

1-2-2019

## Interval Fuzzy Modeling Based on Minimizing-norm on Approximation Error

Xiaoyong Liu

*College of engineering and technology, Zunyi Normal College, Zunyi 563002, China;*

Zhonggang Xiong

*College of engineering and technology, Zunyi Normal College, Zunyi 563002, China;*

Changuo Yan

*College of engineering and technology, Zunyi Normal College, Zunyi 563002, China;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

## Interval Fuzzy Modeling Based on Minimizing-norm on Approximation Error

### Abstract

**Abstract:** As the obtained data in many practical applications tend to be uncertain or inaccurate, conventional modeling methods characterized by deterministic model for this type of data have become undesirable. *Taking linear programming and TS fuzzy model and some ideas from norm minimization into consideration, a novel method identifying interval fuzzy model (INFUMO) consisting of upper and lower TS fuzzy model (referred to as  $f_U$  and  $f_L$ ) has been studied. In order to solve INFUMO, optimization problems based on minimizing-norm with respect to approximation error corresponding to  $f_U$  and  $f_L$  are constructed. Finally, optimization problems are solved by linear programming and INFUMO is thus constructed. The proposed method not only can deal with the problem that the conventional modeling method of uncertain data usually results in deterministic model, but also has better robustness.*

### Keywords

norm on approximation error, INFUMO, linear programming, TS fuzzy model

### Recommended Citation

Liu Xiaoyong, Xiong Zhonggang, Yan Changguo. Interval Fuzzy Modeling Based on Minimizing-norm on Approximation Error[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(3): 1203-1209.

## 逼近误差的范数最小化的区间模糊模型建模

刘小雍, 熊中刚, 阎昌国

(遵义师范学院工学院, 贵州 遵义 563002)

**摘要:** 实际应用中所获取到的数据往往呈现出不确定性或不准确性, 传统的确定性建模方法很难对这一类型的数据进行描述。通过将线性规划与 TS 模糊模型相结合, 应用逼近误差的范数最小化原理, 研究了基于 TS 模糊模型的区间建模方法, 其中区间模型分别由上界和下界 TS 模型构成。为了求解上、下界 TS 模型, 基于逼近误差的范数最小化被用于建立各自的优化问题, 将其转化为标准的线性规划对其求解得到区间模糊模型。提出的方法较好地解决了传统方法建模带有不确定性数据的非线性系统时得到的是确定性模型问题, 不能很好的描述不确定或不准确的数据。论证了该方法具有较好的鲁棒性。

**关键词:** 逼近误差的范数; 区间模糊模型; 线性规划; TS 模糊模型

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 03-1203-07

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201803054

## Interval Fuzzy Modeling Based on Minimizing-norm on Approximation Error

Liu Xiaoyong, Xiong Zhonggang, Yan Changguo

(College of engineering and technology, Zunyi Normal College, Zunyi 563002, China)

**Abstract:** As the obtained data in many practical applications tend to be uncertain or inaccurate, conventional modeling methods characterized by deterministic model for this type of data have become undesirable. Taking linear programming and TS fuzzy model and some ideas from norm minimization into consideration, a novel method identifying interval fuzzy model (INFUMO) consisting of upper and lower TS fuzzy model (referred to as  $f_U$  and  $f_L$ ) has been studied. In order to solve INFUMO, optimization problems based on minimizing-norm with respect to approximation error corresponding to  $f_U$  and  $f_L$  are constructed. Finally, optimization problems are solved by linear programming and INFUMO is thus constructed. The proposed method not only can deal with the problem that the conventional modeling method of uncertain data usually results in deterministic model, but also has better robustness.

**Keywords:** norm on approximation error; INFUMO; linear programming; TS fuzzy model

## 引言

在众多的实际应用中, 无论是通过传感器或其它的测量仪器所获取到被研究对象的数据时, 数

据往往呈现出如下几个特性: 即不确定性<sup>[1]</sup>、不完整性<sup>[2]</sup>以及不准确性<sup>[3]</sup>。这些数据在建模的研究过程中, 很多文献将其定义为区间数据。对于这一特征数据的处理, 目前现有的大多数方法是这类数据看做是确定的, 用基于数据的非机理模型来建模, 例如神经网络、自回归滑动平均模型、Takagi-Sugeno 模糊模型以及 SVR(支持向量回归)等。从这类非机理模型的表述形式来看, 它们是确



收稿日期: 2016-02-29 修回日期: 2016-04-19;  
基金项目: 遵义师范学院博士基金(遵师 BS(2015)04号), 贵州省教育厅项目(黔教合 KY 字[2015]457 号, 黔教合 KY 字[2016]254), 省科技厅项目(黔科合 LH 字[2015]7054 号);  
作者简介: 刘小雍(1982-), 男, 贵州遵义, 博士, 讲师, 研究方向为机器学习与故障检测。

<http://www.china-simulation.com>

• 1203 •

定的,不能很好描述系统的容错性,在实际应用中显然是不够的。尤其是新一代信息技术的飞速发展,获取到的数据呈现出的量大、类型多、速度快等特点,实时地影响我们工作、生活,甚至国家经济、社会发展,基于此,在大数据的研究上,国内高校对大数据做了相关的研究和综述<sup>[4-5]</sup>。然而,在大数据所呈现的不确定性问题,却少有关注。

为了能处理不确定性的数据,将不确定性以区间形式来建模<sup>[6-7]</sup>,建立了区间回归分析,即模型采用区间参数来描述。基于区间回归分析的区间回归模型建模<sup>[8-9]</sup>,已被成功应用到不同的领域,包括预报和系统辨识等。在求解区间回归模型的区间参数时,较早的算法有线性规划(LP)<sup>[10]</sup>和二次规划(QP)<sup>[11]</sup>;近年来,区间回归模型在不同程度上得到了一些研究,包括基于SVR的区间回归研究<sup>[9]</sup>、回归分位数方法<sup>[12]</sup>以及神经网络<sup>[13]</sup>。然而,这些方法存在一些主要的缺点:神经网络需要大量的训练时间,较差的泛化性能以及过拟合等问题;尽管SVR的引入能解决该问题,但SVR在建立区间回归模型时,通过使用 $\epsilon$ 带得到的是一个常值区间,不具有灵活调整区间宽度的能力,而且如何选择 $\epsilon$ 带也是一个难点;此外,在建立区间回归模型时,采用LP和QP优化求解被估中心模型 $c(x)$ 和区间宽度 $d(x)$ ,从而得到下边模型 $F_L(x)=c(x)-d(x)$ ,上边模型 $F_U(x)=c(x)+d(x)$ ,因此由上边和下边模型构成区间回归模型不能处理在不确定影响下的非对称区间模型,同时对如何选择模型结构也没有得到很好的解决。

TS模糊模型<sup>[14]</sup>是一种可以用来表征非线性系统的数学模型,利用这种方法可以将复杂的非线性系统转化为一些简单的线性子系统,该模型还有良好的局部解释能力以及以任意精度逼近非线性系统,所以在非线性系统建模中得到了广泛应用。因此,本文将TS模糊模型为模型结构,结合最小化逼近误差的范数,分别构造求解INFUMO的 $f_U$ 和 $f_L$ 优化问题,应用线性规划对其求解,得到其上、下边模型。提出的方法与已有方法<sup>[15-17]</sup>的不

同点是,本文采用的是最小化逼近误差的范数,而文献[15-17]采用的是最小最大逼近误差,即 $\mathcal{L}_\infty$ 范数建立优化问题求解INFUMO。

## 1 TS模糊模型的非线性描述

一种基于数据的非机理模型,TS模糊模型,通常被用于建模复杂非线性系统 $f(x)$ 。在获取到一组数据的情况下,

$$\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\} \quad (1)$$

式中: $N$ 为对应数据集的大小; $x_i \in R^n$ ,可表示为 $x_i=(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T$ ,被定义为系统的输入变量,又称为前件变量,其里面的元素描述各自的特征或者属性, $j_i \in R$ 对应输入变量 $x_i$ 的期望输出。假设获取到的数据是来自未知系统 $y=f(x)$ ,在基于获取到上述数据的情况下,通过TS模糊模型对未知系统进行建模。

针对复杂非线性系统的建模和控制,TS模糊模型已经被证明是一种最具潜力和优势的一种建模方式,其本质也是一种非线性系统模型,通过较简单的线性子系统去表达复杂系统的动态特性。运用TS模糊模型对非线性系统进行建模时,主要包括两部分内容,即结构辨识和参数辨识;对于结构辨识,主要是基于系统的输入输出数据,通过某些聚类方法(如FCM、GKCA、减聚类等)产生结构,目前已得到了广泛研究。

具有多输入单输出的TS模糊模型可以通过如下形式的结构来描述<sup>[14]</sup>,

$$\begin{aligned} R_j: & \text{if } x_{p1} \text{ is } A_{j,1} \text{ and } x_{p2} \text{ is } A_{j,2} \\ & \text{and } \dots \text{ and } \dots x_{pn} \text{ is } A_{j,n} \\ \text{then } & y_j = f_j(x) = \end{aligned} \quad (2)$$

$$p_0^j + p_1^j x_{p1} + \dots + p_M^j x_{pn} = p_j^T x$$

式中, $P_j=(p_0^j, p_1^j, \dots, p_M^j)^T$ 表示后件参数; $x=(1, x_{p1}, \dots, x_{pn})^T$ 是系统的输入变量; $x \in R^n$ ,又称为前件变量; $y_j \in R$ 是输出变量或后件变量; $R_j$ 表示第 $j$ 条规则, $j=1,2, \dots, M$ 是规则库中所使用的总规则数; $A_j$ 对应第 $j$ 条规则的前件模糊集合,通过模 $\mu_{A_j}(x): R^p \rightarrow [0,1]$ 隶属函数来定义:

对任意的测试输入  $X$ , 可得 TS 模糊模型的最终输出为

$$f(x) = \sum_{i=1}^M \varphi_i(x) p_i^T x = (\varphi_1(x) \cdots \varphi_M(x)) \begin{pmatrix} p_1^T \\ \vdots \\ p_M^T \end{pmatrix} x = \varphi^T(x) p x \quad (3)$$

式中:  $\varphi(x) = (\varphi_1(x) \cdots \varphi_M(x))^T$ ;

$$p^T = (p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_M);$$

$$\varphi_i(x) = \beta_i(x) / \sum_{i=1}^M \beta_i(x);$$

$$\beta_i(x) = \prod_{j=1}^M \mu_{ij}(x), i = 1, 2, \dots, M$$

以(3)描述的模糊模型形式被定义为仿射 TS 模型, 可以以任意期望精度逼近任意的通过映射紧集  $C \subset R^n$  到  $R^1$  的非线性函数, 其逼近能力可以通过 Stone-Weierstrass 定理来证明, 从而进一步表明任意的连续函数可以通过模糊基函数的展开形式来逼近, 该模型结构将被用于建立区间模糊模型。

## 2 基于范数最小化的区间模糊模型建模

### 2.1 范数建立区间模糊模型的优化问题

基于获取到的测量数据(1), 设满足系统的非线性模型,

$$y_i = g(x_i), i = 1, \dots, N \quad (4)$$

根据 Stone-Weierstrass 定理, 给定紧集  $C \subset R^n$  上的任意实连续函数以及大于零的实数  $\varepsilon$ , 存在如下模糊系统  $f$  满足,

$$\sup_{x_i \in R^n} |f(x_i) - g(x_i)| < \varepsilon \quad (5)$$

显然, 当实数  $\varepsilon$  越小时, 满足(5)所对应模糊系统  $f$  所需要的规则数也就越大。在逼近情况下, 定义测量值与模型输出之间的逼近误差为,

$$\lambda_i = y_i - f(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

要获取提出模糊模型的最优参数, 在整个输入空间  $x \in R^n$  上考虑最小化所有逼近误差  $\lambda_i$ ,

$$\min : \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\} \quad (7)$$

因此, 这是最小化所有逼近误差的优化问题。对于

(3)所描述的 TS 模糊模型, 则优化问题(5)可以分成两个问题来实现。第一个问题是如何提取 TS 模糊模型较好的结构, 属于结构辨识的研究问题, 包括隶属函数、前件变量选择等问题, 目前在结构辨识上已经得到了广泛研究, 有 SVM, RVM, FCM, GKCA 方法等。一旦模型结构被确定, 则后件参数通过提出的方法, 即最小化的优化问题来求解,

$$P = \arg \min |y_i - f(x_i)|, (p, x_i \in R^n) = \arg \min |y_i - \varphi^T(x_i) p_{x_i}|, (p, x_i \in R^n) \quad (8)$$

或写成如下的等价形式,

$$p = \arg \min |y_i - \sum_{i=1}^M \varphi_i(x_i) p_i^T x_i| \quad p, x_i \in R^n \quad (9)$$

接下来, 对(5)所对应的优化问题, 可以转化为对其范数的最小化, 根据范数的定义

$$\|\lambda\|_1 = |\lambda_1| + |\lambda_2| + \dots + |\lambda_N| \quad (10)$$

其中:  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ 。

为了得到以 TS 形式描述的区间模糊模型, 则意味着所有的测量数据必包含于区间之内。假设区间模糊模型由上边和下边 TS 模糊模型构成, 分别表示为  $f_U$  和  $f_L$ 。对于  $f_U$ , 则所有的测量数据在其下方, 则满足约束条件

$$f_U(x_i) - y_i \geq 0 \quad (11)$$

因此, 求解  $f_U$  的优化问题(9)如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\lambda^U\|_1 = |\lambda_1^U| + |\lambda_2^U| + \dots + |\lambda_N^U| \\ \text{s.t} \quad & f_U(x_i) - y_i \geq 0 \\ & f_U(x_i) - y_i \leq \lambda_i^U \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (12)$$

根据(11)和(12), 则上述优化问题为,

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\lambda^U\|_1 = \lambda_1^U + \lambda_2^U + \dots + \lambda_N^U \\ \text{s.t} \quad & f_U(x_i) - y_i \geq 0 \\ & f_U(x_i) - y_i \leq \lambda_i^U \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (13)$$

对于  $f_L$ , 则所有的测量数据在其上方, 则满足  $f_L(x_i) - y_i \leq 0$  (14)

同理, 则可得其对应的优化问题如下,

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\lambda^L\|_1 = \lambda_1^L + \lambda_2^L + \dots + \lambda_N^L \\ \text{s.t.} \quad & f_L(x_i) - y_i \leq 0 \\ & y_i - f_L(x_i) \leq \lambda_i^L \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (15)$$

## 2.2 区间模糊模型的优化问题求解

通过 3.1 节的介绍, 引入了求解区间模糊模型的  $f_U$  和  $f_L$  的优化问题, 对于  $f_U$ ,

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\lambda\|_1 = \|\lambda^U\|_1 = \lambda_1^U + \lambda_2^U + \dots + \lambda_N^U \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^M \varphi_j(x_i) p_{U,j}^T x_j - y_i \geq 0 \\ & \sum_{j=1}^M \varphi_j(x_i) p_{U,j}^T x_j - y_i \leq \lambda_i^U \\ & i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (16)$$

$P_{U,j}$  表示  $f_U$  所对应的 TS 模糊模型的后件参数, 以矩阵和向量的形式, 可将其表述为,

$$\begin{aligned} \min \quad & \begin{pmatrix} P_U \\ \Lambda_U \end{pmatrix} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{pmatrix} -\Xi & Z \\ \Xi & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_U \\ \Lambda_U \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -y \\ y \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{其中 } \Xi = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1)x_1^T \cdots \varphi_M(x_1)x_1^T \\ \vdots \\ \varphi_1(x_N)x_N^T \cdots \varphi_M(x_N)x_N^T \end{pmatrix},$$

$Z = 0_{N \times N}$ ,  $I$  表示  $N$  阶的单位矩阵,

$$P_U = (P_{U,1}^T \cdots P_{U,M}^T),$$

$$P_{U,j} = (P_{u,0}^j, P_{u,1}^j, \dots, P_{u,n}^j)^T,$$

$$\Lambda = (\lambda_1 \cdots \lambda_N)^T, y = (y_1 \cdots y_N)^T,$$

对于  $f_L$  的优化问题, 同理得到矩阵向量的形式如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & \begin{pmatrix} P_L \\ \Lambda_L \end{pmatrix} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{pmatrix} \Xi & Z \\ -\Xi & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_L \\ \Lambda_L \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} y \\ -y \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

其中上述优化问题所对应的变量定义与  $f_U$  的定义类似, 不在逐一描述。

显然, 优化问题(17)和(18)可以通过线性规划对其求解, 分别得到  $f_U$  和  $f_L$  的后件参数的同时, 逼近误差  $\lambda_i$  也被计算出来, 得到由  $f_U$  和  $f_L$  描述的区间模糊模型,

$$f_U(x) = \sum_{i=1}^M \varphi_i(x) p_{u,i}^T x \quad (19)$$

$$f_L(x) = \sum_{i=1}^M \varphi_i(x) p_{L,i}^T x \quad (20)$$

## 3 仿真论证

为了论证所提出方法的有效性和优越性, 定义测试性能指标为均方根误差(RMSE)

$$RMSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^N [f(x_k) - y(k)]^2} \quad (21)$$

式中:  $f(x_k)$  表示模型输出, 分别对应区间模糊模型的  $f_U(x)$  和  $f_L(x)$ ,  $y(k)$  对应实际测量数据。

首先考虑一个简单的带有不确定性的非线性函数仿真。假设一个非线性函数类  $\Omega$  由一个名义函数  $f_{norm}(x)$  以及不确定性  $\Delta f(x)$  构成, 其中

$$f_{norm}(x) = \cos(x) \sin(x), \Delta f(x) = \gamma \cos(8x),$$

$$g(x) = f_{norm}(x) + \Delta f(x), 0 \leq \gamma \leq 1,$$

类函数的定义域为  $-1 \leq x \leq 1$ 。

为了获取到离散的测量数据, 取  $x_k = 0.021k$ ,  $k = -47, \dots, 47$ , 如图 1 所示。基于不确定性数据, 下面将通过提出的方法对其进行区间模糊模型建模。取输入空间维数为  $n=1$ , 前件与后件变量为  $x_k$ ; 当选择规则数为  $R=8$  时, 图 2 给出了提出方法所得到的区间模糊模型。从图 2 可知, 得到的  $f_U(x)$  和  $f_L(x)$  分别表示了区间模糊模型的上界和下界模型, 不仅包络了  $\gamma$  值引起的所有不确定性, 而且  $f_U(x)$  和  $f_L(x)$  与测量数据之间的逼近误差也比较小(如图 3 所示), 表 1 给出了在不同规则数下, 两种方法的 RMSE 比较, 显然, 提出的方法在模型逼近能力上有较好的优越性, 其中 RMSE\_U、RMSE\_L 分别表示区间模型的上界、下界模型逼近误差; 表 2 给出了规则数为 5 时, 通过线性规划求解得到的上下界模型后件参数。

接下来考虑如下的非线性动态系统:

$$y(k+1) = 0.5y(k) + 0.5 \frac{y^2(k-1)}{1+y^2(k-1)} -$$

$$0.5y(k-1)u(k) + u(k) \quad (22)$$

其中输入信号  $u(k)$  在区间  $[0, 2]$  上随机产生, 基于上述系统获取 100 个数据, 前件及后件变量选择

为 $(u(k-1), y(k-1), y(k))$ , 当规则数为 8 时, 通过提出的方法得到上下界模型的后件参数如表 3 所示, 对应的区间模糊模型如图 4 所示, 分别由上界和下界模型构成, 灰色区域表示不确定性数据, 图 5 给出了上下界模型的逼近误差, 虚线表示所有不确定性数据在上界模型的下方, 在下界模型的上方, 进一步论证了提出方法在处理非线性不确定动态系统时的有效性, 且图 5 表明, 上、下界模型与实际数据之间的逼近误差也较小。此外, 随规则数的增加, 逼近误差会随之减小, 但会带来计算量及模型复杂性的增加, 因此, 针对不同的实际对象, 应从逼近误差和模型复杂性之间取其折中。

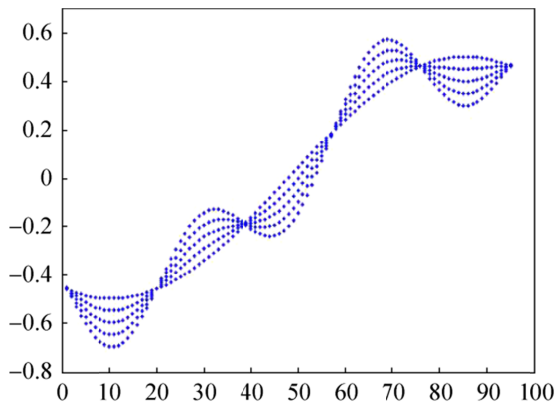


图 1 对应 $\gamma$ 值分别取 $\{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ 时得到的不确定性数据

Fig. 1 Uncertain data corresponding to the distinct values ( $\gamma=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ )

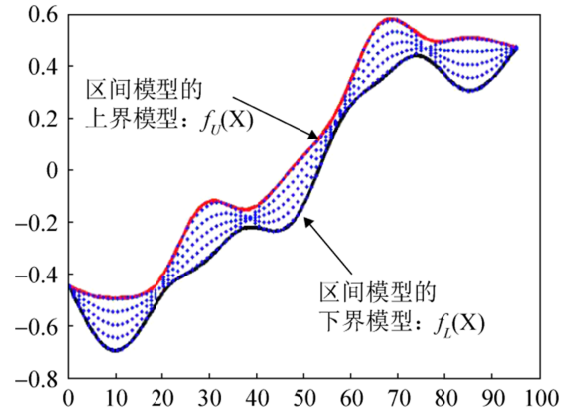


图 2 由上下界模型构成的区间模糊模型  
Fig. 2 INFUMO consisting of  $f_U$  and  $f_L$

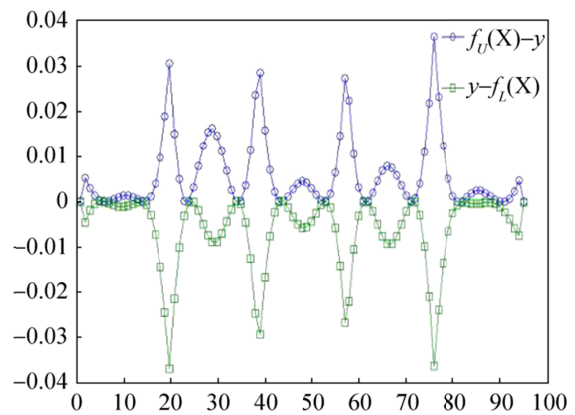


图 3 上下界模型的逼近误差  
Fig. 3 Approximation error of  $f_U$  and  $f_L$

表 1 不同规则下, 提出方法与文献的 RMSE 比较  
Tab. 1 Comparisons of the proposed method and other method[12] on RMSE

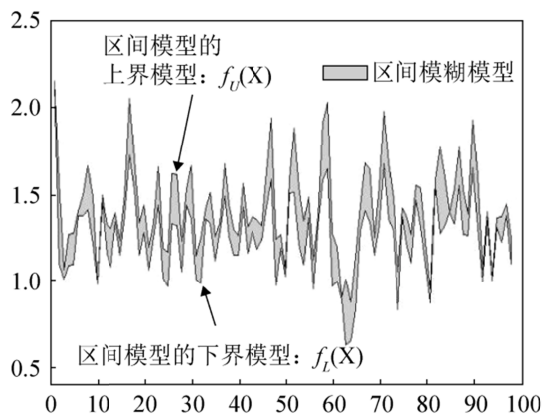
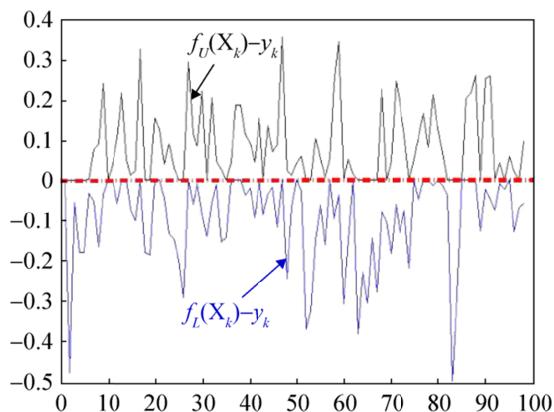
RMSE	规则数 3		规则数 4		规则数 5	
	RMSE_U	RMSE_L	RMSE_U	RMSE_L	RMSE_U	RMSE_L
提出的方法	0.065 9	0.111 1	0.039 8	0.063 4	0.029 0	0.048 5
文献[12]	0.076 7	0.116 9	0.044 5	0.078 7	0.037 9	0.050 3

表 2 规则数为 5, 应用线性规划求解得到的上下界模型后件参数  
Tab. 2 R=5, Consequent parameters of  $f_U$  and  $f_L$  applying linear programming

规则		R1	R2	R3	R4	R5
上界模型	a	-2.176 1	-1.511 7	-0.617 2	-3.421 0	-0.829 7
后件参数	b	1.586 5	0.837 7	0.043 8	3.635 9	1.745 9
下界模型	a	0.589 5	-0.647 6	0.592 7	-1.902 4	-2.414 9
后件参数	b	0.814 3	0.448 2	0.344 0	-0.289 0	-2.280 8

表3 规则数为8,应用线性规划求解得到的上下界模型后件参数  
Tab. 3 R=8, Consequent parameters of  $f_U$  and  $f_L$  applying linear programming

规则		R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
上界模型	a	5.453 9	1.803 4	-1.828 6	-5.808 2	-4.505 3	-1.446 1	-0.988 7	-7.243 2
后件参数	b	-3.469 5	-1.093 7	0.368 8	2.746 3	1.843 5	0.017 8	2.373 0	5.211 1
下界模型	a	-1.852 7	-1.847 9	1.665 6	10.609 3	6.354 9	10.382 4	4.572 6	-1.880 1
后件参数	b	3.487 8	-1.612 1	1.835 7	-5.091 9	2.377 4	-0.165 4	0.443 1	0.658 9

图4 由上下界模型构成的区间模糊模型  
Fig. 4 INFUMO consisting to  $f_U$  and  $f_L$ 图5 上下界模型的逼近误差  
Fig. 5 Approximation error consisting to  $f_U$  and  $f_L$ 

## 4 结论

基于范数最小化原理的思想被应用于TS模糊模型,建立能描述不确定性数据的区间模糊模型,该方法不仅能建模由噪声、模型参数等因素所引起不确定性,而且上下界模型与被建模数据之间的逼近误差也得到保证。提出的方法可以很好的被用于描述不确定性非线性系统或者可观测的不确定性物理参数的系统;同时,提出的方法在数据压缩、

故障检测与鲁棒控制设计方面也有较好的应用前景,例如通过对获取到的同类型数据建立区间模糊模型可实现数据压缩、对正常数据(健康数据)建立相应的区间模型可实现故障检测以及区间模型对不确定性的鲁棒性可实现鲁棒控制的设计。

## 参考文献:

- [1] Fang S, Zhang Q, Ren W. An interval model updating strategy using interval response surface models[J]. Mechanical Systems and Signal Processing(S0888-3270), 2015, 60/61: 909-927.
- [2] Hao P. Interval regression analysis using support vector networks[J]. Fuzzy Sets and Systems(S0165-0114), 2009, 160(17): 2466-2485.
- [3] Wang C, Li J, Guo P. The normalized interval regression model with outlier detection and its real-world application to house pricing problems[J]. Fuzzy Sets and Systems (S0165-0114), 2015, 274: 109-123.
- [4] 陶雪娇, 胡晓峰, 刘洋. 大数据研究综述[J]. 系统仿真学报, 2013, 25(增1): 142-146.  
TAO Xue-jiao, HU Xiao-feng, Liu Yang. Overview of Big Data Research [J]. Journal of System Simulation, 2013, 25(S1): 142-146.
- [5] 宫夏屹, 李伯虎, 谷牧. 大数据平台技术综述[J]. 系统仿真学报, 2014, 26(3): 489-496.  
GONG Xia-yi, LI Bo-hu, GU Mu. Survey of Big Data Platform Technology [J]. Journal of System Simulation, 2014, 26(3): 489-496.
- [6] 齐维贵, 张永明, 陈烈. 基于支持向量区间回归的供热负荷概率预报[J]. 吉林大学学报(工学版), 2010, 40(6): 1693-1697.  
QI Wei-gui, ZHANG Yong-ming, CHEN Lie. Probabilistic prediction approach of heat load based on support vector interval regression[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2010, 40(6): 1693-1697.
- [7] 李玲玲, 马东娟, 刘伯颖. 基于区间分析的非概率可靠性分析方法[J]. 机械强度, 2015, 37(1): 84-87.



- LI Ling-ling, MA Dong-juan, Liu Bai-yin. Non-probabilistic reliability method based on interval analysis[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2015, 37(1): 84-87.
- [8] 王晓保, 岳继光, 杨臻明. 区间时间序列的混合预测模型[J]. *控制与决策*, 2013, 28(12): 1915-1920.  
WANG Xiao-bao, YUE Ji-guang, YANG Zhen-ming. Hybrid model for interval-valued time series[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(12): 1915-1920.
- [9] 吴铁军, 任世锦. 基于SVM的精确数-区间数回归模型建模方法[J]. *控制与决策*, 2006, 21(12): 1326-1331.  
WU Tie-jun, REN Shi-jin. SVM Based Algorithm for Regressive Modeling with Accurate Data Input-interval Number Output[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(12), 1326-1331.
- [10] Tanaka H, Lee H. Fuzzy linear regression combining central tendency and possibilistic properties[C]// *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1997: 63-68.
- [11] Hong D H, Hwang C. Interval regression analysis using quadratic loss support vector machine[J]. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on (S1063-6706)*, 2005, 13(2): 229-237.
- [12] Lee H, Tanaka H. Upper and lower approximation models in interval regression using regression quantile techniques[J]. *European Journal of Operational Research(S0377-2217)*, 1999, 116(3): 653-666.
- [13] Huang L, Zhang B, Huang Q. Robust interval regression analysis using neural networks[J]. *Fuzzy sets and systems(S0165-0114)*, 1998, 97(3): 337-347.
- [14] Skrjanc I, Blazic S, Agamennoni O E. Identification of dynamical systems with a robust interval fuzzy model[J]. *Automatica(S0005-1098)*, 2005, 41(2): 327-332.
- [15] Skrjanc I, Blazic S, Agamennoni O. Interval Fuzzy Model Identification Using L-infinity Norm[J]. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on(S1063-6706)*, 2005, 13(5): 561-568.
- [16] Skrjanc I, Blazic S, Agamennoni O E. Interval fuzzy modeling applied to Wiener models with uncertainties[J]. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on(S1083-4427)*, 2005, 35(5): 1092-1095.
- [17] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on (S1083-4427)*, 1985, 15(1): 116-132.

(上接第 1202 页)

- [18] 单东升, 李超, 邱晓波, 等. 基于自抗扰控制的转台伺服系统摩擦非线性补偿仿真研究[J]. *润滑与密封*, 2012, 37(8): 70-73.  
SHAN Dong-sheng, LI Chao, QIU Xiao-bo, et al. Simulation on Friction Nonlinear Compensation of Turntable Servo System Based on Active Disturbance Rejection Control[J]. *Lubrication Engineering*, 2012, 37(8): 70-73.
- [19] 席雷平, 陈自力, 齐晓慧. 基于非线性干扰观测器的机械臂自适应反演滑模控制[J]. *信息与控制*, 2013, 4(42): 470-477.  
XI Lei-ping, CHEN Zi-li, QI Xiao-hui. Adaptive Backstep-ping Sliding Mode Control for Robotic Manipulator with Nonlinear Disturbance Observer[J]. *Information and Control*, 2013, 4(42): 470-477.
- [20] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2012: 9-27.  
LIU Jin-kun. MATLAB simulation of sliding mode variable structure control[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 9-27.
- [21] 刘金琨, 尔联洁. 飞行模拟转台高精度数字重复控制器的设计[J]. *航空学报*, 2004, 25(1): 59-61.  
LIU Jin-kun, ER Lian-jie. Design of High Precision Digital Repetitive Controller for Flight Simulator Servosystem [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2004, 25(1): 59-61.
- [22] 董立红. 基于遗传算法的直流伺服系统参数辨识及摩擦补偿控制[J]. *计算机工程与科学*, 2011, 12(33): 174-178.  
DONG Li-hong. Parameter Identification of the DC Servo Systems and Friction Compensation Control Based on Genetic Algorithms[J]. *Computer Engineering and Science*, 2011, 12(33): 174-178.