Journal of System Simulation

Volume 30 | Issue 4 Article 20

1-4-2019

Real-Time Pricing Strategy Considering the Risk of Smart Grid

Hongbo Zhu
1. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; ;2.Faculty of Mathematics and Physics, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223003, China; ;

Gao Yan
1. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; ;

Yeming Dai
3.School of Mathematics and Statistics, Qingdao University, Qingdao 266071, China;

Real-Time Pricing Strategy Considering the Risk of Smart Grid

Abstract

Abstract: The real-time electricity price mechanism is an ideal method to adjust the power balance between supply and demand in smart grid. Its implementation has profound impacts on the users' behavior and the operation and management of electricity power grid's safety. The users' demand behavior plays a regulatory role in designing real-time electricity pricing strategy. *Aiming at maximizing social welfare, the dynamic change of users' aggregate demand is analyzed, which corrects the electricity risk items in online real-time risk model in the way of changing the individual user's power fluctuations to all the users' demand power fluctuations, and the optimization model is rebuilt. An algorithm is presented to overcome the existing online one without computing the overall power consumption by equivalently conversing the optimization problem through dual method. The algorithm will help to get real-time electricity price.* The model rationality and the proposed algorithm validity and feasibility are verified by numerical simulation results.

Keywords

smart grid, real-time pricing, risk, optimization

Recommended Citation

Zhu Hongbo, Gao Yan, Dai Yeming. Real-Time Pricing Strategy Considering the Risk of Smart Grid[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(4): 1376-1383.

第 30 卷第 4 期　　系统仿真学报©　　Vol. 30 No. 4
2018 年 4 月　　Journal of System Simulation　　Apr., 2018

考虑风险的智能电网实时电价定价策略

朱红波 [1,2]，高岩 [1]，代业明 [3]
(1.上海理工大学管理学院，上海 200093；2.淮阴工学院数理学院，江苏 淮安 223003；
3.青岛大学数学与统计学院，山东 青岛 266071)

摘要：基于需求响应的智能电网实时电价机制是调节电力供需平衡的理想手段。用户用电需求行为则对设计高效可行的实时电价定价策略起到调控作用。*考虑用户电力总需求的动态变化，以社会福利最大化作为研究目标，改进已有在线实时电价风险模型中的用电风险项，将个体用户的用电量波动调整为全体用户电力总需求的波动，建立优化模型。通过对偶方法等价转换原优化问题，克服原有的在线算法不能求解用户总体用电量的困难，设计一种算法对其求解，得到实时电价。*数值仿真结果验证了所建模型的合理性以及算法的有效性和可行性。

关键词：智能电网；实时电价；风险；优化
中图分类号：TP391.9；TM743　　文献标识码：A　　文章编号：1004-731X (2018) 04-1376-08
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201804020

Real-Time Pricing Strategy Considering the Risk of Smart Grid

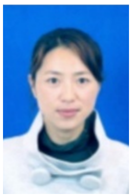
Zhu Hongbo [1,2], *Gao Yan* [1], *Dai Yeming* [3]
(1. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2.Faculty of Mathematics and Physics, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223003, China;
3.School of Mathematics and Statistics, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

Abstract: The real-time electricity price mechanism is an ideal method to adjust the power balance between supply and demand in smart grid. Its implementation has profound impacts on the users' behavior and the operation and management of electricity power grid's safety. The users' demand behavior plays a regulatory role in designing real-time electricity pricing strategy. *Aiming at maximizing social welfare, the dynamic change of users' aggregate demand is analyzed, which corrects the electricity risk items in online real-time risk model in the way of changing the individual user's power fluctuations to all the users' demand power fluctuations, and the optimization model is rebuilt. An algorithm is presented to overcome the existing online one without computing the overall power consumption by equivalently conversing the optimization problem through dual method. The algorithm will help to get real-time electricity price.* The model rationality and the proposed algorithm validity and feasibility are verified by numerical simulation results.

Keywords: smart grid; real-time pricing; risk; optimization

引言

近年来，随着经济与社会的发展，电力需求在生产生活的各个领域持续增长，为了缓解传统电网负载压力，智能电网应运而生。需求侧管理是一种改变和促进电力消费，提高电网可靠性的重要手段，而需求响应机制则是最重要且有效的需求侧管理方式。基于价格的需求响应机制是指电力用户针对市场价格调节信号而改变其固有的习惯用电模式的市场参与行为，是需求响应机制的关键手段之



收稿日期：2016-04-29　　修回日期：2016-05-28；
基金项目：国家自然科学基金(11171221)；
作者简介：朱红波(1981-)，女，吉林蛟河，博士生，研究方向为智能电网实时定价机制；高岩（1962-)，黑龙江五常，博士，教授，研究方向为系统分析与优化，智能电网实时定价机制。

一。对价格有响应的需求方法有多种，目前主要包括固定电价、分时电价、阶梯电价、关键峰荷电价、自适应电价和实时电价等。其中最理想的电价机制应该是实时电价。

实时电价(real-time pricing，RTP)的概念最早由 Schweppe[1]于上世纪 80 年代提出，是指电力销售过程中某一瞬间发生的费用，体现电价随时间变化而变化的特点。在实时电价实施过程中，供给侧根据电力供需情况，实时制定电价，通过调整的实时价格信号引导用户、激励用户在低谷时段用电，削减峰值负荷，达到削峰填谷的目的，从而实现电力负荷需求的理想化，在节能减排的同时也降低用户的电费支出。理想状态下电网的供电量应与用户电力总需求保持基本平衡，但电网在实际运行过程中存在大量不确定因素，其中以用户电力总需求的动态变化这一不确定因素最为重要，也正是本文研究的重点(所关注的问题)。

在智能电网中，当发电量保持相对平稳时，用户电力总需求的波动对电网就意味着一定的风险。若用户电力总需求低于发电量，则造成不必要的浪费；若电力总需求高于发电量，则会产生断网现象，需要采取应急措施，导致投资成本的增加。因此，当前对智能电网用户电力总需求的波动风险进行研究急需而且非常必要。

国内外已有研究实时电价机制的工作主要在两方面开展：一方面是从开放电力市场角度考虑，采用市场定价机制，解决这一问题主要采用博弈论方法[2-9]。其中代业明等[7]就共存于一个区域的多个电力零售商依据定价的先后顺序建立了 Stackelberg 博弈模型，探究了电力零售商地位的不同对电价的影响；Chen[8]提出了一种家庭电力需求响应的调度方案，在能量管理控制器(EMC)之间形成一个 Stackelberg 博弈，根据当前的电力使用情况设置实时电价；代业明等[9]针对具有多类电力来源的电力零售市场，在电力零售商和多种类型电力用户之间建立一个五阶段 Stackelberg 博弈探讨电价所受到的影响。另一方面是将电力作为公共产品，采用追求社会效用最大化的定价原则，解决这一问题主要采用最优化方法[10-17]。其中 Samadi[14]考虑一个供电商多个用户，从用户的总能耗水平出发建立能耗调度模型，以用户总效用最大和电能提供者的成本最小为目标，设计了一种分布式实时电价算法，求出实时的最佳用电量以及电价供用户参考；Song[15]将文献[14]中以二次函数表示的效用函数，替换为对数函数，使用对偶算法求出实时电价；Asadi[16]将文献[14]中的问题推广为两类用户问题，使用粒子群算法求解对偶优化问题；Zhang 等[17]沿用二次效用函数，对文献[14]中的算法做了改进，通过将对偶问题进行两次光滑化，加快了对偶问题的收敛速度。

在智能电网中，当发电量保持相对平稳时，用户电力总需求的不确定性是影响实时电价的最主要因素，国内外这方面的研究尚不多见[18-22]，关于风险的研究主要集中在供电事故风险、电力交易风险等方面，而结合风险考虑实时电价机制的文章较少。Poramatea 等[21]在文献[14]的目标函数下，考虑用电量不确定的三种情况：边界不确定、高斯分布、未知分布，并得到不确定用电量会导致电价提高的结论；Wang[22]采用方差作为风险评估指标，对文献[14]中建立的优化模型的目标函数进行改进，在目标函数中减去一个电量波动风险项，从离线实时电价风险模型和在线实时电价风险模型两个角度分析。然而离线实时电价风险模型需要知道一天中用户所有时刻的用电数据，在实际操作中难以实现；在线实时电价风险模型由于仅与之前的最佳用电量建立关联，考虑了用电量波动带来的风险，更具可行性。但是每个用户在不同季节，不同时刻用电量必然会存在差异，单个用户的用电量波动并不代表总体用电量会产生相应的波动。因此用每个用户用电量波动方差的总和来体现全社会用电总需求的波动风险，这本身是存在缺陷的，其夸大了风险的程度，降低了全社会福利最大值。

本文考虑用户电力总需求的波动给供电商带来的风险，改进了文献[22]中在线实时电价风险模

第 30 卷第 4 期 系统仿真学报 Vol. 30 No. 4
2018 年 4 月 Journal of System Simulation Apr., 2018

型中用单个用户用电需求的波动总和来反映全体社会福利函数的变动情况，以社会福利最大化为目标建立最优化模型，通过对偶方法等价转换原优化问题，克服原有算法不能求解用户总体用电量的困难，设计一种算法对其求解，得到实时电价。最后通过数值仿真来验证所建模型的合理性以及算法的有效性和可行性。

1 在线实时电价风险模型

1.1 系统模型

考虑一个智能电网系统，其含有一个供电商和多个用户，其中用户可以是家庭用户，商业用户或工业用户。每个用户均配备嵌有电力消耗控制器(ECC)的智能电表，ECC 的作用是控制用户的电力消耗，并相互连通实时交换信息。

用户的时间周期划分为 k 个时段，K 是时间段的集合，有 $k\in K$，按照不同用户的电量需求形式可以做任意划分，可选取 60 分钟，30 分钟，15 分钟等间隔均分，也可以在用电高峰期更加细分，时间段的划分对模型没有影响。同时令 N 表示用户集合，每个用户 $i\in N$，在第 k 时段的用电量表示为 $x_i(k)$，用户在每一时段的电量消耗是有界的，即 $x_i(k)\in[m_i^k, M_i^k]$，其中 m_i^k 表示日常生活中第 k 时段必须开启的设备所需用电量，M_i^k 表示第 k 时段所有的用电器开启所需要的电量。

在每一时段的开始时刻，供电商和用户相互交换信息，供电商的生产电量确定下来。一般来说，供电商有义务满足用户的最低用电需求，如用 L_k 表示供电商所提供的电量，则 $L_k\in[L_k^{\min}, L_k^{\max}]$，其中 $L_k^{\min}=\sum_{i\in N} m_i^k$，$L_k^{\max}=\sum_{i\in N} M_i^k$，$\forall k\in K$。

电力系统中的每个用户都是一个独立的个体，电量需求可以用不同的参数来刻画，例如每天的不同时刻，气候条件，电价等因素，电量需求也依赖于用户的类型。对于同样的电价家庭用户和工业用户会有不同的反映，可以用效用函数来刻画，效用函数根据用户的实际效用来选取，但要满足两个基本假设：(1)非递减函数；(2)边际效用递减，即效用函数是凹函数。通常选取二次函数[14,16-17]或者对数函数[15-16]作为效用函数。本文考虑的模型对一般类型的效用函数都成立，所以不再分类讨论。

用 L_k 表示电力系统在第 $k(k\in K)$时段的生产能力，$C_k(L_k)$表示生产 L_k 单位电量所用的成本，$C_k(L_k)$应满足单调增加且为凸函数。在电力系统分析中，成本函数目前普遍使用二次函数[14-17]如下

$$C_k(L_k)=a_k L_k^2+b_k L_k+c_k \tag{1}$$

其中 $a_k>0, b_k, c_k\geqslant 0$ 是已知的参数。

1.2 在线实时电价风险模型

假定 $U(x_i(k),\omega_i(k))$为用户 i 在第 k 时刻的效用函数，每个用户在时刻 $k\in K$ 的弹性系数$\omega_i(k)$为已知参数，$x_i(k)$表示用户 i 在第 k 时刻的电量消耗水平，供电商的成本 $C_k(L_k)$已知。Wang[22,23]采用经济学上的方差作为风险评估指标，即认为实际用电量偏离最佳用电量时就存在风险，在 Samadi[14]提出的实时电价模型中增加了电量负载的均值-方差项，首先给出离线实时电价风险模型

$$\begin{aligned}&\max\sum_{k\in K}\sum_{i\in N}(U(x_i(k),\omega_i(k))-C_k(L_k))-\\&\frac{\alpha K}{2}\mathrm{Var}(\sum_{i\in N}\hat{X}_i(k))\\&\text{s.t.}\ \sum_{i\in N}x_i(k)\leqslant L_k,\quad \forall k\in K\end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\mathrm{Var}(\sum_{i\in N}\hat{X}_i(k))=\frac{1}{K}\sum_{k\in K}\left(\sum_{i\in N}x_i(k)-\frac{1}{K}\sum_{t\in K}\sum_{i\in N}x_i(t)\right)^2$，

然而，由于离线实时电价模型需要预先知道所有数据(包括未来数据)，在实际操作中难以实现，于是 Wang[22]将离线风险模型中的 $\mathrm{Var}(\sum_{i\in N}\hat{X}_i(k))$ 调整为 $\mathrm{Var}(\sum_{i\in N}\hat{X}_i(k))=\frac{1}{K}\sum_{k\in K}\sum_{i\in N}(x_i(k)-\hat{x}_i(k-1))^2$，建立在线实时电价风险模型，其中

$$\hat{x}_i(k)=\hat{x}_i(k-1)+\frac{\alpha}{k+\alpha}(x_i^*(k)-\hat{x}_i(k-1)) \tag{3}$$

在线实时电价模型仅与之前的用户用电量信息建立关联，不需要知道未来的数据，更具有可行

性。但是这个模型将社会电力总需求的波动风险考虑为每个用户用电量波动方差的总和，而实际中单个用户用电量的波动并不一定会引起社会总用电量的波动，因此这种在线实时电价模型夸大了用电量的波动风险，使得社会福利函数变小。

2 用户总体用电风险实时电价模型

2.1 问题生成与建模

下面考虑用户电力总需求的波动给供电商带来的风险，改进了在线实时电价风险模型中用单个用户用电需求的波动总和来反映全体社会福利函数的变动情况，以社会福利最大化为目标建立最优化模型。从而真实地体现波动风险，符合实际用电情况。模型如下

$$\begin{aligned}\max \sum_{k\in K}\sum_{i\in N}&(U(x_i(k),\omega_i(k))-C_k(L_k))-\\&\frac{\alpha K}{2}\frac{1}{K}\sum_{k\in K}(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))^2\\ \text{s.t.}\quad &\sum_{i\in N}x_i(k)\leqslant L_k,\quad \forall k\in K\end{aligned}\tag{4}$$

其中

$$\hat{L}(k)=\hat{L}(k-1)+\frac{\alpha}{k+\alpha}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1))\tag{5}$$

式(4)可以分解为在每一时刻 $k\in K$ 独立求解，换句话说，在 $k\in K$ 时刻固定的时候，式(4)等价于求解如下优化问题

$$\begin{aligned}\max \sum_{i\in N}&U(x_i(k),\omega_i(k))-C_k(L_k)-\\&\frac{\alpha}{2}(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))^2\\ \text{s.t.}\quad &\sum_{i\in N}x_i(k)\leqslant L_k,\quad \forall k\in K\end{aligned}\tag{6}$$

2.2 模型分析与算法设计

式(6)的优化问题是非线性规划问题，对于一般的非线性规划问题目前还没有有效的求解方法，以下证明式(6)是凸优化问题。

引理 1 式(6)的优化问题是凸优化问题。

证明 令 $f(X)=(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))^2$，其中 $X=(x_1(k),x_2(k),\cdots,x_N(k))$，$\forall k\in K$，求导得 $\frac{\partial f(X)}{\partial x_i(k)}=2(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))$，$\frac{\partial^2 f(X)}{\partial x_i(k)^2}=2>0$，故 $f(X)$ 是凸函数，效用函数 $U(\cdot)$ 是凹的，成本函数 $C_k(\cdot)$ 是凸的，所以式(6)优化问题的目标函数是对凹函数求最大值，且约束集合是凸集，故式(6)的问题是凸优化问题。

定理 1 所有时刻用户总体用电风险之和极限为零，即

$$\lim_{K\to\infty}\left(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1))\right)=0$$

证明将式(5)变形并求和，得

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{K}\frac{k+\alpha}{\alpha}(\hat{L}(k)-\hat{L}(k-1))=\\&\sum_{k=1}^{K}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1))\end{aligned}$$

等式左侧的和函数展开，整理得

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\alpha}(K\cdot\hat{L}(K)-\sum_{k=1}^{K}\hat{L}(k-1))+\hat{L}(K)-\hat{L}(0)=\\&\sum_{k=1}^{K}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1))\end{aligned}$$

关于 K 求极限

$$\begin{aligned}&\lim_{K\to\infty}\frac{K\cdot\hat{L}(K)-\sum_{k=1}^{K}\hat{L}(k-1)}{\alpha\cdot K}+\lim_{K\to\infty}\frac{\hat{L}(K)-\hat{L}(0)}{K}=\\&\lim_{K\to\infty}(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1)))\end{aligned}$$

化简得

$$\begin{aligned}&\lim_{K\to\infty}\frac{1}{\alpha}(\hat{L}(K)-\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\hat{L}(k-1))=\\&\lim_{K\to\infty}(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1)))\end{aligned}\tag{7}$$

式(5)变形关于 k 求极限可得

$$\begin{aligned}&\lim_{k\to\infty}(\hat{L}(k)-\hat{L}(k-1))=\\&\lim_{k\to\infty}\frac{\alpha}{k+\alpha}(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1))=0\end{aligned}$$

由引理 3[22]可知，数列 $\hat{L}(k)$ 是收敛的，且 $\lim_{K\to\infty}(\hat{L}(K)-\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\hat{L}(k-1))=0$，则式(7)右侧为零，定理得证。

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol30/iss4/20
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201804020

式(6)的优化问题可以用凸优化的技巧来求解，它的 KKT 条件如下

$$\begin{cases} U'(x_i^*(k),\omega_i(k))-\alpha(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-\hat{L}(k-1))-\lambda^*(k)=0 \\ -C_k'(L_k)+\lambda^*(k)=0 \\ \lambda^*(k)(\sum_{i\in N}x_i^*(k)-L_k)=0 \\ \sum_{i\in N}x_i^*(k)-L_k\le 0 \\ \lambda^*(k)\geqslant 0 \end{cases}$$

如果在 $\bar{X}$ 处 KKT 条件成立，则 $\bar{X}$ 为全局最优解。但是 $\hat{L}(k)$ 与前面时刻的用电量息息相关，精确解不能体现 $\hat{L}(k)$ 的连续动态变化。因此，采用对偶方法等价转换式(6)的优化问题。引入拉格朗日乘子将其变成无约束问题

$$\begin{aligned} &L(X,L_k,\lambda_k)= \\ &\sum_{i\in N}U(x_i(k),\omega_i(k))-C_k(L_k)- \\ &\frac{\alpha}{2}(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))^2-\lambda_k(\sum_{i\in N}x_i(k)-L_k)= \\ &\sum_{i\in N}(U(x_i(k),\omega_i(k)-\lambda_k x_i(k))- \\ &\frac{\alpha}{2}(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))^2+\lambda_k L_k-C_k(L_k) \end{aligned} \tag{8}$$

式中：λ_k 是拉格朗日乘子。由于式(8)中拉格朗日函数中第一项与第二项的可分离性，可将式(6)中目标函数的对偶函数写成如下形式：

$$\begin{aligned} &D(\lambda_k)=\max L(X,L_k,\lambda_k)= \\ &M_i^k(\lambda_k)+N_k(\lambda_k) \end{aligned} \tag{9}$$

其中

$$\begin{aligned} M_i^k(\lambda_k)=\max(&\sum_{i\in N}(U(x_i(k),\omega_i(k))- \\ &\lambda_k x_i(k))-\frac{\alpha}{2}(\sum_{i\in N}x_i(k)-\hat{L}(k-1))^2) \end{aligned} \tag{10}$$

$$N_k(\lambda_k)=\max(\lambda_k L_k-C_k(L_k)) \tag{11}$$

对偶问题为 $\min_{\lambda_k>0}D(\lambda_k)$。用户将用户类型及弹性系数 $\omega_i(k)$ 分享给供电商，问题可以在供电商处集中求解。在智能电网实际运行过程中，供电商根据用户类型会制定不同的电价，因此用户个人信息必须分享给供电商，同时在第 k 时刻的 $x_i^*(k)$ 和 $\omega_i(k)$ 是一一对应的。

实际上供电商以速率 $P=\lambda^*(k)$ 向用户供电时，每个用户为最大化其福利函数，就可以保证强对偶性成立[14]，$\lambda^*(k)$ 就是实时电价。通过求解对偶问题可得到解 $\lambda^*(k)$，在供电侧求出所有用户的最佳用电量 $x_i^*(k)$ 和最佳生产电量 L_k^*。

将整个用电周期分为若干个小的时间段，在每个时间段内进行规划，并与之前的信息相关联，于是设计一种算法求解对偶问题得到 $\lambda^*(k)$。算法迭代公式如下

$$\begin{aligned} &\lambda^{t+1}(k)= \\ &\left[\lambda^t(k)-\delta\frac{\partial D(\lambda^t(k))}{\lambda^t(k)}\right]^+= \\ &[\lambda^t(k)+\delta(\sum_{i\in N}x_i^*(\lambda^t(k))-L_k^*(\lambda^t(k)))]^+ \end{aligned} \tag{12}$$

式中：δ 为步长，$[x]^+=\max\{x,0\}$。在每段时刻 k，这种方法需要供电商多次更新 $\lambda^t(k)$ 和 $x_i^*(\lambda^t(k))$，直到得到第 k 时刻的收敛解 $\lambda^*(k)$，供电商生产出 L_k 单位电量，分给每个用户 $x_i^*(k)$。

具体算法步骤如下：

Step1：供电商处接收用户方初始化的用电量 $x_i^*(0)\in[m_i^0,M_i^0]$，$i\in N$，取 $\hat{L}(0)=\sum_{i\in N}x_i^*(0)$；在每个时段 k，初始化 $\lambda^t(k)\geqslant 0$，接收用户弹性系数 $\omega_i(k)$ 及第 k 时刻的 $x_i^t(k)$；

Step2：以社会福利最大化为目标函数求解公式(10)得到 $x_i^t(\lambda^t(k))$，求解公式(11)得到 $L_k^t(\lambda^t(k))$；

Step3：将用电量 $x_i^t(\lambda^t(k))$，生产电量 $L_k^t(\lambda^t(k))$ 反馈给供电商，用公式(12)更新 $\lambda^t(k)$ 得到 $\lambda^{t+1}(k)$；

Step4：判断 $\left|\lambda^{t+1}(k)-\lambda^t(k)\right|<\varepsilon\,(\varepsilon>0)$ 是否成立，否，令 $\lambda^t(k)=\lambda^{t+1}(k)$ 重复 Step2 到 Step4；是，则转 Step5；

Step5：令 $\lambda^*(k)=\lambda^{t+1}(k)$，$L_k^*=L_k^{t+1}$，$x_i^*(k)=x_i^{t+1}(k)$；

Step6：用户方接收供电商给出的实时电价 $\lambda^*(k)$，供电商生产 L_k^* 单位电量，并分配电量 $x_i^*(k)$ 给每个用户，$\forall i\in N$；

Step7：用公式(5)更新 $\hat{L}(k)$。

Journal of System Simulation, Vol. 30 [2018], Iss. 4, Art. 20

3　仿真实验

下面通过数值仿真来验证所提出的实时电价方案的有效性和可行性。考虑一个智能电网系统，周期为一天 24 小时，用户数量为 5 个，效用函数为

$$U(x_i(k),\omega_i(k))=$$
$$\begin{cases}\omega_i(k)x_i(k)-\dfrac{1}{8}x_i(k)^2, & 0\leqslant x_i(k)\leqslant 4\omega_i(k)\\ 2\omega_i(k)^2, & x_i(k)\geqslant 4\omega_i(k)\end{cases}$$

对于所有的用户 $i\in N$，随机选取 $x_i(k)\in[1.0,3.0]$，$\omega_i(k)\in[1,2.5]$，随机生成初始电价 $\lambda^k\in[0,3]$，成本函数(1)中系数 $a=0.05$，$b=c=0$，式(4)中 $\alpha=2$，终止条件 $\left|\lambda^{t+1}(k)-\lambda^t(k)\right|<\varepsilon$ 中 $\varepsilon=0.01$。

图 1~2 显示了不同初始电价以及不同初始电量两种情况的迭代过程，充分地体现了算法的收敛性。图 2 中取定 $\omega_i(k)$=1.8，给出三种初始电量，从收敛结果可以看出，同一用户只要在第 k 时刻的 $\omega_i(k)$ 给定，最佳用电量即可确定，$\omega_i(k)$ 与最佳用电量一一对应，和初始电量的取值无关，初始电量只会影响迭代次数。

图 3 显示了 $\hat{L}(k)$ 的收敛情况。验证了定理 1 的结论。

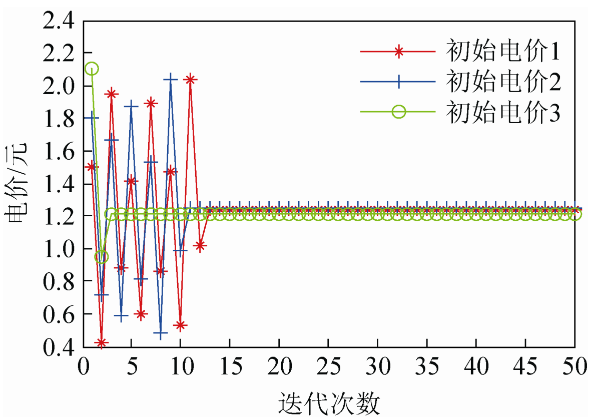


图 1　不同初始电价与迭代数的关系
Fig.1　The relationship between different initial electricity price and iteration

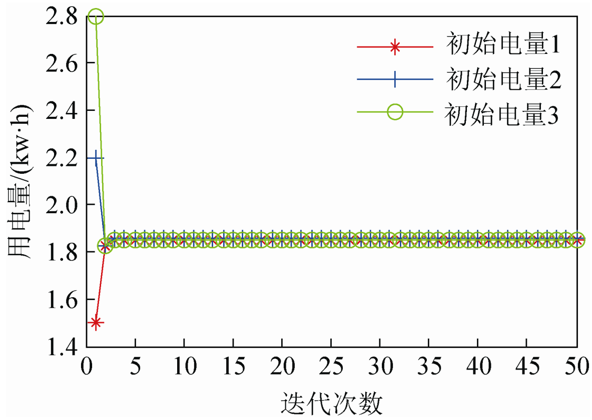


图 2　用户 2 初始用电量与参数 $\omega_i(k)$ 的关系
Fig.2　The relationship between initial consumption and $\omega_i(k)$

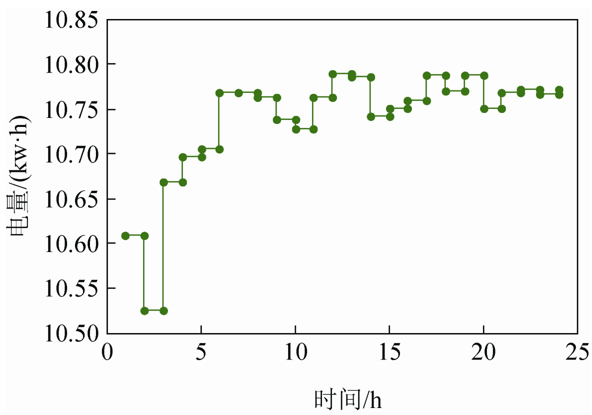


图 3　$\hat{L}(k)$ 的收敛性
Fig.3　The convergence of $\hat{L}(k)$

图 4~6 显示了一天不同时段某用户的最佳用电量、供电商的最佳生产电量以及三种电价对比情况。实时电价、固定电价以及关键峰时电价三种定价策略的对比可以看出：一方面，实时电价与用户每一时刻的用电总负荷息息相关，在实时电价实施过程中可以通过调整实时价格信号来引导用户、激励用户在低谷时段用电，削减峰值负荷，达到削峰填谷的目的，从而实现电力负荷需求的理想化，在节能减排的同时也降低用户的电费支出；另一方面，实时电价体现出了一天的三个用电高峰期，说明了所建模型的合理性，也验证了实时电价是最理想的定价机制。

https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal/vol30/iss4/20
DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201804020

第 30 卷第 4 期　　系统仿真学报　　Vol. 30 No. 4
2018 年 4 月　　Journal of System Simulation　　Apr., 2018

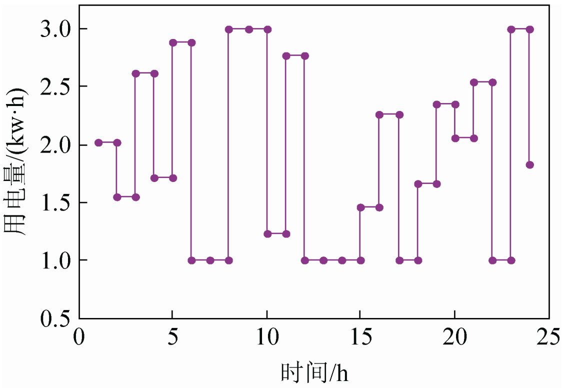


图 4　各时段用户 4 的最佳用电量
Fig.4　The optimal power consumption of user 4 at each time slot

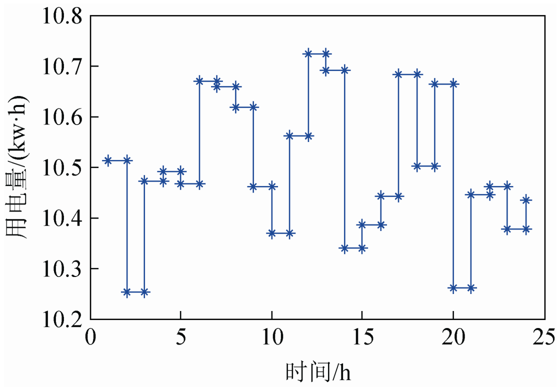


图 5　各时段供电商的最佳生产电量
Fig.5　The optimal generation of energy supplier at each time slot

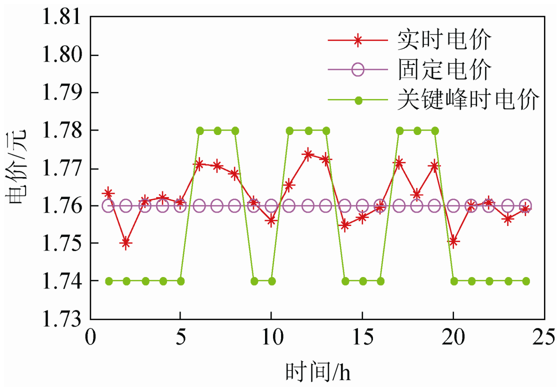


图 6　一天 24 小时的三种电价对比
Fig.6　The comparison of three electricity price in a day

从模拟结果可以看到，所设计的算法迭代速度快，对初始值的依赖性不大。需要注意的是：在时刻 k，终止条件 $\left|\lambda^{t+1}(k)-\lambda^{t}(k)\right|<\varepsilon\ (\forall\varepsilon>0)$ 刻画了 $\lambda^t(k)$ 的收敛速度，ε 的取值越小，$\lambda^t(k)$ 越接近 $\lambda^*(k)$ 的精确值，但是计算时间会延长；另外一个影响 $\lambda^t(k)$ 收敛的因素是步长 δ，对于算法来说，δ 取值足够小能够保证 $\lambda^t(k)$ 收敛，但是迭代次数更多，所以算法中 δ 和 ε 的选取要慎重。特别是对于大规模智能电网系统，用户的数量较多时，计算量会非常大，但是基于现有先进网络和无线交流设备，大规模的信息交流不会成为不可逾越的障碍。

4　结论

本文在智能电网中考虑用户电力总需求的动态变化，以社会福利最大值作为研究目标，改进了文献[22]中的用电风险项，将个人用户的用电量波动更正为全体用户电力总需求的波动，重新建立优化模型进行实时电价研究，克服原有算法不能求解用户总体用电量的困难，设计一种算法进行求解。我们所建立的模型既考虑到了实时电价对用户用电行为的引导和激励，同时又兼顾了用电行为对实时电价策略制定的影响。数值模拟结果表明我们所提出的实时电价方案可以达到削峰填谷的目的，同时所设计的算法收敛速度较快，对变量的初始值依赖性较低。

参考文献：

[1] Caramanis M C, Bohn R, Schweppe F C. Optimal spot pricing: practice and theory[J]. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems(S0272-1724), 1982, 10(9): 3234-3245.

[2] Dai Y, Gao Y, Gao H W, et al. Real-time pricing scheme based on Stackelberg game in smart grid with multiple power retailers [J]. Neurocomputing (S0925-2312), 2017，260: 149-156.

[3] 代业明，高岩. 分布式发电系统动态定价决策[J]. 系统工程, 2016, 33(2): 70-75.
Dai Yeming, Gao Yan. Dynamic pricing decision based on distributed generation system[J]. Systems Engineering, 2016, 33(2): 70-75.

[4] Ma K, Hu G, Spanos C J. Distributed energy consumption control via real-time pricing feedback in smart grid[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology(S1063-6536), 2014, 22(5): 1907-1914.

[5] Dai Y M, Gao Y. Real-time pricing decision based on leader-follower game in smart grid[J]. Journal of Systems Science and Information(S1478-9906), 2015,

3(4): 348-356.

[6] Mohsenian-Rad A H, Leon-Garcia A. Optimal residential load control with price prediction in real-time electricity pricing environments[J]. IEEE Transactions on Smart Grid(S1949-3053), 2010, 1(2): 120-133.

[7] 代业明，高岩．具有多类资源多类用户智能电网实时定价决策[J]．系统工程理论与实践，2015，35(9): 2315-2323.
Dai Yeming, Gao Yan. Real-time pricing decision-making in smart grid with multi-type users and multi-type power sources[J]. Syetems Engineering Theory & Practice, 2015, 35(9): 2315-2323.

[8] Chen C, Kishore S, Snyder L V. An innovative RTP-based residential power scheduling scheme for smart grids[C]//2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), IEEE, 2011: 5956-5959.

[9] 代业明，高岩．基于智能电网需求侧管理的多零售商实时定价策略[J]．中国电机工程学报，2014，34(25): 4244-4249.
Dai Yeming, Gao Yan. Real-time pricing strategy with multi-retailers based on demand-side management for the smart grid[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(25): 4244-4249.

[10] Pagani G A, Aiello M. Generating realistic dynamic prices and services for the smart grid[J]. IEEE Systems Journal(S1932-8184), 2015, 9(1): 191-198.

[11] 金颖丰，高岩．智能电网分段实时定价优化策略研究[J]．计算机仿真, 2016, 33(4): 171-175.
Jin Yingfeng, Gao Yan. Optimal piecewise real-time pricing strategy for smart grid[J]. Computer Simulation, 2016, 33(4): 171-175.

[12] Deng R L, Yang Z Y, Chow M Y, et al. A survey on demand response in smart grids: mathematical models and approaches[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics(S1551-3203), 2015, 11(3): 570-582.

[13] 李江波，王波，高岩，等．马尔可夫决策过程下的智能电网实时电价模型[J]．系统仿真学报, 2016, 28(11): 2756-2763.
Li Jiangbo, Wang Bo, Gao Yan, et al. Optimal real-time pricing model of smart grid based on markov decision process[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(11): 2756-2763.

[14] Samadi P, Mohsenian-Rad A H, Schober R, et al. Optimal real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid[C]//First IEEE International Conference on Smart Grid, 2010: 415-420.

[15] Song X, Qu J Y. An improved real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid[C]//11th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 2014: 2509-2513.

[16] Asadi G, Gitizadeh M, Roosta A. Welfare maximization under real-time pricing in smart grid using PSO algorithm[C]//21st Iranian Conference on Electrical Engineering(ICEE), 2013: 1-7.

[17] Zhang W, Chen G, Dong Z Y. An efficient algorithm for optimal real-time pricing strategy in smart grid[C]//PES General Meeting Conference & Exposition, IEEE. 2014: 1-5.

[18] 张钦，王锡凡，王建学．需求侧实时电价下供电商购售电风险决策[J]．电力系统自动化，2010，34(3): 22-27.
Zhang Qin, Wang Xifan, Wang Jianxue. Electricity purchasing and selling risk decision for power supplier under real-time pricing[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(3): 22-27.

[19] 李鹏，李存斌，祁之强．智能电网下考虑风险的供电企业购电优化模型[J]．运筹与管理，2014，23(1): 108-115.
Li Peng, Li Cunbin, Qi Zhiqiang. Power supply enterprises purchase’ optimization model considering risk in smart grid[J]. Operations Research and Management Science, 2014, 23(1): 108-115.

[20] 李鹏，李存斌，牛利霞．考虑信息风险元不确定性的智能电网调度决策风险传递模型[J]．华北电力大学学报, 2015, 42(2): 43-49.
Li Peng, Li Cunbin, Niu Lixia. Smart grid dispatching decision-making risk transmission model considering information risk element uncertainty[J]. Journal of North China Electric Power University, 2015, 42(2): 43-49.

[21] Poramate T. Optimal real-time pricing under load uncertainty based on utility maximization for smart grid[C]//2011 IEEE International Conference on Smart Grid Communications, 2011: 321-326.

[22] Wang Y, Mao S W, Nelms R M. Distributed online algorithm for optimal real-time energy distribution in the smart grid[J]. IEEE Internet of Things Journal (S2327-4662), 2014, 1(1): 70-80.