然后，基于矩阵运算和奇异值分解过程获得 $\hat{\boldsymbol{X}}$，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{C}$ 和 $\hat{\boldsymbol{R}}$ 等参量的计算值，最后，采用最小二乘对系统参数矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{D}$ 进行求解。

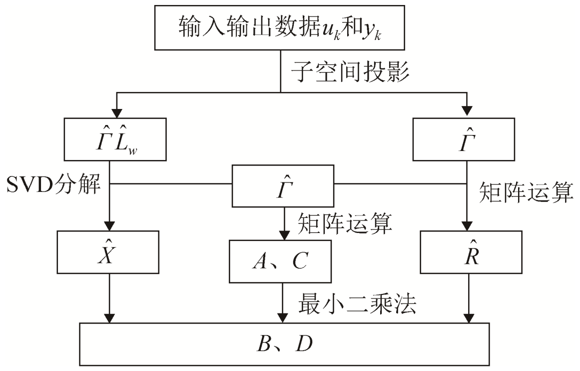

图 2　闭环子空间辨识流程
Fig. 2　Closed loop subspace identification process

图 2 中，$\hat{\boldsymbol{\varGamma}}$ 的求取可根据公式(28)计算获得，$\hat{R}$ 可根据公式(34~35)计算获得，$\hat{\boldsymbol{T}}$ 可根据公式(16)计算获得，$\hat{\boldsymbol{X}}$ 是设备的状态向量矩阵，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{D}$ 为状态空间矩阵计算过程见 2.3 节系统动力学估计部分，$\hat{\boldsymbol{R}}$ 可根据公式(36)计算获得。

3　实验分析

3.1　感应电机模型

已有文献[14-15]中描述了几种不同的感应电机模型。本实验所采用的感应电机模型形式：

$$\begin{cases}\dfrac{d\boldsymbol{X}}{dt}=\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{DU}\\ \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{CX}+\boldsymbol{BU}\end{cases} \tag{37}$$

式中，$\boldsymbol{X}=[\bar{\boldsymbol{I}},\bar{\boldsymbol{\phi}}]$ 为感抗矩阵，$\boldsymbol{U}=\bar{\boldsymbol{V}}$ 为输入矩阵，$\boldsymbol{Y}=\bar{\boldsymbol{I}}$ 为输出矩阵。且有：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-\left(\dfrac{1}{\sigma\tau_s}+\dfrac{1-\sigma}{\sigma\tau_r}\right) & \dfrac{L_m}{\sigma L_sL_r\tau_r}+j\dfrac{L_m}{L_sL_r}p\omega_r\\ \dfrac{L_m}{\tau_r} & -\dfrac{1}{\tau_r}+jp\omega_r\end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\dfrac{1}{\sigma\tau_s} & 0\end{pmatrix}^T,\ C=(1,0),\ D=0 \tag{39}$$

式中：$\sigma=1-\dfrac{L_m^2}{L_sL_r}$；$\tau_s=\dfrac{L_s}{R_s}$；$\tau_r=\dfrac{L_r}{R_r}$。$L_m$ 为励磁电感；L_r 为转子电感；L_s 为定子电感；R_s 为定子

电阻；R_r 为转子电阻。

这里在 Matlab 环境下进行感应电机的高斯白噪声下的 Bode 幅值图实验性能对比。实验硬件设置：内存为金士顿 8G ddr4-2 400 GHz，处理器为 i7-6400HQ2.8 GHz，系统为 win7 旗舰版，仿真平台选取为 matlab2013a。高斯白噪声设定为 SNR=30 dB。对比算法选取 N4SID 和 MOESP，具体见文献[16]和文献[17]所示。

实验参数设置：R_s=10 Ω，R_r=6.58 Ω，L_r=0.31 H，L_s=0.31 H，ω_r=157.08 rad/s。所采用的采样周期等于 10^{-4} s。根据上述实验参数设置可得如下感应电机模型参数矩阵形式为：

$$A=\begin{pmatrix} -200.32 & 247.02+j3\,656.16 \\ 5.73 & -21.23+j314.16 \end{pmatrix}$$

其条件数可计算为：

$$cond(A)=322.47$$

可见，该矩阵的条件数计算值远大于 1；因此，该矩阵是病态的。对此，这里选择即时通讯模型来说明病态现象。

图 3 中，给出了感应电机模型的 Bode 幅值跟踪曲线，对比曲线为 N4SID 估计曲线、MOESP 估计曲线以及本文算法的估计曲线。

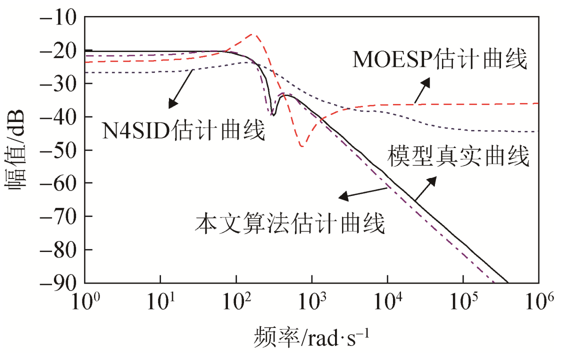

图 3 Bode 幅值跟踪曲线
Fig. 3 Bode amplitude tracking curve

根据图 3 所示 Bode 幅值跟踪曲线结果可知，本文算法在幅值跟踪效果上要优于 N4SID 估计结果和 MOESP 估计结果。同时，MOESP 估计结果要优于 N4SID 估计结果，主要原因在于 MOESP 使用了正交投影，而 N4SID 使用的是斜投影。这正是本文零空间投影采用正交投影的主要原因。

为确认所获得的 Bode 幅值跟踪结果，对 N4SID 算法、MOESP 算法和本文估计算法进行模型的根轨迹模拟，所获得曲线如图 4 所示。

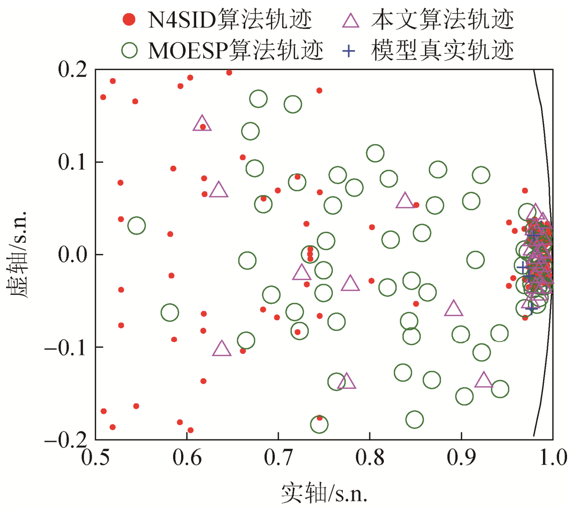

图 4 根轨迹模拟对比
Fig. 4 Simulation and comparison of root loci

图 4 所示的根轨迹模拟对比结果中，“+”符号为模型的真实轨迹，可见真实轨迹主要集中在图的右侧，共有 4 个。而在 3 种算法的对比测试中，“●”符号表示的 N4SID 算法轨迹在图中分布点最多，说明其轨迹点分布比较分散，集中于“+”符号真实轨迹附近的点相对较少，轨迹的跟踪精度较差。“○”符号表示的MOESP算法轨迹在图中分布点相对较集中，而“△”符号表示的本文算法的分布点相对最为集中，主要结果分布在“+”符号的真实轨迹附近，这表明本文算法相对于 N4SID 算法和 MOESP 算法在根轨迹模拟对比中具有更高的追踪精度。

3.2 硬件测试实验

硬件测试平台使用单相状态下的逆变单元和不控整流器，型号为 PM201CL1A061，辨识算法的运行平台是 DSP27334 主控芯片，生产公司是 TI 公司，仿真时间连接线路图见是否为图 5 所示。电机模型参数如下：额定功率 P_N=250 MW；额定功率因数 $\cos_{\varphi N}$=0.9；额定电压 U_N=15.75 kV；额定转速 n_N=250 r/min；定子铁心外径 D_{a1}=8 500 mm；

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol30/iss6/8
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806008

定子铁心内径 D_{i1}=7 500 mm；定子槽数 Z=360；定子槽宽 b_s=24.7 mm；阻尼条直径 d_B=25 mm；阻尼条数 n_B=7。

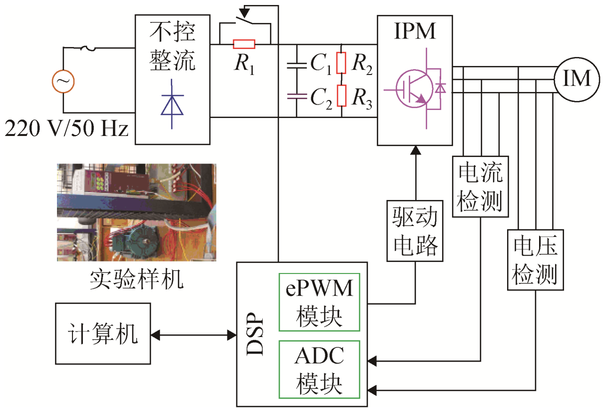

图 5　硬件测试连接图
Fig. 5　Hardware test connection diagram

因为模型属于串行工作方式，所提算法可实现励磁电感和转子电阻的同步辨识，需要相对较多的运行存储，但是随着硬盘科技的发展，该问题可以予以忽略。在时刻 t=8 s 处，电机的转速发生阶跃变化，由 750 r/min 增加至 1 200 r/min，此时电机的转子电阻同步辨识误差和励磁电感的辨识结果见表 1 结果所示。

表 1　辨识结果收敛情况
Tab. 1　Convergence of identification results

时间/s	辨识误差	
	转子电阻/Ω	励磁电感/H
9	5.362	8.354
13	2.587	5.263
17	0.824	2.185
21	0.286	0.874

表 1 所示为在电机的转速发生阶跃变化时，算法对于电机的转子电阻同步辨识误差和励磁电感的辨识结果误差随着时间推移的变化情况，因为在时刻 t=8 s 处进行转速阶跃变化，这里从第 9 s 开始对辨识误差进行记录。根据实验结果可知，随着时间推移，算法的辨识误差逐渐降低，可见算法具有较好的收敛性。

4　结论

提出一种基于零空间投影相关函数估计的闭环子空间辨识方法。通过相关函数估计和随后进行的零空间投影，对识别框架的分块 Hankel 矩阵进行填充，并通过数值计算 LQ 分解实现投影的乘法操作，获得未知设备系统模型的动力学估计，实验结果验证了所提方法的有效性。下一步，将重点研究结合所提子空间辨识方法的闭环系统控制问题。

参考文献:

[1] 娄海川, 苏宏业, 古勇, 等. 基于修正闭环子空间辨识分段线性结构的环管式丙烯聚合反应过程非线性模型预测控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(8): 1040-1051.
Lou Haichuan, Su Hongye, Gu Yong, et al. Nonlinear predictive control with modified closed-loop subspace identification-piecewise linear model for double-loop propylene polymerization process[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(8): 1040-1051.

[2] Ivo Houtzager, Jan Willem, Michel Verhaegen. Recursive Predictor-Based Subspace Identification With Application to the Real-Time Closed-Loop Tracking of Flutter[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology (S1063-6536), 2012, 20(4): 934-949.

[3] Rao C Sankar, Chidambaram M. Experimental application of subspace model identification of an unstable system[J]. International Journal of Advances in Engineering Sciences and Applied Mathematics (S0975-5616), 2015, 7(1): 70-76.

[4] Naitali A, Giri F. Persistent Excitation by Deterministic Signals for Subspace Parametric Identification of MISO Hammerstein Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(1): 258-263.

[5] 赵建远, 李醒飞, 田凌子. 基于正交分解的递推子空间闭环辨识方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(3): 490-494.
Zhao Jianyuan, Li Xingfei, Tian Lingzi. The orthogonal decomposition of the recursive subspace identification method of closed loop based on[J]. Control and decision (S1001-0920), 2015, 30(3): 490-494.

[6] Jiang Tao, Yuan Haoyu, Jia Hongjie, et al. Stochastic subspace identification-based approach for tracking inter-area oscillatory modes in bulk power system utilising synchrophasor measurements[J]. IET

Generation, Transmission & Distribution (S1751-8687), 2015, 9(15): 2409-2418.

[7] Khan I, Shan D, Li Q. Continuous Modal Parameter Identification of a Cable-Stayed Bridge Based on Robustious Decomposition and Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering (S2228-6160), 2016, 40(1): 11-22.

[8] Kian Jalaleddini, Robert E Kearney. Subspace Identification of SISO Hammerstein Systems: Application to Stretch Reflex Identification[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering (S0018-9294), 2013, 60(10): 2725-2734.

[9] 刘昕明, 高宪文, 刘昕哲. 基于改进闭环子空间的集气管压力辨识方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(5): 1079-1085.
Liu Xinming, Gao Xianwen, Liu Xinzhe. Improved pressure identification method based on manifold subspace[J]. Chinese Journal of instrumentation (S0254-3087), 2014, 35(5): 1079-1085.

[10] Ademar Goncalves Costa Junior, Jose Antonio Riul, Paulo Henrique Miranda Montenegro. Application of the Subspace Identification Method using the N4SID Technique for a Robotic Manipulator[J]. IEEE Latin America Transactions (S1548-0992), 2016, 14(4): 1588-1593.

[11] Xie Yong, Liu Pan, Cai Guoping. Modal parameter identification of flexible spacecraft using the covariance-driven stochastic subspace identification (SSI-COV) method[J]. Acta Mechanica Sinica (S1614-3116), 2016, 32(4): 710-719.

[12] Dai Mingxiang, He Ying, Yang Xinmin. Continuous-time system identification with nuclear norm minimization and GPMF-based subspace method[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica (S2329-9266), 2016, 3(2): 184-191.

[13] Cabrera R N, Martínez V M A, Medina M A. Analysis Of Subspace Identification Methods Based On The Estimation Of The System Matrices[J]. IEEE Latin America Transactions (S1548-0992), 2015, 13(4): 1068-1076.

[14] Wu Xin, Huang Bormin, Wang Lizhe, et al. GPU-Based Parallel Design of the Hyperspectral Signal Subspace Identification by Minimum Error (HySime)[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing (S1939-1404), 2016, 9(9): 4400-4406.

[15] Nezam Sarmadi S A, Vaithianathan Venkatasubramanian. Electromechanical Mode Estimation Using Recursive Adaptive Stochastic Subspace Identification[J]. IEEE Transactions on Power Systems (S0885-8950), 2014, 29(1): 349-358.

[16] Wang Dongqing, Ding Feng, Liu Ximei. Least squares algorithm for an input nonlinear system with a dynamic subspace state space model[J]. Nonlinear Dynamics (S0924-090X), 2014, 75(1): 49-61.

[17] Ni Jingmin, Shen Chen, Liu Feng. Estimation of the electromechanical characteristics of power systems based on a revised stochastic subspace method and the stabilization diagram[J]. Science China Technological Sciences (S1674-7321), 2012, 55(6): 1677-1687.

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806008