

1-2-2019

Prediction Model of Particle Size Distribution in Bauxite Continuous Ball Milling Process

Tianyu Ma

1.College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410006, China; ;

Yalin Wang

2.College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

Kun Shen

1.College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410006, China; ;

Jinping Liu

1.College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410006, China; ;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Prediction Model of Particle Size Distribution in Bauxite Continuous Ball Milling Process

Abstract

Abstract: As it is difficult to detect the particle size distribution of ball milling process on line, a prediction model of particle size distribution in bauxite continuous ball-milling process is proposed, which is based on data-driven method and population balance model (PBM) frame. *The break-rate model structure of PBM is improved according to the characteristic data of batch grinding test of bauxite. The residual time distribution density function is improved by considering the characteristics of residence time distribution for different particle sizes. The key parameters of the model are optimized by the data of batch-test and continuous ball-milling process using back-calculation method.* The industrial test data verification results show that the model accuracy meets the needs of practical production.

Keywords

ball milling process, population balance model, residual time distribution, data-driven

Recommended Citation

Ma Tianyu, Wang Yalin, Shen Kun, Liu Jinping. Prediction Model of Particle Size Distribution in Bauxite Continuous Ball Milling Process[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(2): 414-421.

铝土矿连续球磨过程粒度分布预测模型

马天雨¹, 王雅琳², 沈坤¹, 刘金平¹

(1. 湖南师范大学物理与信息科学学院, 湖南 长沙 410006; 2. 中南大学信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 针对球磨过程粒度分布难以在线检测的问题, 基于数据驱动方法和PBM(Population Balance Model)模型框架, 建立铝土矿连续球磨过程粒度分布预测模型。根据铝土矿分批磨矿特性数据改进PBM破碎速率模型结构; 考虑不同粒级物料的停留时间分布特性, 改进停留时间分布密度函数; 由分批实验获得的铝土矿磨矿特性数据和连续球磨过程采样数据反算寻优模型关键参数。工业试验数据验证结果表明所建模型精度高, 满足实际生产需要。

关键词: 球磨过程; 粒级质量平衡; 停留时间分布; 数据驱动

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X(2018)02-0414-08

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201802006

Prediction Model of Particle Size Distribution in Bauxite Continuous Ball Milling Process

Ma Tianyu¹, Wang Yalin², Shen Kun¹, Liu Jinping¹

(1. College of Physics and Information Science, Hunan Normal University, Changsha 410006, China;

2. College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: As it is difficult to detect the particle size distribution of ball milling process on line, a prediction model of particle size distribution in bauxite continuous ball-milling process is proposed, which is based on data-driven method and population balance model (PBM) frame. *The break-rate model structure of PBM is improved according to the characteristic data of batch grinding test of bauxite. The residual time distribution density function is improved by considering the characteristics of residence time distribution for different particle sizes. The key parameters of the model are optimized by the data of batch-test and continuous ball-milling process using back-calculation method.* The industrial test data verification results show that the model accuracy meets the needs of practical production.

Keywords: ball milling process; population balance model; residual time distribution; data-driven

引言

铝土矿磨矿特性和其他矿石不尽相同, 目前针对铝土矿的连续球磨过程模型还处在起步阶段^[1-5], 而根据其他矿石磨矿特性建立的粒度分布预测模型不能直接用于铝土矿磨矿过程。国内外对球磨过

程粒级分布预测模型已有较多研究, 目前仍然是国内外研究热点^[6-8]。为实现磨矿分级过程动态仿真, 铁鸣等^[9]提出一种基于专家知识及神经网络的综合模型, 周平等^[10]提出一种基于案例推理的软测量模型, 用以预测磨矿分级过程溢流粒度, 丁进良等^[11-12]提出了一种用于神经网络软测量模型。上述模型没有将下料粒级分布和矿石研磨性质的影响引入建模过程, 且模型参数都是根据其他矿石研磨数据确定, 因此不能直接用于铝土矿球磨机粒度预测。

PB(Population Balance)模型^[13-14]又称粒级质



收稿日期: 2016-01-29 修回日期: 2016-09-14;
基金项目: 国家自然科学基金(61273187, 61501183),
教改专项(121000), 湖南省自然科学基金(2015JJ6070,
2016JJ6097);
作者简介: 马天雨(1978-), 男, 甘肃白银, 博士,
讲师, 研究方向为复杂工业过程建模及优化控制。

<http://www.china-simulation.com>

量平衡模型, 是目前普遍用于球磨机模型结构, 需根据矿石磨矿性质、磨矿条件及入料粒度分布来确定模型三个关键参数: 1) 矿石在磨机中的破碎速率^[14-16] 2) 物料经过一次破碎后生成小粒径物料的质量分数(破碎分布函数) 3) 物料的研磨时间(停留时间)。对于连续球磨过程, 还要考虑颗粒从磨机入口到出口的传输方式, 也即物料通过球磨机的流动方式(柱塞流、完全混合流等) 和不同停留时间物料在磨矿产品中的质量分数(停留时间分布), 停留时间分布可用一个函数表示(停留时间分布密度)^[17-18]。

铝土矿颗粒较其他矿石细, 其研磨特性与其他矿石区别较大, 因此, 针对其他矿石的建模方法和结论不能直接用于铝土矿。王晓丽等^[1-5]进行了大量分批试验, 对铝土矿磨矿特性进行了深入分析, 建立基于 PBM 框架的铝土矿球磨机粒度分布预测模型。本文充分考虑不同颗粒的流动方式差异对前期模型进行改进: 1、针对不同粒级物料在工业球磨机中的停留时间分布特性, 建立一种基于流形分类的停留时间分布密度函数; 2、模型关键参数由采样数据和启发式算法寻优确定。

1 球磨过程工艺

连续球磨过程如图 1 所示, 该过程主要由球磨机、旋流器组成。由于采用湿磨方式, 因此需要给球磨机注入一定量的水和助磨药剂。原矿料、入磨水和助磨剂在进料器混合后形成磨机入料。装有钢球的球磨机绕轴旋转时带动钢球将粗矿料研磨、破碎成细矿料后溢出球磨机, 磨机溢流矿浆混合排矿水后被泵入旋流器。旋流器将粗、细矿料分离, 细矿料从顶部溢出形成一级溢流, 而粗矿料从底部流出经溜槽被返砂水冲入球磨机再磨。

将旋流器溢流浓度、细度(-0.074 mm 粒级质量分数)稳定在质量指标区间是球磨过程的核心目标, 球磨机出口矿浆细度是该目标的主要干扰因素, 因此建立预测模型检测磨机溢流细度对实现磨矿过程优化生产意义重大。

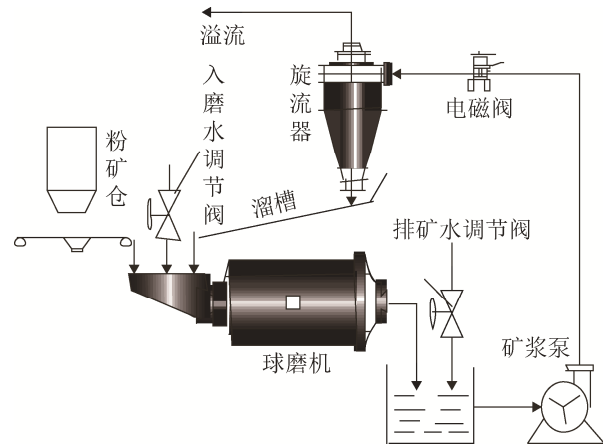


图 1 磨矿分级过程

Fig. 1 Grinding and grading process

2 建模步骤

建模过程主要分为如下几个关键步骤:

1) 进行分批磨矿试验, 记录每个批次入料、出料中各粒级物料粒度分布, 记录各批次磨矿时间, 并计算各粒级物料破碎速率; 采用数据驱动反算^[1,17-18]思想求解破碎分布函数模型参数, 计算代表铝土矿磨矿特性的破碎分布函数矩阵。

2) 采样过程实际生产数据, 研究不同粒径颗粒的流动形式, 反算求解模型参数, 建立铝土矿停留时间分布密度函数。

3) 综合铝土矿各粒级破碎速率特性和停留时间特性, 改进 PBM 模型结构, 通过反算方法确定模型关键参数, 建立铝土矿连续磨矿球磨机粒级分布预测模型。

3 铝土矿分批实验结论

3.1 分批磨矿实验

进行实验室小型球磨机分批磨矿的主要目的是试验研究铝土矿的研磨特性参数破碎分布函数, 并作为特性参数直接用于连续磨矿模型。在分批磨矿试验中, 所选 8 个筛径和对应的 9 个粒级分别如表 1 所示。考察铝土矿破碎速率, 对每个给料都进行了多时间点磨矿。按照给矿最高粒级的量减少 30%~50% 的标准, 磨矿时间确定为 0.5 min, 1 min, 2 min, 4 min 和 8 min 等 5 个时间点。

表1 分批磨矿试验(9粒级)
Tab. 1 Batch grinding test (9 grain grade)

粒级划分	网目	筛径(mm)
5.6-3.35 mm (第1粒级)	6目	3.35 mm
3.35-2 mm (第2粒级)	10目	2 mm
2-0.85 mm (第3粒级)	20目	0.85 mm
0.85-0.5 mm (第4粒级)	35目	0.5 mm
0.5-0.25 mm (第5粒级)	60目	0.25 mm
0.25-0.15 mm (第6粒级)	100目	0.15 mm
0.15-0.075 mm (第7粒级)	200目	0.075 mm
0.075-0.045 mm (第8粒级)	325目	0.045 mm
-0.045 mm (第9粒级)	----	-----

铝土矿分批磨矿试验条件如表2所示。根据磨矿经验，占空隙率一般取60%~80%，因此按给料量占钢球空隙的70%计算每次磨矿给料量一般取2 kg。铝土矿粒级分布严重不均，粗粒级和细粒级含量多，中间粒级含量少，不能采用自然粒级(-6目原矿)给料试验方法，因此设计了一种组合粒级给料方法(Feed给料法)的分批试验方案，每个Feed中，除最高两个粒级外的其它粒级按-6目原矿的自然粒度分布组成配料。从理论上讲，这样的设计既保证Feed给料中每个粒级都有较大的含量，不至于在给料中过少而在短时间内无法保证一定的破碎量，同时又避免了对过多的粒级进行磨矿。

表2 铝土矿分批磨矿试验条件

Tab. 2 Test conditions of bauxite batch grinding

设备	参数名称	参数值
球磨机	内直径, D_m (mm)	240
	长度, L_m (mm)	300
	容积, V_m (cm^3)	13.57
	转速, n_r (r/min)	96
配球	材质	铸钢球
	钢球直径, d_b (mm)	31, 22, 19
	配球个数	32, 115, 350
	比重, ρ_b (g/cm^3)	7.8
	总质量, m_b (kg)	21.62
	装球率, J (%)	0.32
	钢球空隙率, f_{ball} (%)	0.36
给料	堆密度, ρ_{mb} (g/cm^3)	1.8
	给料总质量, W (kg)	2.0
	占空隙率, U (%)	0.7
	磨矿浓度, C	66.7%

3.2 分批磨矿实验结论

分批试验测得铝土矿单粒级磨矿的各粒级破碎速率见图2^[1-4]，破碎速率指研磨一段时间后破碎了的物料质量和初始物料质量的百分比。横坐标代表9个粒级：5.6~3.35 mm (第1粒级)，3.35~2 mm (第2粒级)，2~0.85 mm (第3粒级)，0.85~0.5 mm (第4粒级)，0.5~0.25 mm (第5粒级)，0.25~0.15 mm (第6粒级)，0.15~0.075 mm (第7粒级)，0.075~0.045 mm (第8粒级)，-0.045 mm (第9粒级)。纵坐标是破碎速率，图中5条曲线分别代表0 min，0.5 min，1 min，2 min和4 min磨矿时间点的各粒级物料的破碎速率，其中-0.045 mm第9粒级，破碎速率为0。可以看出除第3、4、5粒级外，5条曲线中其他粒级物料破碎速率均不符合一阶磨矿动力学，即存在时间非线性。根据图2中破碎速率变化情况，可将分批磨矿物料按照粒级大小分为3类：5.6~3.35 mm，3.35~2 mm，2~0.85 mm属较粗粒级；0.15~0.075 mm，0.075~0.045 mm和-0.045 mm目属较细粒级；而0.85~0.5 mm，0.5~0.25 mm和0.25~0.15 mm属中间粒级。由图2可看出，较粗、较细粒级破碎速率随磨矿时间变化，存在非一阶磨矿特性；中间粒级符合一阶磨矿动力学特性，破碎速率只受粒径大小影响和磨矿时间无关。观察图中同一粒级物料的破碎速率，发现可以将具有非一阶特性的较粗、较细粒级破碎速率按磨矿时间点分为：0~0.5 min，0.5~1 min和大于1 min三个磨矿时间段。

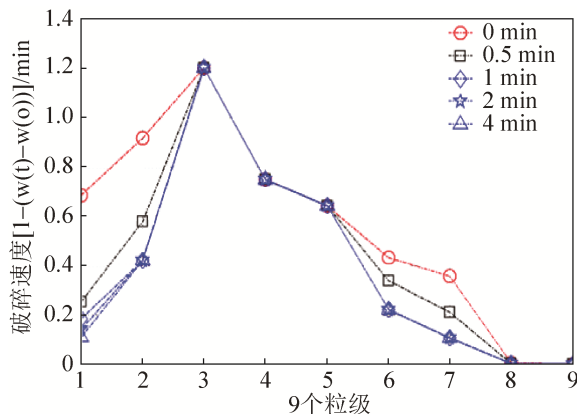


图2 分批磨矿试验破碎速率
Fig. 2 Crushing rate of batch grinding test

4 停留时间分布密度函数

停留时间分布模型^[18]中, 代表流型的混合器个数 N 和平均停留时间 τ 为模型待优化参数, 不同粒度物料对应不同的 RTD 特征, 模型关键参数需要采集连续球磨过程数据反算得到。根据分批实验得到的铝土矿磨矿特性, 将连续磨矿过程的 12 个粒度按照铝土矿磨矿特性简单划分为较粗、中间和较细三个粒度范围, 假设三个粒度范围分别采用的 RTD 密度函数参数为 N_1, τ_1 , N_2, τ_2 , N_3, τ_3 , 经优化反算的各粒度范围的物料对应的 RTD 密度函数参数如表 3 所示, 表中 $u=1, 2, 3$ 代表粗、中、细三类粒度范围, 可以看出 RTD 模型参数随粒度变化。由表 3 参数得到的三种粒度范围物料对应的停留时间分布特性如图 3 所示。可以看出较细粒度范围的物料以活塞运动为主, 各粒度物料的停留时间比较接近, 且平均停留时间短; 粗粒度范围矿粒以扩散运动为主, 平均停留时间长; 而中间粒度物料兼具活塞运动和扩散运动。

表 3 物料粒径和参数 N, τ 的关系
Tab. 3 The relationship between particle sizes and the parameters of N, τ

	N_u	τ_u/min
$\mu=1$	35	3.2
$\mu=2$	16	3.6
$\mu=3$	8	4.2

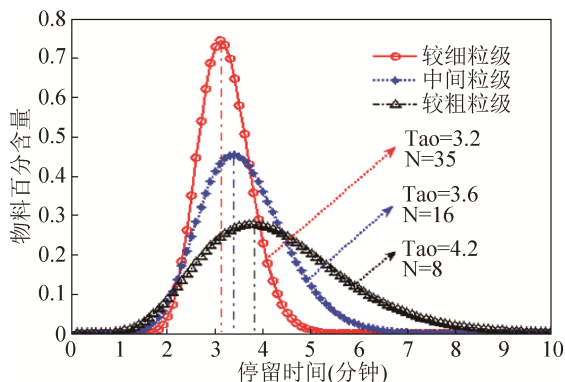


图 3 铝土矿磨矿停留时间分布曲线

Fig. 3 Residence time distribution curve of bauxite grinding

根据图 3 中三种粒度范围物料在连续球磨机中的不同流型, 建立式(1)所示的基于流型分类的停留

时间分布密度函数: 式中 $u=1, 2, 3$ 代表三类粒度范围, 混和器个数 N_u 和平均停留时间 τ_u 由表 1 确定。

$$E_u(t) = \sum_{i=1}^{N_u} \frac{N_u^{N_u}}{\tau_u \Gamma(N_u)} \left(\frac{t}{\tau_u}\right)^{N_u-1} e^{-\frac{N_u t}{\tau_u}}$$

$$\tau = \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (1)$$

5 关键参数反算寻优

在建立工业球磨机粒度分布预测模型时, 需要确定模型关键参数, 而参数值跟当前工况有关, 即实际运行数据中蕴含关联关系, 因此, 可采用数据驱动方法反算确定分批磨矿过程破碎分布函数和连续球磨机破碎速率。磨矿产品粒度分布可由破碎速率 S_i 、累计破碎分布函数 B_{ij} 、磨矿时间 t 和给料粒度分布确定; 同样的, 在已知累积破碎分布函数 B_{ij} 、磨矿时间 t 、给料粒度分布和产品的粒度分布时, 也可以反算得到破碎速率 S_i 。本论文正是通过这种反算法确定破碎分布函数和停留时间分布密度函数参数, 采用 30 组数据中的 24 组数据作为反算数据, 剩余 6 组作为验证数据, 采用批量最小二乘优化目标和 PSO+powell 的策略反算寻优破碎速率和累积破碎分布函数模型参数。PSO+powell 策略结合 PSO 算法的全局性和 powell 算法的局部快速性。PSO 算法负责大范围全局搜索, 当误差收敛到某一给定数值时切换到 powell 算法进行局部最优参数搜索, 该算法即保证了参数的全局性也克服了 PSO 算法在局部震荡不收敛的确定, 提高寻优速度。

6 连续球磨粒度分布预测模型

由分批实验结论, 铝土矿连续磨矿过程的 12 个粒度可分为较粗、中间和较细三个粒度, 其中较粗和较细物料存在非一阶磨矿特性, 根据图 2 破碎速率的变化特性可将磨矿时间分为三个时段, 破碎速率分别为 $S_1(i), S_2(i), S_3(i)$, 据此, 改进 PB 模型

参数 $e_j = \int_0^T e^{-S_j t} E(t) dt$ ^[9-10] 为:

$$e^v_{j(u)} = \int_0^{0.5} e^{-S_{j1}t} E(t) dt + \int_{0.5}^1 e^{-S_{j2}t} E(t) dt + \int_1^{\infty} e^{-S_{j3}t} E(t) dt \quad (2)$$

式(2)将原模型连续积分过程按照磨矿时间点分为三段累加和形式，且每段采用不同的破碎速率 $s_1(i), s_2(i), s_3(i)$ 。中间粒度符合一阶磨矿特性，因此，当 j 代表中间粒度则有 $S_{j1} = S_{j2} = S_{j3}$ ， $u=1, 2, 3$ 代表 0~0.5 min, 0.5~1 min, 1 min-∞ 三个磨矿时间段。

另外，考虑不同粒径对停留时间分布密度函数参数的影响，用式(1)基于流型分类的停留时间分布密度函数 $E_u(t)$ 代替 $E(t)$ ，式(1)代入式(2)可得式(3)。其中 $v=1, 2, 3$ 分别代表用于较粗、中间和较细三个粒度范围， $E_1(t), E_2(t), E_3(t)$ 是对应的三种不同停留时间分布模型。

$$e^v_{j(u)} = \begin{cases} \left[\int_0^{0.5} e^{-S_{j1}t} E_1(t) dt, u=1 \right. \\ \left. + \int_{0.5}^1 e^{-S_{j2}t} E_1(t) dt, u=2 \right. \\ \left. + \int_1^{\infty} e^{-S_{j3}t} E_1(t) dt, u=3 \right] & j \in (v=1) \\ \int_0^{\infty} e^{-S_{j1}t} E_2(t) dt, & j \in (v=2) \\ \left[\int_0^{0.5} e^{-S_{j1}t} E_3(t) dt, u=1 \right. \\ \left. + \int_{0.5}^1 e^{-S_{j2}t} E_3(t) dt, u=2 \right. \\ \left. + \int_1^{\infty} e^{-S_{j3}t} E_3(t) dt, u=3 \right] & j \in (v=3) \end{cases} \quad (3)$$

式(3)积分公式变得非常复杂，难以计算，为简化 $e^v_{j(u)}$ 的计算，以 0.1 min 的采样间隔时间将连续积分计算公式离散化为如式(4)所示的累加和方式。

研究发现铝土矿在磨机中的平均停留时间是 3.5 分钟左右，对于连续磨矿过程，物料在磨机中的停留时间最长不超过 10 分，因此，将积分上限

+∞ 在离散公式中改为 10 min。

$$e^v_{j(u)} = \begin{cases} \sum_{n=0, (n=n+0.1)}^{0.5} e^{-S_{j1}(n)} E_1(n) + \sum_{n=0.5, (n=n+0.1)}^1 e^{-S_{j2}(n)} E_1(n) + \sum_{n=1, (n=n+0.1)}^{10} e^{-S_{j3}(n)} E_1(n) | u=1 \\ \sum_{n=0, (n=n+0.1)}^{10} e^{-S_{j1}(n)} E_2(n) | u=2 \\ \sum_{n=0, (n=n+0.1)}^{0.5} e^{-S_{j1}(n)} E_3(n) + \sum_{n=0.5, (n=n+0.1)}^1 e^{-S_{j2}(n)} E_3(n) + \sum_{n=1, (n=n+0.1)}^{10} e^{-S_{j3}(n)} E_3(n) | u=3 \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中， $e^v_{j(u)}$ 的上标 v 代表不同粒度范围料采用的不同停留时间分布密度函数 $E_1(n), E_2(n), E_3(n)$ ， j 代表粒径， u 代表不同磨矿时间点。比如 $e^3_{j(1)}$ 表示第 j 粒径属较细粒径范围，因此采用 RTD 密度函数 $E_3(n)$ ， $u=1$ 表明物料在磨机中只停留了 0~0.5 min，因此破碎速率为 S_{j1} 。 $v=2$ 代表符合一阶磨矿动力学特性的中间颗粒，因中间颗粒破碎速率不随时间变化，因此不考虑磨矿时间点，在所有磨矿时间内破碎速率不变。

将改进的 $e^v_{j(u)}$ 代入 PBM 混合解模型^[9-12]，得到式(5)：

$$d_{ij} = \begin{cases} e^v_{j(u)}, & i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} c_{ik(u)} c_{jk(u)} (e^v_{k(u)} - e^v_{i(u)}), & i > j \end{cases} \quad (5)$$

式(6)是混合解模型^[9-12]：

$$c_{ij(u)} = \begin{cases} -\sum_{k=i}^{j-1} c_{ik} c_{jk}, & i < j \\ 1, & i = j \\ \frac{1}{S_{i(u)} - S_{j(u)}} \sum_{k=j}^{i-1} S_{k(u)} b_{ik} c_{kj}, & i > j \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)得：

$$d_{ij} = \begin{cases} e^v_{j(u)}, & i = j \\ \sum_{k=j}^{i-1} \left(\begin{matrix} c_{ik(1)} c_{jk(1)} e^v_{j(1)} & c_{ik(1)} c_{jk(1)} e^v_{i(1)} \\ + c_{ik(2)} c_{jk(2)} e^v_{j(2)} & + c_{ik(2)} c_{jk(2)} e^v_{i(2)} \\ + c_{ik(3)} c_{jk(3)} e^v_{j(3)} & + c_{ik(3)} c_{jk(3)} e^v_{i(3)} \end{matrix} \right), & i > j \end{cases} \quad (7)$$

将式(6)代入式 $p_i = \sum_{j=1}^i d_{ij} f_j$ $n \geq i \geq 1$ (PBM 最终预测模型)计算磨机出口矿浆粒度分布 p_i 。

为验证所建模型合理性,现场采样30组连续球磨过程数据,用24组反算模型参数,6组验证模型。模型预测的排矿粒度分布和实际测量结果对比如表4所示,可以看出本文模型预测精度较高,且各粒度质量分数累加和为100%,满足物料

守恒原理。表5为统计分析结果,其中‘绝对误差’表示由本文所建模型预测的排矿粒度分布直接减去实际测量的排矿粒度分布的差值。可以看出本文所建模型绝对误差预测精度较高,但相对误差偏大,这是因为12个粒度中有7个粒度的质量百分含量少于5%,细微的绝对误差可能会引起很大的相对误差。

表4 6组粒度分布实测值与本文模型预测值对比

Tab. 4 Comparison between the measured value of particle size distribution and the prediction value of the model in this paper

	5~7 8 点			5~7 16 点			5~8 8 点		
	测量值	预测值	绝对误差	测量值	预测值	绝对误差	测量值	预测值	绝对误差
+13.2 mm	0.000	0.075	-0.075	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13.2~9.5 mm	0.000	0.185	-0.185	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
9.5~5.6 mm	0.000	0.455	-0.455	0.000	0.001	-0.001	0.000	0.003	-0.003
5.6~3.35 mm	2.080	0.820	1.251	0.318	0.013	0.304	0.000	0.012	-0.002
3.35~2 mm	1.352	1.270	0.081	0.548	0.124	0.414	0.497	0.133	0.363
2~0.85 mm	5.389	3.657	1.732	2.677	2.672	0.005	3.216	2.351	0.855
0.85~0.5 mm	9.035	5.906	3.128	5.888	6.994	-1.106	7.303	6.808	0.495
0.5~0.25 mm	26.956	19.051	7.905	20.931	23.187	-2.254	25.038	24.613	0.427
0.25~0.15 mm	19.168	19.569	-0.401	22.136	24.110	-1.974	17.471	19.681	-2.210
0.15~0.075mm	11.384	16.497	-5.113	16.928	17.140	-0.212	11.906	13.394	-1.486
0.075~0.045mm	3.802	6.627	-2.826	4.956	4.567	0.390	4.733	5.156	-0.421
-0.045 mm	20.822	25.877	-5.043	25.606	21.191	4.412	29.831	27.826	2.003
累加和	100.000	99.998	0.002	100.000	100.001	-0.001	100.000	99.999	0.001
	5~8 16 点			5~9 8 点			5~9 16 点		
	测量值	预测值	绝对误差	测量值	预测值	绝对误差	测量值	预测值	绝对误差
+13.2 mm	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
13.2~9.5 mm	0.000	0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	-0.001
9.5~5.6 mm	0.000	0.010	-0.010	0.000	0.002	-0.002	0.000	0.010	-0.010
5.6~3.35 mm	1.710	0.081	1.624	1.030	0.019	1.011	0.000	0.077	-0.073
3.35~2 mm	1.164	0.418	0.750	0.852	0.144	0.708	0.693	0.423	0.270
2~0.85 mm	4.641	4.054	0.588	4.370	2.793	1.577	3.444	4.351	-0.901
0.85~0.5 mm	8.286	8.338	-0.054	8.144	7.936	0.209	7.722	8.906	-1.184
0.5~0.25 mm	27.101	26.044	1.057	25.516	27.005	-1.486	27.982	28.291	-0.303
0.25~0.15 mm	19.643	20.482	-0.837	20.421	22.146	-1.724	18.791	19.581	-0.790
0.15~0.075 mm	11.333	12.603	-1.270	12.855	13.625	-0.770	11.362	11.458	-0.096
0.075~0.045mm	3.842	4.492	-0.649	4.016	4.297	-0.282	3.947	3.998	-0.051
-0.045 mm	22.273	23.478	-1.203	22.795	22.032	0.764	26.055	22.904	3.150
累加和	100.000	100.002	-0.002	100.000	99.999	0.001	100.000	100.000	0.000

<http://www.china-simulation.com>

表 5 模型预测精度统计
Tab. 5 Model prediction accuracy statistics

	累计粒级分布/%	非累计粒级分布/%
相对误差+10%以内	80.1	57.2
相对误差+20%以内	90.6	75.8
绝对误差+5%以内	85.86	95.8
绝对误差+3%以内	77.8	89.0
最大绝对误差	8.631	7.906

7 结论

本文提出一种连续生产球磨机出口矿浆粒级分布预测模型建模方法,该方法基于 PB 模型框架,根据分批实验所得铝土矿特性和连续过程采样数据确定模型 3 个关键参数: 1, 物料破碎分布函数 2, 矿石破碎速率 3, 物料停留时间分布密度函数。由分批试验数据反算确定 12 个粒级破碎分布函数矩阵; 仿真研究不同粒级物料的停留时间分布特性, 建立基于流型分类的停留时间分布密度函数; 将新的停留时间分布函数代入连续球磨 PB 模型, 得到铝土矿连续球磨过程磨机排矿粒级分布预测模型。模型工业试验数据验证结果表明, 所建模型精度较高, 对实际生产具有指导意义。

参考文献:

[1] Wang Xiaoli, Gui Weihua, YangChunhua, et al. Wet grindability of an industrial ore and its breakage parameters estimation using population balance[J]. International Journal of Mineral proessing (S0301-7516), 2011, 98(1/2): 113-117

[2] 王晓丽. 铝土矿连续球磨过程建模与关键参数优化 [D]. 长沙: 中南大学信息科学与工程学院, 2011: 72-88.
Wang X L. Modeling of the Continuous Ball Milling Process of Bauxite and Key Model Parameters 00Optimization[D]. Changsha: Central South University, College of Information Science and Engineering, 2011: 72-88.

[3] 马天雨, 桂卫华. 铝土矿连续磨矿过程球磨机优化控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(10): 1339-1347.
Ma Tianyu, Gui Weihua. Optimal control for continuous bauxite grinding process in ball mill[J]. Control Theory and Applications, 2012, 29(10): 1339-1347.

[4] 马天雨, 桂卫华, 阳春华, 等. 多模型预测控制在磨

矿分级过程中的应用[J]. 控制与决策, 2012, 27(11): 1715-1719.

Ma Tianyu, Gui Weihua, Yang Chunhua, et al. Multiple model predictive control applied in grinding and classification process[J]. Control and Decision, 2012, 27(11): 1715-1719.

[5] S S Razavi-Tousi, J A Szpunar. Effect of ball size on steady state of aluminum powder and efficiency of impacts during milling[J]. Powder Technology (S0032-5910). 2015, 284(1): 149-158.

[6] Shi Fengnian, Xie Weiguo. A specific energy-based size reduction model for batch grinding ball mill[J]. Minerals Engineering (S0892-6875), 2009, 70(1): 130-140.

[7] Ö Gença, A H Benzerb. Analysis of specific discharge rate functions in industrial scale cement grinding multi-compartment ball mills to assist ball mill modeling[J]. Minerals Engineering (S0892-6875), 2015, 74(1): 20-29.

[8] Wei Dai, Qiang Liu, Tianyou Chai. Particle size estimate of grinding processes using random vector functional link networks with improved robustness[J]. Neurocomputing (S0925-2312). 2015, 169(2): 361-372.

[9] 铁鸣, 岳恒. 磨矿分级过程的混合智能建模与仿真[J]. 东北大学学报, 2007, 28(5): 609-612.
Tie M, Yue H. Hybrid Intelligent Modeling and Simulation for Ore Grinding and Classification Process[J]. Journal of Northeastern University, 2007, 28(5): 609-612.

[10] 周平, 岳恒, 赵大勇, 等. 基于案例推理的软测量方法及在磨矿过程中的应用[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 646-655.
Zhou P, Yue H, Zhao D Y, et al. Soft-Sensor Approach with Case-based Reasoning and It's Application in Grinding Process[J]. Control and Decision, 2006, 21(6): 646-655.

[11] 丁进良, 岳恒, 齐玉涛, 等. 基于遗传算法的磨矿粒度神经网络软测量[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(9): 951-954.
Ding J L, Yue H, Qi Y T et al. NN soft-sensor for particle size of grinding circuit based GA[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2006, 27(9): 951-954.

[12] 张晓东, 王伟, 王小刚. 选矿过程神经网络粒度软测量方法的研究[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 85-88.
Zhang X D, Wang W, Wang X G. Research of the Particle Size Neural Network Soft Sensor for Concentration Process[J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(1): 85-88.