

1-4-2019

## Finite Element Analysis of Magnetic Flux Leakage Detection for Transverse Cracks of Sucker Rod

Zhang Ou

*School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*

Xueye Wei

*School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*

Wang Pei

*School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*

Shuxin Yan

*School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Finite Element Analysis of Magnetic Flux Leakage Detection for Transverse Cracks of Sucker Rod

### Abstract

**Abstract:** *The modeling and testing technology of the surface transverse cracks of sucker rod were studied, and a finite element simulation model of rod transverse defects was built. The magnetic flux leakage testing simulation was carried out by using ANSYS software, and the changing trend between the lift-off value and the leakage magnetic field was obtained. Two kinds of different magnetization modes of single coil and double coils were analyzed, and the result showed that the double coils magnetization is superior to single coil magnetization. The two dimensional and three dimensional magnetic flux leakage testing models were studied. The magnetic induction intensities of different lift-off values were analyzed. The key data between sensor and detection device were extracted. Simulation results showed that the magnetic flux leakage detection method can be used to detect transverse cracks of sucker rod.*

### Keywords

magnetic flux leakage detection, finite element analysis, coil magnetization, lift-off value, sucker rod

### Recommended Citation

Zhang Ou, Wei Xueye, Wang Pei, Yan Shuxin. Finite Element Analysis of Magnetic Flux Leakage Detection for Transverse Cracks of Sucker Rod[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(4): 1504-1510.

## 抽油杆横向裂纹漏磁检测的有限元分析

张欧, 魏学业, 王培, 严曙馨

(北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 针对抽油杆复杂缺陷共存的表面横向裂纹进行建模和检测技术研究, 建立了抽油杆横向缺陷有限元仿真模型, 采用 ANSYS 有限元仿真软件进行了漏磁检测仿真, 得出了提离值与缺陷处漏磁场之间的变化趋势。分析了单直流线圈和双直流线圈两种不同的磁化方式, 结果表明双直流线圈磁化优于单直流线圈磁化。研究了二维和三维的漏磁检测模型, 对不同提离值的磁感应强度进行了分析, 凝练出了传感器与检测装置中的关键数据。研究表明, 本研究得出的漏磁检测方法可用于抽油杆横向裂纹的检测。

**关键词:** 漏磁检测; 有限元分析; 线圈磁化; 提离值; 抽油杆

中图分类号: TE931; TP391

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 04-1504-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201804036

## Finite Element Analysis of Magnetic Flux Leakage Detection for Transverse Cracks of Sucker Rod

Zhang Ou, Wei Xueye, Wang Pei, Yan Shuxin

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** The modeling and testing technology of the surface transverse cracks of complex defecting for sucker rod were studied, and a finite element simulation model of rod transverse defects was built. The magnetic flux leakage testing simulation was carried out by using ANSYS software, and the changing trend between the lift-off value and the leakage magnetic field was obtained. Two kinds of different magnetization modes of single coil and double coils were analyzed, and the result showed that the double coils magnetization is superior to single coil magnetization. The two dimensional and three dimensional magnetic flux leakage testing models were studied. The magnetic induction intensities of different lift-off values were analyzed. The key data between sensor and detection device were extracted. Simulation results showed that the magnetic flux leakage detection method can be used to detect transverse cracks of sucker rod.

**Keywords:** magnetic flux leakage detection; finite element analysis; coil magnetization; lift-off value; sucker rod

## 引言

抽油杆是石油行业的重要工件之一, 它是抽油



收稿日期: 2016-03-25 修回日期: 2016-07-23;  
作者简介: 张欧(1993-), 男, 土家族, 贵州, 博士生, 研究方向为电力电子、无损探伤; 魏学业(1963-), 男, 山东临朐, 博士后, 教授, 博导, 研究方向为新能源控制技术、测量与过程控制、数字信号处理等。

机井的细长杆件, 上接光杆, 下接抽油泵, 起传递动力的作用。抽油杆在井下工作过程中, 由于工作环境十分恶劣, 时常发生抽油杆失效的事故<sup>[1]</sup>。抽油杆的腐蚀、断裂是导致失效的重要原因, 抽油杆失效将给石油工业造成不可估量的损失。因此, 对抽油杆存在的缺陷进行检测十分的重要, 可以大大地降低事故发生率, 减少维修费用<sup>[2]</sup>。目前国内外

<http://www.china-simulation.com>

• 1504 •

针对抽油杆杆体缺陷的检测,主要有几种方法,如超声波检测、涡流检测、磁粉检测、漏磁检测等,其中漏磁检测技术的应用最多<sup>[3]</sup>。该技术不需要与杆体直接接触,是一种无损检测方法,可以判定抽油杆是否有效、是否作废,减少了不合格抽油杆工作而导致的断杆事故,提高了石油工业正常运转的效率<sup>[2]</sup>。

目前,对抽油杆表面缺陷的漏磁检测以固定式漏磁检测为主,美国的 BHTS 公司生产的 PRO-EMI,利用涡流传感器和漏磁传感器同时实现对抽油杆裂纹与腐蚀缺陷的检测,采用旋转磁场传感器对抽油杆磨损缺陷进行检测。在国内,华中科技大学康宜华教授团队使用磁致伸缩导波技术对抽油杆过渡区缺陷进行检测<sup>[4]</sup>,该团队也研制了一套自动探伤检测设备,对抽油杆的腐蚀情况进行全面检测<sup>[2]</sup>。国内对漏磁检测技术的研究还在不断探索阶段,对抽油杆杆体缺陷的检测效率不是很高,易出现漏检测或误检测。本文针对抽油杆杆体横向缺陷的检测问题研究了一种可行的漏磁检测方法。

## 1 抽油杆横向裂纹的漏磁分析

### 1.1 抽油杆横向裂纹

抽油杆在井下长期工作中,由于自身结构和所处环境的不同,会在不同的部位产生不同类型的缺陷。本文研究的对象是抽油杆杆体表面的横向缺陷,抽油杆常见的横向缺陷裂纹有疲劳裂纹、应力腐蚀裂纹<sup>[5]</sup>等,这些问题都会给油井的正常工作带来很大的麻烦。疲劳裂纹是由于抽油杆在工作过程中振动及冲击载荷作用下,材料内部组织发生的局部滑移,若疲劳裂纹在交变应力作用下扩展到临界状态时,就会产生疲劳断裂<sup>[6]</sup>,这是造成抽油杆断裂的最主要原因。应力腐蚀裂纹是由于抽油杆杆体长期工作在腐蚀环境中,在应力负荷等作用下产生的缺陷<sup>[7]</sup>。针对抽油杆杆体存在的横向缺陷,本文设计一种漏磁检测方法,通过有限元分析软件,验证了检测的可行性。

### 1.2 漏磁检测技术

漏磁检测技术的原理很简单,当铁磁性或钢磁性材料被磁化器磁化时,若材料的材质是均匀、连续的,则材料中的磁感应线将被束缚在材料中,磁通是平行于材料表面的,几乎没有磁感应线从表面穿出,此时被测工件的表面没有变化的磁场<sup>[8]</sup>。但是,当材料中存在着切割磁力线的缺陷时,材料表面的缺陷会使被测工件的磁导率发生变化。由于缺陷处磁导率很小,磁阻很大,使磁路中的磁通发生畸变,磁感应线的分布会发生变化,除了部分磁通直接通过缺陷或材料内部外,还有部分的磁通会泄露到材料表面上空,通过空气再绕过缺陷重新进入材料,从而在材料表面缺陷处形成漏磁场,因此就可以通过检测漏磁场的变化来识别缺陷,如图 1 所示。

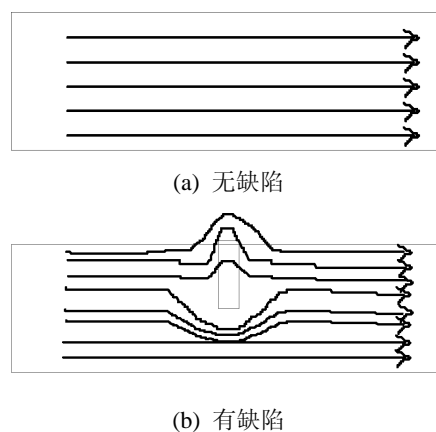


图 1 无缺陷与有缺陷的磁化对比  
Fig. 1 Magnetization comparison of non-defect and defect

根据电磁场理论,磁化器可以产生均匀磁场,常用的磁化方法一般为交流磁化或直流磁化<sup>[9]</sup>。对于交流磁化来说,虽然在被测物体外表面检测的灵敏度高,但是交流磁化会受到集肤效应的影响,不能够保证漏磁检测的深度,而且对被测工件的近表面与内表面的缺陷易出现漏检测。对于直流磁化来说,被测工件的深度较大,并且对信号的处理简单。还有一种交流-直流混合磁化的方法,该方法综合了直流磁化与交流磁化的优点,但是磁化设备体积大,成本高,且信号处理复杂。所以综上所述,考

虑多个方面后，本研究选用直流局部磁化方式。

将抽油杆杆体放在通有直流电的线圈中心，可以把抽油杆杆体磁化，因此可以用漏磁检测的方法检测缺陷。当抽油杆杆体穿过检测区时，杆体受到线圈的磁化，如果在杆体表面存在横向缺陷，假设缺陷内的介质为空气，磁导率为 1，则杆体表面缺陷内的磁场强度为<sup>[9]</sup>：

$$H = \frac{(2a/b)+1}{(1/\mu_F) \cdot (2a/b)+1} \cdot H_0 \quad (1)$$

式中， $H_0$  为线圈磁化场的强度， $\mu_F$  为抽油杆的磁导率， $a$  为抽油杆杆体表面缺陷的深度， $b$  为杆体表面缺陷的宽度。

$H$  的一部分将溢出杆体表面缺陷，在空间中形成漏磁场，漏磁场的大小与  $H$  呈线性关系，此时可以利用传感器对漏磁信息进行检测。当传感器探头检测杆体表面横向缺陷时，缺陷信号将转化为漏磁场信息，可用探头检测漏磁信号。经过对漏磁信息的处理与分析，可以得到杆体表面缺陷的有关参数。本研究通过检测抽油杆杆体缺陷处漏磁场大小，以磁场强度为最终结果，实现对抽油杆存在的横向裂纹进行漏磁检测。

## 2 二维仿真模型的建立与分析

根据所用条件的不同，抽油杆有不同的规格大小。本实验研究中，选用最小规格的钢性抽油杆，它的直径  $\Phi$  为 15.88 mm。为了使仿真效果与实际情况更接近，将抽油杆的磁特性选用为 X52 钢的磁特性，它的磁化曲线的趋势是先增大后趋于平稳。

### 2.1 单、双线圈的磁化效果分析

由于抽油杆的杆体较长，为了对抽油杆杆体的轴向磁化效果进行分析，使用 ANSYS 有限元分析软件<sup>[10]</sup>。本研究使用直流线圈作为抽油杆杆体的磁化器，并分别建立了单直流线圈磁化仿真模型与双直流线圈磁化仿真模型，通过仿真分析，比较哪种直流磁化模型更好。利用 ANSYS 软件中的

plane53 单元建立二维仿真模型，同时进行自由网格的划分，抽油杆材料属性设置为 X52 号钢性材料的 B-H 曲线，直流激励线圈的安匝数设为 20 000 NA。仿真模型建立好之后对其进行求解，其二维仿真结果如图 2 所示。从图中可以明显地看出，在双直流线圈磁化方式下，抽油杆杆体的轴向磁感应强度较大，磁化的范围更宽。

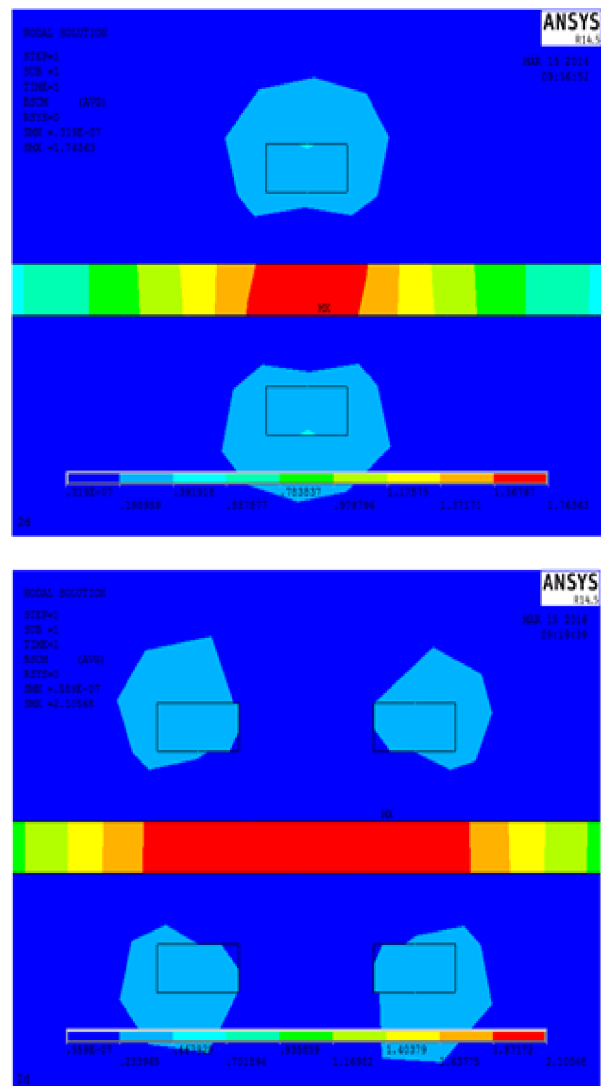


图 2 单线圈与双线圈的二维仿真模型  
Fig. 2 2D simulation model of single coil and double coils

为了更加直观地比较两种直流磁化方式的效果，利用 path-operation 路径操作，可以观察抽油杆杆体轴心方向的磁感应强度，从而可以得出磁化效果的对比，如图 3 所示，其中虚线是单线圈直流

磁化模型下的磁化强度, 实线是双线圈直流磁化模型下的磁化强度。从图中可以看出, 在两种线圈磁化模型中, 双线圈直流磁化方式下抽油杆杆体中间磁化强度更大, 磁化的范围更广, 更加接近均匀磁场, 并且均匀磁场的范围可达约 10 cm, 这将产生更好的磁化效果, 有利于对抽油杆杆体所存在的缺陷进行漏磁检测。因此, 本研究选用双线圈磁化方式, 该方式对缺陷进行漏磁检测的效果更好。

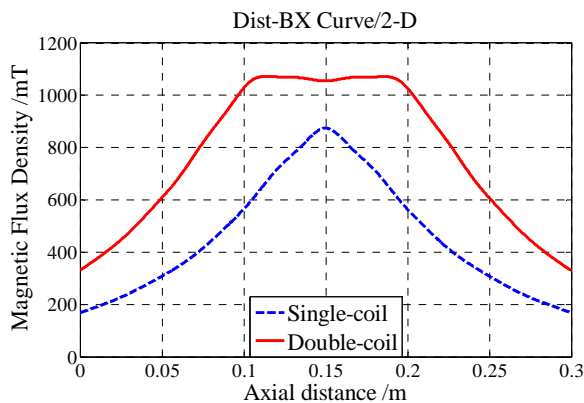


图 3 两种模型磁化效果比较

Fig. 3 Comparison of the magnetization effects for two models

## 2.2 基于二维的双线圈漏磁检测

对抽油杆杆体表面的横向缺陷进行漏磁检测, 本研究采用双直流线圈磁化模型。通过在抽油杆轴向方向安置两个通有直流激励的磁化线圈, 适当地调整线圈的匝数与通过线圈的电流, 可以把抽油杆杆体局部磁化到饱和状态, 其立体示意图如图 4 所示。

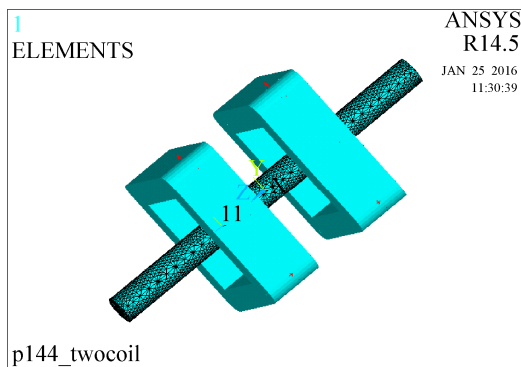


图 4 双直流线圈磁化模型

Fig. 4 Magnetization model of double DC coils

若抽油杆杆体表面存在横向缺陷, 缺陷将暴露在空气中, 缺陷处的磁导率会大大减小, 磁阻变大, 这使得抽油杆杆体磁力线的分布产生变化, 部分磁力线会泄漏到空气中, 从而在缺陷处形成漏磁场。此时可以利用一些传感器(如霍尔传感器、线圈探测器等)对漏磁信息进行检测, 通过是否有检测信号, 判定杆体表面是否存在缺陷, 进而通过检测信号的强弱判定缺陷的大小, 可以判定抽油杆是否报废。

利用 ANSYS 有限元分析软件, 抽油杆的规格仍然选用直径  $\Phi$  等于 15.88 mm, 为了对杆体表面的横向缺陷进行漏磁检测, 人为地设置一个横向缺陷, 大小为 4.06 mm\*2 mm。由于缺陷处暴露在空气中, 所以默认为缺陷和空气的材料属性相同, 磁导率设为 1。在 ANSYS 有限元仿真软件中, 通过 2D Flux Lines 操作可以观测抽油杆内部以及附近的磁力线分布, 如图 5 所示。

从图 5 中可以明显地看出, 在抽油杆表面缺陷处, 部分磁力线会从杆体内漏出来, 经过空气再进入杆体内部, 此时会在杆体缺陷上方形成漏磁场, 可以通过传感器检测该漏磁信息, 实现对杆体表面缺陷的漏磁检测。缺陷处漏磁信息越多, 漏磁检测效果越好。若漏磁信息太少或者量值太小, 很难实现对缺陷的漏磁检测。

为了能实现对杆体表面缺陷的漏磁检测, 必须确保漏磁信息的磁感应强度足够大, 可以通过 Magnetic flux density vector sum 操作, 观察抽油杆杆体内的磁感应强度及缺陷处漏磁的大小, 该操作能够清楚地展现缺陷处磁感应强度的大小, 包括缺陷内部的大小以及漏磁信息的大小。若对抽油杆表面缺陷进行漏磁检测, 则需要把传感器安置在缺陷的上方, 对缺陷处的漏磁信息按 Y 轴方向进行检测。但是, 传感器安装的位置不同, 提离值 h 就不同, 所检测到漏磁信息的大小也就不同。对于缺陷上方的漏磁信息, 利用 path-operation 路径操作观察其结果并导出数据, 并将其与无缺陷时进行对比, 如图 6 所示, 其中, 红色曲线是有缺陷时的图



形, 蓝色是无缺陷时的图形。从图中可以看出, 当离缺陷的高度在 2~9.5 mm 之间时, 漏磁信息可以很容易的被检测出来; 当高度在 6 mm 左右时, 其漏磁信息可达 78 毫特斯拉。因此, 可以将传感器安置在合适的提高值下, 通过传感器检测漏磁信息的变化来判定抽油杆杆体表面是否存在缺陷。

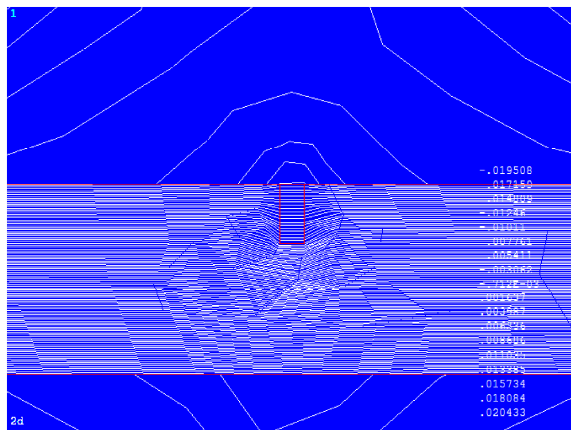


图 5 基于二维的双直流线圈模式下杆体磁力线分布  
Fig.5 Distribution of magnetic field lines in rod based on 2D double DC coils mode

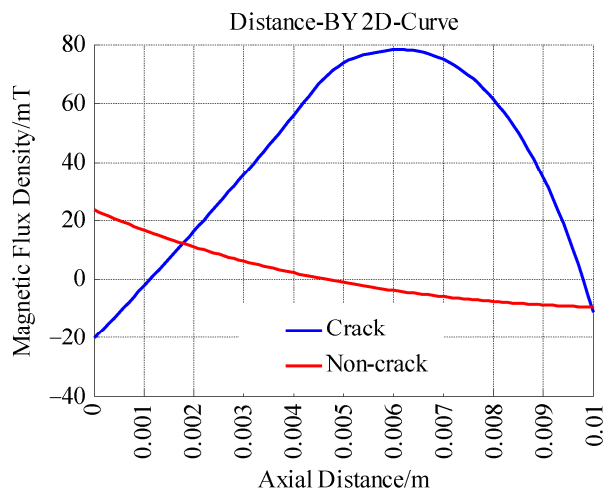


图 6 二维下 Y 方向的磁感应强度  
Fig. 6 Magnetic induction intensity along Y-axis in 2D environment

### 3 三维仿真模型的建立与分析

#### 3.1 模型的建立

在双直流线圈磁化模式下, 抽油杆杆体表面横向缺陷处会产生漏磁, 可以把传感器安置在缺陷上

方检测漏磁信息。为了使仿真分析与实际情况更加接近, 以及对漏磁信息与提高值之间的变化趋势更加直观、精确的分析, 再次利用 ANSYS 有限元分析软件, 对抽油杆杆体表面的缺陷进行三维建模。在该三维漏磁检测模型中, 选用“跑道型”直流磁化线圈, 定义为跑道型线圈电流源, 该模型不需要设置其材料属性, 也不需要进行网格的划分, 只需要设置线圈的安匝数即可。在本实验中, 直流激励线圈所采用的安匝数设为 20000 NA。抽油杆杆体选用 SOLID96 单元进行建模, 直径  $\Phi$  的大小设置为 15.88 mm, 其材料属性设置为 X52 号钢性材料的 B-H 曲线。建立好模型以后, 通过设置直流激励线圈的相关参数, 对其仿真模型进行求解, 可以得到三维漏磁检测仿真模型, 仿真结果如图 7 所示。在 ANSYS 有限元分析软件中, 可以对漏磁检测的结果进行观察, 也可以记录和提取相关的数据信息。

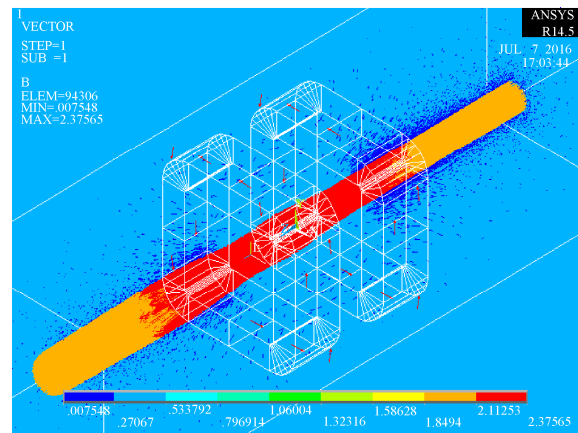


图 7 三维漏磁检测仿真结果  
Fig. 7 Simulation result of 3D magnetic flux leakage testing

#### 3.2 提高值分析

抽油杆杆体表面缺陷处的漏磁场通常是一种非线性的三维磁场, 它携带了缺陷信号的特征信息, 由于只能在缺陷外部进行漏磁检测, 所以需要提取对缺陷处漏磁信息的轴向分量。在抽油杆杆体表面横向缺陷的三维漏磁检测仿真模型中, 为了接近于实际, 在杆体表面人为的设置一个横向缺陷, 大小为 2 mm\*2 mm\*1 mm。通过 path-operation

路径操作, 可以观察杆体缺陷上方的漏磁场大小, 在不同的提离值  $h$  下, 提取出杆体缺陷处漏磁场的轴向漏磁分量, 如图 8 所示。

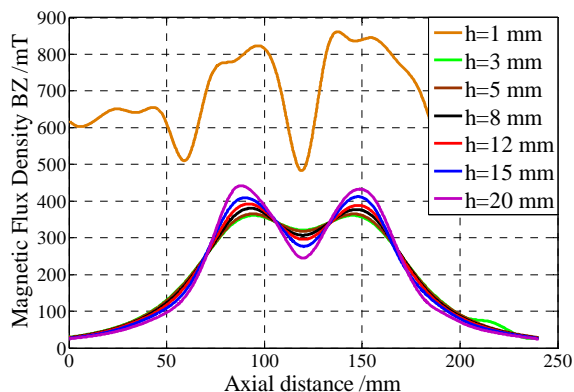


图 8 缺陷处漏磁场的轴向分量

Fig. 8 Axial component of the leakage magnetic field outside the defect

由图 8 可以看出, 随着提离值的变化, 漏磁信息的大小也随之变化。为了研究提离值对抽油杆杆体表面横向缺陷漏磁检测的影响, 在不同提离值下, 采集缺陷处漏磁场的极值, 可以得到提离值与漏磁场处极值的变化趋势, 如表 1 所示。

表 1 不同提离值下漏磁场极值的大小

Tab. 1 The extremum of leakage magnetic field for different lift-off values

提离高度/mm	漏磁场极值/mT
0.5	615.5
1	485.5
3	321
5	318
8	310
12	296
15	275
20	245

由表 1 可以看出, 缺陷处漏磁场的极值随着提离值的增大而降低, 实验结果与理论曲线相吻合。因此, 在对抽油杆杆体表面横向缺陷进行漏磁检测时, 为了提高传感器检测的灵敏度, 提离值越小越好。但是, 在传感器的检测灵敏度到达检测要求的前提下, 对提离值的选择, 应以最大限度地减小检测误差为原则<sup>[11]</sup>。考虑实际应用, 本文传感器检测

灵敏度的范围要求为 0.85~1.75 mV/G。传感器的提离值越小, 误差波动越大, 因此提离值也不宜过小。所以, 在对抽油杆杆体表面缺陷进行漏磁检测时, 为了提高漏磁检测的效率与精度, 提离值的选择十分关键, 应选择合适的提离值以保证漏磁检测高效地进行。

## 4 结论

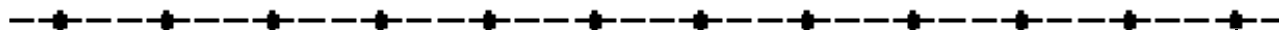
石油钻探深度的增加对抽油杆质量提出了更高的要求, 对抽油杆缺陷进行检测显得十分重要。抽油杆的缺陷检测常用的方法有超声法、涡流法、漏磁法、磁粉法等, 本文利用漏磁检测原理对抽油杆横向裂纹进行仿真研究。建立了抽油杆横向裂纹仿真模型, 对直流磁化线圈结构进行研究, 得出了双直流线圈磁化效果更佳的结论。在二维和三维的环境下, 对抽油杆表面横向缺陷的漏磁信号进行分析, 得出了提离值与漏磁强度的变化趋势: 提离值越小, 缺陷处漏磁信号越大, 实验结果与理论曲线吻合。研究表明: 本研究设计的漏磁检测方法可以检测抽油杆杆体表面的横向缺陷。

## 参考文献:

- [1] 赵英志. 抽油杆判废检测技术[J]. 科学技术与工程, 2010, 10(8): 1969.  
ZHAO Yingzhi. The judged discard detection technology of sucker rod [J]. ScienceTechnology and Engineering, 2010, 10(8): 1969.
- [2] 姜怀芳. 抽油杆缺陷漏磁自动检测方法 with 系统[D]. 武汉: 华中科技大学, 2014.  
JIANG Huaifang. Automatic magnetic flux leakage testing method and system for sucker rod defect detection[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2014.
- [3] 闫振华, 吴文秀, 王鹏, 等. 抽油杆现场无损检测技术应用[J]. 无损探伤, 2006, 30(4): 42-44.  
YAN Zhenhua, WU Wenxiu, WANG Peng, et al. Application of onsite non-destructive testing technology for sucker rod[J]. Nondestructive Inspection, 2006, 30(4): 42-44.
- [4] XU J, WU X J, KANG Y H. Defect detection in transition zones of sucker rods using magnetostrictive guided waves [J]. International Journal of Applied



- Electromagnetics and Mechanics(S1383-5416), 2012, 39(1/2/3/4): 229-35.
- [5] 张艳敏. 抽油杆失效分析[J]. 石油矿场机械, 2011, 40(7): 85-88.  
ZHANG Yanmin. Failure analysis of sucker rod[J]. Oil Field Equipment, 2011, 40(7): 85-88.
- [6] 骆竞晞, 黄淑菊. D 级抽油杆疲劳裂纹扩展期剩余寿命预测[J]. 石油机械, 1995, 23(12): 27-31, 35.  
LUO Jingxi, HUANG Shuju. Prediction of residual life of Grade D sucker rods with extending fatigue cracks[J]. China Petroleum Machinery, 1995, 23(12): 27-31, 35.
- [7] 许猛. 抽油杆腐蚀缺陷形貌对寿命影响的研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2012.  
XU Meng. The corrosion morphology of sucker rod defects of the effect on service life[D]. Shenyang: Northeastern University, 2012.
- [8] 林俊明. 漏磁检测技术及发展现状研究[J]. 无损探伤, 2006, 30(1): 1-5, 11.  
LIN Junming. Research on magnetic flux leakage detection technology and development status[J]. Nondestructive Inspection, 2006, 30(1): 1-5, 11.
- [9] 汪友生, 徐小平, 沈兰芬. 铁磁材料的漏磁检测[J]. 电子测量与仪器学报, 2000, 14(3): 45-48, 59.  
WANG Yousheng, XU Xiaoping, SHEN Lansun. Testing of MFL for ferromagnetic materials[J]. Journal Of Electronic Measurement And Instrument, 2000, 14(3): 45-48, 59.
- [10] 孙明礼. ANSYS13.0 电磁学有限元分析从入门到精通[M]. 北京: 机械工业出版社, 2012.  
SUN Mingli. ANSYS13.0 electromagnetics finite element analysis from the primer to the mastery[M]. Beijing: China Machine Press, 2012.
- [11] 黄松岭. 电磁无损检测新技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014.  
HUANG Songling. Novel technology of electromagnetic nondestructive testing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2014.



(上接第 1503 页)

- [11] Wang J B, Yau H T. Universal real-time NURBS interpolator on a PC-based controller[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology (S0268-3768), 2014, 71(1/4): 1-11.
- [12] Talón J L H, Marín R G, García-Hernández C, et al. Generation of mechanizing trajectories with a minimum number of points[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology(S0268-3768), 2013, 69(1/4): 361-374.
- [13] Myers D R. Kinematic equations for industrial manipulators[J]. Industrial Robot(S0143-991X), 2013, 9(3): 162-165.
- [14] 周芳芳, 樊晓平, 叶榛. D-H 参数表生成三维机器人模型仿真系统[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 947-950.  
Zhou Fangfang, Fan Xiaoping, Ye Zhen. 3-D Virtual Robotic Model Generated by D-H Parameters[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(4): 947-950.
- [15] John J Craig. 机器人学导论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 61-65.  
John J Craig. Introduction to Robotics: Mechanics and Control[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 61-65.