

6-14-2018

## Modeling and Computer Simulation of Numerical Experiments on Laser Propagation through Atmospheric Turbulence

Chunyi Chen

*1. Key Laboratory of Photoelectric Measurement & Control and Optical Information Transfer Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;;2. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;*

Huamin Yang

*1. Key Laboratory of Photoelectric Measurement & Control and Optical Information Transfer Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;;2. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;*

Bin Ren

*2. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;*

Zhengang Jiang

*2. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

---

This Original Article is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Modeling and Computer Simulation of Numerical Experiments on Laser Propagation through Atmospheric Turbulence

## Abstract

**Abstract:** Focusing on numerical simulations of laser propagation in atmospheric turbulence, *a method for determining the grid size of optical-field samples that need to be stored in a data file was first suggested, and a simulation scheme based on a parallel computer cluster was proposed.* By performing simulation examples, both the average intensity of collimated fundamental Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence and the change in spatial-mode composition of Laguerre-Gaussian (LG) beams travelling in atmospheric turbulence were studied. Analyses show that *for the case of horizontal propagation, the use of a matching approach based on zero-order moment to determine the atmospheric coherence parameter associated with each random phase screen leads to greater simulation accuracy than the use of that based on higher-order moment; atmospheric turbulence results in inter-mode scattering of a propagated LG beam with its strength depending on the absolute turbulence level, transmitting-plane beam parameter, radial index and azimuthal index.*

## Keywords

numerical modeling, computer simulation, laser, atmospheric turbulence, propagation

## Recommended Citation

Chen Chunyi, Yang Huamin, Ren Bin, Jiang Zhengang. Modeling and Computer Simulation of Numerical Experiments on Laser Propagation through Atmospheric Turbulence[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(6): 2133-2143.

## 激光大气湍流传输数值实验建模与计算机模拟

陈纯毅<sup>1,2</sup>, 杨华民<sup>1,2</sup>, 任斌<sup>2</sup>, 蒋振刚<sup>2</sup>

(1. 长春理工大学光电测控与光信息传输技术教育部重点实验室, 长春 130022; 2. 长春理工大学计算机科学技术学院, 长春 130022)

**摘要:** 针对激光大气湍流传输数值模拟问题, 提出根据平均光强分布来确定光场网格采样保存区域的方法, 设计出并行集群模拟方案。通过模拟实例, 研究了准直基模高斯光束经大气湍流传输后的平均光强和拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的空间模构成变化问题。分析结果表明: 对水平传输情形, 相对于高阶矩匹配法, 用零阶矩匹配法确定随机相位屏大气相干参数能得到更高的模拟精度; 大气湍流导致拉盖尔-高斯光束发生模间散射, 其强度取决于绝对湍流强度以及光束的发射平面参数、径向指数和方位指数。

**关键词:** 数值建模; 计算机模拟; 激光; 大气湍流; 传输

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2018) 06-2133-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806017

### Modeling and Computer Simulation of Numerical Experiments on Laser Propagation through Atmospheric Turbulence

Chen Chunyi<sup>1,2</sup>, Yang Huamin<sup>1,2</sup>, Ren Bin<sup>2</sup>, Jiang Zhengang<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Photoelectric Measurement & Control and Optical Information Transfer Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China; 2. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** Focusing on numerical simulations of laser propagation in atmospheric turbulence, a method for determining the grid size of optical-field samples that need to be stored in a data file was first suggested, and a simulation scheme based on a parallel computer cluster was proposed. By performing simulation examples, both the average intensity of collimated fundamental Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence and the change in spatial-mode composition of Laguerre-Gaussian (LG) beams travelling in atmospheric turbulence were studied. Analyses show that for the case of horizontal propagation, the use of a matching approach based on zero-order moment to determine the atmospheric coherence parameter associated with each random phase screen leads to greater simulation accuracy than the use of that based on higher-order moment; atmospheric turbulence results in inter-mode scattering of a propagated LG beam with its strength depending on the absolute turbulence level, transmitting-plane beam parameter, radial index and azimuthal index.

**Keywords:** numerical modeling; computer simulation; laser; atmospheric turbulence; propagation

## 引言

近地面大气绝大多数情况下都处于湍流运动



收稿日期: 2016-07-31 修回日期: 2016-10-01;  
基金项目: 国家自然科学基金(61275080, 61475025, 61775022), 教育部博士点专项基金(20132216110002), 吉林省科技发展计划(20150101016JC, 20180519012JH);  
作者简介: 陈纯毅(1981-), 男, 重庆, 博士, 教授, 研究方向为光传输建模与仿真。

状态。大气湍流介质的光学折射率扰动导致激光信号经其传播后出现光强闪烁、光束漂移、光束扩展、到达角起伏等现象, 它们通常都对实际激光传输工程系统性能产生负面影响<sup>[1-2]</sup>。为了评估这种负面影响的严重程度, 需要定量地研究激光经大气湍流传输后的各种光波参数统计量。研究各种光波参数统计量的方法包括理论解析法、实验测量以及计算

<http://www.china-simulation.com>

• 2133 •

机模拟等<sup>[3]</sup>。在利用理论解析法求解光波大气湍流传输问题时，往往要作一定的限定性假设(例如弱湍流假设或者极强湍流假设)，使得建立的理论模型只在特定条件下有效。实验测量受各种环境和工程条件制约，灵活性不高，不易获得全面的测量结果。计算机模拟本质上是利用蒙特卡洛方法产生随机光场样本，再对样本进行统计分析以获得各种光波参数统计量，其具有传输参数可灵活改变的优点，可为各种激光传输工程系统的设计提供更加全面的数据支持。

激光大气湍流传输计算机模拟已有不少研究报道<sup>[3-6]</sup>，虽然其中的算法原理并非特别复杂，但在实际模拟过程中可能会出现保存光场样本所需存储空间巨大的问题。由于激光大气湍流传输计算机模拟的计算开销大，执行模拟计算的时间通常很长。因此，利用并行集群计算技术来加快模拟速度非常必要。激光大气湍流传输计算机模拟用分离的随机相位屏来代替连续湍流，如何确定各相位屏的相位扰动强度是一个值得仔细探讨的问题。下面将针对这些问题展开讨论和分析。此外，学术界对大气湍流导致的拉盖尔-高斯光束的模演化问题作过解析理论研究<sup>[7-8]</sup>，但所得结果基本上都预先假设湍流足够弱，可用纯相位扰动近似来描述大气湍流对光波传输的影响。本文将利用计算机模拟方法来研究该问题，其无需使用纯相位扰动近似，且可以分析较强湍流条件下的拉盖尔-高斯光束模构成变化。

## 1 数值实验算法原理

激光大气湍流传输数值实验就是在计算机上以运行模拟程序的方式生成到达接收面的随机光场样本，每个光场样本都可看作是对接收面上的随机复光场的一次采样结果。大多数光电探测器件都只能测量光场强度(即光波的振幅信息)。相比于实验测量，计算机模拟则可以直接得到复光场(包括光波振幅和相位信息)，在此基础上可以更全面地分析各种光波参数统计量。这是计算机模拟相对于

实验测量的一个优势。与理论解析法不同，计算机模拟方法<sup>[3]</sup>把传输路径上的连续湍流分成一系列平行薄层，单个薄层的湍流引起的光波相位起伏足够小，使得光波经过该薄层的真空传输过程和受到的湍流相位扰动可以分开计算；每个大气湍流薄层对激光传输的影响用一个随机相位屏来建模，其代表了激光经过该薄层传输后附加上的相位扰动。

激光大气湍流传输计算机模拟使用迭代思想，针对所有湍流薄层，依次逐个模拟光束经过每个湍流薄层后的输出光场。激光经过任意一个薄层后的输出光场分成两步计算：第一步忽略衍射按几何光学原理直接把湍流随机相位屏代表的相位扰动加到输入光场上；第二步把薄层看作真空，使用惠更斯-菲涅耳原理计算附加相位扰动的光场经过薄层传播后的输出光场。由于使用迭代方法，在数值实验过程中，每个薄层的输入光场是一个已知量。假设激光沿  $z$  轴正向传输，垂直于  $z$  轴的任意平面上的光场记为  $U(\mathbf{r}, z=l)$ ，其中  $\mathbf{r}$  表示平面上的一点， $l$  表示平面在  $z$  轴上所处的位置。激光经过一个厚度为  $\Delta_z$  的湍流薄层传播后的输出光场为<sup>[3]</sup>

$$U(\mathbf{r}, z=l) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left[ e^{iS(\mathbf{r})} U(\mathbf{r}, z=l-\Delta_z) \right] \times e^{ik\Delta_z} \cdot \exp \left[ -i\Delta_z (\kappa_x^2 + \kappa_y^2) / (2k) \right] \right\} \quad (1)$$

式中： $\mathcal{F}$  和  $\mathcal{F}^{-1}$  分别表示傅里叶变换和逆傅里叶变换； $k = 2\pi/\lambda$  为光波波数， $\lambda$  表示光波波长； $S(\mathbf{r})$  表示该薄层对应的随机相位屏； $\kappa_x$  和  $\kappa_y$  表示二维空间频率矢量  $\boldsymbol{\kappa}$  的两个分量，该薄层的输入和输出平面分别位于  $z = l - \Delta_z$  和  $z = l$  处。式(1)中的  $e^{ik\Delta_z}$  表示近轴传输导致的与横向位置  $\mathbf{r}$  无关的相位增量。

对于每次计算机模拟实验，首先使用蒙特卡洛方法为每个薄层生成一个随机相位屏样本，接着按前述方法计算光源发出的激光束经第一个薄层传输后的输出光场，以此作为第二个薄层的输入光场，并迭代计算其经过第二个薄层传输后的输出光场，照此依次计算各个薄层的输出光场，直到光束传输经过所有薄层为止，最终得到光束到达接收面

的一个光场样本。重复执行一定次数的计算机模拟实验, 可以得到一个光场样本集, 在此基础上使用统计分析方法就能获得各种光波参数统计量。从前面的论述可以发现, 生成符合光波大气湍流传输相位起伏统计特性的随机相位屏是开展激光大气湍流传输数值实验的关键。

通常使用谱反演法<sup>[6]</sup>生成湍流随机相位屏, 即基于平面波相位起伏空间功率谱模型, 利用傅里叶变换来计算二维平面上的随机相位值。在弱湍流条件下, 平面波经厚度为  $\Delta_z$  的薄层传输后的相位起伏二维空间功率谱可写为<sup>[3]</sup>

$$F_\varphi(\kappa_x, \kappa_y) = 2\pi k^2 \Delta_z \Phi_n(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z = 0) \quad (2)$$

式中:  $\kappa_x$ 、 $\kappa_y$  和  $\kappa_z$  为三维空间频率矢量  $\mathbf{K}$  的 3 个分量;  $\Phi_n(\cdot)$  表示大气折射率起伏功率谱。把修正 von Kármán 湍流谱<sup>[9]</sup>代入式(2), 可以得到

$$F_\varphi(\kappa_x, \kappa_y) = 0.49 r_{0,p}^{-5/3} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2) (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \quad (3)$$

式中:  $\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$ ,  $\kappa_m = 5.92/l_0$ ,  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $l_0$  为湍流内尺度,  $L_0$  为湍流外尺度, 平面波大气相干参数  $r_{0,p}$  (即平面波 Fried 参数) 可写为<sup>[3]</sup>

$$r_{0,p} = \left[ 0.423 k^2 \int_0^{\Delta_z} C_n^2(z) dz \right]^{-3/5} \quad (4)$$

式中:  $C_n^2(\cdot)$  表示大气折射率结构常数。参数  $r_{0,p}$  描述了湍流随机相位屏的相位扰动强度,  $r_{0,p}$  越小表明相位扰动越强。假设  $a_R(\mathbf{\kappa}) = A_R(\mathbf{\kappa}) + iB_R(\mathbf{\kappa})$  为一个二维复随机函数,  $\mathbf{\kappa} = [\kappa_x, \kappa_y]^T$  表示二维空间频率矢量,  $A_R(\mathbf{\kappa})$  和  $B_R(\mathbf{\kappa})$  都是均值为 0、方差为 1 的实高斯白噪声随机变量, 则空间统计相关特性满足  $F_\varphi(\kappa_x, \kappa_y)$  的二维随机相位屏可写为<sup>[3]</sup>

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{\kappa} a_R(\mathbf{\kappa}) \sqrt{F_\varphi(\kappa_x, \kappa_y)} \exp(i\mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{r}) \quad (5)$$

由式(3)、(5)可知, 湍流随机相位屏的控制参数包括  $r_{0,p}$ 、 $l_0$  和  $L_0$ 。注意,  $\varphi(\mathbf{r})$  可看作是二维函数  $a_R(\mathbf{\kappa}) [F_\varphi(\kappa_x, \kappa_y)]^{1/2}$  的逆傅里叶变换。因此式(5)可以用快速傅里叶变换算法来求解。在利用快速傅里叶变换算法生成湍流随机相位屏时, 通常存在低频采样不足问题, 导致不能精确地表示像倾斜这样的低阶相位起伏。可通过向湍流随机相位屏添加低频次谐波分量<sup>[10]</sup>的方法来解决这个问题。

## 2 光场网格采样保存区域确定方法

使用计算机模拟方法, 可以比较容易地得到接收平面上的光场采样值。为了便于后续随时对模拟结果作各种统计分析, 需要把每次数值模拟实验得到的接收平面光场样本保存在磁盘数据文件中。如果在计算机模拟时, 使用  $1024 \times 1024$  的网格来采样接收平面上的光场, 光场采样点用复数表示(其实部和虚部都存储为双精度浮点数, 每个光场采样点占用 16 个字节的存储空间), 则一次模拟得到的接收平面光场样本需占用 16 MB 的存储空间(按计算机技术领域的习惯,  $1 \text{ M} = 1024^2$ ); 假设总共需要获得 500 个光场样本, 如果把每个光场样本的所有采样点都保存到磁盘数据文件中, 则需要的存储空间大于 7.8 GB(按计算机技术领域的习惯,  $1 \text{ G} = 1024 \text{ M}$ )。在对光场样本进行统计分析时, 需要把磁盘数据文件中的数据读入到计算机内存中。很明显, 磁盘数据文件越大, 读入操作耗时越长。

在设置计算机模拟采样参数时, 一方面, 需要保证接收平面上的采样间隔足够小, 以便充分采样接收探测区域, 另一方面, 又要使接收平面采样网格尺寸足够大, 以避免在接收探测区域出现混叠现象。因此, 利用计算机模拟得到的接收平面光场样本的有效光场区域一般为位于采样网格中心的一个子区域, 采样网格四周的多数采样点的值基本上等于 0。有鉴于此, 在保存接收平面光场样本时, 实际上只需保存有效光场区域内的网格采样点。

为了能在执行计算机模拟之前确定一个大小合适的保存网格区域, 这里首先利用解析方法根据计算机模拟所用的大气湍流参数和传输几何参数, 计算接收平面上的归一化平均光强分布, 然后依据归一化平均光强分布设置保存网格区域大小, 使归一化平均光强值明显不为零的网格采样点都能保存到磁盘数据文件中。在开展实际数值实验时, 为了避免瞬时光束漂移导致光束瞬时横截面光斑超出保存网格区域的情况发生, 可适当增加保存网格区域大小。值得注意的是, 与其他光波参数统计量不同, 可以很容易地计算出任意初始空间分布的光

束经大气湍流传输后在接收平面上的平均光强分布。利用傅里叶变换,可以把距离发射平面  $L$  处的光束平均光强分布写为<sup>[11]</sup>

$$\bar{I}(\mathbf{r}, z=L) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \{ H(\mathbf{r}, z=L) \} \times \mathcal{F} \{ I^{(0)}(\mathbf{r}, z=L) \} \right\} \quad (6)$$

$$\mathcal{F} \{ H(\mathbf{r}, z=L) \} = \exp \left[ -\frac{1}{2} D_{sp} \left( \kappa \frac{L}{k} \right) \right] \quad (7)$$

式中:  $I^{(0)}(\cdot)$  表示在真空传输条件下的接收平面光强分布;  $D_{sp}(\cdot)$  表示球面波结构函数<sup>[11]</sup>。利用快速傅里叶变换算法可以很容易地求解式(6)。

### 3 模拟计算的集群并行化设计

为了获得可靠的光波参数统计结果,需要产生大量的接收平面光场样本,因此激光大气湍流传输数值实验的计算量非常大。对于一组给定的大气湍流和传输几何参数,往往需要较长的时间才能得到所需的接收平面光场样本集。如果要研究不同大气湍流和传输几何参数条件下的激光传输特性,则计算机模拟的执行时间会更长,可能需要若干天的时间才能执行完毕。值得注意的是,激光大气湍流传输数值实验的各次模拟之间不存在依赖关系,天然具有并行性;因此可以利用并行集群计算技术来缩短激光大气湍流传输数值实验的执行时间长度。

如图1所示,并行计算集群系统由若干个计算结点通过网络交换机与控制结点相连组成,操作人员通过控制结点来控制和使用各个计算结点,各个结点都安装有激光大气湍流传输计算机模拟程序并与控制结点保持网络通信连接。在开展激光大气湍流传输数值实验时,操作人员把模拟参数文件和各结点执行的模拟次数通过网络发送给各个计算结点,各计算结点按照模拟参数文件中的内容设置模拟程序参数,并执行指定次数的模拟计算(每次模拟都得到一个接收平面光场样本)。模拟参数文件使用参数名-参数值对的形式以文本格式存储,包括波长、传输距离、大气相干参数、湍流外尺度、湍流内尺度、光束初始半径、发射平面采样间隔、接收平面采样间隔、采样网格大小、传输路径上的相

位屏数目等参数。由于各计算结点的模拟结果数据文件一般都比较(可能若干 MB 甚至若干 GB),因此不宜直接把各结点的光场样本数据传回控制结点。在计算光波参数统计量时,操作员先通过控制结点控制各计算结点对它们各自生成的光场样本集进行独立分析和处理,然后把各计算结点的处理结果传送到控制结点,再综合在一起得到最终的结果。例如,在计算平均光强分布时,先并行地求解各计算结点的所有光场样本的瞬时光强分布之和(即把所有样本的瞬时光强分布累加在一起),然后把各结点得到的瞬时光强分布之和传送给控制结点,由控制结点进行累加后再除以总的模拟次数就得到平均光强分布结果。使用这种统计分析策略比把计算结点的光场样本模拟结果直接传回控制结点要明显节省时间。对于有  $N$  个计算结点的集群(各计算结点的软硬件配置相同),集群模拟计算时间基本上可以缩减为单计算结点执行时间的  $1/N$ 。

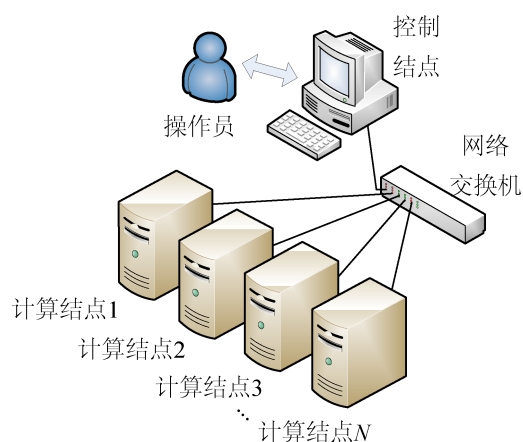


图1 计算集群的概念结构示意图

Fig. 1 Conceptual schematic representation of computer-cluster architecture

### 4 模拟实例与结果分析

激光大气湍流传输计算机模拟程序使用 Matlab 编程语言实现。本节将给出两个不同的激光大气湍流传输计算机模拟实例,第一个实例用于分析和讨论计算机模拟中的各个相位屏的相位扰动强度确定问题,第二个实例用于求解和研究拉盖尔

-高斯光束经大气湍流传输后的模构成变化问题。本节的模拟计算在曙光高性能计算集群上完成, 总共使用了 7 个计算结点。在创建随机相位屏时, 利用添加次谐波分量的方法来提高低频采样精度。

#### 4.1 模拟实例一

激光大气湍流传输数值实验利用分布在传输路径上的一系列分离的随机相位屏来模拟连续湍流对光波传输的影响。这里假设一束准直基模高斯光<sup>[9]</sup>沿水平大气湍流路径传输。与各种理论研究类似, 可以假设大气湍流折射率结构常数沿水平传输路径不发生变化。执行计算机模拟时, 在水平传输路径上等间隔地放置  $M$  个随机相位屏。另外, 各种理论研究通常假设湍流内外尺度沿水平传输路径不发生变化。因此当给定模拟场景时, 对各个随机相位屏, 式(3)中的  $\kappa_0$  和  $\kappa_m$  都为特定的固定值。在光波大气湍流传输计算机模拟中, 有时采用如下随机相位屏  $r_{0,p}$  参数值设置准则: 保证用分层湍流模型计算得到的某个或者某几个光波参数统计量和用连续湍流模型计算得到的结果之间相互一致<sup>[12]</sup>。例如, 考虑当  $l_0 \rightarrow 0$ 、 $L_0 \rightarrow \infty$  时的球面波大气相干参数  $r_{0,s}$  和球面波对数振幅方差  $\sigma_{\chi,s}^2$  这两个光波参数统计量<sup>[3,9]</sup>, 要求在指定每个相位屏所在位置后, 通过为各个相位屏设置合适的  $r_{0,p}$  参数值, 使得基于分层湍流模型和连续湍流模型计算得到的光波参数统计量相等, 即:

$$r_{0,s}^{-5/3} = 0.423k^2 L \int_0^1 \xi^{5/3} C_n^2(\xi L) d\xi = 0.423k^2 \sum_{j=1}^M \xi_j^{5/3} \hat{C}_{n,j}^2 \quad (8)$$

$$\sigma_{\chi,s}^2 = 0.563k^{7/6} L^{11/6} \int_0^1 C_n^2(\xi L) \xi^{5/6} (1-\xi)^{5/6} d\xi = 0.563k^{7/6} L^{5/6} \sum_{j=1}^M \xi_j^{5/6} (1-\xi_j)^{5/6} \hat{C}_{n,j}^2 \quad (9)$$

式中:  $L$  为从发射平面到接收平面的距离;  $\xi_j = z_j / L$  表示归一化距离;  $z_j$  为从第  $j$  个相位屏所在位置到发射平面的距离;  $\hat{C}_{n,j}^2 = r_{0,p,j}^{-5/3} / (0.423k^2)$  用于表征第  $j$  个相位屏代表的湍流扰动强度;  $r_{0,p,j}$  表示第  $j$  个相位屏的  $r_{0,p}$  参数值。对于式(8),  $\hat{C}_{n,j}^2$  的位置权重为  $\xi_j^{5/3}$ ; 对于式(9),  $\hat{C}_{n,j}^2$  的位置权重为  $[\xi_j(1-\xi_j)]^{5/6}$ 。注

意, 式(8)和式(9)的第一行表示用连续湍流模型计算得到的结果, 第二行则表示用分层湍流模型计算得到的结果。对于相位屏沿传输路径等间隔分布的情形, 当参数  $L$ 、 $k$ 、 $r_{0,s}$ 、 $\sigma_{\chi,s}^2$ 、 $M$  给定后, 可用约束优化方法根据式(8)和式(9)联立求解  $\hat{C}_{n,j}^2$ ; 第  $j$  个相位屏的  $r_{0,p}$  参数值为  $[0.423k^2 \hat{C}_{n,j}^2]^{-3/5}$ 。根据文献[13]的定义, 在此将基于式(8)和式(9)确定各相位屏的相位扰动强度的方法称为分层湍流模型与连续湍流模型的高阶矩匹配方法, 该方法考虑了相位屏的位置权重影响。如果不考虑相位屏的位置权重, 可使用如下匹配方法

$$L \int_0^1 C_n^2(\xi L) d\xi = \sum_{j=1}^M \hat{C}_{n,j}^2 \quad (10)$$

式(10)可以看作是零阶矩匹配方法<sup>[13]</sup>。使用零阶矩匹配方法, 对于大气折射率结构常数沿传输路径不发生变化且相位屏沿传输路径等间隔分布的情形,  $\hat{C}_{n,j}^2 = r_{0,s}^{-5/3} / (0.1586k^2 M)$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ 。下面将通过实际计算机模拟实例, 来研究使用前述高阶矩匹配方法和零阶矩匹配方法确定相位屏的  $r_{0,p}$  参数值对模拟结果精度的影响。本小节使用的基本模拟参数为:  $L = 5 \text{ km}$ 、 $\lambda = 800 \text{ nm}$ 、 $L_0 = 20 \text{ m}$ 、 $l_0 = 5 \text{ mm}$ ; 考虑发射准直基模高斯光束的情形; 在水平传输路径上等间隔放置 20 个湍流随机相位屏, 使用  $512 \times 512$  的网格对光场进行采样。这里将使用准直基模高斯光束的发射平面参数  $\Lambda_0 = 2L/(kw_0^2)$  来描述光束传输的几何特性,  $w_0$  表示光束的初始半径;  $\Lambda_0$  越小表明光束传输特性越类似于平面波,  $\Lambda_0$  越大表明光束传输特性越类似于球面波。对于本小节的计算机模拟, 由于  $L$  和  $\lambda$  是固定值, 因此给定  $\Lambda_0$  的值就意味着给定  $w_0$  的值。

图 2 是通过计算机模拟得到的接收平面光场样本的瞬时光强分布, 其中  $\Lambda_0 \equiv 10$ ,  $r_{0,s} \equiv 6 \text{ cm}$ 。由图 2 可以发现, 光束在接收面上的横截面光斑发生了明显的破碎, 在横截面内可能出现多个分离的瞬时光强峰值, 光斑完全失去高斯光束斑的基本特征; 另外, 从图 2 可以发现, 对不同的接收平面光场样本, 瞬时光强峰值出现在不同的横截面位置。

对于激光大气传输工程应用系统来说,如果接收平面光场的瞬时光强峰值正好位于接收孔径内,则接收机收到的光信号最强,否则接收机收到的光信号就相对变弱。

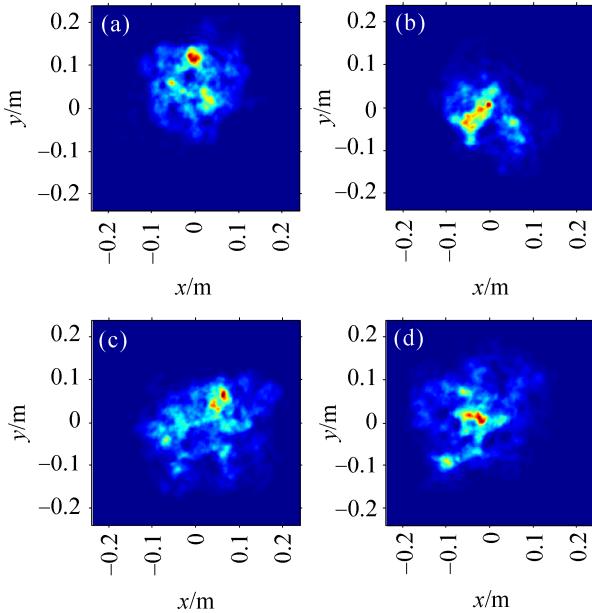


图2 接收平面光场样本的瞬时光强分布  
Fig. 2 Instantaneous intensity distribution of optical-field samples at receiving plane

图3给出了对计算机模拟结果进行统计分析后得到的接收平面归一化平均光强剖面图(使用解析解的平均光强峰值进行归一化),其中 $r_{0,s} \equiv 6$  cm。图3(a)对应 $\Lambda_0 = 0.1$ ,图3(b)对应 $\Lambda_0 = 1$ ,图3(c)对应 $\Lambda_0 = 10$ 。这里的平均光强是对800个光场样本求平均得到的结果。对比图3(a)~3(c)中的解析解、零阶矩匹配结果和高阶矩匹配结果可以发现,零阶矩匹配结果比高阶矩匹配结果更接近解析解。尤其是对 $\Lambda_0 = 1$ 的情形,高阶矩匹配结果明显偏离解析结果。注意,图3对应的平面波Rytov方差<sup>[9]</sup>为1.831,湍流相对较强。令 $r_{0,s} \equiv 20$  cm(对应的平面波Rytov方差为0.246),可以得到和图3(a)~3(c)相对应的结果,相应的曲线基本特征与图3(a)~3(c)类似,在此不再给出图示结果;但是通过分析发现,此时零阶矩匹配方法和高阶矩匹配方法导致的模拟结果精度差异变得不再明显,其中的原因是大气湍流很弱。从前面的分析可以看出,当各

相位屏在水平传输路径上的位置确定后,各相位屏的相位扰动强度确定方法对模拟结果的精度有重要影响;对于水平传输路径,当湍流比较强时,用零阶矩匹配方法计算各相位屏的相位扰动强度获得的模拟结果与用高阶矩匹配方法计算各相位屏的相位扰动强度获得的模拟结果之间可能存在明显的差异;可以发现基于零阶矩匹配方法得到的结果更精确。另外,对于图3(a)~3(c)所示结果,在 $\Lambda_0 = 1$ 的条件下,基于零阶矩匹配方法得到的结果和基于高阶矩匹配方法得到的结果差异最大。

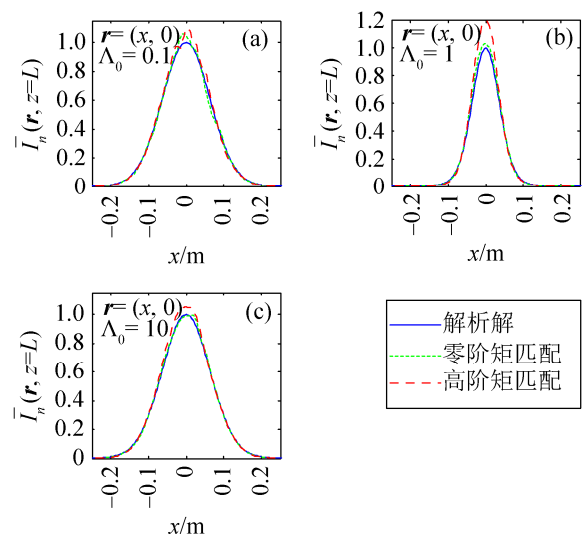


图3 接收平面上的归一化平均光强剖面图  
Fig. 3 Profile of normalized average intensity at receiving plane

## 4.2 模拟实例二

本小节研究和分析拉盖尔-高斯光束在大气湍流中沿水平路径传输后的模构成变化问题。在真空中传输的拉盖尔-高斯模场可以表示为<sup>[14]</sup>

$$U_{p,l}^{(0)}(\mathbf{r}, z=L) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \frac{1}{w_L} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_L} \right)^{|l|} \exp\left[-\frac{r^2}{w_L^2}\right] \times L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w_L^2} \right) \exp\left[ \frac{ikr^2L}{2(L^2+z_R^2)} \right] \exp(il\phi) \times \exp\left[ -i(2p+|l|+1) \tan^{-1}\left( \frac{L}{z_R} \right) \right] \quad (11)$$



$$w_L = w_0 \sqrt{(L^2 + z_R^2) / z_R^2} \quad (12)$$

式中:  $w_0$  表示发射平面上的最低阶准直高斯模场半径;  $z_R = 0.5k w_0^2$ ;  $L_p^l(\cdot)$  表示广义拉盖尔多项式;  $r$  表示位于  $z = L$  处的平面上的一点  $\mathbf{r}$  到光轴的距离;  $\phi$  为  $\mathbf{r}$  对应的极角;  $p$  表示拉盖尔-高斯模场的径向指数;  $l$  表示拉盖尔-高斯模场的方位指数。当  $L = 0$  时,  $U_{p,l}^{(0)}(\mathbf{r}, z = 0)$  表示发射平面上的拉盖尔-高斯模场。为了简化叙述, 后面将使用符号  $LG_{p,l}$  来表示径向指数为  $p$ 、方位指数为  $l$  的拉盖尔-高斯模场。对于固定的  $w_0$ , 在接收平面上, 式(11)所示的具有不同径向和方位指数的拉盖尔-高斯模场之间相互正交, 构成一个标准正交基。对给定的拉盖尔-高斯模场, 经大气湍流传输后, 接收平面上的光场振幅和相位都会发生扰动, 使得接收面光场不再是单个纯的拉盖尔-高斯模场。利用模分解理论<sup>[15]</sup>可以把接收面光场写成不同拉盖尔-高斯模场的线性叠加形式:

$$U_{p,l}(\mathbf{r}, z = L) = \sum_{p'=0}^{\infty} \sum_{l'=-\infty}^{\infty} a_{p,l}(p', l') U_{p',l'}^{(0)}(\mathbf{r}, z = L) \quad (13)$$

式中:

$$a_{p,l}(p', l') = \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r} U_{p,l}(\mathbf{r}, z = L) U_{p',l'}^{(0)*}(\mathbf{r}, z = L) \quad (14)$$

式中:  $U_{p,l}(\cdot)$  表示径向指数为  $p$ 、方位指数为  $l$  的拉盖尔-高斯模场经大气湍流传输后在接收平面上的光场;  $U_{p',l'}^{(0)}(\cdot)$  表示径向指数为  $p'$ 、方位指数为  $l'$  的拉盖尔-高斯模场经真空传输后在接收平面上的光场。由于大气湍流的随机性,  $a_{p,l}(p', l')$  实际上是一个随机量。可以使用平均模密度来描述接收面光场中的不同拉盖尔-高斯模的重要程度, 其可以定义为

$$P_{p,l}(p', l') = \langle |a_{p,l}(p', l')|^2 \rangle \quad (15)$$

式中:  $\langle \cdot \rangle$  表示求平均。对给定的  $p'$  和  $l'$ ,  $P_{p,l}(p', l')$  越大表明  $LG_{p,l}$  模在接收面光场中的重要性越高。

本小节考虑式(11)所描述的拉盖尔-高斯光束在大气湍流中沿水平路径传输, 使用的基本模拟参

数为:  $L = 2 \text{ km}$ 、 $\lambda = 800 \text{ nm}$ 、 $L_0 = 20 \text{ m}$ 、 $l_0 = 5 \text{ mm}$ ; 用  $1024 \times 1024$  的网格对光场进行采样, 各相位屏沿水平传输路径等间隔分布, 相位屏数目根据湍流的强弱而定, 取 20~50 之间的数; 大气湍流导致的传输光场扰动越强, 则相位屏数目取值相对较大; 用零阶矩匹配法确定各个相位屏的  $r_{0,p}$  参数值。对于每一组模拟参数, 生成 600 个光场样本。如果把每个光场样本的所有采样点都保存到数据文件中, 则 600 个样本总共所需的存储空间大于 9.3 GB。使用第 2 节所述方法可以减小数据存储开销; 对本小节的模拟传输, 分析发现在考虑的各种参数条件下, 所需保存的采样网格大小都不超过  $600 \times 600$ ; 因此保存光场样本总共所需存储空间不到原来的 35%。对于通过计算机模拟得到的每个接收面光场样本, 根据式(14)可以计算出瞬时模叠加系数, 再根据式(15)可得到平均模密度; 求平均所用的光场样本数为 600。

图 4 示出了拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的平均模密度分布, 其中图 4(a)~4(c)对应的拉盖尔-高斯光束的径向指数  $p = 0$ 、方位指数  $l = 1$ , 图 4(d)~4(f)对应的拉盖尔-高斯光束的径向指数  $p = 1$ 、方位指数  $l = 0$ 。在模拟图 4 对应的拉盖尔-高斯光束大气湍流传输时, 球面波大气相干参数值  $r_{0,s} \equiv 71.4 \text{ cm}$ (对应的平面波 Rytov 方差为 0.014)。与前一小节类似, 本节仍然使用  $\Lambda_0$  来描述发射平面上的光束参数(当给定  $\Lambda_0$ 、 $L$  和  $\lambda$  后, 即可确定式(12)的参数  $w_0$  的值)。图 4(a)和图 4(d)对应  $\Lambda_0 = 0.1$ , 图 4(b)和图 4(e)对应  $\Lambda_0 = 1$ , 图 4(c)和图 4(f)对应  $\Lambda_0 = 10$ 。图 4 对应的大气湍流很弱, 对光束传输产生的扰动影响很小; 因此接收平面光场的平均模密度分布离散柱形图呈现近似单条柱的特征, 该条柱对应于径向指数  $p' = p$ 、方位指数  $l' = l$  的模场(即初始拉盖尔-高斯模场)。这表明传输到达接收平面的光场包含的模场成分主要是初始拉盖尔-高斯模场, 此时大气湍流导致的模间散射基本上可以忽略。相比于图 4, 图 5 和图 6 示出了拉盖尔-高斯光束经更强的大气湍流传输后的平均模密度分布。

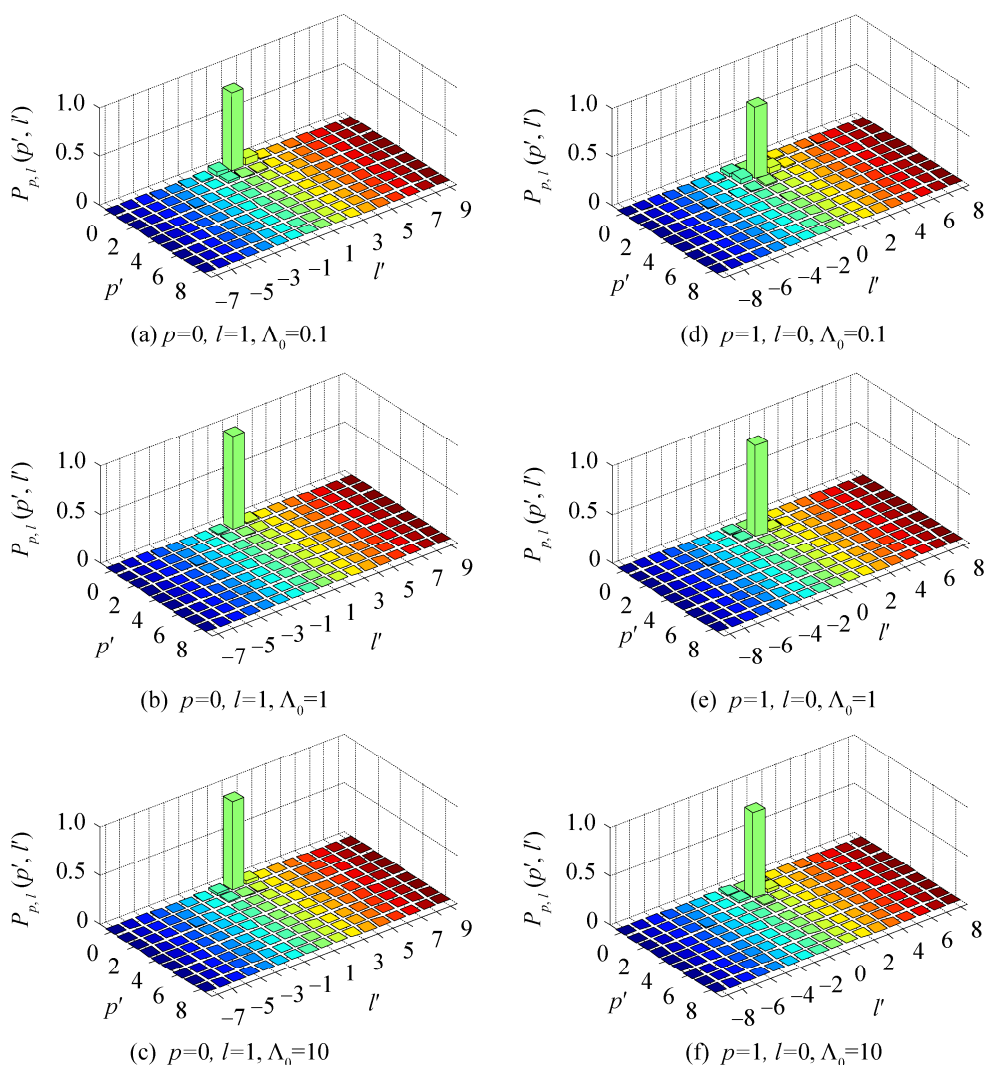
图4 拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的平均模密度分布( $r_{0,s} \equiv 71.4$  cm)Fig. 4 Averaged mode density of Laguerre-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence ( $r_{0,s} \equiv 71.4$  cm)

图5对应的发射平面初始拉盖尔-高斯光束的径向指数  $p \equiv 0$ ; 图6对应的发射平面初始拉盖尔-高斯光束的方位指数  $l \equiv 0$ 。在模拟图5和图6对应的拉盖尔-高斯光束大气湍流传输时, 球面波大气相干参数值  $r_{0,s} \equiv 7.1$  cm(对应的平面波 Rytov 方差为 0.64)。图5(a)~(c)对应的发射平面初始拉盖尔-高斯光束的方位指数  $l = 1$ , 图5(d)~(f)对应的发射平面初始拉盖尔-高斯光束的方位指数  $l = 2$ ; 图5(a)和图5(d)对应  $\Lambda_0 = 0.1$ , 图5(b)和图5(e)对应  $\Lambda_0 = 1$ , 图5(c)和图5(f)对应  $\Lambda_0 = 10$ 。图6(a)~(c)对应的发射平面初始拉盖尔-高斯光束的径向指数  $p = 1$ ; 图6(d)~(f)对应的发射平面初始拉盖尔-高斯

光束的径向指数  $p = 2$ ; 图6(a)和图6(d)对应  $\Lambda_0 = 0.1$ , 图6(b)和图6(e)对应  $\Lambda_0 = 1$ , 图6(c)和图6(f)对应  $\Lambda_0 = 10$ 。

对比图4、图5和图6可以发现, 随着大气湍流的增强, 径向指数为  $p$ 、方位指数为  $l$  的拉盖尔-高斯光束传输到接收面后, 光场中包含有大量其他的拉盖尔-高斯模成分(即  $l' \neq l$  或  $p' \neq p$  的拉盖尔-高斯模)。这表明此时大气湍流导致的模间散射不可忽略, 发射的  $LG_{p,l}$  模中的功率被大气湍流散射到与其相邻的  $LG_{p',l'}$  模中。对比图5中的具有相同  $\Lambda_0$  值的两个子图可以发现, 发射光束的方位指数  $l$  越大,  $LG_{p,l}$  模的平均模密度越小, 相应地意味着

大气湍流导致的模间散射越严重。对比图6中具有相同 $\Lambda_0$ 值的两个子图可以发现, 发射光束的径向指数 $p$ 越大,  $LG_{p,l}$ 模的平均模密度越小。在真空中传输时, 拉盖尔-高斯光束的横截面光斑尺寸可以表示为 $W_L = (2p+l+1)^{1/2}w_L$  [14]; 所以增加 $p$ 或者 $l$ 导致 $W_L$ 增大。当光束穿过大气湍流时, 实际上只有那些尺度小于光束横向尺寸的湍流涡旋才能导致光束波前发生空间起伏。对于相同的湍流传输信道, 光束横向尺寸越大, 会存在更多的湍流涡旋可使光束波前产生空间起伏。因此, 当 $\Lambda_0$ 固定时, 增加拉盖尔-高斯光束的径向指数或者方位指

数都会导致大气湍流引起的光束模间散射变得更严重。此外, 当固定 $p$ 和 $l$ 时, 对比图5和图6中具有不同 $\Lambda_0$ 值的任意3个子图可以发现, 光束的发射平面参数 $\Lambda_0$ 对大气湍流导致的光束模间散射强弱也产生重要影响。对此处的模拟实例,  $\Lambda_0 = 1$ 对应的光束模间散射最小,  $\Lambda_0$ 减小到0.1或者增加到10都会导致模间散射变强。从上述分析可知, 拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的模间散射强度并不是只取决于绝对湍流强度, 而是由绝对湍流强度、发射平面光束参数 $\Lambda_0$ 、径向指数和方位指数共同决定。

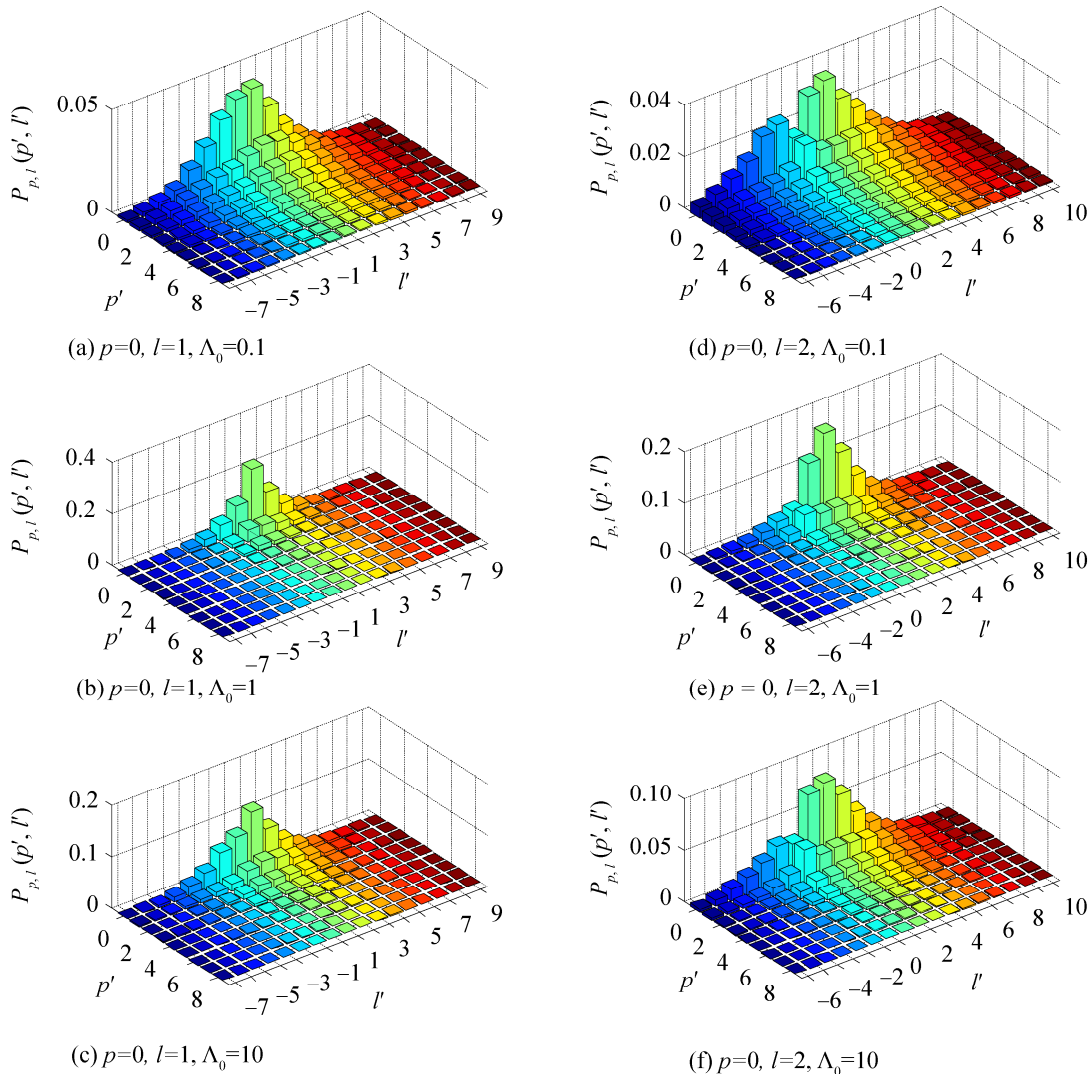
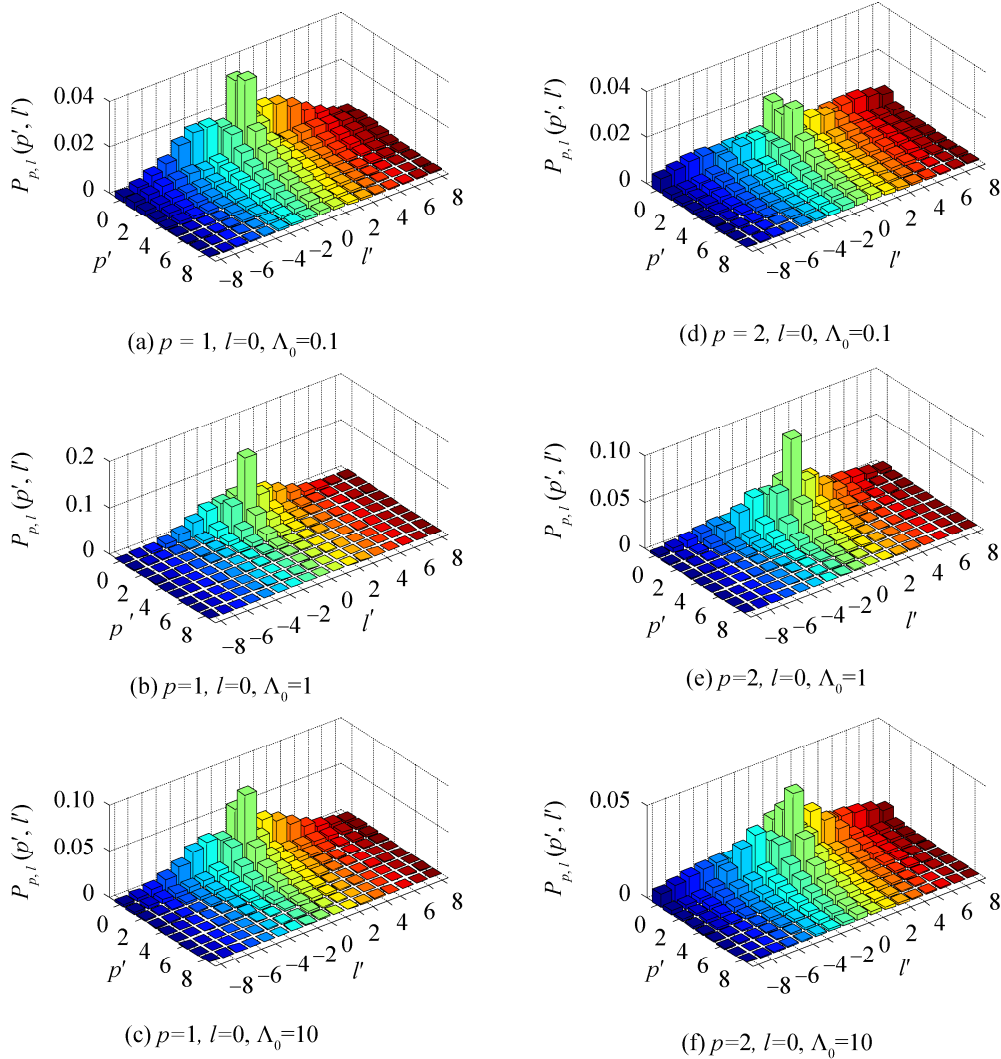


图5 拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的平均模密度分布( $r_{0,s} \equiv 7.1$  cm,  $p \equiv 0$ )

Fig. 5 Average mode density of Laguerre-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence ( $r_{0,s} \equiv 7.1$  cm,  $p \equiv 0$ )

图6 拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的平均模密度分布( $r_{0,s} \equiv 7.1 \text{ cm}$ ,  $l \equiv 0$ )Fig. 6 Average mode density of Laguerre-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence ( $r_{0,s} \equiv 7.1 \text{ cm}$ ,  $l \equiv 0$ )

当前,有不少研究者利用解析手段来分析拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的模演化情况<sup>[7-8]</sup>;为了便于解析处理,在理论推导时,通常都假设湍流非常弱,可以使用纯相位扰动近似来描述大气湍流对光束传输的影响,即忽略大气湍流导致的光波振幅起伏。本小节使用的计算机模拟方法不存在这一限制。实际上在本小节中,用计算机模拟得到的各个光场样本既包含光波振幅起伏,也包含光波相位起伏。由前面的分析可知,纯相位扰动近似的适用条件不能只考虑绝对湍流强度,还应该考虑发射平面光束参数、径向指数和方位指数。

## 5 结论

本文首先给出了激光大气湍流传输数值实验的计算机模拟算法原理,然后针对模拟光场样本数据的存储问题,提出根据平均光强分布来确定光场样本有效光场区域的方法,并据此选择合适的保存网格大小,从而显著减小保存光场样本数据所需的存储空间。此外,考虑到激光大气湍流传输计算机模拟所具有的天然并行性,本文针对并行计算集群平台设计出集群模拟方案,其能有效地缩短计算机模拟时间长度。

使用计算机模拟方法,通过计算准直基模高斯

光束经大气湍流传输后的平均光强和拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后的平均模密度分布, 分别研究和分析了传输路径上的各个随机相位屏的相位扰动强度确定问题和大气湍流导致的拉盖尔-高斯光束模构成变化问题。对于水平传输情形, 通过零阶矩匹配法确定各个随机相位屏的相位扰动强度得到的模拟结果比用高阶矩匹配法得到的模拟结果更精确。拉盖尔-高斯光束经大气湍流传输后会发模间散射, 导致初始拉盖尔-高斯模中的光功率被散射到与其相邻的模中; 增加拉盖尔-高斯光束的径向指数或者方位指数会引起模间散射变强; 模间散射强度并非仅取决于绝对湍流强度, 而是由绝对湍流强度、光束发射平面参数、径向指数和方位指数共同决定。

### 参考文献:

- [1] 王红星, 胡昊, 张铁英, 等. 弱湍流中无线光通信系统差错性能建模与仿真[J]. 系统仿真学报, 2011, 23(4): 788-792.  
Wang Hongxing, Hu Hao, Zhang Tieying, et al. Modeling and Simulating of Error Performance for Free Space Optical Communication System Through Weak Turbulence Atmosphere[J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(4): 788-792.
- [2] Khalighi M A, Uysal M. Survey on Free Space Optical Communication: a Communication Theory Perspective [J]. IEEE Communication Surveys and Tutorials (S1553-877X), 2014, 16(4): 2231-2258.
- [3] 饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.  
Rao Ruizhong. Modern Atmospheric optics[M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [4] Banakh V A, Gerasimova L O, Smalikho I N. Numerical Investigation of Short-pulse Laser Radiation Propagation in a Turbulent Atmosphere[J]. Quantum Electronics (S1468-4799), 2015, 45(3): 258-264.
- [5] Hyde IV M W, Basu S, Schmidt JD. Two-dimensional Simulation of Optical Wave Propagation through Atmospheric Turbulence[J]. Optics Letters (S1539-4794), 2015, 40(2): 233-236.
- [6] 常金勇, 强希文, 胡月宏, 等. 激光传输光束抖动效应的数值模拟[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(增 1): 46-49.  
Chang Jinyong, Qiang Xiwen, Hu Yuehong, et al. Numerical simulation of jittering effect of laser beams propagation[J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(S1): 46-49.
- [7] Alonso J R G, Brun T A. Protecting Orbital-angular-momentum Photons from Decoherence in a Turbulent Atmosphere[J]. Physical Review A (S1050-2947), 2013, 88(2): 022326.
- [8] Leonhard N D, Shatokhin V N, Buchleitner A. Universal Entanglement Decay of Photonic-orbital-angular-momentum Qubit States in Atmospheric Turbulence[J]. Physical Review A (S1050-2947), 2015, 91(1): 012345.
- [9] Andrews L C, Phillips R L. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- [10] Lane R G, Glindemann A, Dainty J C. Simulation of a Kolmogorov Phase Screen[J]. Waves in Random Media (S1745-5030), 1992, 2(3): 209-224.
- [11] Charnotskii M. Common Omissions and Misconceptions of Wave Propagation in Turbulence: Discussion[J]. Journal of the Optical Society of America A (S1520-8532), 2012, 29(5): 711-721.
- [12] Perlot N, Horwath J, Jüngling R. Modelling Wind in Simulations of Atmospheric Optical Propagation[C]// Proc. of SPIE, 2005: 140-150.
- [13] Roggemann M C, Welsh B M, Montera D, et al. Method for Simulating Atmospheric Turbulence Phase Effects for Multiple Time Slices and Anisoplanatic Conditions[J]. Applied Optics (S2155-3165), 1995, 34(20): 4037-4051.
- [14] Yao A M, Padgett M J. Orbital Angular Momentum: Origins, Behavior and Applications[J]. Advances in Optics and Photonics (S1943-8206), 2011, 3(2): 161-204.
- [15] Forbes A, Dudley A, McLaren M. Creation and Detection of Optical Modes with Spatial Light Modulators[J]. Advances in Optics and Photonics (S1943-8206), 2016, 8(2): 200-226.