

1-4-2019

Group Consensus of Multi-agent Networks with Multiple Time Delays

Lianghao Ji

Chongqing key laboratory of Computational Intelligence, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

Xinyue Zhao

Chongqing key laboratory of Computational Intelligence, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Group Consensus of Multi-agent Networks with Multiple Time Delays

Abstract

Abstract: The group consensus problems for first-order and second-order multi-agent networks with multiple time delays are investigated respectively. Based on the theory of frequency-domain, some algebraic criteria are analytically proposed, which can guarantee the achievement of group consensus. *The results show that the input time delays, the coupling weights and the coupling strengths between the agents play key roles in reaching group consensus, whereas communication time delays can only affect the convergence rate of the systems.* The validity of the results is verified by several simulated examples.

Keywords

time delays, group consensus, multi-agent networks, complex networks

Recommended Citation

Ji Lianghao, Zhao Xinyue. Group Consensus of Multi-agent Networks with Multiple Time Delays[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(4): 1287-1293.

多时滞影响下多智能体网络的分组一致性

纪良浩, 赵新月

(重庆市计算智能重点实验室, 重庆邮电大学, 重庆 400065)

摘要: 针对具有不同拓扑结构的一阶、二阶多智能体网络, 基于频域控制理论, 分别研究了其在多时滞影响下的分组一致性问题, 分析并给出系统渐近实现分组一致的代数条件判据。研究发现多智能体网络分组一致的实现要同时受到节点自身输入时滞以及节点间耦合权重的影响, 与节点间的通信时滞无关, 但会影响系统的收敛速度。仿真实验的结果进一步验证了理论分析所得结论的正确性与有效性。

关键词: 时滞; 分组一致性; 多智能体网络; 复杂网络

中图分类号: TP13

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 04-1287-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201804010

Group Consensus of Multi-agent Networks with Multiple Time Delays

Ji Lianghao, Zhao Xinyue

(Chongqing key laboratory of Computational Intelligence, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: The group consensus problems for first-order and second-order multi-agent networks with multiple time delays are investigated respectively. Based on the theory of frequency-domain, some algebraic criteria are analytically proposed, which can guarantee the achievement of group consensus. The results show that the input time delays, the coupling weights and the coupling strengths between the agents play key roles in reaching group consensus, whereas communication time delays can only affect the convergence rate of the systems. The validity of the results is verified by several simulated examples.

Keywords: time delays; group consensus; multi-agent networks; complex networks

引言

多智能体网络的一致性问题是复杂系统协调控制的基本问题, 由于在分布式传感器网络、网络拥塞控制以及群集运动等领域的广泛应用, 其已成为研究者关注的焦点问题。在复杂系统的协调控制中, 受环境、状态、协作任务甚至时间等变化的影响, 通常会导致系统一致收敛的状态也随之变化,

出现多个一致性状态的情形, 这便是复杂系统的分组一致现象。易知, 传统的一致性问题的可看作分组一致的特例。

近年来, 关于分组一致相关问题的研究也取得了一定进展。例如, 文献[1-4]分别研究了具有无向、有向及切换拓扑的多智能体网络的分组一致性问题。文献[5-6]分别研究了多智能体网络的平均分组一致以及均方分组一致的问题。Ma 等^[7]研究了基于事件驱动控制的多智能体网络的分组一致性问题。文献[8-12]讨论了牵制分组一致以及牵制分组同步的问题。在文献[13-14]中, Yu 等针对拓扑结构为无向图、强连通平衡图的多智能体网络, 研究



收稿日期: 2016-05-18 修回日期: 2016-10-18;
基金项目: 国家自然科学基金(61472464, 61572091, 61673080), 重庆市基础与前沿研究(cstc2014jcyjA40047), 重庆市教委科学技术研究(KJ1400429);
作者简介: 纪良浩(1977-), 男, 湖北武汉, 博士, 教授, 研究方向为智能信息处理, 复杂系统与复杂网络等。

<http://www.china-simulation.com>

• 1287 •

了其分组一致性问题。在此基础上, Yu 等^[15-16]还进一步研究了在通信时滞影响下,多智能体网络的分组一致性问题。Wang 等^[17]针对强连通平衡图,讨论了在通信时滞影响下的多智能体网络的分组一致性问题。文献[18]针对拓扑结构为连通二分图的一阶多智能体网络,讨论了时滞影响下的分组一致性问题。基于文献[18], Du 等^[19]讨论了在时滞影响下多智能体网络的加权分组一致性问题。Ji 等^[20]分别讨论了在时滞影响下拓扑结构为无向图和连通二分图的一阶多智能体网络的分组一致性问题。

在实际系统中,时滞是客观存在的。因此研究时滞影响下多智能体网络的分组一致性问题更具有现实意义。然而,目前已有的针对时滞影响下多智能体网络的分组一致的相关研究工作主要存在以下两个方面的不足:其一,只考虑了通信时滞,或只考虑了通信时滞与输入时滞相同的特殊情形,如文献[13-16, 18-20]。其二,许多研究工作只针对具有特殊拓扑的多智能体网络,如无向图、强连通图与强连通平衡图等,如文献[5,13-14,17-20]。受相关研究工作启发,本文针对更具一般性拓扑结构的多智能体网络,分别讨论了同时具有不同通信时滞和输入时滞的一阶、二阶多智能体网络的分组一致性问题,并给出了系统渐近实现分组一致的代数条件判据。

对于包含 N 个智能体的多智能体网络,其拓扑结构可用有向图 $G=(V,E,A)$ 表示。其中, V,E,A 分别代表节点集合、边集合以及节点间的邻接矩阵。定义 G 的度矩阵 $D=diag\{d_i, i \in \mathbb{N}\}$, 其中 $d_i, \mathbb{N}=\{1,2,\dots,N\}$ 分别表示节点 i 的入度和下标集合。

考虑一阶或者二阶多智能体网络,其系统动力学方程分别如式(1)、(2)所示:

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $x_i(t), v_i(t), u_i(t) \in \mathbb{R}$ 分别表示第 i 个智能体在 t 时刻的位置、速度状态和控制输入。

假设包含 $n+m$ 个智能体的系统,其拓扑结构 G 包含两个子图 $G_1=(V_1, E_1, A_1)$ 与 $G_2=(V_2, E_2, A_2)$, 其中 $V_1=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $V_2=\{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+m}\}$ 。定义有限下标集 $L_1=\{1, 2, \dots, n\}$, $L_2=\{n+1, n+2, \dots, n+m\}$ 。 v_i 子图邻居集合为 $N_{1i}=\{v_j \in V_1 : (v_i, v_j) \in E\}$, $N_{2i}=\{v_j \in V_2 : (v_i, v_j) \in E\}$ 。易知 $V=V_1 \cup V_2$, $N_i=N_{1i} \cup N_{2i}$ 。便于描述,本文只讨论二分组一致性问题,对于多个分组情形,可采用类似方法证明。

定义 1 假设包含 $n+m(n, m > 1)$ 个智能体的系统(1), 当且仅当其智能体状态满足以下两个条件时,

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_1;$$

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_2。$$

称系统(1)能渐近实现分组一致性。

定义 2 假设包含 $n+m$ 个智能体的系统(2), 当且仅当如下四个条件同时满足时,

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_1;$$

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_1;$$

$$3) \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_2;$$

$$4) \lim_{t \rightarrow \infty} \|v_i(t) - v_j(t)\| = 0, \forall i, j \in L_2。$$

称系统(2)能渐近实现分组一致性。

引理 1^[21] 如果图 G 中存在一个全局可达点, 则其 Laplacian 矩阵存在单一特征值 0。

引理 2^[22] 对于 $\forall \gamma \in [0, 1)$, 当 $\omega \in \mathbb{R}$ 时, 凸包 $\gamma Co(0 \cup \{E_i(j\omega), i \in \mathbb{N}\})$ 不包含 $(-1, j0)$ 点, 其中 $E_i(j\omega) = (\pi/2T) \times (e^{-j\omega T} / j\omega)$, T 为系统时滞。

引理 3^[23] 对于 $\omega \in \mathbb{R}$, 凸包 $\gamma Co(0 \cup \{E_i(j\omega), i \in \mathbb{N}\})$ 包含圆盘的集合 $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} G_i$ 。

1.1 拓扑结构为存在全局可达节点的时滞网络的分组一致

考虑包含 $n+m$ 个智能体的系统, 文献[13-16]基于入度平衡的假设条件(A1)与(A2), 针对协议(3)讨论了拓扑结构为无向图、强连通平衡图的多智能体网络的平均分组一致性问题。

$$u_i(t) = \begin{cases} \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t), \forall i \in L_1 \\ \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t), \forall i \in L_2 \end{cases} \quad (3)$$

$$(A1): \sum_{j=n+1}^{n+m} a_{ij} = 0, \forall i \in L_1;$$

$$(A2): \sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \forall i \in L_2.$$

基于协议(4), Ji 等^[4]针对拓扑结构为无向图的多智能体网络讨论了在时滞影响下的分组一致性问题。其中, τ 为系统时滞。

$$u_i(t) = \begin{cases} \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t-\tau) - x_i(t-\tau)) + \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t-\tau), \forall i \in L_1 \\ \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t-\tau) - x_i(t-\tau)) + \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t-\tau), \forall i \in L_2 \end{cases} \quad (4)$$

受相关研究工作的启发, 接下来讨论在多时滞影响下的分组一致性问题。

考虑如下存在不同通信时滞和输入时滞的分组一致控制算法(5):

$$u_i(t) = \begin{cases} \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t-T_{ij}) - x_i(t-T_i)) + \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t-T_{ij}), \forall i \in L_1 \\ \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t-T_{ij}) - x_i(t-T_i)) + \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t-T_{ij}), \forall i \in L_2 \end{cases} \quad (5)$$

在(5)的作用下, 系统(1)的动力学方程为:

$$\dot{x}_i(t) = \begin{cases} \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}(x_j(t-T_{ij}) - x_i(t-T_i)) + \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}x_j(t-T_{ij}), \forall i \in L_1 \\ \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij}(x_j(t-T_{ij}) - x_i(t-T_i)) + \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij}x_j(t-T_{ij}), \forall i \in L_2 \end{cases} \quad (6)$$

定理 1 考虑包含 $n+m$ 个智能体的多智能体网络(6), 当拓扑结构中存在全局可达节点且入度平衡假设条件 (A1) 与 (A2) 满足时, 若 $\max\{\tilde{d}_i T_i\} < \pi/4$ 成立, 则系统能渐近达到分组一致。其中 \tilde{d}_i 为节点 i 的入度。

证明: 对(6)式进行 Laplace 变换, 容易得到其特征方程为 $\det(sI + L(s)) = 0$, 其中

$$L(s) = (L_{ij}(s)) = \begin{cases} -a_{ij}e^{-sT_{ij}}, j \neq i \\ \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik}e^{-sT_i}, j = i \end{cases} \quad (7)$$

证明: 对(6)式做 Laplace 变换, 容易得到系统的特征方程为 $\det(sI + L(s)) = 0$, 其中 I 为单位矩阵。令 $F(s) = \det(sI + L(s))$ 。根据稳定性理论, 接下来分两种情形进行讨论:

1) 当 $s = 0$ 时, $F(0) = \det(L(0))$, 由引理 1 可知, $s = 0$ 为 $F(s)$ 的唯一零点。

2) 当 $s \neq 0$ 时, 令 $P(s) = F(s)/s$, 可以得到 $P(s) = \det(I + G(s))$, 易知讨论 $F(s)$ 的零点是否具有负实部等价于讨论 $P(s)$ 的零点是否具有负实部。所以, 如果 $P(s)$ 的零点都具有负实部, 则系统(6)能够渐近达到分组一致。

令 $s = j\omega$, 对于 $G(s)$, 根据广义的 Nyquist 准则, 对于 $\forall \omega \in \mathbb{R}$, 若 $G(j\omega)$ 特征值的 Nyquist 曲线不包含 $-1 + j0$ 点, 则零点都具有负实部。

由圆盘定理可知, $G(j\omega)$ 特征值 $\lambda(G(j\omega))$ 满足 $\lambda(G(j\omega)) \in \cup_{i \in \mathbb{N}} G_i$ (8)

$$G_i = \left\{ \zeta : \zeta \in \mathbb{C}, \left| \zeta - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \right| \leq \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} \frac{e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \right| \right\} \quad (9)$$

由(9)式可知, 当 $\omega \in \mathbb{R}$ 时, 如果圆盘 G_i 的中心 $G_{i0}(j\omega) = d_i e^{-j\omega T_i} / j\omega$ 与复平面中心 O 连线的延长线交于圆盘的边界圆周于 W_i 点, 则其轨迹为 $W_i(j\omega) = 2d_i e^{-j\omega T_i} / j\omega$ 。根据引理 2, 令 $W_i(j\omega) = \gamma_i \times E_i(j\omega)$, 当 $\gamma_i < 1$ 时, 容易得到 $d_i T_i < \pi/4$ 。

令 $\gamma = \max\{\gamma_i, i \in \mathbb{N}\}$, 显然当 $\gamma < 1$ 时, 下式成立: $\gamma Co(0 \cup \{E_i(j\omega)\}) \supseteq \gamma_i Co(0 \cup \{E_i(j\omega)\}) = Co(0 \cup \{W_i(j\omega)\})$ 由引理 2 可知, $(-1, j0) \notin \gamma Co(0 \cup \{E_i(j\omega), i \in \mathbb{N}\})$, 所以 $(-1, j0) \notin Co(0 \cup \{W_i(j\omega), i \in \mathbb{N}\})$ 。由引理 3 知, $Co(0 \cup \{W_i(j\omega), i \in \mathbb{N}\}) \supseteq \cup_{i \in \mathbb{N}} G_i$, 所以

$(-1, j0) \notin \bigcup_{i \in N} G_i$ 。故特征值 $\lambda(G(j\omega))$ 的轨迹不包含 $-1+j0$ 点。根据广义的 Nyquist 准则可知 $P(s)$ 的零点具有负实部, 即系统(6)能渐近实现分组一致。

证毕。

注释 1 $T_i = T_{ij} = \tau$ 时, (4)式与(5)式完全相同, 且当 $T_i = T_{ij} = \tau = 0$ 时, (3)式与(4)式、(5)式也完全相同, 所以协议(3)、(4)是协议(5)的两种特殊情况。

注释 2 从定理 1 可知, 系统分组一致的实现, 与输入时滞以及节点间耦合权重相关。当网络节点拥有较大入度时, 网络不能同时忍受较大输入时滞。

1.2 拓扑结构为存在全局可达节点的的二阶时滞网络的分组一致

Ren^[21]等基于如下控制协议(10), 讨论了在时滞影响下的二阶多智能体网络的一致性问题。

$$u_i(t) = \alpha \sum_{V_j \in N_i} a_{ij} (x_j(t - T_{ij}) - x_i(t - T)) + \beta \sum_{V_j \in N_i} a_{ij} (v_j(t - T_{ij}) - v_i(t - T)) \quad (10)$$

其中 T_{ij} , T 分别表示多智能体间的通信时滞与输入时滞, α 和 β 分别表示其耦合强度 $\alpha, \beta > 0$ 。

受相关研究工作的启发, 接下来讨论二阶多智能体网络在不同通信时滞与输入时滞影响下的分组一致性问题, 考虑如下控制输入算法:

$$u_i(t) = \begin{cases} \alpha \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij} (x_j(t - T_{ij}) - x_i(t - T_i)) + \beta \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij} (v_j(t - T_{ij}) - v_i(t - T_i)) + \\ \alpha \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij} x_j(t - T_{ij}) + \beta \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij} v_j(t - T_{ij}), i \in L_1 \\ \alpha \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij} (x_j(t - T_{ij}) - x_i(t - T_i)) + \beta \sum_{V_j \in N_{2i}} a_{ij} (v_j(t - T_{ij}) - v_i(t - T_i)) + \\ \alpha \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij} x_j(t - T_{ij}) + \beta \sum_{V_j \in N_{1i}} a_{ij} v_j(t - T_{ij}), i \in L_2 \end{cases} \quad (11)$$

式中: T_i , T_{ij} 分别表示节点 v_i 的输入时滞以及

节点 v_j 间的通信时滞, 耦合强度 $\alpha, \beta > 0$ 。

定理 2 考虑包含 $n+m$ 个智能体的系统(2), 基于入度平衡假设条件, 当系统拓扑结构中存在全局可达节点, 且 $\tilde{d}_i (\alpha \cos \omega_{i0} T_i + \beta \omega_{i0} \sin \omega_{i0} T_i) < \omega_{i0}^2 / 2$ 成立时, 则系统(2)在控制输入(11)的作用下能渐近实现分组一致, 其中 $\tilde{d}_i = \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik}$, ω_{i0} 为圆盘中心 $G_{i0}(j\omega)$ 的 Nyquist 曲线与复平面负实轴的交点, 且满足 $\tan(\omega_{i0} T_i) = \omega_{i0} \beta / \alpha$ 。

证明: 通过 Laplace 变换, 易得到在(11)式的作用下, 系统(2)的特征方程为 $\det(s^2 I + \alpha L(s) + \beta L(s)s) = 0$, 其中 I 为单位矩阵,

$$L(s) = (l_{ij}(s)) = \begin{cases} -a_{ij} e^{-sT_{ij}}, j \neq i \\ \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik} e^{-sT_i}, j = i \end{cases} \quad (12)$$

便于论述, $F(s) = \det(s^2 I + \alpha L(s) + \beta L(s)s)$, 类似于定理 1 的证明过程, 接下来讨论 $F(s)$ 的零点是否具有负实部性或者 $s=0$ 为 $F(s)$ 的唯一零点。

1) 当 $s=0$ 时, $F(0) = \det(\alpha L)$, 根据引理 1, 易知 $s=0$ 为 $F(s)$ 的唯一零点。

2) 当 $s \neq 0$, 令 $P(s) = \det(I + G(s))$, 其中 $G(s) = [\alpha L(s) + \beta L(s)s] / s^2$ 。根据广义 Nyquist 准则, 若 $G(s)$ 特征值的 Nyquist 曲线不包围 $(-1, j0)$, 则 $P(s)$ 的零点具有负实部。令 $s = j\omega$, 由盖尔圆盘定理可知, $G(j\omega)$ 特征值满足 $\lambda(G(j\omega)) \in \bigcup_{i \in N} G_i$ 。

$$G_i = \left\{ \zeta : \zeta \in C \left\| \zeta - \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik} \frac{\alpha + \beta j\omega e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \right\| \leq \left| \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik} \frac{\alpha + \beta j\omega e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \right| \right\} \quad (13)$$

式中: C 为复数域。令 $\tilde{d}_i = \sum_{k=1, k \neq i}^{m+n} a_{ik}$ 。

由(13)式可知, 对于点 $(-x, j0)$ (其中 $x \geq 1$), 若其不在某个圆盘 G_i 中, 则有

$$\left| -x - \tilde{d}_i \frac{\alpha + \beta j\omega e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \right| > \left| \tilde{d}_i \frac{\alpha + \beta j\omega e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \right| \quad (14)$$

整理可知,

$$x - 2\tilde{d}_i/\omega^2 (\alpha \cos \omega T_i + \beta \omega \sin \omega T_i) > 0 \quad (15)$$

当 $x \geq 1$ 时, $2\tilde{d}_i/\omega^2 (\alpha \cos \omega T_i + \beta \omega \sin \omega T_i) < 1$ 成立。此时, $G(s)$ 特征值的 *Nyquist* 曲线不包围复平面 $(-1, j0)$ 点, 所以 $P(s)$ 的零点都具有负实部。

由(13)式, 可知圆盘中心 $G_{i0}(j\omega) = \tilde{d}_i \frac{e^{-j\omega T_i}}{j\omega} \frac{\alpha + \beta j\omega}{j\omega}$ 。

假设 ω_{i0} 为 $G_{i0}(j\omega)$ 的 *Nyquist* 曲线与复平面负实轴的交点, 容易知道 $\tan(\omega_{i0} T_i) = \omega_{i0} \beta / \alpha$ 成立。证毕。

注释 3 与一阶系统一样, 二阶多智能体网络分组一致的实现与系统中节点间的通信时滞无关, 与系统的耦合强度、节点间的耦合强度以及节点自身的输入时滞有关。

2 例子与数值仿真

2.1 实验 1

假设系统(6)的拓扑结构以及节点间的邻接权重如图 1 所示。子网 G_1 包含 v_1, v_2, v_3 , 子网 G_2 包含 v_4, v_5 。易知系统拓扑结构中存在全局可达节点且满足入度平衡的假设条件。设定各节点间的通信时滞均为 0.3 s, 输入时滞分别如下所示: $T_1 = 0.2$ s, $T_2 = 0.1$ s, $T_3 = 0.15$ s, $T_4 = 0.06$ s, $T_5 = 0.2$ s。容易验证定理 1 中各条件均能满足。系统(6)中各智能体的状态演化曲线分别如图 2(a)所示, 可以看出, 系统实现了渐近分组一致。对于节点 v_1 , 可知 $\tilde{d}_1 = 3$, 根据定理 1 的条件可知其输入时滞 $T_1 < 0.27$ s。设定 $T_1 = 0.27$ s, 在通信时滞以及其他节点输入时滞不变的情况下, 系统(6)中各智能体的状态演化曲线分别如图 2(b)所示。显然, 系统不能实现渐近分组一致。由此可知, 定理 1 中分析给出的代数条件判据是正确且有效的。

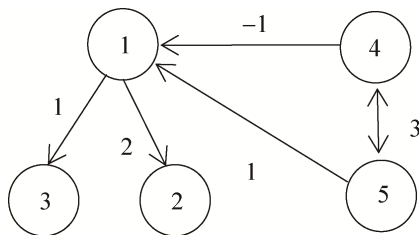
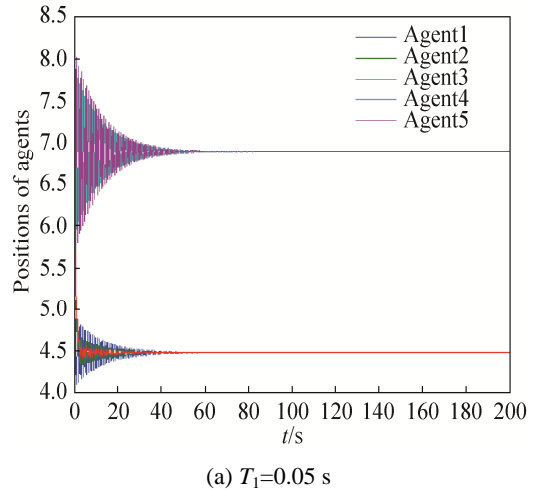
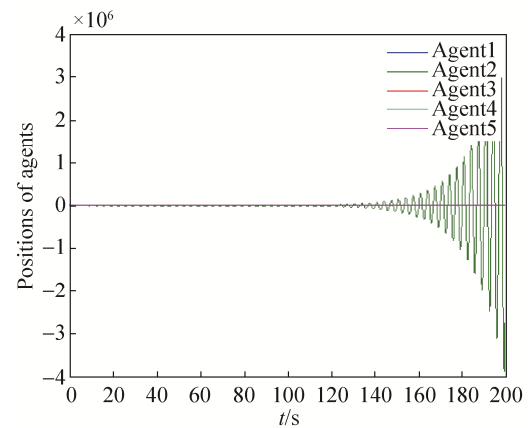


图 1 系统(6)拓扑结构图
Fig. 1 The topology of the system (6)



(a) $T_1 = 0.05$ s



(b) $T_1 = 0.27$ s

图 2 系统(6)中各智能体的状态演化曲线
Fig. 2 The state trajectories of the agents in system (6)

2.2 实验 2

假设二阶系统(2)包含 5 个节点, 拓扑结构及节点间邻接权重同实验 1 中图 1 所示。设定节点间耦合强度分别为 $\alpha = 0.6, \beta = 0.3$, 各节点的输入时滞分别为 $T_1 = 0.03$ s, $T_2 = 0.05$ s, $T_3 = T_4 = 0.02$ s, $T_5 = 0.01$ s。不难验证定理 2 中系统分组一致的条件可以满足。实验中设定节点间的通信时滞 $T_{ij} = 0.1$ s。在控制输入(11)式的作用下, 系统(2)中各节点的位置与速度状态演化曲线分别如图 3 所示, 显然, 系统能渐近实现分组一致。

重新设定节点 v_1 输入时滞 $T_1 = 0.4$ s, 经验证可知, 此时定理 2 中的条件不能满足。在其他参数不变的情形下, 系统(2)中各节点位置与速度状态演化曲线分别如图 4 所示, 可知系统不能实现渐近分组一致。

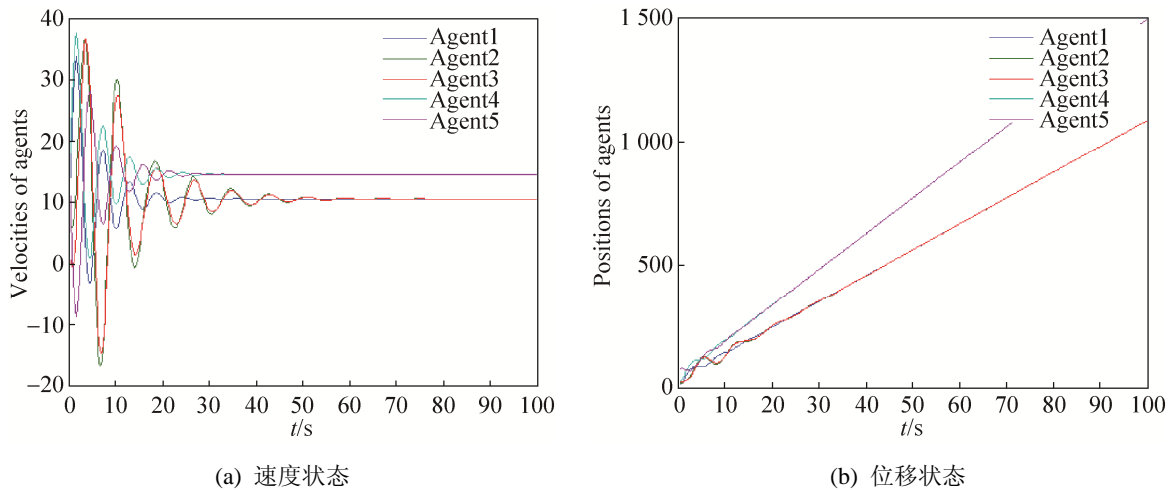


图3 系统(2)中各智能体的状态演化曲线, $T_1=0.03$ s
Fig. 3 The state trajectories of the agents in system (2), $T_1=0.03$ s

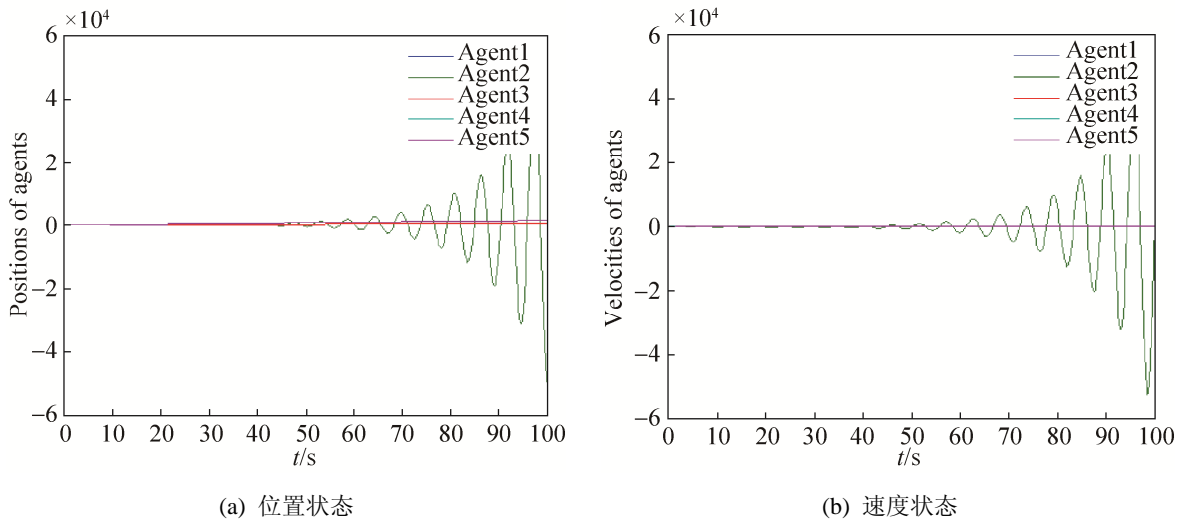


图4 系统(2)中各智能体的状态演化曲线, $T_1=0.4$ s
Fig. 4 The state trajectories of the agents in system (2), $T_1=0.4$ s

3 结论

本文分别针对一阶、二阶多智能体网络,研究了其在多时滞影响下的分组一致性问题。基于频域控制理论,分析给出了多智能体网络渐近收敛一致的代数条件判据。研究发现多智能体网络分组一致的实现与多智能体自身的输入时滞以及网络中智能体间的耦合强度、连接权重相关,与智能体之间的通信时滞无关。然而,通信时滞的存在会影响系统收敛的速度。此外,由于多方面的原因,复杂网络的拓扑一般会发生变化,所以针对切换拓扑的多

智能体网络,研究其在多时滞影响下的分组一致性问题将是下一步的研究重点。

参考文献:

- [1] Xia Weiguo, Cao Ming. Clustering in diffusively coupled networks[J]. Automatica(S0005-1098), 2011, 11(47): 2395-2405.
- [2] Wang Yuzhen, Zhang Chenghui, Liu Zhenbin. A matrix approach to graph maximum stable set and coloring problems with application to multi-agent systems[J]. Automatica(S0005-1098), 2012, 7(48): 1227-1236.
- [3] Yi Jingwen, Wang Yanyun, Xiao Jiangwen. Reaching cluster consensus in multi-agent systems[C]//the 2nd

- International Conference on Intelligent Control and Information Processing, 2011, 2: 569-573.
- [4] Tan Chong, Liu Guoping, duan Guangren. Group consensus of networked multi-agent systems with directed topology[C]//the 18th IFAC world congress, 2011: 8878-8883.
- [5] Hu Hongxiang, Yu Li, Zhang Wenan. Group consensus in multi-agent systems with hybrid protocol[J]. Journal of the Franklin Institute(S0016-0032), 2013, 3(350): 575-597.
- [6] Zhao Huanyu, Ju H Park, Yulin Zhang. Couple-group consensus for secondary-order multi-agent systems with fixed and stochastic switching topologies[J]. Applied Mathematics and Computation(S0096-3003), 2014, 232: 595-605.
- [7] Ma Hongwen, Liu Derong, Wang Ding, et al. Centralized and decentralized event-triggered control for group consensus with fixed topology in continuous time[J]. Neurocomputing(S0925-2312), 2015, 161: 267-276.
- [8] Liu Xiwei, Chen Tianping. Cluster synchronization in directed networks via intermittent pinning control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks(S1045-9227), 2011, 22(7): 1009-1020.
- [9] Su Housheng, Rong Zhihai, Michael Z. Decentralized adaptive pinning control for cluster synchronization of complex dynamical networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics(S1083-4419), 2013, 43(1): 394-399.
- [10] Wu Wei, Zhou Wenjuan, Chen Tianping. Cluster Synchronization of Linearly Coupled Complex Networks Under Pinning Control[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers(S1549-8328), 2009, 56(4): 829-839.
- [11] Liao Xiaofeng, Ji Lianghao. On pinning group consensus for dynamical multi-agent networks with general connected topology[J]. Neurocomputing(S0925-2312), 2014, 135: 262-267.
- [12] Ji Lianghao, Liu Qun, Liao Xiaofeng. On reaching group consensus for linearly coupled multi-agent networks[J]. Information Sciences(S0020-0255), 2014, 287: 1-12.
- [13] Yu Junyan, Wang Long. Group consensus of multi-agent systems with undirected communication graphs[C]// The 7th Asian Control Conference, Hong Kong, China, 2009, 43(2): 105-110.
- [14] Yu Junyan, Wang Long. Group consensus of multi-agent systems with directed information exchange[J]. International Journal of Systems Science(S0020-7721), 2010, 43(2): 334-348.
- [15] Yu Yunyan, Wang Long. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies[C]// Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Shanghai, China, 2009: 2652-2657.
- [16] Yu Junyan, Wang Long. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays[J]. System and Control Letters(S0167-6911), 2009, 59(6): 2652-2657.
- [17] Wang Minghui, Kenko Uchida. Cluster Consensus of Multi-agent system with communication delay[C]// 2013 13th International Conference on Control, Automation and Systems. Gwangju, Korea, 2013: 617-622.
- [18] Wang Qiang, Wang Yuzheng, Yang Renming. Design and analysis of group-consensus protocol for a class of multi-agent systems[J]. Control and Decision (S1001-0920), 2013, 28(3): 369-373.
- [19] 杜英雪, 王玉振, 王强. 多智能体时滞和无时滞网络的加权分组一致性分析[J].控制与决策, 2015, 30(11): 1993-1998.
- DU Ying-xue, WANG Yu-zhen, WANG Qiang. Weighted group-consensus analysis of multi-agent systems with and without time-delay network[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 1993-1998.
- [20] 纪良浩, 廖晓峰. 具有不同延的多智能体系统一致性分析[J]. 物理学报, 2012, 61(15): 150202.
- Ji Lianghao, Liao Xiaofeng. Consensus analysis of multi-agent system with multiple time delays[J]. Acta Phys. Sin., 2012, 61(15) : 150202.
- [21] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control (S0018-9286), 2005, 50(5): 655-661.
- [22] Tian Yuping, Yang Hongyong. Stability of distributed congestion control with diverse communication delays[C]// The 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, China, 2004, (2): 1438-1442.
- [23] 杨洪勇, 田生文, 张嗣瀛. 具有领航者的时滞多智能体系统的一致性[J]. 电子学报, 2011, 39(4): 872-876.
- Yang Hongyong, Tian Shengwen, Zhang Siying. Consensus of Multi-Agent Systems with Heterogeneous Delays and Leader-Following[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(4): 872-876.