

1-2-2019

Modeling and Control of Networked Control Systems with Partitioned Random Delay

Yicai Liu

1. Institute of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; ;2. Department of Mechatronics Engineering and Automotive Services, Wuhan Business University, Wuhan 430056, China;

Bin Liu

1. Institute of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; ;

Anwei Shi

1. Institute of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; ;

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

Modeling and Control of Networked Control Systems with Partitioned Random Delay

Abstract

Abstract: As for a class of networked control systems which have the bilateral random delay of sensor-to-controller and controller-to-actuator, *the networked control systems were modeled as discrete-time jump systems with uncertain parameters by firstly partitioning the maximum possible delay value into a plurality of equal intervals, and then describing it as a stochastic process of a finite state Markov chain according to the jump characteristics of the delay in each interval. Considering the condition that the elements of the transition probability matrix of the Markov chain were partly unknown, the time-varying controller meeting the requirement of system stability was designed based on the theory of Lyapunov stability and stochastic process.* Lastly, the simulation examples illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords

networked control systems, random delay, stochastic stability, time-varying controller, transition probability matrix

Recommended Citation

Liu Yicai, Liu Bin, Shi Anwei. Modeling and Control of Networked Control Systems with Partitioned Random Delay[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(2): 654-663.

区间化随机时延的网络控制系统建模与控制

刘义才^{1,2}, 刘斌¹, 石安伟¹

(1. 武汉科技大学 信息科学与工程学院, 武汉 430081; 2. 武汉商学院 机电工程与汽车服务学院, 武汉 430056)

摘要: 针对一类带有从传感器到控制器和控制器到执行器的双边随机时延的网络控制系统, 首先通过将最大可能的时延值划分为多个等分区间, 然后根据时延在各个区间的跳变特性将其描述为一个基于有限状态 Markov 链的随机过程, 并建立了网络控制系统的参数不确定性离散时间跳变模型; 同时考虑了在 Markov 链转移概率矩阵中的部分元素未知的条件下, 基于 Lyapunov 稳定性理论并采用随机理论的分析方法, 设计了满足系统稳定性要求的时变控制器。最后通过数值算例仿真验证了该方法的有效性。

关键词: 网络控制系统; 随机时延; 随机稳定性; 时变控制器; 转移概率矩阵

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 02-0654-10

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201802035

Modeling and Control of Networked Control Systems with Partitioned Random Delay

Liu Yicai^{1,2}, Liu Bin¹, Shi Anwei¹

(1. Institute of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China;

2. Department of Mechatronics Engineering and Automotive Services, Wuhan Business University, Wuhan 430056, China)

Abstract: As for a class of networked control systems which have the bilateral random delay of sensor-to-controller and controller-to-actuator, the networked control systems were modeled as discrete-time jump systems with uncertain parameters by firstly partitioning the maximum possible delay value into a plurality of equal intervals, and then describing it as a stochastic process of a finite state Markov chain according to the jump characteristics of the delay in each interval. Considering the condition that the elements of the transition probability matrix of the Markov chain were partly unknown, the time-varying controller meeting the requirement of system stability was designed based on the theory of Lyapunov stability and stochastic process. Lastly, the simulation examples illustrate the effectiveness of the proposed method.

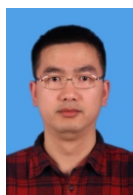
Keywords: networked control systems; random delay; stochastic stability; time-varying controller; transition probability matrix

引言

随着计算机和网络技术的不断发展, 以及日益复杂、分布区域不断扩大的控制对象, 通过通信网

络连接的控制器、执行器和传感器等多个节点来完成信息交换的网络控制系统(NCSs, Networked control systems)^[1]随之而产生。相对于传统的点对点控制系统, 网络控制系统具有能够实现远程信息资源共享、布局布线方便、安装和维护容易, 且高度的灵活性等优点。

但是由于通信网络数据传输的特点, 信息传输的不确定性问题随之而产生, 它将会给网络控制系统的分析与设计带来困难。例如在有限的带



收稿日期: 2016-01-12 修回日期: 2016-03-27;
基金项目: 国家自然科学基金(61104027);
作者简介: 刘义才(1982-), 男, 湖北武汉, 博士生, 讲师, 研究方向为网络控制系统、预测控制; 刘斌(1972-), 女, 湖北武汉, 博士, 教授, 博导, 研究方向为网络控制系统、预测控制、复杂系统建模及数据挖掘。

<http://www.china-simulation.com>

宽网络中, 数据在传输过程中不可避免的存在时延, 而且受到通信协议类型、传输速率、拓扑结构, 特别是网络负载的变化等因素的影响, 该传输时延将会随机变化。随机时延的存在将会影响控制系统的性能, 甚至破坏系统的稳定性^[2], 因此它成为目前网络控制系统分析和设计考虑的基本问题之一。

针对网络随机时延, 文献[3]采用接收缓冲器的方法将随机时延转化为定常时延, 然后来设计控制器, 但此方法人为地增加了时延, 会降低系统的性能。文献[4-7]将网络随机时延转换为不确定的, 但满足范数有界条件的系统参数, 建立了参数不确定性离散线性控制系统模型, 并采用线性矩阵不等式(LMI, Linear Matrix Inequality)对系统进行分析和设计, 此方法将时延全部纳入到整个可能的取值范围之内来考虑, 增加了系统设计的保守性。

文献[8]将控制器到执行器前向通道时延采用接收缓冲器的方法变为固定时延, 而仅考虑传感器到控制器反馈通道的随机长时延问题, 并将其视为 Markov 链的随机过程, 并采用 Lyapunov-Krasovskii 方法给出了系统满足随机均方指数稳定的充分条件。文献[9-10]在忽略了控制器到执行器前向通道的随机时延的情况下, 考虑了传感器到控制器反馈通道的单边随机时延和丢包问题, 并将其描述为满足 Markov 链的随机过程, 其中文献[9]建立了离散时间跳变线性系统, 采用线性矩阵不等式给出了系统满足相应随机稳定的充分条件, 而文献[10]建立了离散切换系统, 进而采用随机过程理论和切换系统理论, 结合线性矩阵不等式给出了系统满足相应随机均方指数稳定的充分条件。文献[11]采用了两个分别基于传感器到控制器和控制器到执行器的双边随机时延的 Markov 链随机过程, 建立了参数时变的离散时间跳变系统模型, 并利用 Lyapunov-Razumikhin 方法给出了满足基于一组双线性矩阵不等式的系统稳定性的充分条件, 但是双线性矩阵不等式的求解会给系统的设计增加一定的复杂度。以上均是基于 Markov 链转移概率矩

阵已知的时延特性而展开研究的, 然而在实际的通信网络中, 时延是随机的, 用全部元素已知的 Markov 链转移概率矩阵去描述其跳变特性是比较困难, 或者需要很高的成本^[12]。因此在允许的成本条件下能够获得全部元素已知的转移概率矩阵, 或者在部分元素未知的条件下进行系统分析和设计更具有现实的意义。基于文献[12]所提出的 Markov 跳变系统在状态转移概率部分未知时的镇定问题, 文献[13]给出了具有数据包丢失及转移概率部分未知的网络控制系统 H_∞ 状态反馈控制器的设计方法, 但它未考虑网络控制系统中的传输时延的影响。文献[14]研究了离散时间奇异 Markov 跳变系统在部分未知转移概率时的静态输出反馈鲁棒控制问题, 给出了满足系统的随机稳定条件。文献[15]考虑了在已知的网络控制系统时延发生的概率, 丢包满足 Bernoulli 分布且在转移概率部分未知的条件下, 研究了离散系统满足 Markov 链随机跳变特性的 H_∞ 估计问题。

对于双边时延问题, 文献[16]在采用 PI 设计的控制器接收到传感器传来带有时间戳的数据后, 按预先设置好的与多个确定时延相关的 PI 控制器参数计算出一系列可能的值, 然后执行器根据传感器到执行器的整个网络时延来选择一个相对应的控制量输出给对象。此方法运用了预估补偿的设计思想, 简单实用地解决了传感器到控制器和控制器到执行器的双边非随机时延系统的时延补偿问题。

针对网络时延, 为了降低系统设计的保守性, 同时也考虑系统双边通道传输时延的随机特点, 因此基于以上分析, 本文研究了具有区间化双边随机时延的网络控制系统稳定性问题。将传感器到控制器的反馈通道时延以及控制器到执行器的前向通道时延进行按区间划分, 并结合时延的跳变特性, 建立了基于 Markov 链随机过程的参数不确定性离散时间跳变系统模型, 同时在其转移概率矩阵中部分元素未知的条件下, 根据 Lyapunov 稳定性定理、Markov 随机跳变理论, 给出了一系列时变的离散

时间控制器增益, 然后基于文献[16]提出的预估补偿的设计思想, 执行器根据整个网络时延的大小选择和时延区间相对应的控制增益值给控制对象。文章最后给出了针对同一系统, 采用不同时延区间划分方法的数值算例仿真, 验证了本文所提方法的有效性。

1 问题描述及系统建模

对于如图 1 所示的具有双边随机时延的网络控制系统作如下假定:

- (1) 传感器采用周期为 T 的时间驱动模式;
- (2) 控制器和执行器均采用事件驱动, 当有新的数据信息到达时, 立刻执行相关操作;
- (3) 忽略控制器的计算时间以及执行器读取缓冲器数据的时间, 仅考虑从传感器到控制器反馈通道的随机时延和控制器到执行器前向通道的随机时延 τ_k^{sc} 、 τ_k^{ca} , 并且满足 $\tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} < T$;
- (4) 由于执行器、控制对象和传感器都在本地, 因此传感器可将当前的对象状态信息和执行器控制量打包一并传输给控制器;
- (5) 网络数据包均带有时间戳信息, 系统无丢包并且状态可测。

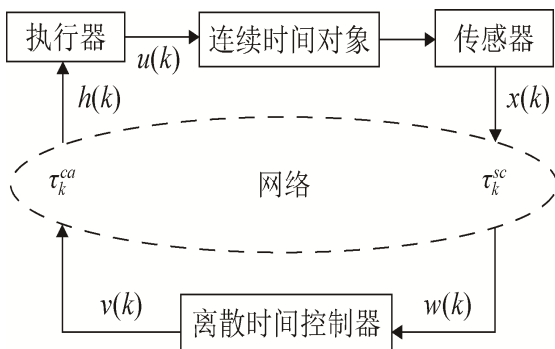


图 1 具有双边随机时延的网络控制系统结构框图
Fig.1 Structure of NCSs with bilateral random delay

如图 2 所示, 我们将传感器的采样周期 T 划分为 N 等分, 即在时间周期 $[kT, (k+1)T]$ 内平均划分为 N 等分间隔, 每等分时间间隔为 T_0 , 并且满足 $T=NT_0$ 。

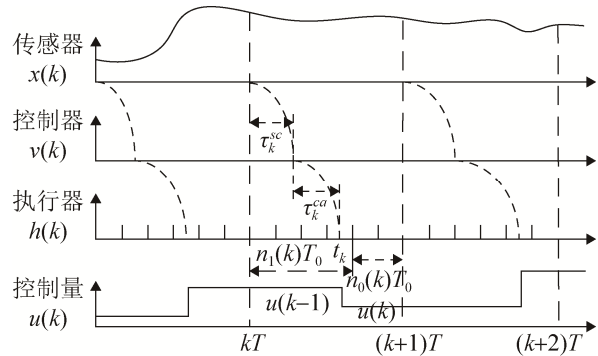


图 2 随机时延区间化的网络控制系统的信号时序图
Fig.2 Timing diagram of NCSs with partitioned random delay

对于任意的 $k \geq 0$ 有:

$$\begin{cases} n_{0k}, n_{1k} \in Z_0 = \{0, 1, \dots, N\} \\ n_{0k} + n_{1k} = N \\ n_{0k}T_0 + n_{1k}T_0 = NT_0 = T \end{cases} \quad (1)$$

当传感器的数据经过了 $t_k (t_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca})$ 时间滞后, 然后才到达执行器, 并且落到了 $[n_{0k}T_0, (n_{0k}+1)T_0]$ 区间内。由于采用了事件驱动, 在 $[kT, kT+t_k]$ 内, 执行器的输出量为 $u(k-1)$, 相应的在 $[kT+t_k, (k+1)T]$ 时间内执行器的输出量为 $u(k)$ 。

假设系统的连续时间被控对象的状态空间模型为:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $x(t) \in \mathbf{R}^n, u(t) \in \mathbf{R}, y(t) \in \mathbf{R}$ 分别为系统的对象状态、系统输入和系统输出, A, B, C 为适当维数的系数矩阵。

$$\text{令: } \Phi = e^{AT}, T = (n_{0k} + n_{1k})T_0 = NT_0,$$

$$t_k = T - (n_{0k}T_0 + \tau_k),$$

$$\text{其中 } \tau_k \in (0, T_0],$$

$$\Gamma_{0k} = \int_0^{n_{0k}T_0} e^{As} ds \cdot B, \Gamma_{1k} = \int_{n_{0k}T_0}^T e^{As} ds \cdot B,$$

$$\bar{F}(\tau_k) = \int_0^{\tau_k} e^{As} ds,$$

$$\sigma > \max_{\tau_k \in [0, T_0]} \|\bar{F}(\tau_k)\|_2 = \left\| \int_0^{T_0} e^{As} ds \right\|_2,$$

$$D_k = \sigma e^{An_{0k}T_0}, E = B,$$

$$F(\tau_k) = \sigma^{-1} \int_0^{\tau_k} e^{As} ds,$$

因此有 $F^T(\tau_k)F(\tau_k) = \sigma^{-2} \bar{F}^T(\tau_k)\bar{F}(\tau_k) < I$, 令

$\lambda_{\max}(X)$ 、 $\lambda_{\min}(X)$ 分别表示矩阵 X 的最大特征值和最小特征值及*代表矩阵的对称部分。

考虑网络系统双边随机时延的影响, 对系统采用时间周期 T 进行离散化, 可得:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= e^{AT} x_k + \int_0^{T-t_k} e^{As} ds \cdot B \cdot u_k + \int_{T-t_k}^T e^{As} ds \cdot B \cdot u_{k-1} = \\ \Phi x_k &+ \int_0^{n_{0k}T_0 + \tau_k} e^{As} ds \cdot B \cdot u_k + \int_{n_{0k}T_0 + \tau_k}^T e^{As} ds \cdot B \cdot u_{k-1} = \\ \Phi x_k &+ \left(\int_0^{n_{0k}T_0} e^{As} ds + \int_{n_{0k}T_0}^{n_{0k}T_0 + \tau_k} e^{As} ds \right) \cdot B \cdot u_k + \\ &\left(\int_{n_{0k}T_0}^T e^{As} ds - \int_{n_{0k}T_0}^{n_{0k}T_0 + \tau_k} e^{As} ds \right) \cdot B \cdot u_{k-1} = \\ \Phi x_k &+ \left(\int_0^{n_{0k}T_0} e^{As} ds + e^{An_{0k}T_0} \int_0^{\tau_k} e^{As} ds \right) \cdot B \cdot u_k + \\ &\left(\int_{n_{0k}T_0}^T e^{As} ds - e^{An_{0k}T_0} \int_0^{\tau_k} e^{As} ds \right) \cdot B \cdot u_{k-1} = \\ \Phi x_k &+ (\Gamma_{0k} + D_k F(\tau_k) E) \cdot u_k + \\ &(\Gamma_{1k} - D_k F(\tau_k) E) \cdot u_{k-1} \end{aligned} \quad (3)$$

从式(3)中可以看出, 将原本在时延区间 $t_k \in (0, T)$ 范围变化的随机时延, 通过时延区间划分, 将其转化为在多个区间, 且在 $\tau_k \in (0, T_0]$ 小范围内的随机时延问题。其中 n_{0k} 、 n_{1k} 在一个有限集合内取值, 当其取不同值时, 系统模型表现形式也不相同。将 n_{0k} 、 n_{1k} 描述为一个基于 Markov 链的随机过程, 则取值由 Markov 链的状态来控制。

令 $\sigma_k \in \lambda = \{0, 1, 2, \dots, N\}$ 是 Markov 链的状态, n_{0k} 、 n_{1k} 由 σ_k 来控制, 即:

$$\begin{aligned} [n_{1k} \ n_{0k}] &= [0 \ N] \rightarrow \sigma_k = 0 \\ [n_{1k} \ n_{0k}] &= [1 \ N-1] \rightarrow \sigma_k = 1 \\ &\vdots \\ [n_{1k} \ n_{0k}] &= [N \ 0] \rightarrow \sigma_k = N \end{aligned} \quad (4)$$

由于网络控制系统的时延必然存在, 因此除去 $\sigma_k=0$ 的情况, 显然式(3)具有 N 个子系统。用 S_{0j} 表示的是第 j 个子系统, $j \in \lambda$ 。

令系统的增广矩阵 $z(k) = [x^T(k) \ u^T(k-1)]^T$, 则式(3)可以重新描述为基于 Markov 链的开环离散时间跳变系统模型 S_{ok} 。

$$S_{ok} : z(k+1) = \bar{\Phi}_{\sigma_k} z(k) + \bar{\Gamma}_{\sigma_k} u(k) \quad (5)$$

式中:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{\sigma_k} &= \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_{1\sigma_k} - D_{\sigma_k} F(\tau_k) E \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Gamma}_{\sigma_k} &= \begin{bmatrix} \Gamma_{0\sigma_k} + D_{\sigma_k} F(\tau_k) E \\ I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

当网络负载条件等因素发生变化时, 网络时延将随之改变, 则 Markov 链的状态将从 σ_k 转变为 σ_{k+1} , 相应的系统也会发生跳变。设 $\Pr\{\sigma_{k+1}=j | \sigma_k=i\} = \pi_{ij}$ 为上述 Markov 链的一步状态转移概率, 则相应的给出系统的一步状态概率转移矩阵为:

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1N} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \pi_{N1} & \pi_{N2} & \cdots & \pi_{NN} \end{bmatrix}$$

式中: $0 \leq \pi_{ij} \leq 1$; $\sum_{j=1}^N \pi_{ij} = 1$ 。

由于通信网络的属性, 很难获取状态转移矩阵所有的转移概率, 因此, 本文更为一般地考虑状态转移矩阵 π 中只有部分元素可以得到的情况, 例如, 对于具有 4 个时延分区的 Markov 跳变系统(5), 其转移概率矩阵 π 可能为如下情况:

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & ? & ? & \pi_{14} \\ ? & \pi_{22} & ? & \pi_{24} \\ ? & \pi_{32} & \pi_{33} & ? \\ \pi_{41} & ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

式中: “?” 表示矩阵元素为未知的。为了更好的描述系统已知转移概率和未知概率, $\forall i \in \lambda$, 令

$\lambda = \lambda_{\kappa}^i + \lambda_{u\kappa}^i$, 其中

$\lambda_{\kappa}^i = \{j : \pi_{ij} \text{ 是已知的}\}$

$\lambda_{u\kappa}^i = \{j : \pi_{ij} \text{ 是未知的}\}$

进一步地, 如果 $\lambda_{\kappa}^i \neq \emptyset$, 则有

$\lambda_{\kappa}^i = \{\kappa_1^i, \dots, \kappa_m^i\}, \forall 1 \leq m \leq 4$

式中: $\kappa_m^i \in N^+$ 表示状态转移矩阵 π 的第 i 行中的第 m 个已知元素, 同时有 $\sum_{j \in \lambda} \pi_{ij} = 1$, $\pi_{\kappa}^i = \sum_{j \in \lambda_{\kappa}^i} \pi_{ij}$ 。

针对开环离散时间跳变系统模型(5), 采用状态反馈控制, 对每个子系统采用不同的反馈控制增益。因此考虑时变控制器 $u(k) = K_{\sigma_k} z(k)$, 则可以

得到系统的闭环控制模型 S_{ck} 。

$$S_{ck} : z(k+1) = \tilde{\Phi}_{\sigma_k} z(k) = \left(\begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_{1\sigma_k} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{0\sigma_k} \\ I \end{bmatrix} K_{\sigma_k} + \begin{bmatrix} D_{\sigma_k} \\ 0 \end{bmatrix} F(\tau_k)([0 \quad -E] + EK_{\sigma_k}) \right) z(k) = (\hat{\Phi}_{\sigma_k} + \hat{\Gamma}_{\sigma_k} K_{\sigma_k} + \hat{D}_{\sigma_k} F(\tau_k)(\hat{E} + E_0 K_{\sigma_k})) z(k) \quad (6)$$

式中:

$$\tilde{\Phi}_{\sigma_k} = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_{1\sigma_k} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{0\sigma_k} \\ I \end{bmatrix} K_{\sigma_k} + \begin{bmatrix} D_{\sigma_k} \\ 0 \end{bmatrix} F(\tau_k)([0 \quad -E] + EK_{\sigma_k}),$$

$$\hat{\Phi}_{\sigma_k} = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_{1\sigma_k} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{\Gamma}_{\sigma_k} = \begin{bmatrix} \Gamma_{0\sigma_k} \\ I \end{bmatrix},$$

$$\hat{D}_{\sigma_k} = \begin{bmatrix} D_{\sigma_k} \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{E} = [0 \quad -E], E_0 = E$$

由于该网络控制系统存在着反馈通道和前向通道双边的随机时延,因此在设计网络工作时我们采用了执行器端的预估补偿机制^[16],具体工作流程如下:首先由传感器获取当前对象信息及执行器的控制量,并带有时间戳,经过反馈通道时延到达控制器,和预先已存入控制器的所有反馈增益相乘,然后将得到的控制序列打包输出,经过前向通道达到执行器,接着根据传感器输出时的时间信息和此时执行器接收数据的时间信息相减得到当前网络具体的时延大小,分析时延值在图 2 所示的时间周期 $[kT, (k+1)T]$ 的哪个小区间段内,最后在控制序列中获取相应的控制量,输出给控制对象。

2 随机稳定性分析

定义 1^[17]: 对于闭环离散时间跳变系统模型(6),如果对所有的初始状态 z_0 以及系统 Markov 链的初始模态 σ_0 , 如果存在一个有限的常数 $\tilde{M}(z_0, \sigma_0)$, 满足以下不等式成立:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=0}^m x_k^T x_k \mid z_0, \sigma_0 \right\} < \tilde{M}(z_0, \sigma_0) \quad (7)$$

则系统是随机稳定的, 其中 $E(\bullet)$ 是统计期望

算子。

定理 1: 对于闭环离散时间跳变系统模型(6), 如果存在矩阵 $P_i = P_i^T > 0, i \in \lambda$, 满足以下 LMIs:

$$M_i = \tilde{\Phi}_i^T \tilde{P}_i \tilde{\Phi}_i - \pi_i^i P_i < 0 \quad (8)$$

$$N_i = \tilde{\Phi}_i^T P_j \tilde{\Phi}_i - P_i < 0, \forall j \in \lambda_{uk}^i \quad (9)$$

式中: $\tilde{P}_i = \sum_{j \in \lambda_k^i} \pi_{ij} P_j$, 则系统是随机稳定的。

证明: 对于系统: $S_{ck} : z(k+1) = \tilde{\Phi}_{\sigma_k} z(k)$

选取系统 Lyapunov 函数 $V_k(\sigma_k) = z_k^T P_{\sigma_k} z_k$, 由于 $0 \leq \pi_{ij} \leq 1; \sum_{j \in \lambda} \pi_{ij} = 1$, 则有:

$$E \{ V_{k+1}(\sigma_{k+1} = j) \mid \sigma_k = i \} - V_k(\sigma_k = i) = \sum_{j \in \lambda} \Pr(\sigma_{k+1} = j \mid \sigma_k = i) z_k^T P_j z_{k+1} - z_k^T P_i z_k = \sum_{j \in \lambda} \pi_{ij} z_k^T P_j z_{k+1} - z_k^T P_i z_k = z_k^T \left[\tilde{\Phi}_i^T \left(\sum_{j \in \lambda} \pi_{ij} P_j \right) \tilde{\Phi}_i - P_i \right] z_k = z_k^T \left[\tilde{\Phi}_i^T \left(\sum_{j \in \lambda} \pi_{ij} P_j \right) \tilde{\Phi}_i - \left(\sum_{j \in \lambda} \pi_{ij} \right) P_i \right] z_k = z_k^T \left[\tilde{\Phi}_i^T \left(\sum_{j \in \lambda_{uk}^i} \pi_{ij} P_j \right) \tilde{\Phi}_i - \left(\sum_{j \in \lambda_{uk}^i} \pi_{ij} \right) P_i \right] z_k = z_k^T \left[\tilde{\Phi}_i^T \tilde{P}_i \tilde{\Phi}_i - \pi_i^i P_i + \sum_{j \in \lambda_{uk}^i} \pi_{ij} (\tilde{\Phi}_i^T P_j \tilde{\Phi}_i - P_i) \right] z_k = z_k^T \left[M_i + \sum_{j \in \lambda_{uk}^i} \pi_{ij} N_i \right] z_k$$

由于 $M_i < 0, N_i < 0$,

所以有 $\Omega_i = M_i + \sum_{j \in \lambda_{uk}^i} \pi_{ij} N_i < 0$ 。

由于 $z(k) = [x^T(k) \quad u^T(k-1)]^T$, 显然有 $\|x_k\| \leq \|z_k\|$, 并且 $\Omega_i < 0, P_i > 0$ 。因此对于 $x_k \neq 0$ 有:

$$\frac{E \{ V_{k+1}(\sigma_{k+1}) \mid \sigma_k \} - V_k(\sigma_k)}{V_k(\sigma_k)} - 1 = \frac{E \{ V_{k+1}(\sigma_{k+1}) \mid \sigma_k \} - V_k(\sigma_k)}{V_k(\sigma_k)} = -\frac{z_k^T (-\Omega_i) z_k}{z_k^T P_i z_k} \leq -\min_{j \in \lambda} \left\{ \frac{\lambda_{\min}(-\Omega_i)}{\lambda_{\max}(P_i)} \right\} = \alpha - 1,$$

所以:

$$\alpha \geq \frac{E\{V_{k+1}(\sigma_{k+1})|\sigma_k\}}{V_k(\sigma_k)} > 0,$$

$$\alpha = 1 - \min_{j \in \tilde{\lambda}} \left\{ \frac{\lambda_{\min}(-\Omega_j)}{\lambda_{\max}(P_j)} \right\} < 1,$$

因此 $0 < \alpha < 1$ 。进一步地有:

$$E\{V_{k+1}(\sigma_{k+1})|z_k, \sigma_k\} < \alpha V_k(\sigma_k),$$

所以有:

$$E\{V_k(\sigma_k)|z_0, \sigma_0\} < \alpha^k V_0(\sigma_0),$$

接着:

$$E\left\{ \sum_{k=0}^m V_k(\sigma_k | \sigma_0) \right\} < (1 + \alpha + \dots + \alpha^m) V_0(\sigma_0) = \frac{1 - \alpha^{m+1}}{1 - \alpha} V_0(\sigma_0),$$

所以

$$E\left\{ \sum_{k=0}^m z_k^T P(\sigma_k) z_k | \sigma_0 \right\} < \frac{V_0(\sigma_0)}{1 - \alpha},$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} E\left\{ \sum_{k=0}^m z_k^T z_k | \sigma_0 \right\} \cdot \left(\min_{j \in \tilde{\lambda}} \lambda_{\min}(P_j) \right) < \lim_{m \rightarrow \infty} E\left\{ \sum_{k=0}^m z_k^T P(\sigma_k) z_k | \sigma_0 \right\} < \frac{V_0(\sigma_0)}{1 - \alpha},$$

$$\text{令: } \tilde{M}(z_0, \sigma_0) = \left(\min_{j \in \tilde{\lambda}} \lambda_{\min}(P_j) \right)^{-1} \frac{V_0(\sigma_0)}{1 - \alpha},$$

$$\text{则有: } \lim_{m \rightarrow \infty} E\left\{ \sum_{k=0}^m x_k^T x_k | z_0, \sigma_0 \right\} < \tilde{M}(z_0, \sigma_0),$$

因此根据定义 1, 系统(6)是随机稳定的。证毕。

3 控制器设计及系统实现

引理 1: (Schur 补引理): 假如存在矩阵 S_1 , S_2 和 S_3 , 其中 $S_2^T = S_2 > 0$, $S_3^T = S_3$, 则 $S_1^T S_2 S_1 + S_3 < 0$ 成立等价于

$$\begin{bmatrix} -S_2^{-1} & S_1 \\ S_1^T & S_3 \end{bmatrix} < 0 \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} S_3 & S_1^T \\ S_1 & -S_2^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

引理 2: 给定具有相应维数的矩阵 W , D , 和 E , 其中 W 为对称阵, 对于所有满足 $F^T F < I$ 的矩阵 F , $W + DFE + E^T F^T D^T < 0$, 当且仅当存在 $\varepsilon > 0$, 使得 $W + \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$ 。

定理 2: 对于闭环离散时间跳变系统模型(6), 如果存在 Y_i , $X_i = X_i^T > 0, i \in \tilde{\lambda}$, 以及 $\varepsilon > 0$ 满足以

下 LMIs:

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i X_i & U_{1i}^T & U_{2i}^T \\ U_{1i} & Z & 0 \\ U_{2i} & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -X_i & U_{3i}^T & U_{2i}^T \\ U_{3i} & \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T - X_j & 0 \\ U_{2i} & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \forall j \in \tilde{\lambda}_{uk}^i \quad (11)$$

式中: $i = \sigma(k) \in \tilde{\lambda}$,

$$U_{1i} = [(\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i)^T, \dots, (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i)^T]^T,$$

$$U_{2i} = \hat{E} X_i + E_0 Y_i,$$

$$U_{3i} = \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i,$$

$Z =$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T - \pi_{i\kappa_1}^{-1} X_{\kappa_1} & * & * \\ \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T & \ddots & * \\ \vdots & \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T & * \\ \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T & \cdots & \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T - \pi_{i\kappa_m}^{-1} X_{\kappa_m} \end{bmatrix}, \forall j \in \tilde{\lambda}_k^i$$

则系统是随机稳定的, 同时时变反馈控制器增益 $K_i = Y_i X_i^{-1}$ 。

证明: 采用引理 1 的 Schur 补引理, 对不等式(8)变换, 可得:

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i P_i & \tilde{\Phi}_i^T \\ \tilde{\Phi}_i & -(\tilde{P}_{\kappa}^i)^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

进一步地: 对上式(12)左右同时乘以 $\text{diag}(X_i, I)$, 可得:

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i X_i & X_i \tilde{\Phi}_i^T \\ \tilde{\Phi}_i X_i & -(\tilde{P}_{\kappa}^i)^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

式中: $X_i = P_i^{-1}$ 。

继续采用引理 1 的 Schur 补引理, 对不等式(13)变换, 可得:

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i X_i & U_{4i}^T \\ U_{4i} & W \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

式中:

$$U_{4i} = [X_i \tilde{\Phi}_i^T, \dots, X_i \tilde{\Phi}_i^T]^T,$$

$$W = \text{diag}(-\pi_{i\kappa_1}^{-1} X_{\kappa_1}, -\pi_{i\kappa_2}^{-1} X_{\kappa_2}, \dots, -\pi_{i\kappa_m}^{-1} X_{\kappa_m}),$$

进一步地可得如下式(15)

$$\begin{bmatrix} -\pi_k^i X_i & U_{4i}^T \\ U_{4i} & W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\pi_k^i X_i & * & * & * & * \\ (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i) & -\pi_{ik_1}^{-1} X_{k_1} & * & * & * \\ (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i) & 0 & -\pi_{ik_2}^{-1} X_{k_2} & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & * \\ (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i) & 0 & 0 & 0 & -\pi_{ik_m}^{-1} X_{k_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{D}_i \\ \hat{D}_i \\ \vdots \\ \hat{D}_i \end{bmatrix} F(\tau_k) [(\hat{E}X_i + E_0Y_i) \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] + \begin{bmatrix} (\hat{E}X_i + E_0Y_i)^T \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F^T(\tau_k) [0 \ \hat{D}_i^T \ \hat{D}_i^T \ \dots \ \hat{D}_i^T] < 0, \quad (15)$$

由于 $F^T(\tau_k)F(\tau_k) < I$, 根据引理 2, 可得不等式(15)与(16)是等效的。

$$\begin{bmatrix} -\pi_k^i X_i & * & * & * & * \\ (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i) & -\pi_{ik_1}^{-1} X_{k_1} & * & * & * \\ (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i) & 0 & -\pi_{ik_2}^{-1} X_{k_2} & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & * \\ (\hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma}_i Y_i) & 0 & 0 & 0 & -\pi_{ik_m}^{-1} X_{k_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{D}_i \\ \hat{D}_i \\ \vdots \\ \hat{D}_i \end{bmatrix} \varepsilon [0 \ \hat{D}_i^T \ \hat{D}_i^T \ \dots \ \hat{D}_i^T] + \begin{bmatrix} (\hat{E}X_i + E_0Y_i)^T \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \varepsilon^{-1} [(\hat{E}X_i + E_0Y_i) \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] < 0. \quad (16)$$

最后根据引理 1, 可得不等式(10)。如上证明

过程, 同理可得不等式(11)。证毕。

以上计算可以通过求解 LMIs 来实现, 所计算得到的时变控制器增益 K_i 对应着图 2 中系统在时间周期 $[kT, (k+1)T]$ 内的第 i 个时延区间, 针对系统的不同时延, 系统采用预估补偿的设计思想来选择不同的增益大小。

4 数值算例仿真

假设连续控制对象状态空间方程为

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} u(t)$$

传感器采样周期为 $T=2.4s$, 双边网络时延 $\tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} < T$ 。将整个网络双边随机取值范围 $(0, 2.4s)$ 进行两等分划分, 即分为 $(0, 1.2s]$ 和 $(1.2s, 2.4s)$ 两个区间, 并将其定义为 Markov 链的两个状态, 且受转移概率矩阵 π_1 控制, 同时在每个小区间内采用随机分布的方式可以得到如图 3 所示连续变化的随机时延序列。同理划分为四等分区间, 可得如图 4 所示受转移概率矩阵 π_2 控制的随机时延序列。接着采用不同区间划分方法分别对系统进行仿真。

$$\pi_1 = \begin{bmatrix} (0.525) & (0.475) \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\pi_2 = \begin{bmatrix} (0.35) & 0.20 & (0.35) & 0.10 \\ 0.20 & (0.30) & 0.1 & (0.40) \\ (0.20) & 0.30 & 0.40 & (0.10) \\ 0.60 & (0.10) & (0.15) & (0.15) \end{bmatrix}$$

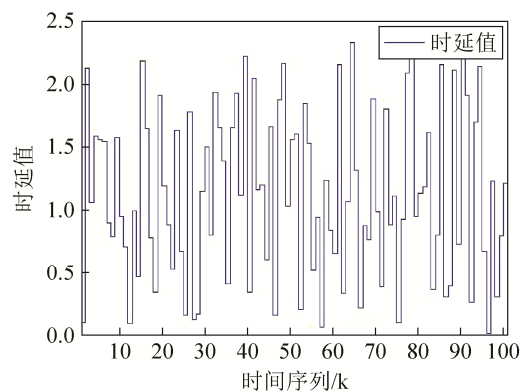


图 3 基于概率转移矩阵 π_1 的时延序列
Fig.3 Time delay sequence based on the transition probability matrix π_1

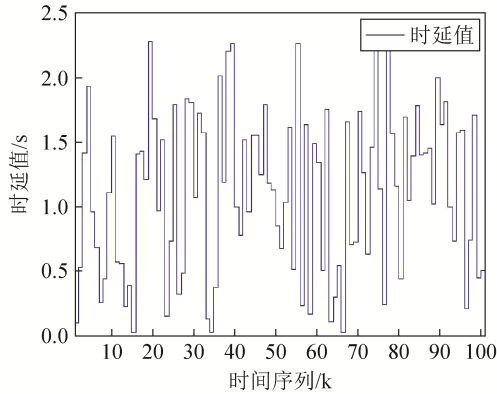


图4 基于概率转移矩阵 π_2 的时延序列
Fig.4 Time delay sequence based on the transition probability matrix π_2

(1) $N=1$, 则区间间隔 $T_0=T=2.4$ s。选取满足条件的最小值 $\sigma=6$, 根据定理 2, 求解线性不等式组 (10), 可得 $\varepsilon=3.5160$, 控制器的反馈增益为:

$$K1 = [0.0052 \quad 0.0391 \quad 0.0232]$$

设初始值 $x_0 = [2 \quad -0.5]$, 仿真结果如图5所示。

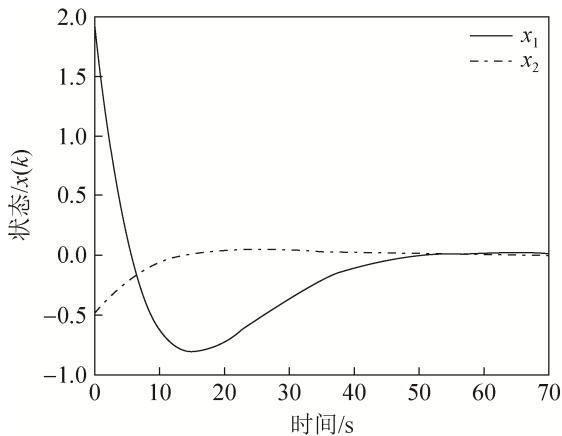


图5 未划分时间间隔时的状态轨迹
Fig.5 State trajectories of NCSs when the time delay interval is not partitioned

(2) $N=2$, 则区间间隔 $T_0=1.2$ s, 将传感器采样周期分为二等份区间, 分别为(0,1.2]、(1.2,2.4), 单位为 s, 分别对应时延 Markov 链的二个状态。网络系统时延在两个区间上的跳变特性受状态转移概率矩阵 π_1 控制。当转移概率矩阵 π_1 全部元素已知时, 选取满足条件的最小值 $\sigma=3$, 根据定理 2, 可计算得出 $\varepsilon=0.4117$, 离散时间跳变系统的时变反馈增益为:

$$K2_1 = [0.0113 \quad 0.0792 \quad -0.1058]$$

$$K2_2 = [0.0113 \quad 0.0769 \quad -0.0288]$$

当转移概率矩阵 π_1 括弧里面的概率未知, 即 Markov 状态转移概率矩阵部分概率未知时, 同样选取满足条件的最小值 $\sigma=3$, 可计算得出 $\varepsilon=0.2617$, 离散时间跳变系统的时变反馈增益为:

$$\tilde{K}2_1 = [0.0115 \quad 0.0779 \quad -0.0760]$$

$$\tilde{K}2_2 = [0.0105 \quad 0.0753 \quad -0.0735]$$

设初始值 $x_0 = [2 \quad -0.5]$, 在双边随机时延跳变特性满足如图3所示的时延序列时, 仿真结果如图6所示(其中上半部分为转移概率完全已知时的状态轨迹)。

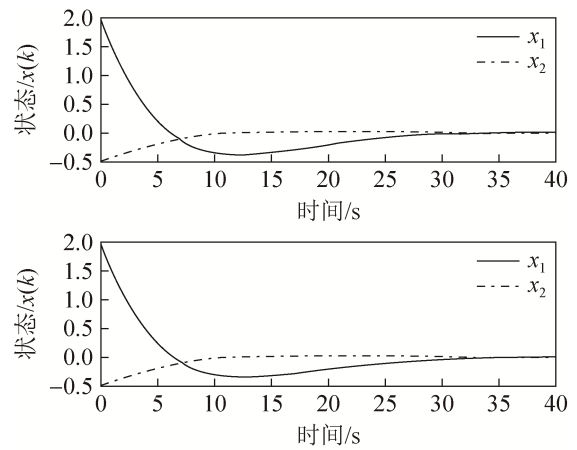


图6 划分为二等分时间间隔时的状态轨迹
Fig.6 State trajectories of NCSs when the time delay interval is partitioned into two equal intervals

(3) $N=4$, 则区间间隔 $T_0=0.6$ s, 将传感器采样周期分为四等份, 分别为(0,0.6]、(0.6,1.2]、(1.2,1.8]和(1.8,2.4), 单位为 s, 分别对应时延 Markov 链的四个状态。网络系统时延在这四个区间上的跳变特性受状态转移概率矩阵 π_2 控制。当转移概率矩阵 π_2 全部元素已知时, 选取满足条件的最小值 $\sigma=1.3$, 根据定理 2, 可计算得出 $\varepsilon=0.0113$, 离散时间跳变系统的时变反馈增益为:

$$K4_1 = [0.0275 \quad 0.1666 \quad -0.5055]$$

$$K4_2 = [0.0269 \quad 0.1577 \quad -0.3542]$$

$$K4_3 = [0.0250 \quad 0.1463 \quad -0.2576]$$

$$K4_4 = [0.0247 \quad 0.1365 \quad -0.1305]$$

当转移概率矩阵 π_2 括弧里面的概率未知, 即

Markov 状态转移概率矩阵部分概率未知时, 同样选取满足条件的最小值 $\sigma=1.3$, 可计算得出 $\varepsilon=4.1616 \times 10^{-5}$, 离散时间跳变系统的时变反馈增益为:

$$\tilde{K}_{4_1}=[0.0161 \quad 0.1009 \quad -0.1391]$$

$$\tilde{K}_{4_2}=[0.0157 \quad 0.0988 \quad -0.0603]$$

$$\tilde{K}_{4_3}=[0.0160 \quad 0.1118 \quad -0.1364]$$

$$\tilde{K}_{4_4}=[0.0173 \quad 0.1028 \quad -0.0729]$$

同样设初始值 $x_0=[2 \quad -0.5]$, 在双边随机时延跳变特性满足如图 4 所示的时延序列时, 仿真结果如图 7 所示(其中上半部分为转移概率完全已知时的状态轨迹)。

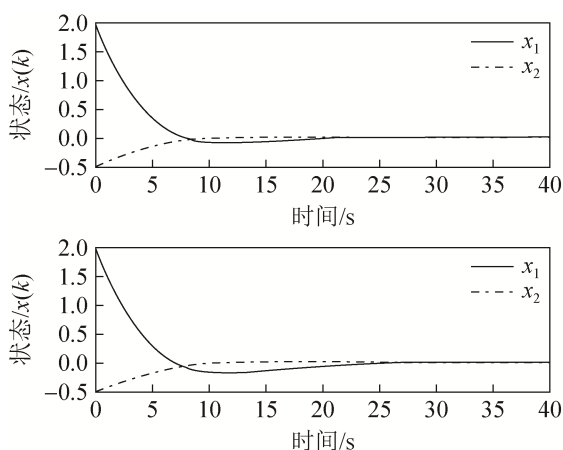


图 7 划分为四等分时间间隔时的状态轨迹

Fig.7 State trajectories of NCSs when the time delay interval is partitioned into four equal intervals

从表 1 以及图 5~7 中可以看出, 同一系统对象针对相同的采样周期, 采用不同区间的划分方法, 分别选择满足不等式 $\sigma > \max_{\tau_k \in [0, T_0]} \|\bar{F}(\tau_k)\|_2 = \left\| \int_0^{\tau_k} e^{As} ds \right\|_2$ 的值, 并结合引理 2, 使不确定参数问题转化为确定参数问题, 根据定理 2, 在部分概率未知甚至全部概率未知时, 给出的时变反馈控制器增益, 均能使系统状态得到收敛。同时随着区时间隔划分越细, σ 可以取更小的值, 相应的系统收敛到稳定状态时的快速性和平稳性方面均有所改善, 相对针对整个大区间时延而设计的系统, 例如文献[5-9], 本文提出的方法将原本在时延区间 $t_k \in (0, T)$ 范围变化的随机时延, 通过时延区间划分,

将其转化为在多个区间 $\tau_k \in (0, T_0]$ 内的小范围随机时延问题, 进而采用随机跳变系统理论进行分析和设计, 可以降低系统设计的保守性, 因此说明了本文所提方法的有效性。但是随着划分区间个数以及转移概率矩阵中未知元素的增加, 求解线性矩阵不等式的个数也随之增加, 将给计算求解带来较大的困难, 而且由于相邻划分区间时间间隔的减小, 状态趋于稳定的时间将不会有有效的改善, 因此在工程应用中可根据实际需求划分合适的区间个数。

表 1 不同的时延区间划分对应的系统状态收敛时间

Tab.1 System state convergence time corresponding to the different time delay interval divisions /s

划分区间个数	1	2	4
区间时间间隔	2.4	1.2	0.6
部分转移概率元素未知时系统状态收敛时间	约 53	约 35	约 27
全部转移概率元素已知时系统状态收敛时间	约 53	约 32	约 23

5 结论

在网络控制系统中, 随着网络负载等条件的改变, 网络时延也随之改变。针对网络时延, 为了降低系统设计的保守性, 本文将时延的变化范围按区间划分, 将连续的随机时延转换为多个的离散随机时延区间的问题, 并采用一个部分转移概率未知的有限状态 Markov 链随机过程来描述双边随机时延的变化, 得到了基于 Markov 状态的参数不确定性离散时间跳变系统模型。然后基于 Lyapunov 稳定性理论, 结合随机理论的分析方法和 LMI 给出了系统随机稳定的充分条件, 以及可使系统镇定的时变控制器增益。在系统工作时, 执行器采用预估补偿的设计思想, 根据时延的大小来选择合适的时变控制器增益。最后在考虑系统双边随机时延的前提下, 给出了基于同一系统但采用不同的时延区间划分方法的数值算例仿真, 其结果验证了本文所提出的方法是有效的。

参考文献:

[1] Gupta R A, Chow M Y. Networked Control System:

- Overview and Research Trends[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics (S0278-0046), 2010, 57(7): 2527-2535.
- [2] 魏玲, 薛定宇, 鄂大志, 等. 网络控制系统中的时延分析(英文)[J]. 系统仿真学报, 2008, 14(20): 3772-3781.
Wei Ling, Xue Dingyu, E Dazhi, et al. Analysis of Time Delays in Networked Control Systems[J]. Journal of System Simulation, 2008, 14(20): 3772-3781.
- [3] Luck R, Ray A. An Observer-Based Compensator for Distributed Delays[J]. Automatica (S0005-1098), 1990, 26(5): 903-908.
- [4] Zhang W A, Yu L. BIBO Stability and Stabilization of Networked Control Systems with Short Time-Varying Delays[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control (S1049-8923), 2011, 21(3): 295-308.
- [5] 谢成祥, 樊卫华, 胡维礼. 一类短时延网络控制系统的建模和控制方法[J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2009, 33(2): 156-160.
Xie Chengxiang, Fan Weihua, Hu Weili. Modeling and Control Method of a Class of Networked Control Systems with Short Time-delay[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology (Natural Science), 2009, 33(2): 156-160.
- [6] 邱占芝, 张庆灵, 刘明. 不确定时延输出反馈网络系统的保性能分析[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(2): 274-278.
Qiu Zhanzhi, Zhang Qingling, Liu Ming. Guaranteed Performance Control for Output Feedback Networked Control Systems with Uncertain Time-delay[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(2): 274-278.
- [7] 胥吉林, 屈百达, 徐保国. 短时延网络控制系统的建模与 H_∞ 鲁棒控制[J]. 计算机工程与设计, 2013, 34(1): 110-113.
Xu Jilin, Qu Baida, Xu Baoguo. Modeling and H_∞ Robust Control for Networked Control Systems with Short time-delay[J]. Computer Engineering and Design, 2013, 34(1): 110-113.
- [8] Chen C C, Sandra H, Martin B. Stability, Stabilization and Experiments for Networked Control Systems with Random Time Delay[C]// Proc. of the American Control Conference, 2008: 1552-1557.
- [9] 马卫国, 邵诚. 网络控制系统随机稳定性研究[J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 878-882.
Ma Weiguang, Shao Cheng. Stochastic Stability for Networked Control Systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(8): 878-882.
- [10] 宋杨, 懂豪, 费敏锐. 基于切换频率的马可夫网络控制系统均方指数镇定[J]. 自动化学报, 2012, 5(38): 876-881.
Song Yang, Dong Hao, Fei Minrui. Mean Square Exponential Stabilization of Markov Networked Control Systems Based on Switching Frequentness[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 5(38): 876-881.
- [11] Huang D, Sing K N. State Feedback Control of Uncertain Networked Control Systems with Random Time Delays[J]. IEEE Trans. on Automatic Control (S0018-9286), 2008, 53(3): 829-834.
- [12] Zhang L X, Boukas E K. Stability and Stabilization of Markovian Jump Linear Systems with Partly Unknown Transition Probabilities[J]. Automatica (S0005-1098), 2009, 2(45): 463-468.
- [13] 邱丽, 胥布工, 黎善斌. 具有数据包丢失及转移概率部分未知的网络控制系统 H_∞ 控制[J]. 控制理论及应用, 2011, 8(28): 1105-1112.
Qiu Li, Xu Bugong, Li Shanbin. H_∞ control for networked control systems with data packet dropouts and partly unknown transition probabilities[J]. Control Theory & Applications, 2011, 8(28): 1105-1112.
- [14] Wang J H, Zhang Q L, Bai F. Robust Control of Discrete-Time Singular Markovian Jump Systems with Partly Unknown Transition Probabilities by Static Output Feedback[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems (S1598-6446), 2015, 13(6): 1313-1325.
- [15] Guo C Y, Zhang W D. H_∞ Estimation for Stochastic Time Delays in Networked Control Systems by Partly Unknown Transition Probabilities of Markovian Chains[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control (S0022-0434), 2013, 135(1): 145081.
- [16] Tian G S, Xia F, Tian Y C. Predictive Compensation for Variable Network Delays and Packet Losses in Networked Control Systems[J]. Computers and Chemical Engineering (S0098-1354), 2012, 39(10): 152-162.
- [17] Cao Y Y, James L. Stochastic Stabilizability and H_∞ Control for Discrete-time Jump Linear Systems with Time Delay[J]. Journal of the Franklin Institute (S0016-0032), 1999, 366(8): 1263-1281.