

1-3-2019

Characteristic Analysis of Tri-stable Stochastic Resonance with Levy Noise

Lifang He

1. Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; ;

Yingying Cui

1. Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; ;

Guoquan Li

2. Chongqing Key Laboratory of Photo electronic Information Sensing and Transmitting Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

Jinzhao Lin

2. Chongqing Key Laboratory of Photo electronic Information Sensing and Transmitting Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the [Artificial Intelligence and Robotics Commons](#), [Computer Engineering Commons](#), [Numerical Analysis and Scientific Computing Commons](#), [Operations Research](#), [Systems Engineering and Industrial Engineering Commons](#), and the [Systems Science Commons](#)

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Characteristic Analysis of Tri-stable Stochastic Resonance with Levy Noise

Abstract

Abstract: *The characteristic analysis of tri-stable stochastic resonance with Levy noise is analyzed deeply with Levy noise being combined with a tri-stable stochastic resonance system and average signal-to-noise ratio gain being used as index. The effect of tri-stable system parameters w , a , b and Levy noise intensity amplification factor D on the resonant output is explored with different Levy noise. Results show that for different distribution of Levy noise, the stochastic resonance phenomenon can be induced by tuning the system parameters. The parameter intervals which can induce stochastic resonances are approximately equal. Moreover, by adjusting the intensity amplification factor D of Levy noise, the stochastic resonances can happen similarly.* These results will provide a basis for the reasonable selection of system parameters of parameter-induced tri-stable stochastic resonance under Levy noise.

Keywords

stochastic resonance, Levy noise, tri-stable system, mean of signal-to-noise ratio gain

Recommended Citation

He Lifang, Cui Yingying, Li Guoquan, Lin Jinzhao. Characteristic Analysis of Tri-stable Stochastic Resonance with Levy Noise[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(5): 1908-1917.

Levy 噪声驱动下的三稳态随机共振特性分析

贺利芳¹, 崔莹莹¹, 李国权², 林金朝²(1. 重庆邮电大学信号与信息处理重庆市重点实验室, 重庆 400065;
2. 重庆邮电大学光电信息感测与传输技术重庆市重点实验室, 重庆 400065)

摘要: 将 Levy 噪声与三稳态随机共振系统相结合, 以平均信噪比增益为衡量指标, 针对 Levy 噪声驱动下的三稳态系统的随机共振特性进行深入研究。探究了当 Levy 噪声特征指数与对称参数取不同值时, 三稳态系统参数 w , a 和 b , Levy 噪声强度放大系数 D 对系统共振输出的影响。研究结果表明, 在不同 Levy 噪声分布作用下, 通过调节系统参数均可诱导随机共振, 并且产生随机共振的参数区间大致相同; 另外, 调节噪声强度放大系数同样使系统产生随机共振。本研究结果为 Levy 噪声环境下参数诱导的三稳态随机共振现象系统参数的合理选取提供了依据。

关键词: 随机共振; Levy 噪声; 三稳态系统; 平均信噪比增益

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 05-1908-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201805037

Characteristic Analysis of Tri-stable Stochastic Resonance with Levy Noise

He Lifang¹, Cui Yingying¹, Li Guoquan², Lin Jinzhao²

(1. Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. Chongqing Key Laboratory of Photo electronic Information Sensing and Transmitting Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: The characteristic analysis of tri-stable stochastic resonance with Levy noise is analyzed deeply with Levy noise being combined with a tri-stable stochastic resonance system and average signal-to-noise ratio gain being used as index. The effect of tri-stable system parameters w , a , b and Levy noise intensity amplification factor D on the resonant output is explored with different Levy noise. Results show that for different distribution of Levy noise, the stochastic resonance phenomenon can be induced by tuning the system parameters. The parameter intervals which can induce stochastic resonances are approximately equal. Moreover, by adjusting the intensity amplification factor D of Levy noise, the stochastic resonances can happen similarly. These results will provide a basis for the reasonable selection of system parameters of parameter-induced tri-stable stochastic resonance under Levy noise.

Keywords: stochastic resonance; Levy noise; tri-stable system; mean of signal-to-noise ratio gain

引言

传统的微弱信号检测都以抑制噪声为目的, 但是当信号频率与噪声频率非常接近时, 噪声得到抑

制的同时有用信号也会被削弱, 无法达到检测效果。随机共振正好弥补传统检测方法的不足, 反其道而行, 通过把噪声的能量转化为微弱信号的能量, 使信号能量增强, 进而把微弱信号检测出来。Benzi 等^[1]研究古气象冰川问题时首次提出随机共振, 20 世纪 90 年代, Collins 将信息论和随机共振相结合, 提出一种非周期随机共振理论^[2], 拓宽了随机共振的应用范围。近几年, 噪声和参数诱导的



收稿日期: 2016-06-24 修回日期: 2016-08-17;
基金项目: 国家自然科学基金(61371164, 61301124),
重庆市教育委员会科研项目(KJ1600429);
作者简介: 贺利芳(1979-), 女, 河南济源, 硕士, 副
教授, 研究方向为微弱信号检测; 崔莹莹(1990-),
女, 河南开封, 硕士生, 研究方向为微弱信号检测。

<http://www.china-simulation.com>

• 1908 •

随机共振引起了广大学者的广泛关注^[3]。

在利用随机共振进行微弱信号检测的研究中, 人们以经典的一维 Langevin 方程模型为基础, 不断提出新的随机共振模型。John F.Lindner 等^[4]对非线性欠阻尼对称单稳系统进行了研究, 并且讨论如何通过调节噪声来提高特定频率的功率谱。文献[5-6]以双稳态系统为随机共振模型, 通过调整噪声强度来实现弱信号的检测。近几年来, 广大学者对三稳系统的研究产生了浓厚的兴趣, 人们从各种角度出发提出不同的三稳随机模型^[7-9]。S Arathi 和 S Rajasekar^[10]提出一种三稳态系统并且对该系统的势阱深度的变化进行详细分析。赖志慧和冷永刚^[11]对三稳系统模型进行规范和定义, 深入分析三稳系统本身的动力学特性。以上研究基本上都是在高斯噪声的背景下进行的, 但是高斯噪声过于理想化, 无法有效地模拟实际随机扰动。Levy 噪声具有显著的拖尾特性和尖峰脉冲特性, 能近似反映实际过程存在的随机噪声。张广丽^[12]采用随机模拟方法, 研究了过阻尼系统在 α 稳定噪声环境下的参数诱导随机共振现象。张刚和胡韬^[13]研究了 Levy 噪声激励下的幂函数型单稳态随机共振特性。文献[14]分析了 α 稳定噪声驱动的双稳系统的随机共振现象。

目前为止, 尚未有人对 Levy 噪声背景下的对称三稳态系统参数和噪声诱导的随机共振问题进行研究。为更加深入理解三稳态系统的随机共振特性, 本文在 Levy 噪声及三稳态系统的研究基础上, 对 Levy 噪声驱动下的三稳态系统随机共振特性进行了讨论。分别研究了当 Levy 噪声的特征指数 $\alpha(0 < \alpha \leq 2)$ 和对称参数 $\beta(-1 \leq \beta \leq 1)$ 取不同值时, 三稳态系统参数 w , a 和 b 以及 Levy 噪声强度放大系数 D 对平均信噪比增益的影响, 为三稳态随机共振系统在微弱信号检测中的应用奠定了可靠的基础。

1 模型与方法

1.1 Levy 噪声的特征函数

Levy 噪声又称 α 噪声^[15], 最早由芬兰数学家

利维(Levy)提出来的。人们通常用特征函数来表示 Levy 噪声 $S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$ 的分布情况, 其特征函数表达式为:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp\left[-\sigma|t|\left(1+i\beta\frac{2}{\pi}\text{sign}(t)\log|t|\right)+i\mu t\right], & \alpha=1 \\ \exp\left[-\sigma^\alpha|t|^\alpha\left(1-i\beta\text{sign}(t)\tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right)+i\mu t\right], & \alpha \neq 1 \end{cases} \quad (1)$$

由(1)可知, Levy 噪声的稳定分布由 $\alpha, \beta, \sigma, \mu$ 唯一确定。其中, 参数 $\alpha \in (0, 2]$ 是特征指数, 它决定该分布的拖尾特性和脉冲特性。 α 值越小, 拖尾特性越弱, 脉冲特性越强。反之, α 值越大, 拖尾特性越强, 脉冲特性越弱。当 $\alpha=2$ 时, 服从高斯分布, 当 $\alpha=1$ 且 $\beta=0$ 时服从柯西分布。参数 $\beta \in [-1, 1]$ 是对称参数, 用于确定分布的对称性。参数 $\sigma \in [0, +\infty)$ 是尺度系数, 又称离差或分散系数, 类似于高斯分布中的方差。参数 $\mu \in (-\infty, +\infty)$ 是位置参数, 它决定该分布的中心位置。

1.2 Levy 噪声的产生方法

假设 X 是服从 Levy 分布的随机变量, 我们可以采用 Chambers-Mallows-Stuck(CMS)算法得到。当 $\alpha \neq 1$ 时,

$$X = D_{\alpha, \beta, \sigma} \frac{\sin(\alpha(V + C_{\alpha, \beta}))}{(\cos(V))^{1/\alpha}} \left[\frac{\cos(V - \alpha(V + C_{\alpha, \beta}))}{W} \right]^{(1-\alpha)/\alpha} + \mu \quad (2)$$

其中:

$$C_{\alpha, \beta} = \frac{\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2))}{\alpha} \quad (3)$$

$$D_{\alpha, \beta, \sigma} = \sigma[\cos(\arctan(\beta \tan(\pi\alpha/2)))]^{-1/\alpha} \quad (4)$$

当 $\alpha=1$ 时

$$X = \frac{2\sigma}{\pi} \left[\left(\frac{\pi}{2} + \beta V \right) \tan V - \beta \ln \left(\frac{(\pi/2)W \cos V}{\pi/2 + \beta V} \right) \right] + \mu \quad (5)$$

这里, V 为 $(-\pi/2, \pi/2)$ 上的均匀分布, W 为均值为 1 的指数分布, 并且 V 和 W 相互独立。图 1 为利用 CMS 算法产生的不同 α 值下的 Levy 噪声。

由图 1 可知, α 值越小, Levy 噪声中含有的尖

峰脉冲越多,并且这些脉冲的幅值远远大于序列中其他样本的平均幅值;随着 α 值不断增大,脉冲特性逐渐减弱,当 $\alpha=2$ 时,如图1(b)所示,尖峰脉冲已消失,此时噪声服从高斯分布。

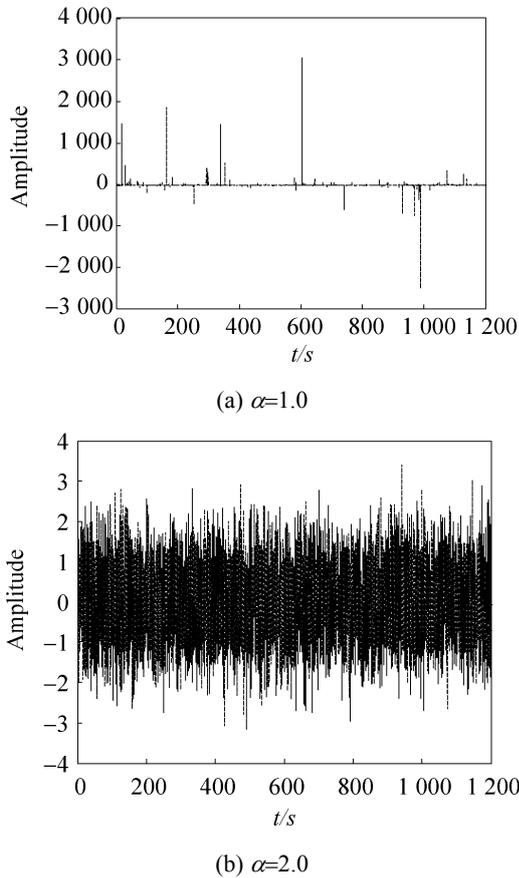


图1 不同特征指数 α 对应的levy噪声($\beta=0, \sigma=1, \mu=0$)
Fig. 1 Levy noises for characteristic index α with $\beta=0, \sigma=1, \mu=0$

1.3 随机共振系统的检测模型及数值解

Levy 噪声与周期驱动力共同驱动下的三稳态系统的郎之万方程为:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dU(x)}{dx} + A\sin(2\pi f_0 t) + D\xi(t) \quad (6)$$

式中: $A\sin(2\pi f_0 t)$ 表示幅值为 A , 频率为 f_0 的周期驱动力; $D\xi(t)$ 表示强度为 D 的 Levy 噪声; $U(x)$ 是三稳态系统的势函数, 其表达式为:

$$U(x) = \frac{1}{2}wx^2 - \frac{1}{4}bx^4 + \frac{1}{6}ax^6 \quad (7)$$

式中: w, b 和 a 为系统结构参数且均 >0 。令 $U'(x)=0$, 可以得到:

$$x_{\min} = 0, \pm\sqrt{\frac{b + \sqrt{b^2 - 4aw}}{2a}} \quad (8)$$

$$x_{\max} = \pm\sqrt{\frac{b - \sqrt{b^2 - 4aw}}{2a}} \quad (9)$$

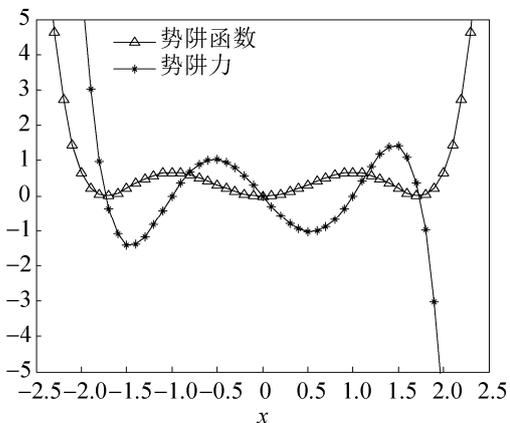
式(8)、(9)所代表的五个点分别是 $U(x)$ 的三个稳定点和两个不稳定点。将这五个点分别带入式(7), 可得势垒高度为:

$$\Delta U_{L,R} = \frac{1}{12a^2}(b^2 - 4aw)^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

$$\Delta U_M = \frac{1}{24a^2}[(b^2 - 4aw)^{\frac{3}{2}} + b(b^2 - 6aw)]$$

由(10)式可知, 势垒高度均与参数 w, b 和 a 有关。图2(a)所示是三稳态势函数和其对应的势阱力 $-U'(x)$, 从图中可以看出, 势阱函数 $U(x)$ 关于 $x=0$ 偶对称, 有三个稳定点和两个势垒, 势阱力 $-U'(x)$ 关于 $(0, 0)$ 奇对称, 振荡粒子偏离势阱中心 $x=0$ 的过程中, 势阱力在两个势垒中均先增大后减小, 当振荡粒子运动到右(左)侧势阱的一端时, 势阱力迅速增加, 振荡粒子迅速运动到左(右)侧势阱。图2(b)是固定 $a=1, b=4$ 时, 两侧势垒的深度和宽度随 w 的增大而减小, 但是中间势垒的深度随着 w 的增大而增大。图2(c)是不同参数条件下的势阱力 $-U'(x)$ 。由图2(c)可知, 随着 w 的增大势阱力两侧阱的深度和宽度逐渐减小。

本文采用 CMS 算法和四阶龙格-库塔(Runge-Kutta)算法对式(6)进行求解, 其过程如式(11)所示。



(a) 势阱函数及相应的势阱力

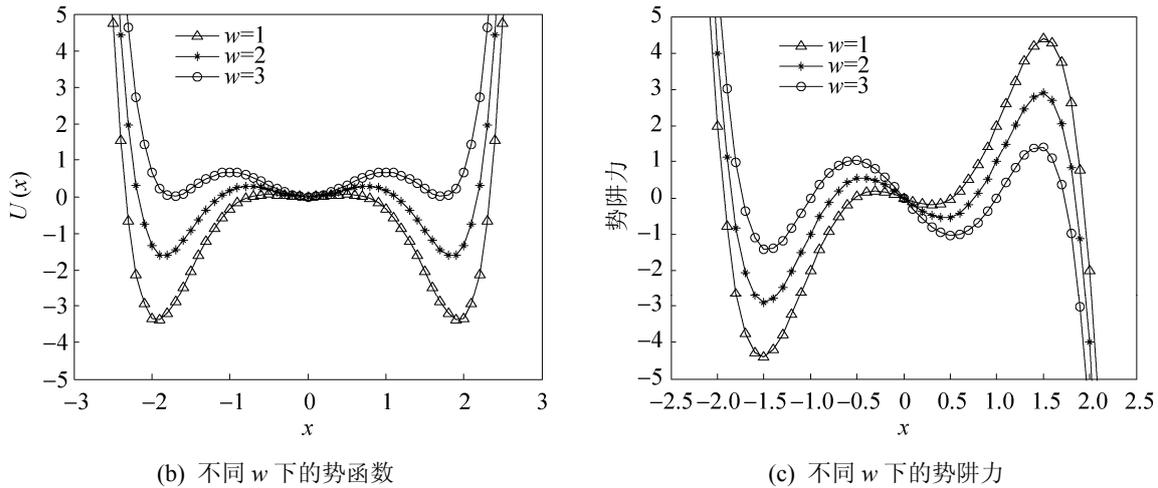


图 2 三稳态系统的势阱函数和势阱力

Fig. 2 Potential well functions and potential well forces of tri-stable system

$$\begin{cases}
 x(n+1) = x(n) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + \frac{1}{h^\alpha} \eta(n) \\
 k_1 = h \left[-wx(n) + bx^3(n) - ax^5(n) + s(n) \right] \\
 k_2 = h \left[-w \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right) + b \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right)^3 - a \left(x(n) + \frac{k_1}{2} \right)^5 + s(n) \right] \\
 k_3 = h \left[-w \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right) + b \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right)^3 - a \left(x(n) + \frac{k_2}{2} \right)^5 + s(n+1) \right] \\
 k_4 = h \left[-w(x(n) + k_3) + b(x(n) + k_3)^3 - a(x(n) + k_3)^5 + s(n+1) \right]
 \end{cases} \quad (11)$$

其中: $x(n)$ 和 $s(n)$ 分别是输入信号和输出信号的第 n 次采样值; $\eta(n)$ 是 Levy 噪声第 n 次采样值; h 是采样间隔。针对 Levy 噪声在特征指数比较小时, 脉冲幅值大, 振荡粒子跳跃的距离趋向无穷大, 本文在数值仿真时对系统输出 $x(t)$ 进行截断, 即当 $|x(t)| > 10$ 时, 令 $x(t) = \text{sign}(x(t)) \times 10$ 。

2 性能指标

目前随机共振的衡量指标很多, 主要有功率谱放大系数、信噪比增益、驻留时间分布等等。信噪比增益 ($SNRI$) 是衡量随机系统对输入信号改善性能的重要指标, 只有当 $SNRI > 1$ 时, 随机共振系统才能对输入微弱信号有明显的增强和改善作用, 且 $SNRI$ 越大表明随机共振系统对输入微弱信号的

改善性能越好^[16]。为了更好的反应三稳态随机共振系统对输入微弱信号的改善作用, 本文利用 $SNRI$ 为衡量指标, 其定义如下:

$$SNRI = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} \quad (12)$$

其中: $SNRI$ 是信噪比增益; SNR_{out} 是输出信噪比; SNR_{in} 是输入信噪比。

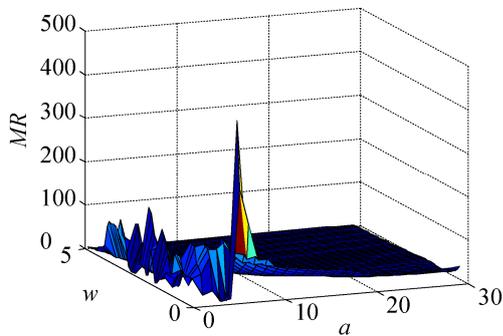
由于 Levy 噪声激励的随机共振系统具有较大的随机性, 为了提高实验数据的可靠性, 本文以下研究均以 100 次实验的信噪比增益平均值为衡量指标, 即平均信噪比增益 MR , 其定义如下:

$$MR = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n SNRI_i \quad (13)$$

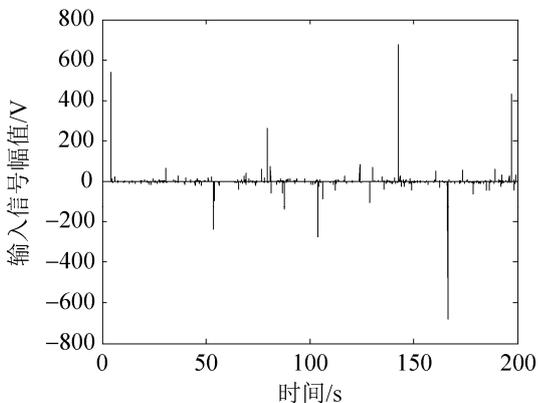
其中: n 为实验次数; $SNRI_i$ 为第 i 次实验的信噪比增益。

3 周期信号在 Levy 噪声驱动下的对称三稳态系统的随机共振现象

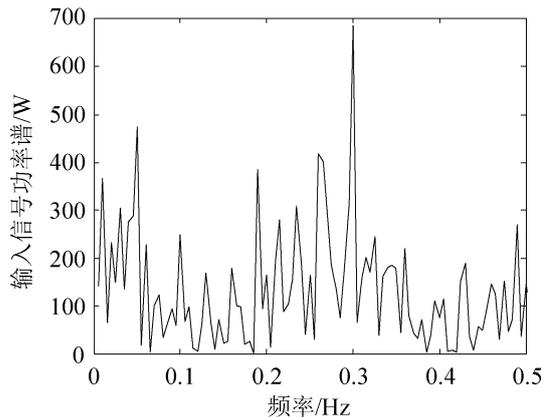
在研究 Levy 噪声驱动下的三稳态系统的随机共振现象时，仿真实验所选取的输入信号为： $s(t) = A\sin(2\pi ft)$ ，其中输入信号幅值 $A=0.5$ ，频率 $f=0.05$ 。Levy 噪声分布参数 $\alpha=1$ ， $\beta=0$ ， $\sigma=1$ ， $\mu=0$ ， $D=0.1$ ；令系统参数 $b=2$ ，以平均信噪比增益为衡量指标，利用自适应算法寻求最佳参数组合 $a=0.5$ ， $w=2$ ，得到如图 3(a)所示的三维图。采样频率 $f_s=50\text{ Hz}$ ，采样点数 $N=10\ 000$ ，进行仿真，仿真结果如图 3(b)~(d)所示。图 3(b)是输入信号与 Levy 噪声的混合信号的时域图，图 3(c)是混合信号的功率谱图，从图 3(b)和(c)都无法识别出待测输入信号的频率。图 3(d)是将含 Levy 噪声的待测信号输入三稳随机共振系统后所得到的输出信号的功率谱图，从图 3(d)中可以清晰地辨别出待测信号的频率值 $f=0.05$ 。由此可见，只要选取适当的参数组合就可以使三稳系统达到随机共振，从而将淹没在 Levy 噪声中微弱信号检测出来。



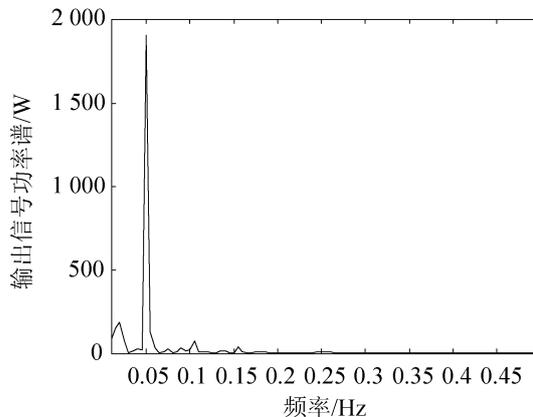
(a) 自适应随机共振三维图



(b) 含噪信号时域图



(c) 含噪信号功率谱图



(d) 输出信号功率谱图

图 3 三稳态系统的随机共振

Fig. 3 Stochastic resonance of tri-stable system

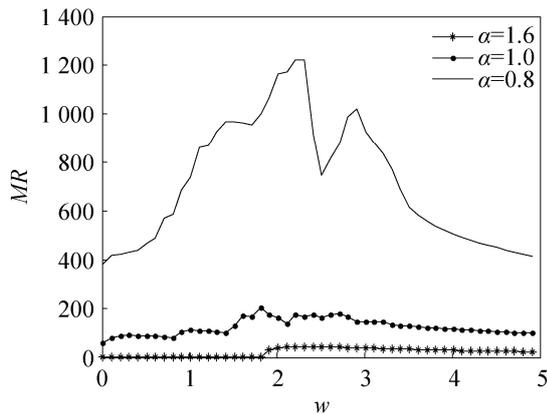
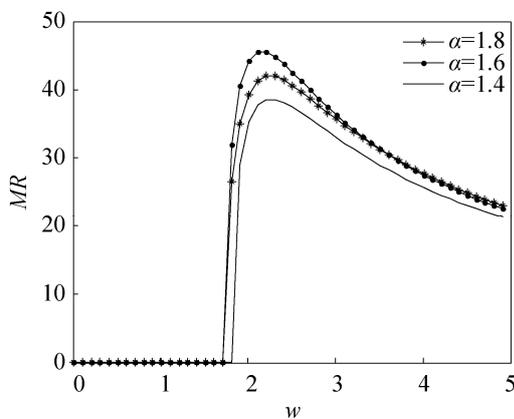
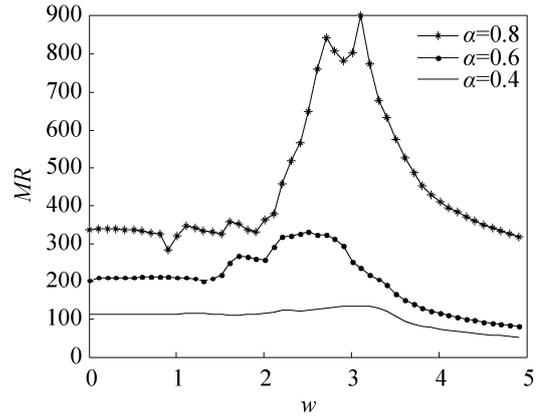
接下来将深入研究 Levy 噪声在不同特征指数 $\alpha(0 < \alpha \leq 2)$ 和对称指数 $\beta(-1 \leq \beta \leq 1)$ 下，三稳态随机共振系统结构参数 w ， a 和 b 以及 Levy 噪声强度放大系数对共振输出效应的作用规律。

3.1 不同特征指数 α 下的随机共振

3.1.1 MR 在不同特征指数 α 下随三稳态系统参数 w 的变化

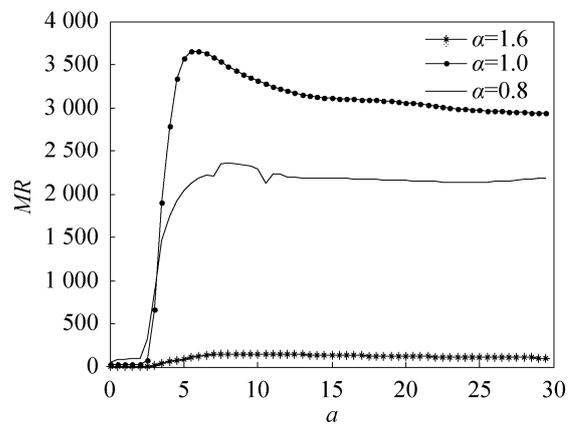
待测微弱信号及采样频率保持不变，特征指数 α 分别取 1.6，1.0，0.8，其余参数分别为 $\beta=0$ ， $\sigma=1$ ， $\mu=0$ ， $D=0.1$ 。固定 $a=0.5$ ， $b=2$ ，得到平均信噪比增益 MR 随参数 w 的变化曲线如图 4(a)所示。为了更加详细的分析不同 α 取值对 w 的影响，分别研究了 $\alpha > 1$ 和 $\alpha < 1$ 时， MR 随着参数 w 的变化曲线如图 4(b)、(c)所示。由图 4(a)

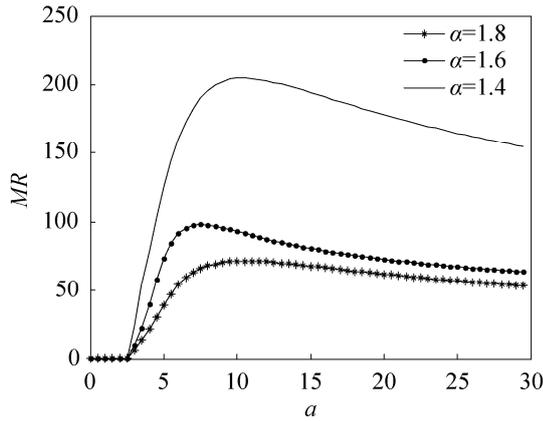
可知, 平均信噪比增益在不同 α 下随 w 的变化曲线总体上呈现先增大后变小的趋势, 当 $\alpha=0.8$ 时, 所对应的 MR 曲线出现了双峰值, 这是因为三稳态系统发生随机共振时中间势阱和两侧势阱发生的随机共振有可能同时存在, MR 曲线中比较大的峰值是由粒子在两侧势阱中跳跃引发的, 较小的峰值是由粒子在中间势阱中跳跃引发的。当 $\alpha>1$ 时, 通过分析图 4(b) 可知, 当 $w \in (0, 1.81]$ 时, 平均信噪比增益非常小, 说明粒子无法越过势垒, 此时无法产生随机共振。当 $w \in (1.81, 5]$ 时, MR 曲线先迅速增大再逐渐减小。当 $\alpha<1$ 时, 通过分析图 4(c) 可知, MR 曲线先增大后减小, 与图 4(b) 比较可知, $\alpha<1$ 时的平均信噪比增益整体上比 $\alpha>1$ 时的平均信噪比增益大, 从而进一步验证了 Levy 噪声的特征指数越小脉冲特性越强这一特点。

(a) 不同 α 下 MR 随参数 w 的变化(b) 当 $\alpha>1$ 时, 不同 α 下 MR 随参数 w 的变化(c) 当 $\alpha<1$ 时, 不同 α 下 MR 随参数 w 的变化图 4 MR 随参数 w 的变化
Fig. 4 Variations of MR with w

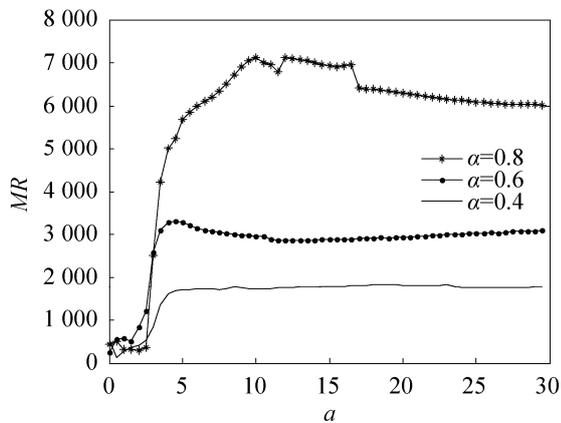
3.1.2 MR 在不同特征指数 α 下随三稳态系统参数 α 的变化

待测微弱信号及采样频率保持不变, 令特征指数 α 分别取 1.6, 1.0, 0.8, 其余参数分别为 $\beta=0$, $\sigma=1$, $\mu=0$, $D=0.1$ 。固定 $w=2$, $b=2$, 得到平均信噪比增益曲线如图 5(a) 所示。图 5(b)、(c) 分别是当 $\alpha>1$ 和 $\alpha<1$ 时, 平均信噪比增益随 a 的变化曲线。由图 5(a) 可知, 平均信噪比增益 MR 随着 a 先增大后减小, 并且减小到一定值时趋于稳定。当 $\alpha=1$ 时, 系统的 MR 大于 $\alpha \neq 1$ 时的 MR 。由图 5(b) 可知, 当 $\alpha>1$ 时, α 越小, MR 越大。由图 5(c) 可知, 当 $\alpha<1$ 时, α 越大, MR 越大。

(a) 不同 α 下 MR 随参数 a 的变化



(b) 当 $\alpha > 1$ 时, 不同 α 下 MR 随参数 α 的变化



(c) 当 $\alpha < 1$ 时, 不同 α 下 MR 随参数 α 的变化

图5 MR 随参数 α 的变化
Fig. 5 Variations of MR with α

3.1.3 MR 在不同特征指数 α 下随三稳态系统参数 b 的变化

待测微弱信号及采样频率保持不变, 令特征指数 α 分别取 1.6, 1.0, 0.8, 其余参数分别为 $\beta = 0$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$, $D = 0.1$. 固定 $a = 0.5$, $w = 2$, 得到平均信噪比增益 MR 随参数 b 的变化曲线如图 6 所示. 由图 6 可知, MR 随着 b 的增加呈现出先增大后减小的趋势, 最后几乎趋近于 0. 当 $\alpha = 1$ 时, 平均信噪比增益 MR 整体上大于当 $\alpha \neq 1$ 时的 MR . 由以上分析可知, 三稳态系统参数 b 的变化对系统输出性能的影响显著.

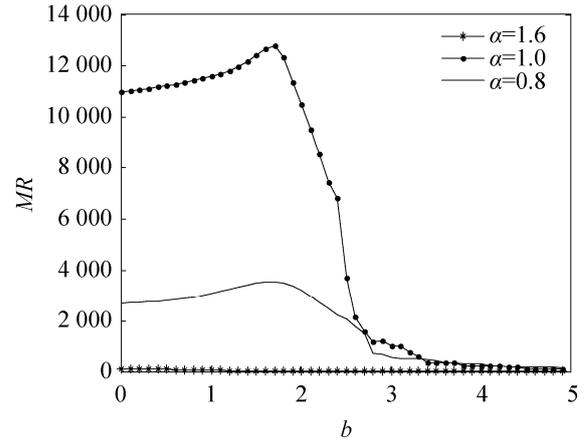


图6 不同 α 下 MR 随 b 的变化
Fig. 6 Variations of MR with b for different values of α

3.1.4 MR 在不同特征指数 α 下随 Levy 噪声放大系数 D 的变化

待测微弱信号及采样频率保持不变, 令特征指数 α 分别取 1.8, 1.4, 1.0, 0.8, 0.6, 其余参数分别为 $\beta = 0$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$. 固定 $a = 0.5$, $w = 2$, $b = 2$, 得到平均信噪比增益 MR 随 Levy 噪声放大系数 D 的变化曲线如图 7 所示. 由图 7 可知, 在 α 取不同时, MR 随 Levy 噪声放大系数 D 的增大都是波动变化的, 出现了很多个峰值, 说明存在最优的 D 使微弱信号、噪声和三稳态系统产生随机共振效果. 整体上看, 当 $\alpha = 1$ 时, 平均信噪比增益 MR 的极大值要明显大于 $\alpha \neq 1$ 时的 MR .

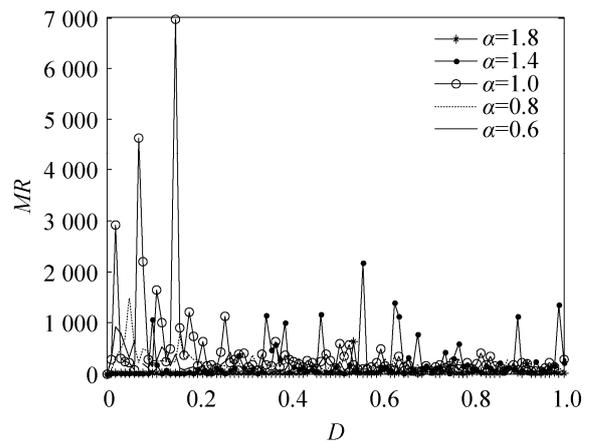


图7 不同 α 下 MR 随 D 的变化
Fig. 7 Variations of MR with D for different values of α

3.2 不同特征指数 β 下的随机共振

3.2.1 MR 在不同对称参数 β 下随三稳态系统参数 w 的变化

待测微弱信号及采样频率仍保持不变, 令对称参数分别取 $\beta = -1$, $\beta = 0$, $\beta = 1$, 其余参数 $\alpha = 1$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$ 。固定 $a = 0.5$, $b = 2$, $D = 0.1$ 。图 8 是平均信噪比增益 MR 随系统参数 w 的变化曲线。不同对称参数 β , MR 均呈现先增大后减小的趋势, 说明存在最优的 β 使得该系统表现出较好的随机共振现象。对比分析可知, $\beta = -1$ 和 $\beta = 1$ 所对应的曲线, 产生随机共振的区间大致相同, 并且当 $\beta = 0$ 时的 MR 明显大于 $\beta \neq 0$ 时的 MR 。

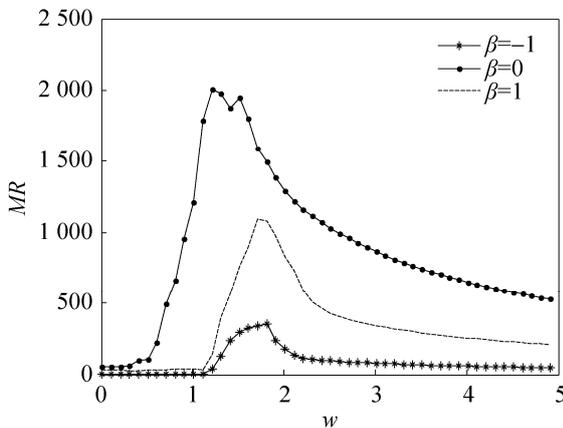


图 8 不同 β 下 MR 随 w 的变化
Fig. 8 Variations of MR with w for different values of β

3.2.2 MR 在不同对称参数 β 下随三稳态系统参数 b 的变化

待测微弱信号及采样频率仍保持不变, 令对称参数分别取 $\beta = -1$, $\beta = 0$, $\beta = 1$, 其余参数 $\alpha = 1$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$ 。固定 $a = 0.5$, $w = 2$, $D = 0.1$, 仿真得到平均信噪比增益 MR 随系统参数 b 的变化曲线如图 9 所示。由图 9 可知, 对称参数 β 取不同值时, 平均信噪比增益 MR 曲线均呈现出先增大后减小的趋势, 并且出现峰值的区间大致相同, 均位于 $b \in [1.81, 3]$, 说明此时三稳态的势垒发生变化, 粒子的能量能够越过势垒, 使得三稳态系统、弱信号和 Levy 噪声产生协同作用。当 $\beta = 0$ 时, 其 MR 远

远小于 $\beta \neq 0$ 时的 MR , 这一点与 Levy 噪声驱动的双稳态系统和幂函数型单稳态系统正好相反。当 $\beta = 1$ 时, 出现了类似图 4(a) 中当 $\alpha = 0.8$ 时的双峰值。

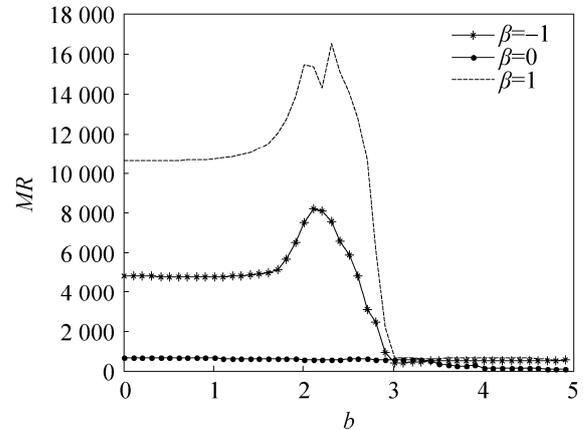


图 9 不同 β 下 MR 随 b 的变化
Fig. 9 Variations of MR with b for different values of β

3.2.3 MR 在不同对称参数 β 下随三稳态系统参数 a 的变化

待测微弱信号及采样频率仍保持不变, 令对称参数分别取 $\beta = -1$, $\beta = 0$, $\beta = 1$, 其余参数 $\alpha = 1$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$ 。固定 $b = 2$, $w = 2$, $D = 0.1$, 进行仿真, 图 10 是平均信噪比增益 MR 随着系统参数 a 的变化曲线。如图 10 所示, 当 $\beta = 0$ 时, 所对应的 MR 曲线表现出明显的先增大后减小的趋势, 整体上观察可知, 当 $\beta \neq 0$ 时, 所对应的 MR 远远小于 $\beta = 0$ 的 MR 。

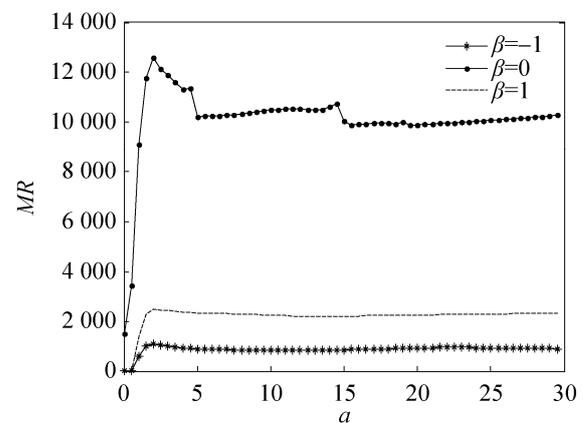


图 10 不同 β 下 MR 随 a 的变化
Fig. 10 Variations of MR with a for different values of β

3.2.4 MR 在不同对称参数 β 下随 Levy 噪声放大系数 D 的变化

待测微弱信号及采样频率仍保持不变,令对称参数分别取 $\beta = -1$, $\beta = 0$, $\beta = 1$,其余参数 $\alpha = 1$, $\sigma = 1$, $\mu = 0$ 。固定 $a = 0.5$, $w = 2$, $b = 2$,进行仿真,得到平均信噪比增益 MR 随着 Levy 噪声放大系数 D 的变化曲线如图 11 所示。整体上来看,不同对称参数 β 下, MR 呈现先增大后减小的趋势,当 $\beta = 0$ 时的平均信噪比增益大于 $\beta \neq 0$ 时的 MR ,并且 $\beta = 1$ 与 $\beta = -1$ 的平均信噪比增益曲线变化区间大致相同。

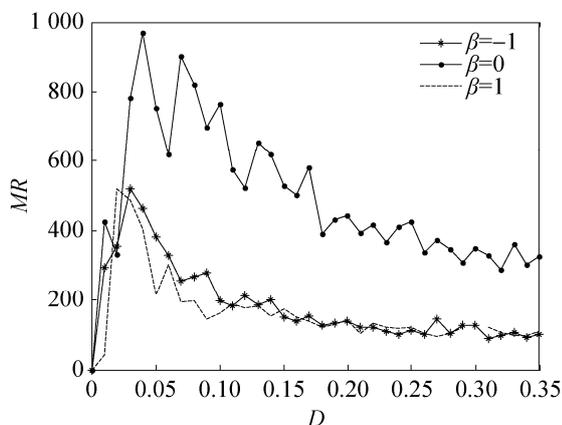


图 11 不同 β 下 MR 随 D 的变化

Fig. 11 Variations of MR with D for different values of β

4 结论

由于 Levy 噪声具有显著的脉冲特性和拖尾特性,这与实际应用中遇到的随机信号的特点很接近,因此选用 Levy 噪声可以很好地与实际数据相吻合。本文对三稳态系统在 Levy 噪声环境下的参数诱导和噪声诱导的随机共振现象进行了深入研究。研究表明:(1) 在 Levy 噪声分布参数 α , β 取不同值的条件下,改变三稳态系统参数 w , a , b 和噪声强度放大系数 D 均可诱导随机共振;(2) 在不同特征指数 α 下,对于一个确定的系统参数 w (或 a 或 b),平均信噪比增益 MR 整体上表现出先增大后减小的趋势,说明存在最优的系统参数使三稳态系统、Levy 噪声和输入信号产生随机共振,

当 $\alpha = 1$ 时,随机共振输出效果最好,当 $\alpha > 1$ 时的平均信噪比增益 MR 远远小于当 $\alpha < 1$ 时的平均信噪比增益 MR ;(3) 在不同特征指数 α 下,对于一个确定噪声强度放大系数 D ,平均信噪比增益 MR 出现了多个峰值,当 $\alpha = 1$ 时,随机共振的输出效果明显好于 $\alpha \neq 1$ 时;(4) 在不同对称参数 β 下,对于系统参数 w , a 和噪声放大系数 D 中的任意一个,当 $\beta = 0$ 时的随机共振输出效果要比当 $\beta \neq 0$ 时的共振效果好,而对于系统参数 b ,当 $\beta \neq 0$ 时的随机共振输出效果要远远好于当 $\beta = 0$ 时的输出效果。本结论为 Levy 噪声环境下参数诱导的随机共振现象系统参数的合理选取提供了依据,进而为三稳态随机共振系统在工程实践中的应用奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] Beniz R, Sutura A, Vulplana A. The mechanism of stochastic resonance[J]. The Journal of Physical A (S1361-6447), 1981, 14(5): 453-457.
- [2] 陈仲生, 杨拥民. 悬臂梁压电振子宽带低频振动能量俘获的随机共振机理研究[J]. 物理学报, 2011, 7(7): 430-436.
Chen Z S, Yang Y M. Stochastic resonance mechanism for wideband and low frequency vibration energy harvesting based on piezoelectric cantilever beams[J]. Acta Phys. Sin., 2011, 7(7): 430-436.
- [3] Gao Z B, Liu X Z, Zheng N. Study on the method of chaotic oscillator in weak signal detection[J]. Chongqing Univ. Posts and Telecommunications (S1673-825X), 2013, 25(4): 440-444.
- [4] Lindner J F, Breen B J, Wills M E, et al. Mono stable array-enhanced stochastic resonance[J]. Phys. Rev. E (S1539-3755), 2001, 63(5): 051107.
- [5] Wang K K, Liu X B. Stochastic resonance for a metapopulation system driven by multiplicative and additive colored noises[J]. Chin. Phys. B (S1674-1056), 2014, 23(1): 010502.
- [6] 刘海波, 吴德伟, 戴传金, 等. 基于 Duffing 振子的弱正弦信号检测方法研究[J]. 电子学报, 2013, 41(1): 8-12.
Liu H B, Wu D W, Dai C J, et al. A new weak sinusoidal signal detection method based on duffing oscillators[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 8-12.

- [7] Lu S L, He Q B, Zhang H B, et al. Signal amplification and filtering with a tri stable stochastic resonance cantilever[J]. Review of Scientific Instruments (S0034-6748), 2013(2): 026110.
- [8] Li J M, Chen X F, He Z J. Multi-stable stochastic resonance and its application research on mechanical fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration (S0022-460X), 2013, 33(22): 5999-6015.
- [9] Zhang H Q, Xu Y, Xu W, et al. Logical stochastic resonance in triple-well potential systems driven by colored noise[J]. Chaos (S1054-1500), 2012, 22(4): 043130.
- [10] Arathi S, Rajasekar S. Impact of the depth of the wells and multiracial analysis on stochastic resonance in a triple-well system[J]. Phys. Scr. (S1402-4896), 2011, 84, 065011.
- [11] 赖志慧, 冷永刚. 三稳系统的动态响应及随机共振[J]. 物理学报, 2015, 64(20): 200503-200503.
Lai Z H, Leng Y G. Dynamic Response and Stochastic Resonance of a Tri-stable System[J]. Acta Phys. Sin., 2015, 64(20): 200503-200503.
- [12] 张广丽, 吕希路, 康艳梅. α 稳定噪声环境下过阻尼系统中的参数诱导随机共振现象[J]. 物理学报, 2012, 61(4): 040501.
Zhang G L, Lv X L, Kang Y M. Lparameter-induced stochastic resonance in overdamped system with α stable Noise[J]. Acta Phys. Sin., 2012, 61(4): 040501.
- [13] 张刚, 胡韬, 张天骐. Levy 噪声激励下的幂函数型单稳随机共振特性分析[J]. 物理学报, 2015, 64(22): 72-81.
Zhang G, Hu T, Zhang T Q. Characteristic analysis of power function type monostable stochastic resonance with Levy noise [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(22): 72-81.
- [14] 焦尚彬, 任超, 黄伟超, 等. α 稳定噪声环境下多频微弱信号检测的参数诱导随机共振现象[J]. 物理学报, 2013, 62(21): 26-35.
Jiao S B, Ren C, Huang W C, et al. Parameter-induced stochastic resonance in multi-frequency weak signal detection with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(21): 26-35.
- [15] Xu B H, Zeng L Z, Li J L. Application of stochastic resonance in target detection in shallow-water reverberation[J]. Journal of Sound and Vibration (S0022-460X), 2007, 303(1): 255-263.
- [16] 焦尚彬, 杨蓉, 张青, 等. α 稳定噪声驱动的非对称双稳随机共振现象[J]. 物理学报, 2015, 64(2): 020502.
Jiao S B, Yang R, Zhang Q, et al. Stochastic resonance of asymmetric bistable system with α stable noise[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(2): 020502.

《系统仿真学报》荣获“2017 中国国际影响力优秀学术期刊”证书

由中国学术期刊（光盘版）电子杂志社与清华大学图书馆联合成立的中国学术文献国际评价研究中心，发布了 2017 版《中国学术期刊国际引证年报》，《系统仿真学报》荣获“2017 中国国际影响力优秀学术期刊”。

《年报》（2017 版）采用的统计源期刊为 20192 种，涵盖 WoS 收录的 SCI 期刊 8874 种、SSCI 和 A&HCI 期刊 4645 种，ESCI 期刊 5578 种；增补期刊 1762 种。参照中外文学术期刊总被引频次、影响因子、半衰期等各项国际引证指标，计算期刊影响力指数(CI)，对国内 6210 种学术期刊排序，遴选了人文社科、自然科学与工程技术两个类别的 TOP10%为国际影响力品牌学术期刊。TOP5%以内的期刊为“最具国际影响力学术期刊”、TOP5-10%之间的为“国际影响力优秀学术期刊”。