

6-14-2018

Event-triggered Non-fragile H_∞ State Estimation for Fuzzy Time-Delay Neural Networks

Yanqin Wang

1. College of Electrical and Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China;;2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Daqing Normal University, Daqing 163712, China;

Weijian Ren

1. College of Electrical and Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China;;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Original Article is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Event-triggered Non-fragile H_∞ State Estimation for Fuzzy Time-Delay Neural Networks

Abstract

Abstract: *For a class of fuzzy neural networks with randomly occurring time-varying delays and randomly data packet loss, an event-triggered non-fragile H_∞ state estimator is designed. The event-triggered condition is introduced to determine whether the signal is transmitted or not, so as to reduce the occupation rate of network resource. Random variables of Gaussian distribution and the multiplicative gain uncertainties are adopted to construct the non-fragile state estimator with randomly occurring gain variations. By constructing Lyapunov function, and via stochastic computation and linear matrix inequality technique, the sufficient conditions for the existence of non-fragile estimators are obtained, which guarantee the asymptotical stability and the H_∞ performance constraint of dynamic estimation error system. After solving the linear matrix inequality, the gains of the estimator are obtained. A simulation example is given to illustrate the feasibility of the state estimator.*

Keywords

state estimation, non-fragile, time-varying delays, event-triggered, packet dropouts

Recommended Citation

Wang Yanqin, Ren Weijian. Event-triggered Non-fragile H_∞ State Estimation for Fuzzy Time-Delay Neural Networks[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(6): 2335-2345.

模糊神经网络事件触发非脆弱 H_∞ 状态估计王艳芹^{1,2}, 任伟建¹

(1. 东北石油大学电气信息工程学院, 大庆 163318; 2. 大庆师范学院机电工程学院, 大庆 163712)

摘要: 针对一类受随机发生时变时滞和随机丢包现象影响的模糊时滞神经网络, 设计事件触发机制下的非脆弱 H_∞ 状态估计器。引入事件触发条件来判定信号是否传输, 以减少网络资源占用率; 采用高斯分布的随机变量和乘性增益不确定构造具有随机发生增益变化的非脆弱状态估计器。通过构造 Lyapunov 函数, 利用随机运算、线性矩阵不等式技术, 得出确保估计误差动态系统渐近稳定并满足 H_∞ 性能约束的非脆弱性估计器存在的充分条件。求解该线性矩阵不等式后, 得到估计器增益。最后, 用仿真实例说明该状态估计器的有效性。

关键词: 状态估计; 非脆弱性; 时变时滞; 事件触发; 丢包

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2018) 06-2335-11

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201806042

Event-triggered Non-fragile H_∞ State Estimation for Fuzzy Time-Delay Neural NetworksWang Yanqin^{1,2}, Ren Weijian¹

(1. College of Electrical and Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Daqing Normal University, Daqing 163712, China)

Abstract: For a class of fuzzy neural networks with randomly occurring time-varying delays and randomly data packet loss, an event-triggered non-fragile H_∞ state estimator is designed. The event-triggered condition is introduced to determine whether the signal is transmitted or not, so as to reduce the occupation rate of network resource. Random variables of Gaussian distribution and the multiplicative gain uncertainties are adopted to construct the non-fragile state estimator with randomly occurring gain variations. By constructing Lyapunov function, and via stochastic computation and linear matrix inequality technique, the sufficient conditions for the existence of non-fragile estimators are obtained, which guarantee the asymptotical stability and the H_∞ performance constraint of dynamic estimation error system. After solving the linear matrix inequality, the gains of the estimator are obtained. A simulation example is given to illustrate the feasibility of the state estimator.

Keywords: state estimation; non-fragile; time-varying delays; event-triggered; packet dropouts

引言

最近, 递归神经网络 (recurrent neural

networks, RNNs)在理论研究、算法设计和实际应用等方面得到不断发展。研究者发现, RNNs的内部状态表现出丰富的动态时间特性, 可以充分利用其处理任意输入序列。随着 RNNs 不断被用于解决实际问题(例如, 模式识别和动态优化), 人们对 RNNs 进行动态分析的需求不断增加, 这使得在 RNNs 稳定性同步分析、状态估计和控制方面已经出现一



收稿日期: 2016-08-02 修回日期: 2016-10-10;
基金项目: 国家自然科学基金(61374127, 61422301);
作者简介: 王艳芹(1979-), 女, 黑龙江海伦, 博士生, 副教授, 研究方向为非线性随机系统故障检测; 任伟建(1963-), 女, 黑龙江泰来, 博士, 教授, 研究方向为复杂系统建模与控制。

<http://www.china-simulation.com>

• 2335 •

些研究成果^[1-3]。文献[2]利用 Lyapunov-Krasovakii 稳定性理论和线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 方法, 针对一种具有离散和分布时滞的神经网络, 研究其全局渐近稳定性问题。文献[3]处理了一类不确定时变时滞神经网络的鲁棒状态估计问题。

目前, 大多数滤波算法间接采用时间触发策略, 其设计先验通信间隔以降低分析和设计复杂性。然而这种通信策略未考虑有效利用有限的通信资源, 如网络环境中的信道带宽或容量。为避免传统时间触发策略中对计算和通信资源不必要的浪费, Peng 等^[4]定义事件触发机制, 即仅当满足某些条件时才输送信号。与传统时间触发通信相比较, 事件触发在维持确定滤波性能的同时, 可以相当大地减少网络资源占用率。显然, 随着人们开始关注节能, 由于事件触发策略能够减少数据通信频率和网络带宽使用率, 其重要性逐渐突显出来。在过去几年, 将基于事件的策略应用于各种工程系统(如网络控制系统^[4-5]、传感器网络^[6]、神经网络^[7]等)的研究成果不断出现。然而, 大多数结果是关于执行问题, 在系统分析和综合方面(如估计、滤波问题)的相关成果相对较少。

在对 RNNs 进行神经元状态估计时, 目前取得的大多数结果是假设估计器的参数可以精确执行^[3]。事实上, 由于复杂多变的环境(如模拟数字转换、舍入误差、有限精度或内部噪声), 估计器执行的参数并不一定是理想值。换句话说, 经常会遇到执行的参数发生一定变化/波动的情形, 这些变化/波动会引起系统的脆弱性(性能下降甚至不稳定)。因此, 在过去几年中, 动力系统、复杂网络以及神经网络的非脆弱性问题吸引了大量研究者的注意力^[8-11]。例如, 文献[9]针对一类具有随机发生增益变化、分布时滞和信道衰落的离散系统, 设计了一种非脆弱 H_∞ 控制器。在文献[10]中, 根据代数 Riccati 方程的解, 得到了非脆弱 Kalman 滤波器。

在神经网络中, 时滞现象不可避免地发生, 并

且时滞的存在会导致神经网络的振荡、甚至不稳定^[12-14]。在这种情况下, 研究时滞神经网络并分析时滞对其动态特性的作用十分重要。在文献[13]中, 神经网络中考虑了混合时滞(离散和分布时滞), 通过 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 方法, 解决了状态估计问题。此外, 非线性激励函数在神经网络机能中起着关键作用。依赖于待解决问题的性质, 激励函数有多种类型, 其中, sigmoid 函数是常用的一种。值得一提的是, 在文献[13]中, 激励函数被定为是非单调的, 它比满足传统 Lipschitz 型条件的激励函数更一般化。由于文献[13]提出了更严格的激励函数边界, 在进行 RNNs 稳定性分析时具有更小的保守性。

本文基于事件触发机制, 处理一类具有时变时滞、丢包的离散模糊神经网络的非脆弱 H_∞ 状态估计问题。为保证估计误差动态渐近稳定, 利用 Lyapunov 泛函方法和一些矩阵分析技术, 得到使期望估计器存在的充分条件。所得结果为 LMI 形式, 通过 Matlab 仿真软件可以求解出估计器增益。最后, 利用一个仿真例子表明该设计方法的准确性。本文的研究综合考虑了随机时变时滞、随机丢包和随机增益变化等工程背景, 更符合实际情况, 为事件触发机制下模糊神经网络的非脆弱状态估计问题提供了理论基础, 在系统辨识、信号和图像处理、模式识别等领域有一定的应用前景。文章的主要如下: 1) 研究一类事件触发下具有时滞和丢包的离散模糊神经网络的非脆弱状态估计问题; 2) 利用加强的随机分析得到确保估计误差不受增益变化影响、达到收敛的充分条件。

注释: M^T 为矩阵 M 的转置; $P > 0$ 表示 P 为对称正定实矩阵; $\mathbb{E}\{x\}$ 表示随机变量 x 的期望; $\|x\|$ 为向量 x 的欧几里得范数。

1 问题描述

规则 i: 如果 $\theta_1(k)$ 是 M_{i1} , $\theta_2(k)$ 是 M_{i2} , ..., $\theta_p(k)$ 是 M_{ip} , 那么

$$\begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i \sum_{m=1}^h \sigma_m(k) x(k - d_m(k)) + \\ C_i g(x(k)) + D_i g(x(k - \tau(k))) + E_i v(k), \\ y(k) = F_i x(k) + H_i v(k), \\ z(k) = L_i x(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中: M_{ij} 为模糊集; r 为规则数; $\theta(k) = [\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_p(k)]$ 为前提变量向量。 $x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_n(k)]^T$ 是神经状态向量, 用随机变量 $\sigma_m(k)$ 描述离散时滞 $d_m(k)$ 的发生, $g(x(k)) = [g_1(x_1(k)) \ g_2(x_2(k)) \ \dots \ g_n(x_n(k))]^T$ 表示初始条件为 $g(0)=0$ 的非线性激励函数, $\tau(k)$ 描述离散时滞。 $v(k) \in [0, \infty)$ 是外部扰动, $y(k)$ 是过程输出, $z(k)$ 是 $x(k)$ 的线性组合。 $A_i = \text{diag}\{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}\}$ 描述当每个神经元与网络、外部输入断开时, 把电位重置于孤立的静息状态的速度。 $B_i = \text{diag}\{b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in}\}$ 是状态时滞的参数矩阵, $C_i = [c_{ij}]_{n \times n}$ 为连接权重矩阵, $D_i = [d_{ij}]_{n \times n}$ 为时滞连接权重矩阵, $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, H_i$ 和 L_i 是已知、合适维数的矩阵。

变量 $d_m(k) \in [d_m, d_M]$ 表示时变时滞, 其中 d_m 和 d_M 是正常整数, 为时滞的上、下边界。为说明随机发生的离散时滞现象, 引入互相独立的伯努利分布白序列随机变量 $\sigma_m(k) \in R$ ($m=1, 2, \dots, h$), 并且其与前提变量 $\theta(k)$ 独立。0-1 分布的随机变量 $\sigma_m(k)$ 满足:

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\sigma_m(k) = 1\} &= E\{\sigma_m(k)\} = \bar{\sigma}_m, \\ \text{Prob}\{\sigma_m(k) = 0\} &= 1 - \bar{\sigma}_m. \end{aligned}$$

式中: $\bar{\sigma}_m \in [0, 1]$ 已知。时滞整数 $\tau(k)$ 是时变的, 满足 $\tau_m \leq \tau(k) \leq \tau_M$, 其中 τ_m 和 τ_M 是分别为时滞下、上界的给定正整数。

激励函数 $g(x(k))$ 满足

$$\|g(x(k) + \delta(k)) - g(x(k))\| \leq \|S\delta(k)\| \quad (2)$$

其中矩阵 $S = \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_n\} > 0$ 已知, $\delta(k)$ 为一个向量。

注 1: 在模型(1)中, 引入随机变量 $\sigma_m(k)$ ($m=1, 2, \dots, h$), 描述离散时滞 $x(k-d_m(k))$ 的随机发生, 并且 $\sigma_m(k)$ ($m=1, 2, \dots, h$) 是互相独立的。

利用中心平均解模糊器, 乘积推理机和单值模

糊器, 模型(1)的全局动态表示如式(3)。

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) [A_i x(k) + C_i g(x(k)) + \\ B_i \sum_{m=1}^h \sigma_m(k) x(k - d_m(k)) + \\ D_i g(x(k - \tau(k))) + E_i v(k)] \\ y(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) [F_i x(k) + H_i v(k)] \\ z(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) L_i x(k) \end{cases} \quad (3)$$

式中: 模糊基函数为 $h_i(\theta(k)) = \mathcal{G}_i(\theta(k)) / \sum_{i=1}^r \mathcal{G}_i(\theta(k))$,

$\mathcal{G}_i(\theta(k)) \geq 0, i=1, 2, \dots, r, \sum_{i=1}^r \mathcal{G}_i(\theta(k)) > 0, M_{ij}(\theta_j(k))$ 表示 $\theta_j(k)$ 在 M_{ij} 中的隶属度。因此, 有 $h_i(\theta(k)) \geq 0, i=1, 2, \dots, r, \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) = 1$ 。为后面表述简便, 令 $h_i = h_i(\theta(k))$ 。

由于网络阻塞, 传输故障, 网络测量不总是连续的^[15-16], 为反映这一现象, 设计如下丢包模型:

$$\tilde{y}(k) = \alpha(k)y(k) + (1 - \alpha(k))\tilde{y}(k-1) \quad (4)$$

通过随机变量 $\alpha(k) \in R$ 刻画丢包问题。当 $\alpha(k)=1$ 时, 输出信号未发生丢失; 当 $\alpha(k)=0$ 时, 输出信号发生丢失。 $\alpha(k) \in R$ 是取值为 0 或 1 的伯努利分布白序列, 满足下述概率: $\text{Prob}\{\alpha(k)=1\} = \bar{\alpha}$, $\text{Prob}\{\alpha(k)=0\} = 1 - \bar{\alpha}$, 其中 $\bar{\alpha} \in [0, 1]$ 为已知常数, $\alpha(k)$ 与 $\sigma_m(k)$ ($m=1, 2, \dots, h$) 相互独立。

为达到减少数据通信频率的目的, 构建一个事件触发器^[17-18], 其用前部分的测量输出决定是否将新测量输出输送至估计器。此处, 事件触发器函数 $f(\cdot, \cdot)$ 表示为:

$$f(\zeta(k), \delta) = \zeta^T(k) \Omega \zeta(k) - \delta \tilde{y}^T(k) \Omega \tilde{y}(k) \quad (5)$$

式中: $\zeta(k) = \tilde{y}(k_i) - \tilde{y}(k)$; $y(k_i)$ 是在最近事件触发时刻 k_i 的测量输出; $y(k)$ 是当前测量; Ω 是一个对称正定权重矩阵; $\delta \in [0, 1)$ 是阈值, 只要满足条件

$$f(\zeta(k), \delta) > 0 \quad (6)$$

执行被触发(即测量输出被传输至估计器)。进而, 事件触发时刻序列 $0 \leq k_0 \leq k_1 \leq \dots \leq k_i \leq \dots$ 可

通过 $k_{i+1} = \inf \{k \in N \mid k > k_i, f(\zeta(k), \delta) > 0\}$ 迭代地决定。因此，符合事件触发条件(6)的输出数据将被传输至估计器。

注 2: 与传统状态估计问题不同，本文利用事件触发器以减少数据通信频率和网络带宽的使用。具体地说，利用事件触发器，当测量信号的变化率相对小时，避免了不必要的、频繁的传输。很明显，事件触发时刻集只是时间序列内某一子集，即 $\{k_0, k_1, k_2, \dots\} \in \{0, 1, 2, \dots\}$ 。注意到，当 $\delta=0$ 时，所有的测量序列将被传输，那么所述问题简化为传统的状态估计问题。

对于式(1)描述的神经网络，构造模糊状态估计器：

规则 i: 若 $\theta_1(k)$ 是 M_{i1} , $\theta_2(k)$ 是 M_{i2} , ..., $\theta_p(k)$ 是 M_{ip} , 那么

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = (A_{Fi} + \beta_1(k)\Delta A_{Fi}(k))\hat{x}(k) + \\ \quad (B_{Fi} + \beta_2(k)\Delta B_{Fi}(k))\tilde{y}(k_i), \\ \hat{z}(k) = L_i\hat{x}(k) \end{cases} \quad (7)$$

式中： $\hat{x}(k) \in R^n$ 为估计器状态向量； $\hat{z}(k) \in R^l$ 是 $z(k)$ 的估计； A_{Fi} 和 B_{Fi} 为待定的估计器增益矩阵。 $\Delta A_{Fi}(k)$ 和 $\Delta B_{Fi}(k)$ 为乘性估计器增益变化，且满足：

$$\begin{cases} \Delta A_{Fi} = A_{Fi}H_aF_a(k)E_a, \\ \Delta B_{Fi} = B_{Fi}H_bF_b(k)E_b, \end{cases}$$

式中：矩阵 H_a, H_b, E_a, E_b 已知，矩阵 $F_a(k), F_b(k)$ 未知，且满足 $F_a^T(k)F_a(k) \leq I, F_b^T(k)F_b(k) \leq I$ 的。那么，整体状态估计器可以表示为

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \\ \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k))[(A_{Fi} + \beta_1(k)\Delta A_{Fi}(k))\hat{x}(k) + \\ \quad (B_{Fi} + \beta_2(k)\Delta B_{Fi}(k))\tilde{y}(k_i)] \\ \hat{z}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k))L_i\hat{x}(k) \end{cases} \quad (8)$$

令 $\eta(k) = [x^T(k) \hat{x}^T(k) \tilde{y}^T(k_i - 1)]^T$, $\tilde{\sigma}_m(k) = \sigma_m(k) - \bar{\sigma}_m$, $\tilde{\alpha}(k) = \alpha(k) - \bar{\alpha}$ 及 $\tilde{z}(k) = z(k) - \hat{z}(k)$ 。根据(3)、(4)和(8)，得到由如下系统描述的整体状态估计器动态：

$$\left\{ \begin{aligned} \eta(k+1) &= \sum_{i,j=1}^r h_i h_j [\bar{A}_{ij}\eta(k) + \tilde{\beta}_1(k)\tilde{A}_j\eta(k) + \\ &\quad (\alpha(k) - \bar{\alpha})\tilde{\beta}_2(k)\hat{F}_{ij}\eta(k) + \\ &\quad (\alpha(k) - \bar{\alpha})\bar{F}_{ij}\eta(k) \\ &\quad + \sum_{m=1}^h (\bar{B}_{mi} + \tilde{\sigma}_m(k)\hat{B}_i)\eta(k - d_m(k)) + \\ &\quad \bar{C}_i g(x(k)) + \tilde{\beta}_2(k)\tilde{H}_{ij}v(k) + \\ &\quad \bar{D}_i g(x(k - \tau(k))) + \bar{E}_{ij}v(k) + \\ &\quad (\alpha(k) - \bar{\alpha})\bar{H}_{ij}v(k) + \\ &\quad (\alpha(k) - \bar{\alpha})\tilde{\beta}_2(k)\hat{H}_{ij}v(k)] + \\ \tilde{z}(k) &= \sum_{i,j=1}^r h_i h_j \bar{L}_{ij}\eta(k) \end{aligned} \right. \quad (9)$$

式中： $\bar{A}_{Fj} = A_{Fj} + \tilde{\beta}_1\Delta A_{Fj}(k), \bar{B}_{Fj} = B_{Fj} + \tilde{\beta}_2\Delta B_{Fj}(k), \tilde{A}_j = \text{diag}\{0, \Delta A_{Fj}(k), 0\}, \bar{B}_{mi} = \text{diag}\{\bar{\sigma}_m B_i, 0, 0\}, \hat{B}_i = \text{diag}\{B_i, 0, 0\}$.

$$\bar{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 \\ \bar{\alpha}\bar{B}_{Fj}F_i & \bar{A}_{Fj} & (1-\bar{\alpha})\bar{B}_{Fj} \\ \bar{\alpha}F_i & 0 & (1-\bar{\alpha})I \end{bmatrix}, \bar{E}_{ij} = \begin{bmatrix} E_i \\ \bar{\alpha}\bar{B}_{Fj}H_i \\ \bar{\alpha}H_i \end{bmatrix},$$

$$\bar{H}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_{Fj}H_i \\ H_i \end{bmatrix}, \bar{C}_i = \begin{bmatrix} C_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{H}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta B_{Fj}(k)H_i \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{F}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_{Fj}F_i & 0 & -\bar{B}_{Fj} \\ F_i & 0 & -I \end{bmatrix},$$

$$\bar{L}_{ij} = [L_i \quad -L_j \quad 0], \tilde{H}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\alpha}\Delta B_{Fj}(k)H_i \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{F}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \bar{\alpha}\Delta B_{Fj}(k)F_i & 0 & (1-\bar{\alpha})\Delta B_{Fj}(k) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{F}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \Delta B_{Fj}(k)F_i & 0 & -\Delta B_{Fj}(k) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

很明显， $\mathbb{E}\{\tilde{\sigma}_m(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\alpha}(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\sigma}_m^2(k)\} = \bar{\sigma}_m(1 - \bar{\sigma}_m)$ 和 $\mathbb{E}\{\tilde{\alpha}^2(k)\} = \bar{\alpha}(1 - \bar{\alpha})$ 。

定义 1^[13]: 考虑神经网络(1)和估计器系统(7)，如果误差动态满足

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \mathbb{E} \left\{ \|\eta(k)\|^2 \right\} = 0 \quad (10)$$

则估计器(7)是(1)的渐近状态估计器。

本文致力于为具有随机丢包的神经网络(1)设计非脆弱状态估计器。更具体地说,是致力于得到由式(7)描述的状态估计器,使得增广系统(9)是渐近稳定的。通过构造新的 Lyapunov-Krasovakii 泛函,我们将得到同时满足下列要求的充分条件:

- a) 当 $v_k=0$ 时,系统(9)渐近稳定;
- b) 在零初始条件下,对于一个给定的干扰衰减水平 $\gamma > 0$ 和所有的非零 $v(k)$,估计误差 $\tilde{z}(k)$ 满足

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E} \left\{ \|\tilde{z}(k)\|^2 \right\} \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|v(k)\|^2 \quad (11)$$

2 主要结果

在介绍主要结果前,先给出若干引理:

引理 1^[19]: 已知 $X_{ij}(i,j=1,2,\dots,r)$ 为一实矩阵,

矩阵 $\Lambda > 0$ 维数适当,可以得到

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_j h_k h_l X_{ij}^T \Lambda X_{kl} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j X_{ij}^T \Lambda X_{kl} \quad (12)$$

引理 2^[20](Shur 补): 已知常矩阵 S_1, S_2, S_3 ,

其中 $S_1 = S_1^T, 0 < S_2 = S_2^T$, 那么 $S_1 + S_3^T S_2^{-1} S_3 < 0$ 成立, 当且仅当

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_3^T \\ S_3 & -S_2 \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -S_2 & S_3 \\ S_3^T & S_1 \end{bmatrix} < 0$$

引理 3^[20](S-procedure): 给定矩阵 $E=E^T, M$ 和 N 为合适维数的实矩阵, 且 F 满足 $F^T F \leq I$, 使得 $E + MFN + N^T F^T M^T < 0$ 成立的充要条件是存在正数 $\mu > 0$, 使得 $E + \mu^{-1} M M^T + \mu N^T N < 0$, 或

$$\Pi = \begin{bmatrix} E & M & \mu N^T \\ M^T & -\mu I & 0 \\ \mu N & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0.$$

首先,给出下述分析结果,为后续设计问题作理论基础。

定理 1: 考虑模糊神经网络(1), 给定状态估计器参数和规定的 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$. 状态估计误差系统(9)是渐近稳定的且具有干扰衰减水平 γ 的充分条件是: 存在对称正定矩阵 $P > 0, Q_l > 0 (l=1,2,\dots,h)$,

$R > 0$, 正常数 ε_1 和 ε_2 满足下列不等式:

$$\bar{\Pi}_{ii}^T \tilde{P} \Pi_{ii} + \bar{\Pi}_{ii}^T P_1 \bar{\Pi}_{ii} + \bar{P}_{ii} < 0 \quad (13)$$

$$(\Pi_{ij} + \Pi_{ji})^T \tilde{P} (\Pi_{ij} + \Pi_{ji}) +$$

$$(\bar{\Pi}_{ij} + \bar{\Pi}_{ji})^T P_1 (\bar{\Pi}_{ij} + \bar{\Pi}_{ji}) + 2(\bar{P}_{ij} + \bar{P}_{ji}) < 0 \quad (14)$$

式中: $\tilde{P} = \text{diag}\{P, I\}, \tilde{\alpha}^2 = \bar{\alpha}(1-\bar{\alpha}), P_1 = \text{diag}\{P, P, P, P\},$

$$\hat{g}_m = \text{diag}\{\sqrt{\bar{\sigma}_1(1-\bar{\sigma}_1)}, \dots, \sqrt{\bar{\sigma}_h(1-\bar{\sigma}_h)}\},$$

$$g_m = \text{diag}\{\bar{\sigma}_1(1-\bar{\sigma}_1), \bar{\sigma}_2(1-\bar{\sigma}_2), \dots, \bar{\sigma}_h(1-\bar{\sigma}_h)\},$$

$$\bar{P}_{33ij} = -\hat{Q} + g_m \otimes (\hat{B}_i^T P \hat{B}_j),$$

$$\bar{P}_{44ij} = -\varepsilon_1 I + (\tau_M - \tau_m + 1)R,$$

$$\Pi_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{ij} & 0 & \hat{Z}_{mi} & \bar{C}_i & \bar{D}_i & 0 & \bar{E}_{ij} \\ \bar{L}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Pi}_{ij} = \begin{bmatrix} \tilde{\beta}_1 \tilde{A}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\alpha} \tilde{F}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} \tilde{H}_{ij} \\ \tilde{\beta}_2 \tilde{F}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\beta}_2 \tilde{H}_{ij} \\ \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 \hat{F}_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 \hat{H}_{ij} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{11ij} & * & * \\ 0 & \varepsilon_2 \bar{S}^T \bar{S} & * \\ 0 & 0 & \bar{P}_{33ij} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \delta \bar{\alpha} H_i^T \Omega \bar{F}_{li} + \delta \tilde{\alpha}^2 H_i^T \Omega \tilde{F}_{li} & 0 & 0 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ \bar{P}_{44ij} & * & * & * \\ 0 & -\varepsilon_2 I - R & * & * \\ 0 & 0 & -\Omega I & * \\ 0 & 0 & 0 & \bar{P}_{88ij} \end{bmatrix}$$

$$\bar{P}_{11ij} = \tilde{\alpha}^2 \delta \tilde{F}_{li}^T \Omega \tilde{F}_{li} + \delta \bar{F}_{li}^T \Omega \bar{F}_{li} + \varepsilon_1 \bar{S}^T \bar{S} +$$

$$(1 + d_M - d_m) \sum_{l=1}^h Q_l - P,$$

$$\bar{P}_{66ij} = \bar{\alpha} \delta \bar{H}_i^T \Omega \bar{H}_j,$$

$$\bar{P}_{88ij} = \delta \tilde{\alpha}^2 H_i^T \Omega H_j + \delta \tilde{\alpha}^2 H_i^T \Omega H_j - \gamma^2 I,$$

$$\hat{Q} = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_h\},$$

$$\hat{Z}_{mi} = [\bar{B}_{1i} \quad \bar{B}_{2i} \quad \dots \quad \bar{B}_{hi}].$$

证明: 为表示方便, 令

$$\begin{aligned} \eta(k-d) &= [\eta^T(k-d_1(k)) \cdots \eta^T(k-d_h(k))]^T, \\ \tilde{\eta}(k) &= [\tilde{\eta}^T(k) \quad v^T(k)]^T \\ \bar{\eta}(k) &= [\eta^T(k) \quad \eta^T(k-\tau(k)) \quad \eta^T(k-d) \\ &\quad g^T(x(k)) \quad g^T(x(k-\tau(k))) \quad \zeta^T(k)]. \end{aligned}$$

选择如下 Lyapunov 函数:

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k) \quad (15)$$

式中: $V_1(k) = \eta^T(k)P\eta(k)$,

$$\begin{aligned} V_2(k) &= \sum_{l=1}^h \sum_{s=k-d_l(k)}^{k-1} \eta^T(s)Q_l\eta(s) + \\ &\quad \sum_{l=1}^h \sum_{m=-d_M+1}^{-d_m} \sum_{s=k+m}^{k-1} \eta^T(s)Q_l\eta(s), \end{aligned}$$

$$V_3(k) = \sum_{j=k-\tau(k)}^{k-1} g^T(x(j))Rg(x(j)),$$

$$V_4(k) = \sum_{i=k-\tau_M+1}^{k-\tau_m} \sum_{j=i}^{k-1} g^T(x(j))Rg(x(j)).$$

对于估计器动态(9), 计算 $V(k)$ 差分的期望, 得到

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_1(k)\} &= \mathbb{E}\{V_1(k+1) - V_1(k)\} = \\ \mathbb{E}\left\{ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{s=1}^r \sum_{t=1}^r h_i h_j h_s h_t [(\bar{A}_{ij}\eta(k) + \right. \\ &\quad \sum_{m=1}^h \bar{B}_i \eta(k-d_m(k)) + \bar{D}_i g(x(k-\tau(k))) + \\ &\quad \bar{C}_i g(x(k)) + \bar{E}_{ij} v(k))^T P(\bar{A}_{ij}\eta(k) + \\ &\quad \bar{D}_i g(x(k-\tau(k))) + \sum_{m=1}^h \bar{B}_i \eta(k-d_m(k)) + \\ &\quad \bar{C}_i g(x(k)) + \bar{E}_{ij} v(k)) + \tilde{\beta}_1^2 \eta^T(k) \tilde{A}_j^T P \tilde{A}_j \eta(k) + \\ &\quad \tilde{\beta}_2^2 \eta^T(k) \tilde{F}_{ij}^T P \tilde{F}_{ij} \eta(k) + \\ &\quad \tilde{\beta}_2^2 v^T(k) \tilde{H}_{ij}^T P \tilde{H}_{ij} v(k) + \\ &\quad 2\tilde{\beta}_2^2 \eta^T(k) \tilde{F}_{ij}^T P \tilde{H}_{ij} v(k) + \\ &\quad \tilde{\alpha}^2 \tilde{\beta}_2^2 \eta^T(k) \hat{F}_{ij}^T P \hat{F}_{ij} \eta(k) + \\ &\quad 2\tilde{\alpha}^2 \tilde{\beta}_2^2 \eta^T(k) \hat{F}_{ij}^T P \hat{H}_{ij} v(k) + \\ &\quad \tilde{\alpha}^2 \tilde{\beta}_2^2 v^T(k) \hat{H}_{ij}^T P \hat{H}_{ij} v(k) + \\ &\quad \tilde{\alpha}^2 \eta^T(k) \bar{F}_{ij}^T P \bar{F}_{ij} \eta(k) + \\ &\quad 2\tilde{\alpha}^2 \eta^T(k) \bar{F}_{ij}^T P \bar{H}_{ij} v(k) + \\ &\quad \left. \tilde{\alpha}^2 v^T(k) \bar{H}_{ij}^T P \bar{H}_{ij} v(k) + \right. \\ &\quad \left. (\sum_{m=1}^h \tilde{\sigma}_m(k) \hat{B}_i \eta(k-d_m(k)))^T \right. \\ &\quad \left. P(\sum_{m=1}^h \tilde{\sigma}_m(k) \hat{B}_i \eta(k-d_m(k))) \right\} - \\ &\quad \eta^T(k)P\eta(k) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_2(k)\} &= \mathbb{E}\{V_2(k+1) - V_2(k)\} = \\ \mathbb{E}\left\{ \sum_{l=1}^h (\eta^T(k)Q_l\eta(k) - \eta^T(k-d_l(k))Q_l\eta(k-d_l(k))) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{l=1}^h \sum_{m=-d_M+1}^{-d_m} (\eta^T(k)Q_l\eta(k) - \eta^T(k+m)Q_l\eta(k+m)) \right\} \leq \\ &\quad (d_M - d_m + 1) \sum_{l=1}^h \eta^T(k)Q_l\eta(k) - \\ &\quad \sum_{l=1}^h \eta^T(k-d_l(k))Q_l\eta(k-d_l(k)) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_3(k)\} &= \mathbb{E}\{V_3(k+1) - V_3(k)\} = \\ &\quad g^T(x(k))Rg(x(k)) - \\ &\quad g^T(x(k-\tau(k)))Rg(x(k-\tau(k))) \leq \\ &\quad g^T(x(k))Rg(x(k)) - \\ &\quad g^T(x(k-\tau(k)))Rg(x(k-\tau(k))) + \\ &\quad \sum_{j=k+1-\tau_M}^{k-\tau_m} g^T(x(j))Rg(x(j)) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_4(k)\} &= \mathbb{E}\{V_4(k+1) - V_4(k)\} = \\ &\quad (\tau_M - \tau_m) g^T(x(k))Rg(x(k)) - \\ &\quad \sum_{j=k+1-\tau_M}^{k-\tau_m} g^T(x(j))Rg(x(j)) \end{aligned} \quad (19)$$

利用约束条件(2), 得到如下式子

$$\|g(x(k))\| \leq \|\bar{S}\eta(k)\| \quad (20)$$

$$\|g(x(k-\tau(k)))\| \leq \|\bar{S}\eta(k-\tau(k))\| \quad (21)$$

式中: $\bar{S} = [S \quad 0 \quad 0]$, 则有

$$\varepsilon_1 g^T(x(k))g(x(k)) - \varepsilon_1 \eta^T(k) \bar{S}^T \bar{S} \eta(k) \leq 0 \quad (22)$$

$$\varepsilon_2 g^T(x(k-\tau(k)))g(x(k-\tau(k))) - \varepsilon_2 \eta^T(k-\tau(k)) \bar{S}^T \bar{S} \eta(k-\tau(k)) \leq 0 \quad (23)$$

考虑到事件触发条件(6), 令

$$\zeta^T(k) \Omega \zeta(k) - \delta \tilde{y}^T(k) \Omega \tilde{y}(k) < 0 \quad (24)$$

我们首先证明在 $v(k)=0$ 时, 状态估计器误差动态系统(9)的渐近稳定性。考虑(16)~(19)、(22)~(24), 并利用引理 1, 有

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{\Delta V(k) | v(k)=0\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{s=1}^r \sum_{t=1}^r h_i h_j h_s h_t \bar{\eta}^T(k) \right. \\ & \quad \left. (A_{ij}^T P A_{st} + \tilde{A}_{ij}^T P \tilde{A}_{st} + \hat{P}_{is}) \bar{\eta}(k)\right\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \bar{\eta}^T(k) (A_{ij}^T P A_{ij} + \tilde{A}_{ij}^T P \tilde{A}_{ij} + \hat{P}_{ii}) \bar{\eta}(k)\right\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^r h_i^2 \bar{\eta}^T(k) (A_{ii}^T P A_{ii} + \tilde{A}_{ii}^T P \tilde{A}_{ii} + \hat{P}_{ii}) \bar{\eta}(k) + \right. \\ & \quad \frac{1}{2} \sum_{i,j=1,i < j}^r h_i h_j \bar{\eta}^T(k) [(A_{ij} + A_{ji})^T P (A_{ij} + A_{ji}) + \\ & \quad \left. (\tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ji})^T P (\tilde{A}_{ij} + \tilde{A}_{ji}) + 2(\hat{P}_{ii} + \hat{P}_{jj})] \bar{\eta}(k)\right\} \quad (25) \end{aligned}$$

式中: $A_{ij} = [\bar{A}_{ij} \quad 0 \quad \hat{Z}_{mi} \quad \bar{C}_i \quad \bar{D}_i \quad 0]$,

$$\tilde{A}_{ij} = [\tilde{\alpha} \bar{F}_{ij} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

$$\hat{P}_{ij} = \text{diag}\{\hat{P}_{1ij}, \varepsilon_2 \bar{S}^T \bar{S}, \bar{P}_{33ij}, \bar{P}_{44ij}, -\varepsilon_2 I - R, -\Omega I\},$$

$$\hat{P}_{1ij} = \bar{P}_{1ij} + \tilde{\beta}_2^2 \tilde{F}_{ij}^T P \tilde{F}_{ij} + \tilde{\alpha}^2 \tilde{\beta}_2^2 \hat{F}_{ij}^T P \hat{F}_{ij}.$$

利用引理 2, 如果式(13)和(14)成立, 则 $\mathbb{E}\{\Delta V(k)\} < 0$ 。进一步地, 按照与文献[13]定理 1 相同的证明路线, 可以推断出(7)是离散时间模糊神经网络(1)的渐近状态估计器。

现在考虑模糊神经网络(1)的 H_∞ 性能, 假定零初始条件, 并引入如下指标:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(n) &= \sum_{k=0}^n \mathbb{E}\{\|\tilde{z}(k)\|^2\} - \gamma^2 \sum_{k=0}^n \|v(k)\|^2 \leq \\ & \mathbb{E} \sum_{k=0}^n \tilde{z}^T(k) \tilde{z}(k) - \gamma^2 v^T(k) v(k) + \Delta V(k) \quad (26) \end{aligned}$$

从式(9)和式(25)可以推得

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(n) & \leq \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^n \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{s=1}^r \sum_{t=1}^r h_i h_j h_s h_t \bar{\eta}^T(k) \right. \\ & \quad \left. (\Pi_{ij}^T \tilde{P} \Pi_{st} + \bar{\Pi}_{ij}^T P_1 \bar{\Pi}_{st} + \bar{P}_{is}) \bar{\eta}(k)\right\} \leq \\ & \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^n \left\{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \bar{\eta}^T(k) (\Pi_{ij}^T \tilde{P} \Pi_{ij} + \bar{\Pi}_{ij}^T P_1 \bar{\Pi}_{ij} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \bar{P}_{ii}) \bar{\eta}(k)\right\}\right\} \leq \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^n \left\{\sum_{i=1}^r h_i^2 \bar{\eta}^T(k) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. (\Pi_{ii}^T \tilde{P} \Pi_{ii} + \bar{\Pi}_{ii}^T P_1 \bar{\Pi}_{ii} + \bar{P}_{ii}) \bar{\eta}(k) + \right. \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \sum_{i,j=1,i < j}^r h_i h_j \bar{\eta}^T(k) [2(\bar{P}_{ii} + \bar{P}_{jj}) + \right. \\ & \quad \left. (\Pi_{ij} + \Pi_{ji})^T \tilde{P} (\Pi_{ij} + \Pi_{ji}) + (\bar{\Pi}_{ij} + \bar{\Pi}_{ji})^T \right. \\ & \quad \left. P_1 (\bar{\Pi}_{ij} + \bar{\Pi}_{ji})\right] \bar{\eta}(k)\right\} \quad (27) \end{aligned}$$

基于式(13)和式(14), 我们得出 $J(n) < 0$ 。令 $n \rightarrow \infty$, 得到

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\{\|\tilde{z}(k)\|^2\} - \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|v(k)\|^2 \leq 0,$$

上式等价于式(11), 证毕。

在已建立的分析结果基础上, 现在能够处理模糊状态估计器设计问题。

定理 2: 考虑模糊神经网络(1), 令 $\gamma > 0$ 是已知常数。使估计误差动态(9)渐近稳定并满足 H_∞ 性能约束条件(11)的期望状态估计器(7)存在的充分条件是: 存在对称正定矩阵 $P > 0$, $Q_l > 0 (l=1, 2, \dots, h)$, $R > 0$, 矩阵 X_i , 正常标量 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 和 λ_{ij} 满足下面线性矩阵不等式:

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \bar{P}_{ii} & * & * & * \\ \Phi_{ii} & -\hat{P} & * & * \\ 0 & W_i^T & -\lambda_{ii} I & * \\ \lambda_{ii} V_i & 0 & 0 & -\lambda_{ii} I \end{bmatrix} < 0, i=1, 2, \dots, r \quad (28)$$

$$\Lambda_2 = \begin{bmatrix} 2(\bar{P}_{ij} + \bar{P}_{ji}) & * & * & * \\ \Phi_{ij} + \Phi_{ji} & -\hat{P} & * & * \\ 0 & W_i^T + W_j^T & -\lambda_{ij} I & * \\ \lambda_{ij} V_i & 0 & 0 & -\lambda_{ij} I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

$1 \leq i < j \leq r$

其中, $\hat{P} = \text{diag}\{\tilde{P}, P_1\}$,

$$R_{2i} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_i \end{bmatrix}, R_{3i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ F_i & 0 & -I \end{bmatrix}, \tilde{R}_{2i} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_b H_i \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{ij} = \begin{bmatrix} P \bar{A}_{2i} + X_j R_{1i} & 0 & P \hat{Z}_{mi} \\ \bar{L}_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\alpha} P \bar{F}_{3i} + \tilde{\alpha} X_j R_{3i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ P \bar{C}_i & P \bar{D}_i & 0 & P \bar{E}_{2i} + \tilde{\alpha} X_j R_{2i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} P \bar{H}_{2i} + \tilde{\alpha} X_j R_{2i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_j^T = \begin{bmatrix} H_{ab}^T X_j^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\beta}_1 H_{ab}^T X_j^T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 H_{ab}^T X_j^T & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\beta}_2 H_{ab}^T X_j^T & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 H_{ab}^T X_j^T \end{bmatrix},$$

$$R_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ \bar{\alpha} F_i & 0 & (1-\bar{\alpha})I \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_{2i} = \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{\alpha} F_i & 0 & (1-\bar{\alpha})I \end{bmatrix},$$

$$V_i = \begin{bmatrix} \tilde{R}_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 \tilde{R}_{2i} \\ \bar{E}_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{R}_{3i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{R}_{2i} \\ \tilde{R}_{4i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\alpha} \tilde{R}_{2i} \\ \tilde{R}_{5i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{R}_{2i} \end{bmatrix},$$

$$F_{ab}(k) = \text{diag}\{F_a(k), F_b(k)\},$$

$$H_{ab} = \text{diag}\{H_a, H_b\},$$

$$\tilde{R}_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\beta}_1 E_a & 0 \\ \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 E_b F_i & 0 & (1-\tilde{\alpha}) \tilde{\beta}_2 E_b \end{bmatrix},$$

$$\tilde{R}_{3i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ E_b F_i & 0 & -E_b \end{bmatrix},$$

$$\bar{E}_a = \begin{bmatrix} 0 & E_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R}_{4i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tilde{\alpha} E_b F_i & 0 & (1-\tilde{\alpha}) E_b \end{bmatrix},$$

$$\tilde{R}_{5i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ E_b F_i & 0 & -E_b \end{bmatrix}$$

\bar{P}_{ij} , \tilde{P} 和 P_1 已在定理 1 定义。更进一步地, 若 $(P, Q, R, X_i, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \lambda_{ij})$ 是式(28)和式(29)的可行解, 那么状态估计器(7)的参数给出如下:

$$[A_{Fj} \ B_{Fj}] = (\hat{E}^T P \hat{E})^{-1} \hat{E}^T X_i \quad (30)$$

证明: 为避免分解正定矩阵 P, Q, R 和 R , 重写定理 1 中式(13)和式(14)的参数, 如下:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij} &= (\bar{A}_{2i} + \hat{E} L_j R_{1i}) + \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{1i}, \bar{E}_{ij} = (\bar{E}_{2i} + \\ &\bar{\alpha} \hat{E} L_j R_{2i}) + \tilde{\alpha} \tilde{\beta}_2 \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{2i}, \bar{H}_{ij} = (\bar{H}_{2i} + \\ &\hat{E} L_j R_{2i}) + \tilde{\beta}_2 \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{2i}, \bar{F}_{ij} = (\bar{F}_{3i} + \hat{E} L_j R_{3i}) + \\ &\tilde{\beta}_2 \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{3i}, \hat{H}_{ij} = \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{2i}, \tilde{H}_{ij} = \\ &\tilde{\alpha} \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{2i}, \tilde{F}_{ij} = \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{4i}, \hat{F}_{ij} = \\ &\hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \tilde{R}_{5i}, \tilde{A}_j = \hat{E} L_j H_{ab} F_{ab}(k) \bar{E}_a. \end{aligned}$$

令 $L_i = [A_{Fi} \ B_{Fi}]$, $X_i = P \hat{E} L_i$, 通过引理 2 和 3, 可以得到式(28)和式(29)。即若不等式(28)、(29)成立, 状态估计器增广系统(9)渐近稳定, 并且满足 H_∞ 性能约束条件(11), 证毕。

注 3: 定理 2 包含了全部系统参数, 如随机丢包的发生概率、随机发生时滞及随机发生增益变化的概率信息和界限大小、事件触发条件参数。通过求解线性矩阵不等式的可行解, 可以得到使动态系统(9)渐近稳定和满足 H_∞ 性能约束的非脆弱状态估计器的表达式。

3 仿真

对于形式为式(1)的系统, 给定参数如下:

$$A_1 = \text{diag}\{0.4, 0.3\}, A_2 = \text{diag}\{0.5, 0.8\},$$

$$A_3 = \text{diag}\{0.6, 0.7\}, B_1 = B_2 = B_3 = \text{diag}\{0.09, 0.08\},$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, E_1 = E_2 = E_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, F_1 = [0.994 \ 9 \ 0.9],$$

$$F_2 = [0.827 \ 0 \ 0.9], F_3 = [0.636 \ 6 \ 0.9],$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = 1, L_1 = L_2 = L_3 = [0.1 \ 0.2].$$

状态时变时滞 $d_m(k)$ ($m=1,2$) 为满足 $2 \leq d_m(k) \leq 6$ 的随机整数, $\bar{\sigma}_1 = \mathbb{E}\{\sigma_1(k)\} = 0.9$, $\bar{\sigma}_2 = \mathbb{E}\{\sigma_2(k)\} = 0.5$; 激励函数时变时滞 $\alpha(k)$ 为区间 $[2,6]$ 内的随机整数, $S = \text{diag}\{0.1, 0.1\}$; 对随机丢包中的 $\alpha(k)$, 取 $\bar{\alpha} = \mathbb{E}\{\alpha(k)\} = 0.7$; 对描述随机发生增益变化现象的 $\beta_1(k)$ 和 $\beta_2(k)$, 取期望分别为 $\mathbb{E}\{\beta_1(k)\} = 0.6$, $\mathbb{E}\{\beta_2(k)\} = 0.66$, 方差分别为 0.1, 0.14, 增益不确定参数为

$$H_a = \text{diag}\{1, 1\}, E_a = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.4 \\ 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}, H_b = 1, E_b = 0.4.$$

事件驱动所满足的(6)中的参数为 $\delta=0.6, \Omega=1$ 。

隶属度函数如图 1 所示。利用定理 2, 得到如下非脆弱性 H_∞ 状态估计器参数:

$$A_{F1} = \begin{bmatrix} 0.2175 & 0.4829 \\ 0.4283 & 0.8979 \end{bmatrix}, B_{F1} = \begin{bmatrix} 0.0799 \\ 0.1730 \end{bmatrix},$$

$$A_{F2} = \begin{bmatrix} -0.0341 & -0.0691 \\ -0.0681 & -0.1253 \end{bmatrix}, B_{F2} = \begin{bmatrix} -0.3827 \\ -0.7763 \end{bmatrix},$$

$$A_{F3} = \begin{bmatrix} 0.0357 & 0.0541 \\ 0.0674 & 0.1014 \end{bmatrix}, B_{F3} = \begin{bmatrix} 0.0435 \\ 0.1063 \end{bmatrix}.$$

假定激励函数为

$$g(x(k)) = \begin{bmatrix} -0.6x_1(k) + \tanh(0.3x_2(k)) \\ -\tanh(0.2x_1(k)) + 0.6x_2(k) \end{bmatrix},$$

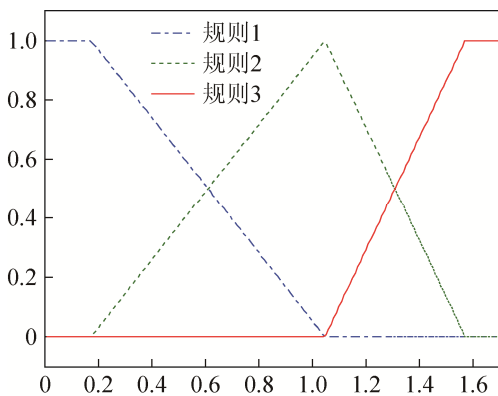


图 1 隶属度函数

Fig. 1 Membership function

扰动为 $v(k)=5e^{-0.1k}(\text{rand}[0,1]-0.5)$, 仿真曲线见图 2~4。

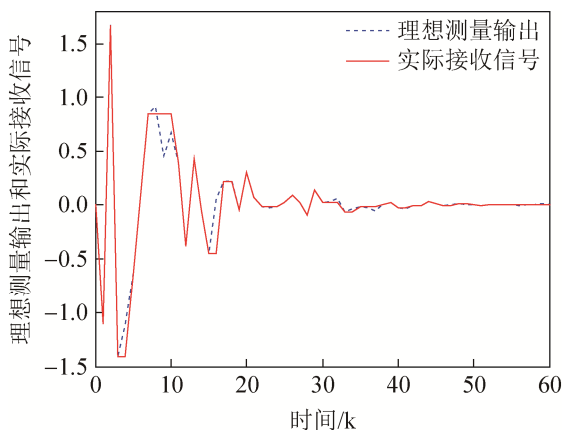


图 2 理想输出与事件触发策略下估计器接收的信号

Fig. 2 Ideal output and event-triggered received signal of the estimator

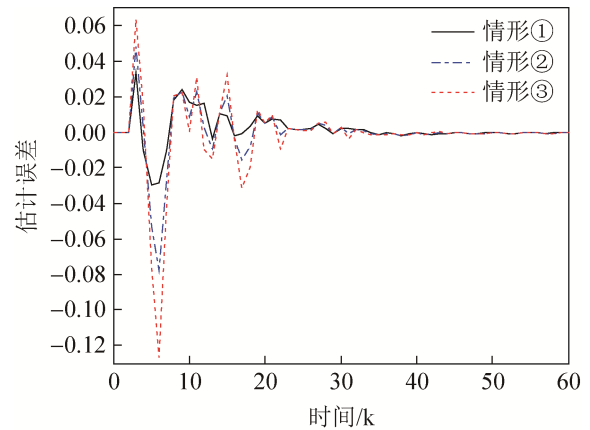


图 3 不同增益变化情形下的估计误差 $\tilde{z}(k)$

Fig. 3 Estimation errors $\tilde{z}(k)$ with different gain variation

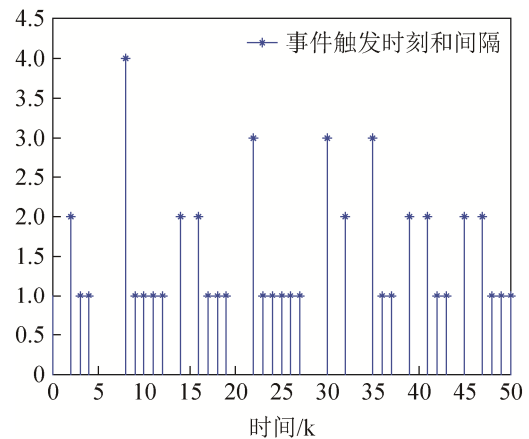


图 4 事件触发时刻及间隔

Fig. 4 Event-triggered time and the time intervals

图 2 为理想测量输出与事件触发策略下、发生丢包后估计器实际接收到的输出; 图 3 为 3 种不同增益变化情形下的状态估计器估计误差 $\tilde{z}(k)$: 情形① $\Delta A_{Fi}=A_{Fi}H_aF_a(k)E_a, \Delta B_{Fi}=B_{Fi}H_bF_b(k)E_b$; 情形② $\Delta A_{Fi}=3A_{Fi}H_aF_a(k)E_a, \Delta B_{Fi}=3B_{Fi}H_bF_b(k)E_b$; 情形③ $\Delta A_{Fi}=5A_{Fi}H_aF_a(k)E_a, \Delta B_{Fi}=5B_{Fi}H_bF_b(k)E_b$, 可以看出, 在考虑随机发生增益变化的情况下, 估计器仍能确保增广动态系统渐近稳定和估计误差被抑制于一定水平以下, 并且当增益变化变大时, 估计误差仍能不受增益变化影响, 达到收敛; 图 4 为事件触发时刻和相邻事件触发时刻间的时间间隔图, 由于信号只在事件触发时刻进行传输, 数据通信频率及网络带宽占用率被降低。不同于文献[21-23]提出的神经网络状态估计方法, 本文讨论的方法可被应用

于具有随机时滞、丢包、事件触发机制和随机发生估计器增益变化的离散模糊神经网络模型,并且能够同时确保增广的估计误差系统是渐近稳定的且满足 H_∞ 性能约束。

4 结论

本文基于事件驱动策略,研究了一类具有随机发生增益变化、随机时变时滞、随机丢包的离散模糊神经网络的非脆弱 H_∞ 状态估计问题。用随机发生增益变化现象反映估计器执行时参数发生随机波动的情况。在模型中考虑随机时变时滞、随机丢包、干扰,以更加贴近实际神经网络。文中通过定义增广系统和 Lyapunov 函数,并进行加强的随机分析,得出了保证期望状态估计器存在的充分条件。在求出该线性矩阵不等式的可行解后,获得了期望估计器的具体表达形式。最终,给出的仿真例子说明了设计的正确性和有效性。

参考文献:

- [1] Farahani M, ZareBidaki A R, Enshaeieh M. Intelligent control of a DC motor using a self-constructing wavelet neural network[J]. *Systems Science & Control Engineering: An Open Access Journal* (S2164-2583), 2014, 2(1): 261-267.
- [2] Wang Z D, Liu Y R, Liu X H. On global asymptotic stability of neural networks with discrete and distributed delays[J]. *Physics Letters A* (S0375-9601), 2005, 345(4/6): 299-308.
- [3] Huang H, Feng G and Cao J. Robust state estimation for uncertain neural networks with time-varying delay[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks* (S2162-237X), 2008: 19(8): 1329-1339.
- [4] Peng C, Yang T. Event-triggered communication and control co-design for networked control systems[J]. *Automatica* (S0005-1098), 2013, 49(5): 1326-1332.
- [5] Liu Q, Wang Z D, He X, et al. A survey of event-based strategies on control and estimation[J]. *Systems Science & Control Engineering: An Open Access Journal* (S2164-2583), 2014, 2(1): 90-97.
- [6] Tseng Y C, Lin T Y, Liu Y K, et al. Event-driven messaging services over integrated cellular and wireless sensor networks: Prototyping experiences of a visitor system[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* (S0733-8716), 2005, 23(6): 1133-1145.
- [7] Sahoo A, Hao X, Annathan S. Neural network-based adaptive event-triggered control of nonlinear continuous-time systems[C]// *Proceedings IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Hyderabad, India, 2013: 28-30.
- [8] Sakthivel R, Anbuviithya R, Mathiyalagan K, et al. Combined H_∞ and passivity state estimation of memristive neural networks with random gain fluctuations[J]. *Neurocomputing* (S0925-2312), 2015, 168: 1111-1120.
- [9] Li Z N, Wang Z D, Ding D R, et al. Non-fragile H1 control with randomly occurring gain variations, distributed delays and channel fadings[J]. *IET Control Theory and Applications* (S1751-8644), 2015, 9(2): 222-231.
- [10] Yang G, Wang J. Robust nonfragile Kalman filtering for uncertain linear systems with estimation gain uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* (S0018-9286), 2001, 46(2): 343-348.
- [11] Lien C H, Cheng W C, Tsai C H, et al. Non-fragile observer-based controls of linear system via LMI approach[J]. *Chaos, Solitons & Fractals* (S0960-0779), 2007, 32(4): 1530-1537.
- [12] Jian J, Zhao Z. Global stability in Lagrange sense for BAM-type Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delays[J]. *System Science & Control Engineering: Open Access J.* (S2164-2583), 2015, 3(1): 1-7.
- [13] Liu Y, Wang Z, Liu X. State estimation for discrete-time Markovian jumping neural networks with mixed mode-dependent delays[J]. *Physics Letters A* (S0375-9601), 2008, 372(48): 7147-7155.
- [14] Wang Z, Ho D W C, Liu X. State estimation for delayed neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks* (S2162-237X), 2005, 16(1): 279-284.
- [15] Liang J L, Wang Z D, Liu X H. State Estimation for Coupled Uncertain Stochastic Networks With Missing Measurements and Time-Varying Delays: The Discrete-Time Case[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks* (S2162-237X), 2009, 20(5): 781-793.
- [16] Dong H L, Wang Z D, Lam J, et al. Fuzzy-Model-Based Robust Fault Detection With Stochastic Mixed Time Delays and Successive Packet Dropouts[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics* (S1083-4419), 2012, 42(2): 365-376.

(下转第 2354 页)

<http://www.china-simulation.com>

• 2344 •