

6-14-2018

Application of Finite Element Modification and Model Order Reduction in Temperature Control System

Xiaona Wang

1. China Jiliang University, Zhejiang Hangzhou 310018, China;;

Ye Ying

1. China Jiliang University, Zhejiang Hangzhou 310018, China;;

Qiyue Xu

1. China Jiliang University, Zhejiang Hangzhou 310018, China;;

Sebastian Marin

2. TU-Ilmenau, Ilmenau 98693, Germany;

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Original Article is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Application of Finite Element Modification and Model Order Reduction in Temperature Control System

Abstract

Abstract: A modification and model order reduction (MOR) method based on finite element model is proposed, which can be used in the design of simulation platform of furnace temperature control system. *Based on the step response test of furnace behavior and the modification of finite element model's key parameters in ANSYS, the model reflecting the actual characteristics of furnace is obtained. Based on the software tool called mor4ansys using Krylo subspace reduction method, the state space model is obtained.* The MATLAB/Simulink simulation platform based on state space model is built for more research work on furnace temperature control design. Based on the research of control algorithm of adiabatic calorimeter, the modeling process and the feasibility verification are described. The simulation research provides a reference for the application of engineering.

Keywords

model modification, MOR, state space, temperature control simulation, adiabatic calorimeter

Authors

Xiaona Wang, Ye Ying, Qiyue Xu, Sebastian Marin, Michael Hohmann, and Shuliang Ye

Recommended Citation

Wang Xiaona, Ye Ying, Xu Qiyue, Sebastian Marin, Michael Hohmann, Ye Shuliang. Application of Finite Element Modification and Model Order Reduction in Temperature Control System[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(6): 2251-2257.

基于有限元模型校正及降阶的温控系统设计

王晓娜¹, 叶莹¹, 许启跃¹, Sebastian Marin², Michael Hohmann², 叶树亮¹

(1. 中国计量大学, 浙江 杭州 310018; 2. 伊尔默瑙工业大学, 德国 伊尔默瑙 98693)

摘要: 提出了一种有限元模型校正及降阶方法在炉体温控系统仿真平台设计中的应用。通过测试炉体响应特性, 校正 ANSYS 有限元模型中的关键属性参数, 建立实际炉体特性模型。采用 Krylo 子空间降阶法的软件 mor4ansys 对有限元模型进行降阶, 并转化为状态空间表达式。利用 MATLAB/Simulink 搭建基于状态空间模型的温控仿真平台, 对炉体温控进行模拟设计。以绝热量热仪温控算法开发为例, 介绍了建模流程, 并验证了可行性, 为工程领域的应用提供了参考。

关键词: 模型校正; 模型降阶; 状态空间; 温控仿真; 绝热量热仪

中图分类号: TP391.9 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2018) 06-2251-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806031

Application of Finite Element Modification and Model Order Reduction in Temperature Control System

Wang Xiaona¹, Ye Ying¹, Xu Qiyue¹, Sebastian Marin², Michael Hohmann², Ye Shuliang¹

(1. China Jiliang University, Zhejiang Hangzhou 310018, China; 2. TU-Ilmenau, Ilmenau 98693, Germany)

Abstract: A modification and model order reduction (MOR) method based on finite element model is proposed, which can be used in the design of simulation platform of furnace temperature control system. Based on the step response test of furnace behavior and the modification of finite element model's key parameters in ANSYS, the model reflecting the actual characteristics of furnace is obtained. Based on the software tool called mor4ansys using Krylo subspace reduction method, the state space model is obtained. The MATLAB/Simulink simulation platform based on state space model is built for more research work on furnace temperature control design. Based on the research of control algorithm of adiabatic calorimeter, the modeling process and the feasibility verification are described. The simulation research provides a reference for the application of engineering.

Keywords: model modification; MOR; state space; temperature control simulation; adiabatic calorimeter

引言

炉体温度控制广泛应用于冶金、化工等工业领域中。对炉体温控系统过程建模, 通过仿真模拟温控系统特性, 验证温控策略, 是炉体温控系统开发

不可或缺的阶段, 也是温控领域的研究热点^[1-4]。在传统仿真中存在两类情况, 一方面, 需要利用数值求解方法建立一个精确的模型, 其中有限元法应用最为广泛, 但该方法得到的模型是高阶的, 对时间积分的, 且需要进行大规模自由度的运算, 会产生运算时间长、存储空间大的问题^[5]。另一方面, 为了实现实时控制和快速预测, 还需要系统级仿真的行为模型, 即紧凑的低阶模型, 以减少运算量, 提高运算效率。现代数学的发展为两个模型间的转



收稿日期: 2016-08-10 修回日期: 2016-11-03;
基金项目: 浙江省自然科学基金(LQ15F030003), 浙江省“仪器科学与技术”重重之重学科(JL150501);
作者简介: 王晓娜(1975-), 女, 辽宁凤城, 硕士, 副教授, 研究方向为精密测量; 叶莹(1992-), 女, 浙江杭州, 硕士, 研究方向为温度控制。

<http://www.china-simulation.com>

• 2251 •

换搭建了桥梁, 只需通过模型降阶即可得到系统级仿真模型, 而不必重新开发^[6]。

模型降阶就是在某种情况下, 将一个高阶系统转化为近似的低阶系统的过程^[7]。降阶系统应保持原始系统的某些特性, 如稳定性、无源性、近似的动态响应特性等。目前, 模型降阶的理论^[7]、方法^[8-9]已经得到大量关注, 热仿真领域也有相关研究。丁杰等^[10]以风冷散热器为例研究了基于瞬态热传导方程和模型降阶方法的系统级瞬态热仿真平台。陈鑫等^[11]针对高超声速飞行器气动热计算提出了一种本征正交分解与代理模型相结合的模型降阶方法。胡金秀等^[5,12]提出了一种用常数边界条件建立的瞬态热传导问题的特征正交分解降阶模态和求解变系数瞬态热传导问题的特征正交分解降阶方法。对于瞬态热仿真问题^[5,9-10,12-13], 采用降阶模型可以降低计算复杂度, 提高计算速度。在实际应用中, 基于 Krylo 子空间方法的程序 mor4ansys^[14]可以对 ANSYS 有限元模型进行降阶, 故本文采用 mor4ansys 作为降阶工具。

本文基于有限元模型校正及降阶方法, 通过修正 ANSYS 有限元模型中的关键属性参数以校正模型, 采用程序 mor4ansys 对校正模型进行降阶, 并转换为状态空间表达式, 应用于 MATLAB/Simulink 系统仿真平台开发。本文以绝热量热炉体有限元模型为例, 经过模型校正及降阶, 建立基于状态空间模型的炉温控制系统仿真平台。通过仿真验证温控策略的可行性, 为工程领域的应用提供了参考。

1 方法原理

1.1 模型校正

将 optiSLang 软件与 ANSYS 集成, 利用软件中的敏感度分析功能校正模型。

模型校正过程实质上是一个多参数优化的过程, 其定义可以表述如下^[15]:

在设定的搜索空间内寻找一组最优解 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, 使其满足 k 个不等约束:
$$g_i(x) \geq 0, i = 0, 1, 2, \dots, k$$

p 个等式约束:

$$h_j(x) = 0, j = 0, 1, 2, \dots, p$$

使得目标函数 $f(x)$ 达到最优。

在 optiSLang 中设定模型优化参数、边界约束、优化目标, 软件能够在约束条件内搜索最优解, 评估各参数对目标的影响, 输出重要参数及其影响因子。根据分析结果修改约束边界, 循环优化, 以校正模型。

1.2 模型降阶

模型降阶中最基本的方法就是 Krylo 子空间降阶方法, 通常采用构造的标准列正交向量基底对系统进行模型降阶, 能够保证原始系统传递函数一定数量的矩, 易于实现, 计算量较小, 应用最为普遍。

对于多输入多输出(MIMO)系统

$$\begin{cases} E \frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

式中: $E, A, B, C, x(t)$ 是状态变量; $u(t)$ 是输入变量; $y(t)$ 是输出变量。上式与状态空间表达式的形式相同, 很容易实现转换。

假设系统初始状态为零, 则通过 Laplace 变换后可以得到传递函数

$$H(s) = C(sE - A)^{-1}B$$

假设存在一点 $s_0 \in C$ 使得矩阵 $A - s_0E$ 非奇异, 则可将传递函数 $H(s)$ 在 s_0 处 Taylor 级数展开, 得到传递函数 $H(s)$ 在 s_0 处的第 i 阶矩为

$$M_i = -C((A - s_0E)^{-1}E)^i(A - s_0E)^{-1}B, \\ i = 0, 1, \dots$$

对此原始系统进行降阶需要获得变换矩阵 $V, W \in C^{n \times r} (r \ll n)$ 。对于多输入多输出系统, 其降阶系统为

$$\begin{cases} W^T E V \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = W^T A V \tilde{x}(t) + W^T B u(t) \\ \tilde{y}(t) = C V \tilde{x}(t) \end{cases}$$

此时, 原始系统和降阶系统的传递函数和矩均为 $m \times p$ 矩阵^[7]。

2 炉体有限元建模

2.1 绝热量热仪炉体介绍

绝热量热仪是能在安全受控的实验环境下提供绝热量热数据的仪器,可以测量计算化学物质反应释放的热量、放热速率、绝热温升等数据,以评估化学物质潜在热危害性。

绝热量热仪炉体是一个多输入多输出的复杂系统,炉体外壳为圆柱体,内部腔体与外壳之间填充保温材料。仪器内部包含8根电加热棒作为加热器件,具体为炉盖内平行分布2根,炉底平行分布2根,炉壁垂直均匀对称分布4根。炉体内共有3支控温热电偶,也分别位于炉盖、炉底和炉壁。另有一支测温热电偶放置于炉体中央。整体结构如图1所示。

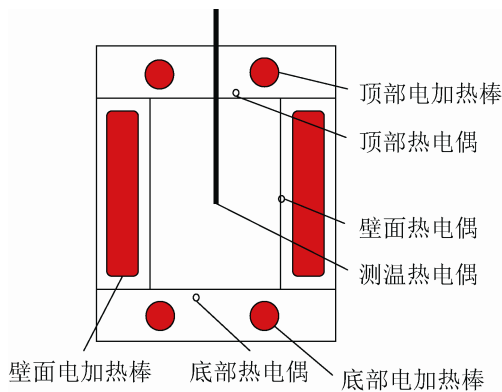


图1 绝热量热仪内部腔体结构示意图

Fig. 1 The inner cavity of adiabatic calorimeter

2.2 有限元建模

为保证绝热量热仪测量数据的准确性和有效性,对炉温进行精确控制。通过对炉体温控系统过程建模,进行温控系统设计和温控算法仿真研究。

在 ANSYS workbench 中对绝热量热仪炉体进行建模,并对模型做如下简化:

1. 去除螺栓、螺钉、把手等对仿真结果影响较小的复杂结构;
2. 炉体呈中心对称,只对其四分之一炉体建模;
3. 顶部、底部和壁面控温热电偶测点均简化为(1×1×1) mm 的立方体;

4. 实际温控只考虑固体结构中的温度分布情况,不关心炉腔内空气的流动特性,且流固耦合仿真计算耗时长,敏感度分析优化困难,故将炉腔内空气部分简化为固体,即不考虑空气对流换热,只考虑空气与炉腔接触部分的热传导。

简化后的炉体如图2所示,其材料如表1所示。

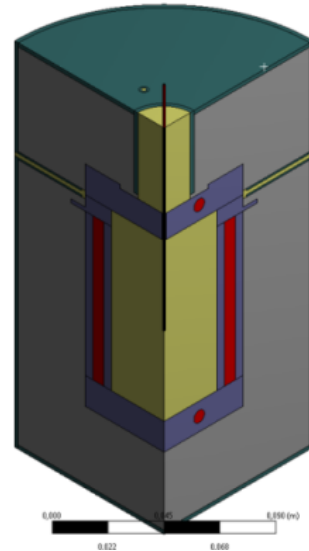


图2 绝热量热仪炉体及各部分材料

Fig. 2 The body of adiabatic calorimeter and the material

表1 绝热量热仪炉体材料

Tab. 1 The material of adiabatic calorimeter

颜色	材料
■	保温材料
■	316 不锈钢
■	304 不锈钢
■	电加热棒钢材料
■	空气

网格划分主要采用四面体网格。为减小运算量,仅对热电偶测温点等关键部分进行网格加密,其他部分均默认自动划分。划分后节点数为 111 976,网格数为 387 161,平均 Skewness 值为 0.235 8,网格质量良好。

边界条件设置分为两部分,一是热量耗散,主要是炉体外壳与外部空气的对流换热;二是热量输入,主要是电加热棒处以内部分生成热形式的功率输入;其他边界均为内部边界,无特殊需求,边界条件默认设置。

3 模型校正及降阶

3.1 阶跃响应实验

为了解炉体阶跃响应特性,保持炉体输入功率恒定,使其从室温开始升温至温度稳定。实验分为三个阶段,一是底部加热阶段,即单独开启底部的一组电加热棒,保持恒定的输入功率,得到温度响应曲线;二是顶部加热阶段;三是壁面加热阶段,二三阶段控制方式均与第一阶段相同,只有单独一组电加热棒工作。

实验测得底部加热、顶部加热和壁面加热3组阶跃响应曲线,每组包含顶部热电偶、底部热电偶、壁面热电偶和测温热电偶的4条温度曲线。测得的响应曲线可描述炉体的升温特性,用于仿真模型校正。

3.2 稳态热仿真模型校正结果

校正稳态仿真参数,将边界条件中影响因子较大的参数作为优化参数,以实验温度值与仿真温度值的总误差作为优化目标,优化各参数值,使仿真结果接近实验结果。

为使炉体各处均从相同温度开始升温,设置仿真初始温度与环境温度均为0℃,将实验稳态温度减去实验初始温度作为实验结果温度进行比较。由此,得到表2的最优设计。

表2 稳态仿真参数最优设计

Tab. 2 Optimal parameters of steady state simulation

对象	材料导热系数 /Wm ⁻¹ ℃ ⁻¹		对象	边界对流膜系数/Wm ⁻² ℃ ⁻¹	
	校正前	校正后		校正前	校正后
保温材料	0.08	0.033	炉盖上表面	5	1.20
304 不锈钢	16.2	11.41	炉盖侧面	5	4.25
316 不锈钢	15.1	9.36	炉体侧面	5	3.47
			炉底	5	1.80

在此最优设计参数值下,由式(1)计算仿真温度值与实验温度值的相对误差。

$$\text{相对误差} = \frac{\text{仿真温度值} - \text{实验温度值}}{\text{实验温度值}} \times 100\% \quad (1)$$

各实验阶段各不同热电偶测温处的稳态仿真温度值与实验温度值的相对误差如表3所示。

表3 稳态结果相对误差

Tab. 3 Relative error of steady state %

对象	底部加热	顶部加热	壁面加热
顶部 TC	1.16	-11.94	1.76
底部 TC	9.53	5.11	0.05
壁面 TC	-0.98	5.71	-4.51
测温 TC	-6.31	3.10	-6.02

3.3 瞬态热仿真模型校正结果

校正瞬态仿真参数,将边界条件中影响因子较大的参数作为优化参数,在升温曲线上选取定长的时刻点,将选取点对应的仿真温度值与实验温度值的总误差作为优化目标,优化各参数值,使仿真结果接近实验结果。

设置仿真初始温度与环境温度均为0℃。仿真时间设置参考实验时长,仿真最大步长设置为1000s,在此设置下可得到光滑的升温曲线。由此,得到表4的最优设计。

表4 瞬态仿真参数最优设计

Tab. 4 Optimal parameters of transient state simulation

对象	材料比热容/J Kg ⁻¹ ℃ ⁻¹	
	校正前	校正后
保温材料	1 009	665.15
304 不锈钢	500	370.06
316 不锈钢	500	368.89

同样,在此最优设计参数值下,由式(1)计算得到瞬态3个阶段对应时刻点相对误差绝对值的平均值及最大值,如表5所示。

3.4 状态空间模型

对于多输入多输出系统状态空间表达式的矢量矩阵形式为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \end{cases}$$

式中: \mathbf{A} 称作系统矩阵,由系统内部结构及其参数决定,体现了系统的内部特性,一般为稀疏对称矩阵; \mathbf{B} 称作输入(或控制)矩阵,为系统载荷,体现了系统输入的施加情况; \mathbf{C} 称作输出矩阵,为系统观测,表达了输出变量与状态变量之间的关系; \mathbf{D} 称作直接传递矩阵,一般为0。

表 5 瞬态结果相对温差
Tab. 5 Relative error of transient state %

对象	底部加热		顶部加热		壁面加热	
	平均	最大	平均	最大	平均	最大
顶部 TC	0.84	3.98	3.90	10.93	1.73	6.33
底部 TC	1.04	5.02	2.19	4.11	0.95	2.68
壁面 TC	0.58	2.48	2.38	6.14	0.94	2.50
测温 TC	0.63	2.22	2.21	5.22	0.95	2.81

在本例中, 模型为三输入四输出系统, 输入量为 3 组电加热棒的功率值, 输出量为 4 支热电偶测温点的温度值, 故输入向量 u 为 3×1 的矩阵, 系统矩阵 A 为 $n \times n$ 的矩阵, 输入矩阵 B 为 $n \times 3$ 的矩阵, 输出矩阵 C 为 $4 \times n$ 的矩阵, 其中, n 为模型降阶后的阶数与输入量个数的乘积。本例中, 取降阶系统阶数为 10 阶, 故 n 为 30。

3.5 模型降阶结果与对比

保持上述稳态及瞬态仿真最优设计的参数值不变, 采用集成在 ANSYS 中的工具软件 mor4ansys, 从 ANSYS 的二进制*.EMAT 和*.FULL 文件中提取载荷向量、刚度矩阵等, 对模型进行降阶。降阶得到状态空间参数矩阵, 此矩阵文件可直接用于 MATLAB 进行仿真研究。

根据各参数矩阵, 在 MATLAB/Simulink 中建立基于状态空间的仿真模块。模块输入量为顶部、壁面、底部 3 组电加热棒的功率值, 输出为 4 条温

度-时间曲线, 分别对应四处热电偶的温度值。

将相同功率设置下降阶系统 Simulink 仿真温度值与原始系统 ANSYS 仿真温度值进行比较, 计算得到相对误差如表 6 所示。

表 6 降阶系统温度与原始系统温度相对误差

Tab. 6 Relative error between original system and reduced order system %

对象	底部加热	顶部加热	壁面加热
顶部 TC	-2.75	-1.58	-4.81
底部 TC	-2.33	-2.77	-5.15
壁面 TC	-2.66	-2.30	-4.90
测温 TC	-3.63	-1.61	-5.50

分析可知, 降阶系统与原始系统中各测温点的相对误差均在 6% 以内。该误差仅由降阶算法引入。

在 DELL T7910 台式工作站上, 降阶系统 Simulink 仿真耗时约 1.36 s, 原始系统 ANSYS 瞬态热仿真耗时约 1293 s, 且均远短于实际炉体温控时长, 可以大大缩短研究周期。

4 温控系统仿真平台设计

添加 PID 温控模块后对状态空间模型进行仿真, 得到升温曲线。通过升温曲线分析升温过程的动态性能指标, 验证温控策略可行性。

在 MATLAB/Simulink 平台上搭建如图 3 所示的控制系统。

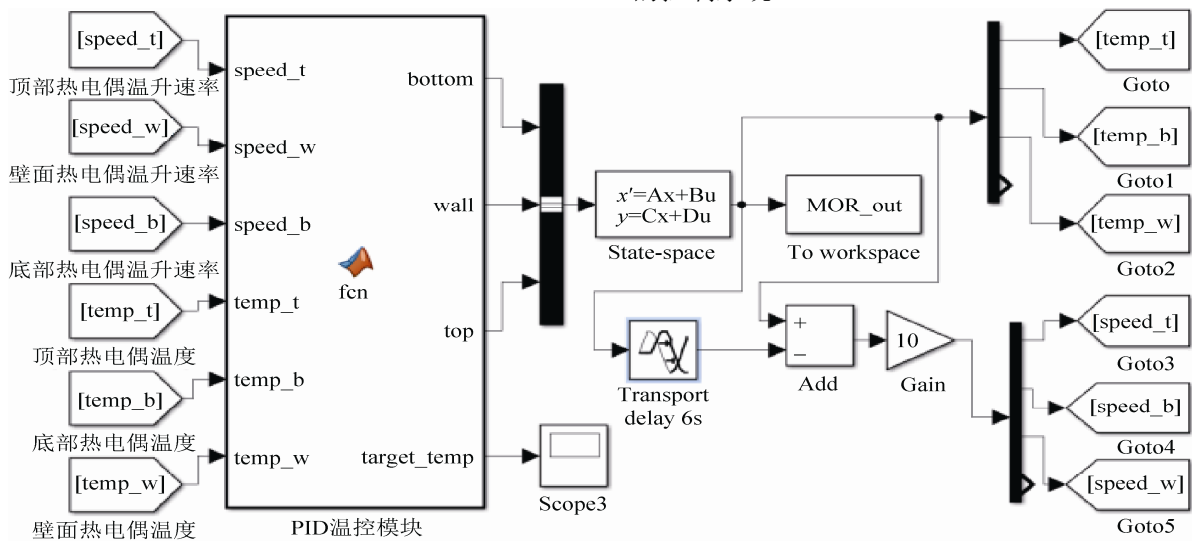


图 3 基于状态空间模型的控制系统

Fig. 3 The control system based on state space model

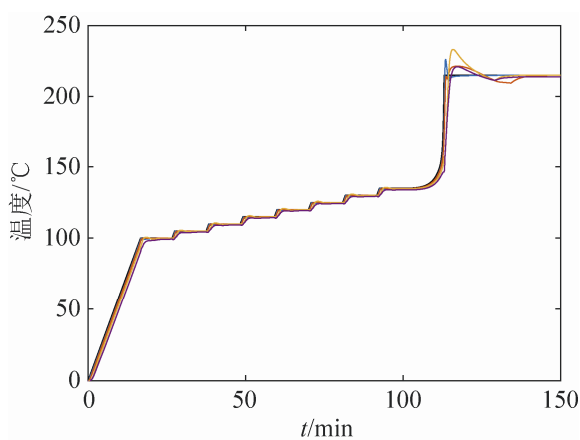
整个系统包括 PID 温控模块和状态空间模型，以温升速率和温度作为反馈量。其中，PID 温控模块的输入为各测点温度、温升速率及目标温升曲线，输出为各处加热棒功率值；状态空间模型的输入为温控模块求取的功率值，输出为各测点的温度；由温度计算得到的温升速率和温度作为反馈量又重新循环输入至温控模块。

用该控制系统模拟绝热量热仪经典的加热-等待-搜索(HWS)模式：样品以一个小台阶温升被加热，在每个台阶的加热结束阶段，根据仪器灵敏度，由程序自动搜索放热。该过程循环执行，直到程序检测到样品开始放热，炉体则开始绝热跟踪。

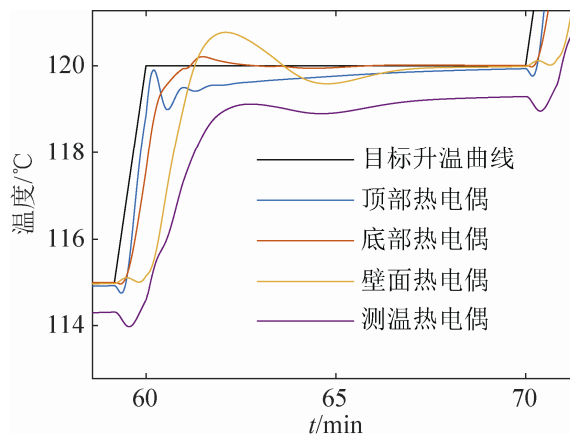
仿真中，通过设置台阶温升初始值、台阶温差、结束值等相关参数，由程序生成目标温升曲线，可以模拟不同的台阶升温过程、反应放热曲线等。其中，反应放热曲线基于标准危化品实验曲线拟合得到，符合实际情况。

在本例中，设定台阶温升初始值为 100 °C，以 5 °C 的台阶温差升温，经过 7 个台阶后升温至 135 °C，采用 20% 浓度 DTBP 甲苯溶液反应实测得到的放热曲线作为目标曲线进行绝热跟踪，从 135 °C 跟踪至 215 °C 后保持恒温。以此过程作为目标温升曲线，调节温控参数后的控制效果如图 4 所示。

绝热跟踪结束后的恒温阶段动态性能指标如表 7 所示。



(a) HWS 模式仿真控制



(b) 台阶温升(局部放大图)

图 4 仿真 HWS 模式升温过程
Fig. 4 Simulation of HWS heating process

分析可知，壁面热电偶测得的炉体温度滞后大，热惯性大，易产生超调；顶部热电偶测得的炉盖温度响应快，调节迅速，能够最快逼近目标温度；底部热电偶测得的炉底温度受壁面温度的影响大，存在耦合现象。由此可见，降阶模型较好地保持了炉体的升温特性。

表 7 恒温过程动态性能指标

Tab. 7 Dynamic performance of thermostatical process			
对象	稳态温度/°C	超调量/°C	调整时间/min
顶部 TC	215	11.1	1.6
底部 TC	215	6.4	24.6
壁面 TC	215	18.2	17.5
测温 TC	213.9	7	-

5 结论

本文提出了一种通过模型校正、降阶，使高阶有限元模型转化为低阶系统级模型，并在仿真平台 MATLAB/Simulink 中进行模拟控制的方法。

该方法的最终结果与降阶模型阶数和校正模型相关。一方面要选取合适的模型阶数，既保证精度，又简化计算；另一方面循环优化，使校正模型的仿真结果越接近实验结果，则得到的降阶模型越准确，越能反映真实炉体特性，值得后续深入研究。

本文将该方法应用于绝热量热仪炉体模型，经过校正、降阶，得到低阶的状态空间模型，该系

统仍具有相似的响应特性, 故在此模型基础上开发的温控算法对炉体温控具有实际指导意义。降阶模型仿真耗时远短于实际系统温控, 利于复杂温控策略的验证, 缩短了开发时间。仿真研究还避免了开发阶段的危化品实验, 保障了技术人员的安全, 为工程领域的应用提供了参考。

参考文献:

- [1] 张君, 邓菲, 翟永杰. 改进的 Smith 串级主汽温控制仿真研究[J]. 计算机仿真, 2016(5): 148-151.
Zhang Jun, Deng Fei, Zhai Yongjie. Simulation of an Improved Smith Cascade Control on Main Steam Temperature[J]. Computer Simulation, 2016(5): 148-151.
- [2] 张志霞, 夏聆智, 王永刚, 等. 基于专家模糊 PID 控制的生物炭炭化炉的研究[J]. 农机化研究, 2017(2): 204-209.
Zhang Zhixia, Xia Lingzhi, Wang Yoggang, et al. Study on the Carbonization Furnace Based on Expert-fuzzy PID Controller[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2017(2): 204-209.
- [3] 张保龙, 王清珍. 一种大型电阻炉温度智能控制系统设计[J]. 铸造技术, 2016(6): 1280-1282.
Zhang Baolong, Wang Qingzhen. Design of Intelligent Temperature Control System for Large Resistance Furnace[J]. Foundry Technology, 2016(6): 1280-1282.
- [4] 冯慧山. Smith 串级 PID 控制在锅炉主蒸汽温度控制中的应用[J]. 石油化工自动化, 2016(3): 41-45.
Feng Huishan. Applications of Smith Cascade of PID on Main Steam Temperature Control of Boiler[J]. Automation in Petro-Chemical Industry, 2016(3): 41-45.
- [5] 胡金秀, 郑保敬, 高效伟. 基于特征正交分解降阶模型的瞬态热传导分析[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015(1): 73-84.
Hu Jinxiu, Zheng Baojing, Gao Xiaowei. Reduced order model analysis method via proper orthogonal decomposition for transient heat conduction[J]. Scientia Sinica(Physica, Mechanica & Astronomica), 2015(1): 73-84.
- [6] Evgeny Rudnyi. From ANSYS to System Level Simulation: MOR for ANSYS[J]. Infoplaner (S1612-3956), 2008, (2): 22-23.
- [7] Wilhelmus H A S, Henk A V, Joost R. Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications [M]. Berlin: Springer, 2008: 1-10.
- [8] 蒋耀林. 模型降阶方法[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 86-89.
Jiang Yaolin. Model reduction method[M]. Beijing: Science Press, 2010: 86-89.
- [9] 关乐, 褚金奎, 齐东周, 等. 面向 MEMS 系统级仿真的宏模型研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(15): 4561-4567.
Guan Le, Chu Jinkui, Qi Dongzhou, et al. Review of Research on Macromodel for MEMS System-level Simulation[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(15): 4561-4567.
- [10] 丁杰, 唐玉兔. 模型降阶方法在瞬态热仿真中的应用[J]. 机车电传动, 2014(5): 51-55, 65.
Ding Jie, Tang Yutu. Application Research of Model Order Reduction Method in Transient Thermal Simulation[J]. Electric Drive for Locomotives, 2014(5): 51-55+65.
- [11] 陈鑫, 刘莉, 岳振江. 基于本征正交分解和代理模型的高超声速气动热模型降阶研究[J]. 航空学报, 2015(2): 462-472.
Chen Xin, Liu Li, Yue Zhenjiang. Reduced order aerothermodynamic modeling research for hypersonic vehicles based on proper orthogonal decomposition and surrogate method[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2015(2): 462-472.
- [12] 胡金秀, 高效伟. 变系数瞬态热传导问题边界元格式的特征正交分解降阶方法[J]. 物理学报, 2016(1): 273-289.
Hu Jinxiu, Gao Xiaowei. Reduced order model analysis method via proper orthogonal decomposition for variable coefficient of transient heat conduction based on boundary element method[J]. Acta Physica Sinica, 2016(1): 273-289.
- [13] 刘浩, 徐敏, 蔡天星, 等. 一种求解瞬态传热问题的新方法[C]// 第十二届全国空气弹性学术交流会会议论文集. 北京: 中国科学院力学研究所, 2011. 2011-2174.
Liu Hao, Xu Min, Cai Tianxing, et al. A new method for solving transient heat transfer problem.[C]// Proceedings of the 12th session of the national conference on air elasticity. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2011. 2011-2174
- [14] Rudnyi E B, Korvink J G. Model Order Reduction for Large Scale Engineering Models Developed in ANSYS[J]. Lecture Notes in Computer Science (S0302-9743), 2006(3732): 349-356.
- [15] Carlos A, Coello C. Evolutionary multi-objective optimization: A Historical View of the Field[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine (S1556-603X), 2006, 1(1): 29-36.