

1-2-2019

## Dual Channel Maneuver Flight Control Based on Dynamic Inverse and Dynamic Sliding Mode

Shengyi Yang

*1.Key Laboratory of Pattern Recognition and Intelligent Systems of Guizhou Province, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025, China; ;2.Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle , Ministry of Education , Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

Liu Chao

*2.Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle , Ministry of Education , Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

Shengjing Tang

*2.Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle , Ministry of Education , Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*

Weili Yang

*1.Key Laboratory of Pattern Recognition and Intelligent Systems of Guizhou Province, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025, China; ;*

Follow this and additional works at: <https://dc-china-simulation.researchcommons.org/journal>



Part of the Artificial Intelligence and Robotics Commons, Computer Engineering Commons, Numerical Analysis and Scientific Computing Commons, Operations Research, Systems Engineering and Industrial Engineering Commons, and the Systems Science Commons

---

This Paper is brought to you for free and open access by Journal of System Simulation. It has been accepted for inclusion in Journal of System Simulation by an authorized editor of Journal of System Simulation.

---

# Dual Channel Maneuver Flight Control Based on Dynamic Inverse and Dynamic Sliding Mode

## Abstract

**Abstract:** In order to solve the flight control problem of mini quadrotor with large angle and fast maneuver, a new dual channel maneuver flight control method based on dynamic inverse (DI) and sliding mode control (SMC) is proposed. By combining SMC and DI, this method makes the system robust to the model uncertainty and aerodynamic interference. *The dynamic SMC effectively reduces system's chattering.* New sliding mode surface and quaternion regular model of aircraft attitude are built to *improve the control precision and resolve the singular problem of aircraft.* *The DI improves the system's dynamic response, and the stability analysis of zero dynamics* is given in the inverse system design. The simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

## Keywords

dynamic inverse, dynamic sliding mode, maneuver, zero dynamics

## Recommended Citation

Yang Shengyi, Liu Chao, Tang Shengjing, Yang Weili. Dual Channel Maneuver Flight Control Based on Dynamic Inverse and Dynamic Sliding Mode[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(1): 156-164.

# 基于动态逆和动态滑模的双通道机动飞行控制

杨盛毅<sup>1,2</sup>, 刘超<sup>2</sup>, 唐胜景<sup>2</sup>, 杨伟力<sup>1</sup>

(1. 贵州民族大学 贵州省模式识别与智能系统重点实验室, 贵阳 550025;

2. 北京理工大学 飞行器动力学与控制教育部重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 针对微小型四旋翼飞行器大角度快速机动飞行控制问题, 提出一种基于动态逆与滑模控制的新型双通道机动飞行控制方法。通过滑模控制与动态逆结合, 使系统对模型的不确定性及气动干扰有较好的鲁棒性, 动态滑模有效地避免了系统抖振, 且构造新的滑模面和飞行器姿态四元数正则模型, 提高了控制精度, 解决了飞行器奇异问题; 动态逆则改善了系统的动态响应特性, 在逆系统设计中, 由于系统具有零动态, 给出了该零动态的稳定性分析。仿真结果证明了控制方案的控制效果。

**关键词:** 动态逆; 动态滑模; 机动飞行; 零动态

中图分类号: V249.12

文献标识码: A

文章编号: 1004-731X (2018) 01-0156-09

DOI: 10.16182/j.issn1004731x.joss.201801019

## Dual Channel Maneuver Flight Control Based on Dynamic Inverse and Dynamic Sliding Mode

Yang Shengyi<sup>1,2</sup>, Liu Chao<sup>2</sup>, Tang Shengjing<sup>2</sup>, Yang Weili<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Pattern Recognition and Intelligent Systems of Guizhou Province, Guizhou Minzu University, Guiyang 550025, China;

2. Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle, Ministry of Education, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to solve the flight control problem of mini quadrotor with large angle and fast maneuver, a new dual channel maneuver flight control method based on dynamic inverse (DI) and sliding mode control (SMC) is proposed. By combining SMC and DI, this method makes the system robust to the model uncertainty and aerodynamic interference. The dynamic SMC effectively reduces system's chattering. New sliding mode surface and quaternion regular model of aircraft attitude are built to improve the control precision and resolve the singular problem of aircraft. The DI improves the system's dynamic response, and the stability analysis of zero dynamics is given in the inverse system design. The simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

**Keywords:** dynamic inverse; dynamic sliding mode; maneuver; zero dynamics

## 引言

微小型四旋翼飞行器凭借体积小、能垂直起降等特殊优势, 成为执行室内复杂任务的首选之

一。然而敏捷飞行器在室内执行复杂任务, 往往需要做大曲率高状态变化的机动飞行。首先大角度机动飞行将给飞行器系统带来奇异性问题; 其次, 由于该类飞行器是非线性、自耦合的欠驱动系统, 自身处于临界稳定状态, 加之这类飞行器体积小, 重量轻, 易受环境所引发的气动干扰影响, 且系统的运动流场特性难以进行实验分析, 因此, 给机动飞行控制器的设计带来较大困难。

目前, 针对这类问题, 文献[1-2]将特定机动



收稿日期: 2016-01-29 修回日期: 2016-03-12;  
基金项目: 国家自然科学基金(11572036), 贵州省科学技术基金(黔科合 J 字 LKM[2012]09, 黔科合 LH 字[2015]7208), 贵州省教育厅自然科学研究项目(黔教合 KY 字[2015]428);

作者简介: 杨盛毅(1986-), 男, 布依族, 贵州平塘, 博士, 副教授, 研究方向为飞行器动力学与控制。

<http://www.china-simulation.com>

分解为多个模态, 通过设计不同模态的控制器来实现机动飞行; 文献[3]通过迭代学习以实现特定机动飞行的; 文献[4-7]设计非线性鲁棒控制方法克服系统的非线性及不确定性和气动干扰; 文献[8]采用自适应方法来补偿干扰的; 文献[9]采用干扰观测器方法的。由于滑模控制自身具有鲁棒性, 且适用于非线性系统控制的特点<sup>[10-11]</sup>, 可以把系统的不确定性及气动干扰当作系统模型的扰动来处理, 并使用适当的滑模控制方法进行飞行控制器设计。

因此, 本文提出了一种基于动态逆-动态滑模控制 (Dynamic Inverse-Dynamic Sliding Mode Control, DI-DSMC) 的非线性机动飞行控制方法。采用四元数表示的飞行器系统模型, 消除传统采用欧拉角描述时, 在大角度机动飞行中出现的奇异问题。通过对四元数表示的飞行器非线性系统进行分析, 设计了一种基于新的积分滑模面的 DSMC 控制器, 保证了系统的鲁棒性, 同时也消除了传统滑模中切换函数引起的系统抖振。为了改善系统的动态响应特性, 建立飞行器非线性 DI 系统, 设计前馈通道对系统进行补偿。最后, 通过仿真验证了机动飞行控制的控制效果。

## 1 双通道机动飞行控制器设计

### 1.1 动态滑模反馈通道设计

传统滑模控制存在抖振现象, 在一定程度上限制了应用。为消除抖振, 人们做了多方面的研究, 如边界层法, 在控制器设计中采用饱和函数代替符号函数。但是边界层的引入降低了系统的控制精度。目前, 采用较多的方法是动态滑模控制或高阶滑模控制。其中, 动态滑模控制在传统滑模控制理论上, 对不连续的控制量进行积分, 有效地降低抖振并提高系统的控制精度。

动态滑模控制器的设计过程与传统滑模控制器类似。首先, 选择适当的切换函数, 使系统所产生的滑模运动具有期望的动态特性; 然后, 选择适当的控制律, 以保证系统能在有限时间内到

达滑模面, 并保持在该滑模面上。

考虑被控系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u + w(t) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $f$  和  $g$  是已知光滑函数。

假设 1:  $w(t)$  是有界干扰, 且  $\|w(t)\| \leq \eta$ ,  $\eta$  为上界。

假设 2:  $w(t)$  可导, 且  $\|\dot{w}(t)\| \leq \Delta$ ,  $\Delta$  为上界。

设  $e$  为误差函数,  $x_d$  为期望的系统状态, 则有

$$e = x_d - x \quad (2)$$

选取线性切换函数为

$$s = ce + \dot{e} \quad (3)$$

式中: 参数  $c$  满足多项式 Hurwitz 条件, 即  $c > 0$ 。

构造新的滑模面为

$$\sigma = \tau_1 s + \tau_2 \dot{s} + \tau_3 \int s dt \quad (4)$$

式中:  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  为滑模面待定系数。

当  $\sigma = 0$  时,  $s = e^{-\lambda t}$ ,  $\lambda$  为与  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  相关的常数。所以有,  $e \rightarrow 0$  和  $\dot{e} \rightarrow 0$ 。当滑模面  $\sigma \rightarrow 0$  时, 系统的滑模面以  $e^{-\lambda t}$  指数收敛。对滑模面求一阶导数为

$$\dot{\sigma} = \tau_1 \dot{s} + \tau_2 \ddot{s} + \tau_3 s = \tau_2 \ddot{e} + (\tau_1 + c\tau_2) \dot{e} + (c\tau_1 + \tau_3) e + \tau_3 c e \quad (5)$$

由式(2)可以得到

$$\dot{e} = \dot{x}_d - \dot{x} \quad (6)$$

$$\ddot{e} = \ddot{x}_d - \ddot{x} = \ddot{x}_d - f(x) - g(x)u - w(t) \quad (7)$$

$$\ddot{e} = \ddot{x}_d - \frac{\partial f(x)}{\partial x} \dot{x} - \frac{\partial g(x)}{\partial x} \dot{x}u - g(x)\dot{u} - \dot{w}(t) \quad (8)$$

将式(6)~(8)代入式(5), 得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & c\tau_3 e + (c\tau_1 + \tau_3) \dot{e} + (\tau_1 + c\tau_2) (\ddot{x}_d - f(x) - g(x)u - w(t)) + \\ & \tau_2 \left( \ddot{x}_d - \frac{\partial f(x)}{\partial x} \dot{x} - \frac{\partial g(x)}{\partial x} \dot{x}u - g(x)\dot{u} - \dot{w}(t) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

为保证  $\sigma \dot{\sigma} < 0$ , 设计滑模控制律为

$$\begin{aligned} \dot{u} = & \tau_2^{-1} g^{-1}(x) \left\{ \tau_3 c e + (c\tau_1 + \tau_3) \dot{e} - \right. \\ & \left. \left( \tau_2 \frac{\partial g(x)}{\partial x} \dot{x} + (\tau_1 + c\tau_2) g(x) \right) u + \tau_2 \ddot{x}_d + \right. \\ & \left. (\tau_1 + c\tau_2) (\ddot{x}_d - f(x)) - \tau_2 \frac{\partial f(x)}{\partial x} \dot{x} - \varepsilon \operatorname{sgn}(\sigma) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

则将式(10)代入式(9)中, 可得

$$\dot{\sigma} = -(\tau_1 + c\tau_2)w(t) - \tau_2\dot{w}(t) + \varepsilon \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (11)$$

考虑滑模的可达性条件  $\sigma\dot{\sigma} = -(\tau_1 + c\tau_2)\sigma w(t) - \tau_2\sigma\dot{w}(t) + \varepsilon|\sigma|$ , 若选取  $\varepsilon < -(\tau_1 + c\tau_2)\eta - \Delta$ , 则当  $\sigma \neq 0$  时  $\sigma\dot{\sigma} < 0$ 。

### 1.2 动态逆前馈通道设计

一般地, 可以通过神经网络系统、模糊系统及动态逆方法设计逆系统。本文采用基于动态逆方法设计逆系统。动态逆方法是建立在逆系统理论基础上的, 实质是引入适当的非线性输入来抵消系统的非线性部分。

一般地, 考虑单输入-单输出系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $f$ ,  $g$  和  $h$  在定义域  $\mathbf{D} \subset \mathbf{R}^n$  上足够光滑, 即所有偏导数都有定义且是连续的。映射  $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}^n$  和  $g: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}^n$  成为  $\mathbf{D}$  上的向量场。

假设  $\forall x \in \mathbf{D}$ ,  $g(x)$  可逆。则选择合适的控制信号  $u$ , 即可以将系统变为线性系统, 能跟随期望的输入  $v$ 。如令

$$u = g^{-1}(x)[v - f(x)] \quad (13)$$

则式(12)所描述系统通过式(13)描述的状态反馈转化为全状态线性化系统。但是在实际中, 理想的逆系统是不可能实现的。因为  $g(x)$  不一定可逆, 如系统状态量数多于控制量数时,  $g(x)$  不可逆。所以可以从主要关注的系统外部动态入手, 找到输入与输出的关系, 研究逆系统的设计。若原系统存在  $\rho$  阶积分逆系统, 则原系统自身输出的  $\rho$  阶导数  $y^{(\rho)}$  应该与输入  $u$  具有某种线性关系。借助李导数则可以求得原系统自身输出的  $\rho$  阶导数  $y^{(\rho)}$  应该与输入  $u$  的关系为

$$y^{(\rho)} = L_f^\rho h(x) + L_g L_f^{\rho-1} h(x)u \quad (14)$$

用变量  $y_d$  替换  $y$ , 则可得原系统式(12)符合所描述的  $\rho$  阶积分逆系统为

$$u = \frac{y_d^{(\rho)} - L_f^\rho h(x)}{L_g L_f^{\rho-1} h(x)} \quad (15)$$

值得注意的是, 为了研究由原系统和积分逆系统所构成的伪线性系统的镇定问题, 对于原系统, 定义  $\rho$  为原非线性系统的相对阶。

当系统相对阶  $\rho$  等于系统阶次  $n$  时, 系统不存在零动态, 可直接使用逆系统设计。当系统相对阶  $\rho$  小于系统阶次  $n$  时, 系统存在零动态。一般地, 对于系统的外部动态要求稳定而且具有优良的品质, 而对于零动态只需要其稳定即可。

### 1.3 参考模型

控制器输入  $v$  的参考轨迹一般通过建立参考模型得到。另外, 在动态滑模控制器中, 也需要使用的期望状态信号的前三阶导数。简单起见, 通常使用线性参考模型。因为, 原非线性系统在积分逆系统的作用下, 削弱了非线性程度, 实现了解耦, 输入  $v$  只会影响输出  $y^{(\rho)}$ , 所以可以直接计算出参考信号向量  $y_R = [y_R, y_R^{(1)}, y_R^{(2)}, y_R^{(3)}]^T$ 。考虑单入多出系统, 用以计算所需的控制器输入, 参考模型写成状态空间表达形式为  $\dot{y}_R = A_R y_R + B_R y_d$ , 其中

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a_0 & a_1 & \cdots & a_{\rho-1} \end{bmatrix},$$

$$B_R = [0 \quad \cdots \quad b_0]^T。$$

式中:  $a_0, a_1, \dots, a_{\rho-1}$  为负常数;  $b_0$  为常数;  $y_d$  为期望的系统输出。

## 2 在四旋翼飞行器上的实现

### 2.1 飞行器姿态运动建模

采用北西天坐标系。用  $G$  表示大地惯性坐标系, 用  $B$  表示原点与四旋翼质心固联的机体坐标系, 其  $X_b$  轴指向前进方向,  $Z_b$  垂直于螺旋桨旋转平面, 向上为正。使用 Z-Y-X 欧拉角表征机体系相对于地面惯性坐标系的转动。由此,  $\theta$  为正表示四旋翼正在低头,  $\phi$  为正表示四旋翼正在右滚,  $\psi$  为正表示四旋翼正在左转, 反之亦然。因此, 如果 4 个电机转速相同时, 四旋翼可以实现

悬停。如果所有电机的转速增加, 四旋翼的加速度将增大, 最终可以实现垂直向上爬升。在姿态运动方面, 电机1和3之间的转速差将产生力矩, 使得四旋翼产生俯仰运动, 飞行器发生倾斜产生前向加速度。滚转通道与俯仰通道类似。两对转向相反的电机的转速差将产生力矩, 使得四旋翼关于垂直方向产生偏航运动。

由于电机的特性, 每个电机将产生反向力矩  $M_i$ , 其方向与转向相反。  $M_1$  和  $M_3$  指向  $Z_b$  轴负向, 而  $M_2$  和  $M_4$  指向  $Z_b$  轴正向。使用  $l$  表示电机旋转中心到质心的距离。通过逐一地测量四旋翼组件质量并在 Catia 上建立精确的物理模型, 用软件可以求得绕  $X_b$ 、 $Y_b$  和  $Z_b$  轴的惯性矩。在动力学模型中忽略了每个电机的陀螺效应, 将其作为模型的不确定性; 考虑在 3 个方向上受到的阻力, 用  $M_{fx}$ 、 $M_{fy}$  和  $M_{fz}$  表示俯仰、滚转和偏航通道的阻力力矩。四旋翼质心转动动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{p} = J_x^{-1} \sum M_{xb} + qr\Lambda_1 \\ \dot{q} = J_y^{-1} \sum M_{yb} + pr\Lambda_2 \\ \dot{r} = J_z^{-1} \sum M_{zb} + qp\Lambda_3 \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{其中, } \begin{cases} \sum M_{xb} = (F_2 - F_4)l - M_{fx} \\ \sum M_{yb} = (F_3 - F_1)l - M_{fy} \\ \sum M_{zb} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 - M_{fz} \\ \Lambda_1 = J_x^{-1}(J_y - J_z) \\ \Lambda_2 = J_y^{-1}(J_z - J_x) \\ \Lambda_3 = J_z^{-1}(J_x - J_y) \end{cases}$$

式中:  $M_{xb}$ 、 $M_{yb}$  和  $M_{zb}$  表示合外力矩在机体坐标系 3 个方向的分量,

要确定飞行器空间姿态, 需建立描述飞行器机体相对地面坐标系姿态变化的运动学方程。本文采用的是规范化四元数描述法, 根据规范化四元数定义, 四元数  $Q$  与飞行器相对地面坐标系转动角速度在机体系上的分量  $p$ 、 $q$ 、 $r$  之间的微分方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_0 \\ \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式(17)即为飞行器绕质心转动运动学方程组。该方程组的初值可由四元数  $Q$  与欧拉角的关系求得。用规范化四元数  $Q$  表示姿态角  $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  则有

$$\begin{cases} \tan \phi = 2 \frac{Q_0 Q_2 - Q_3 Q_1}{Q_0^2 - Q_1^2 - Q_2^2 + Q_3^2} \\ \sin \theta = 2(Q_2 Q_3 + Q_0 Q_1) \\ \tan \psi = 2 \frac{Q_1 Q_2 - Q_0 Q_3}{Q_0^2 - Q_1^2 + Q_2^2 - Q_3^2} \end{cases} \quad (18)$$

## 2.2 DSMC 反馈通道实现

针对前述飞行器系统模型式(16)和式(17), 由于四旋翼飞行器系统受到的主要是慢时变干扰, 所以假设1和假设2合理。由系统模型方程看出, 由于系统并非正则非线性形式, 所以需要系统将系统变换为正则形式。为了方便系统变换为正则形式, 对式(17)进行变换得

$$\begin{bmatrix} \dot{Q}_0 \\ \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -Q_1 & -Q_2 & -Q_3 \\ Q_0 & -Q_3 & Q_2 \\ Q_3 & Q_0 & Q_1 \\ -Q_2 & Q_1 & Q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (19)$$

选取新的状态  $\mathbf{X} = [Q_1, Q_2, Q_3]^T$ , 有

$$\ddot{\mathbf{X}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{Q}_0 & -\dot{Q}_3 & \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 & \dot{Q}_0 & -\dot{Q}_1 \\ -\dot{Q}_2 & \dot{Q}_1 & \dot{Q}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_0 & -Q_3 & Q_2 \\ Q_3 & Q_0 & -Q_1 \\ -Q_2 & Q_1 & Q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (20)$$

进一步地, 令

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_z \\ J_x & J_y & J_z \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

将式(16)代入式(20), 整理可得

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{g}(\mathbf{X})\mathbf{U} \quad (22)$$

其中

$$f(X) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{Q}_0 & -\dot{Q}_3 & \dot{Q}_2 \\ \dot{Q}_3 & \dot{Q}_0 & -\dot{Q}_1 \\ -\dot{Q}_2 & \dot{Q}_1 & \dot{Q}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_0 & -Q_3 & Q_2 \\ Q_3 & Q_0 & -Q_1 \\ -Q_2 & Q_1 & Q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} rq\Lambda_1 \\ pr\Lambda_2 \\ qp\Lambda_3 \end{bmatrix}$$

$$g(X) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_0 & -Q_3 & Q_2 \\ Q_3 & Q_0 & -Q_1 \\ -Q_2 & Q_1 & Q_0 \end{bmatrix}$$

则反馈通道控制律由式(10)得到, 即

$$\dot{U}_{fb} = \tau_2^{-1} g^{-1}(X) \left\{ \tau_3 ce + (c\tau_1 + \tau_2) \dot{e} - \left( \tau_2 \frac{\partial g(X)}{\partial X} \dot{X} + (\tau_1 + c\tau_2) g(X) \right) U + \tau_2 \ddot{X}_d + (\tau_1 + c\tau_2) (\ddot{X}_d - f(X)) - \tau_2 \frac{\partial f(X)}{\partial X} \dot{X} - \varepsilon \text{sgn}(\sigma) \right\} \quad (23)$$

### 2.3 DI 前馈通道实现

针对前述飞行器系统模型式(16)和式(17), 利用逆系统设计方法求取其逆系统。选取  $X = [Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, p, q, r]^T$  为系统状态量, 输入量  $U = [M_x, M_y, M_z]^T$ , 则写为状态空间形式为,

$$\dot{X} = \frac{1}{2} f(X)X + g(X)U \quad (24)$$

其中:

$$f(X) = \begin{bmatrix} -pQ_1 - qQ_2 - rQ_3 \\ pQ_0 + rQ_2 - qQ_3 \\ qQ_0 - rQ_1 + pQ_3 \\ rQ_0 + qQ_1 - pQ_2 \\ rq\Lambda_1 \\ pr\Lambda_2 \\ qp\Lambda_3 \end{bmatrix}; g(X) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ J_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & J_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & J_z^{-1} \end{bmatrix}。$$

飞行器非线性原系统式(24), 取输出方程为

$$y = [h_1, h_2, h_3]^T = [Q_1, Q_2, Q_3]^T \quad (25)$$

根据前述逆系统设计方法, 构造解耦矩阵

$$G = \begin{bmatrix} L_{g1}L_f h_1 & L_{g2}L_f h_1 & L_{g3}L_f h_1 \\ L_{g1}L_f h_2 & L_{g2}L_f h_2 & L_{g3}L_f h_2 \\ L_{g1}L_f h_3 & L_{g2}L_f h_3 & L_{g3}L_f h_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

求解李导数, 解耦矩阵  $G$  可写为

$$G = \begin{bmatrix} \frac{Q_0}{2J_x} & -\frac{Q_3}{2J_y} & \frac{Q_2}{2J_z} \\ \frac{Q_3}{2J_x} & \frac{Q_0}{2J_y} & -\frac{Q_1}{2J_z} \\ -\frac{Q_2}{2J_x} & \frac{Q_1}{2J_y} & \frac{Q_0}{2J_z} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{由于 } |G| = \frac{Q_0^3 + Q_0Q_1^2 + Q_0Q_2^2 + Q_0Q_3^2}{8J_xJ_yJ_z} \quad (28)$$

其分母  $8J_xJ_yJ_z \neq 0$ , 所以解耦矩阵  $G$  不存在奇异  $G^{-1}$ , 存在。同时输入矩阵为

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_f h_1}{\partial X} f(X) \\ \frac{\partial L_f h_2}{\partial X} f(X) \\ \frac{\partial L_f h_3}{\partial X} f(X) \end{bmatrix} \quad (29)$$

由此, 可构造飞行器非线性系统的积分逆系统用作前馈通道, 取积分逆系统的输入为  $V = \ddot{y}_d$ , 有

$$U_{FF} = -G^{-1}F + G^{-1}V \quad (30)$$

关于由原系统和积分逆系统所构成的伪线性系统的镇定问题。显而易见, 四旋翼姿态子系统相对阶为 6, 而该系统的阶次为 7, 则出现  $\rho < n$  的情况。因此, 该系统只能部分线性化, 存在零动态。选取能线性化的状态量为  $\xi = [Q_1, Q_2, Q_3, \dot{Q}_1, \dot{Q}_2, \dot{Q}_3]^T$ , 同时不能线性化、不可观测的部分将变为系统零动态,  $\eta = [Q_0]$ 。取  $\bar{A}$  表示线性化后的系统状态矩阵,  $\bar{B}$  表示线性化后的系统输入矩阵。原非线性系统在积分逆系统的作用下, 可构成如下伪线性系统

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \bar{A}\xi + \bar{B}V \\ \dot{\eta} = p(\xi, \eta) + q(\xi, \eta)U \\ y = \xi \end{cases} \quad (31)$$

至于系统的零动态, 如前述, 只要零动态稳定即可。对零动态进行分析。由四元数关系得

$$Q_0^2 = 1 - Q_1^2 - Q_2^2 - Q_3^2 \quad (32)$$

对式(32)两边求导, 得零动态表达式为

$$\dot{\eta} = (Q_1\dot{Q}_1 + Q_2\dot{Q}_2 + Q_3\dot{Q}_3) / -\eta \quad (33)$$

求解式(33)得

$$\eta^2 = \frac{1}{2} \cos \Theta + c_0 \quad (34)$$

式中:  $\Theta$  为四元数理论中欧拉角;  $c_0$  为一个常数, 由四元数初值得求。由此可得  $\eta^2$  有界, 由于零动态不可观测, 该零动态不会对系统输出造成影响, 而且与外部状态存在式(32)这种特殊关系, 因此有界即可。

## 2.4 控制器综合

到此, 实现了 DSMC 反馈通道设计和 DI 前馈通道。将所设计的两路通道进行综合, 得飞行器控制律  $U_C$  如下,

$$U_C = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \int \dot{U}_{FB} + U_{FF} \quad (35)$$

可得适用于小型四旋翼大角度机动控制的姿态控制回路, 设计 DSMC 作为反馈通道, 消除了传统滑模中切换函数引起的系统抖振现象, 同时对飞行器系统参数摄动和干扰不敏感。基于逆系统设计方法, 设计飞行器的 DI 模型作为前馈通道, 改善了系统响应的快速性, 又在一定程度上消除了系统的非线性。最后, 设计参考模型, 构造动态逆模型输入的参考轨迹及动态滑模控制器中所需的高阶导数。整体上看, 可以实现飞行器对大角度输入的快速跟踪, 从而可以使得飞行器实现大曲率高状态变化率的机动飞行。

## 3 仿真与分析

以 2.1 节中四旋翼非线性模型作为被控对象, 将所设计的控制算法应用于 3 个姿态控制通道。仿真中, 动态滑模控制器的输出作为反馈, 动态逆模型的输出作为前馈, 高度通道辅以配平推力, 且包含对飞行器的重力补偿项, 具体仿真实验如下。

为对比控制效果, 用如式(36)所示的线性滑模面作为对比

$$\sigma = \kappa s + \dot{s} \quad (36)$$

重复前述推导, 可得反馈通道控制律为

$$\dot{U}_{FB} = g^{-1}(X) \left\{ \kappa C \dot{e} + (\kappa + C) \ddot{e} + \ddot{X}_d - \frac{\partial f(X)}{\partial X} \dot{X} - \frac{\partial g(X)}{\partial X} \dot{X} U + \varepsilon \operatorname{sgn}(\sigma) \right\} \quad (37)$$

分别采用线性滑模面和所设计的积分滑模面, 进行大角度快速跟踪控制仿真。假设四旋翼初始四元数为  $[Q_0, Q_1, Q_2, Q_3] = [1, 0, 0, 0]$ , 即初始欧拉角为  $[\phi_0, \theta_0, \psi_0] = [0, 0, 0]$ , 期望跟踪的四元数信号分别取阶跃信号和  $0.5 \sin(4t)$ , 仿真结果与仿真中欧拉角变化情况如图 1~3 所示。

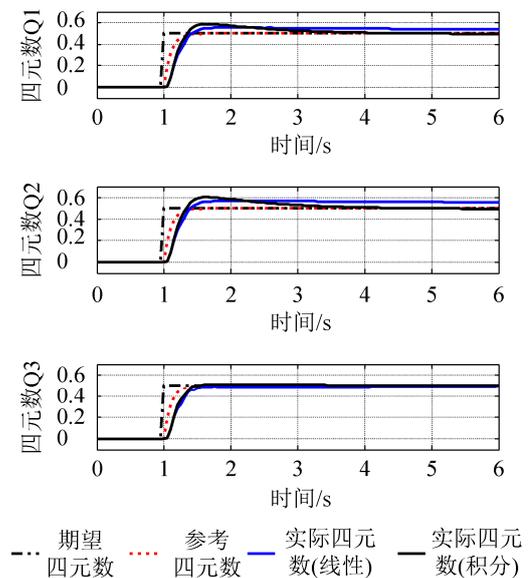


图 1 阶跃响应结果

Fig. 1 Simulation in Step Response

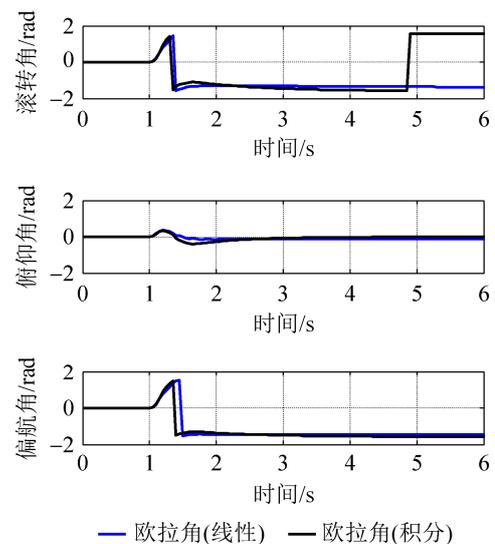


图 2 阶跃响应过程中欧拉角变化情况

Fig. 2 Simulation of Eulerian Angle in Step Response

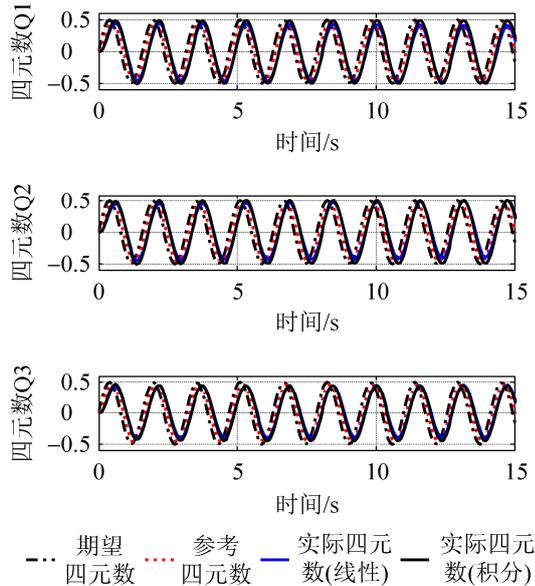


图3 大角度跟踪仿真结果  
Fig. 3 Simulation in Large Angle Tracking

由阶跃仿真结果,使用线性滑模面时,表征飞行器姿态运动的四元数  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  的稳定时间约为 0.5 s,跟踪速度较快。其中,  $Q_1$  的稳态误差约 0.05,  $Q_2$  的稳态误差约 0.07,  $Q_3$  的稳态误差约 -0.02。该误差主要是由于滑模面选取所引起。而使用积分滑模面能较好地消除该稳态误差,但所带来的影响是使得系统超调增大,与线性滑模面比较而言,线性滑模面超调较小,但是存在稳态误差。因此,需要在超调量和稳态误差间做一个权衡。更进一步地分析,四元数  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  的稳态误差不同,由于在设计中并没有对各个控制律进行详细地参数选取,仿真中只采用了一组参数。如果需要进一步降低稳态误差,可以分别对各个控制律中的各参数进行详细设计。

从欧拉角变化情况来看,仿真中滚转角出现了翻转,这是由于仿真中是利用四元数求取欧拉角的,在换算时,滚转角和偏航角与四元数成  $\arctan$  三角函数关系,取值范围为  $\pm 90^\circ$ 。

由大角度跟踪仿真结果,使用线性滑模面时,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  的跟踪的幅值偏差约为 0.04~0.05。而使用积分滑模面时,  $Q_1$ ,  $Q_2$ , 可以实现无误差跟踪,  $Q_3$  存在较小误差。但是,飞行器系统存在滞后,滞后大约 0.2 s。分析系统得知,系统的滞后是

由于使用的参考模型中含有惯性环节所引起的,参考模型减缓了输入信号的变化。从欧拉角变化情况来看,飞行器系统欧拉角在  $\pm 1.5 \text{ rad}$  之间连续变化,能够快速跟踪给定的期望信号,保证系统稳定实现了大角度机动的目的。

然后,分别采用线性滑模面和所设计的积分滑模面,在考虑外部干扰的情况下,假设有界周期干扰为  $0.1\sin(4t)$ ,四旋翼初始四元数  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  皆不为 0,期望跟踪的四元数信号分别取反向阶跃信号,仿真结果如图 4 所示。

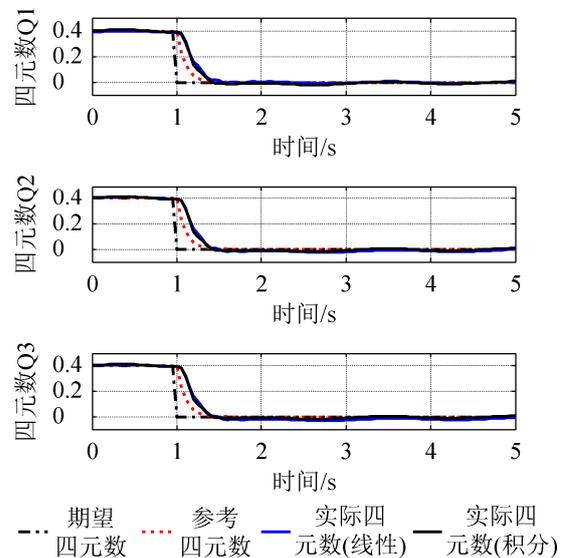


图4 考虑外部干扰的仿真结果  
Fig. 4 Simulation with External Disturbance

仿真结果表明,飞行器系统将幅值为 0.1 的周期有界干扰削弱到幅值约为 0.01 的范围,使用线性滑模面和积分滑模面,都可以较好地抑制在周期有界的外部干扰,并能保持稳定,使得控制器在干扰下能有良好的控制品质,提高了控制器的控制效果。由此得出,系统能快速的从非零初始位置回归到零位附近,系统具备这项能力,将为实现抛射起飞控制提供有力的支撑。

为分析所设计控制器中前馈支路的作用,在前述阶跃响应和大角度跟踪的仿真中,分别对动态逆前馈支路和无动态逆前馈支路的控制进行仿真,仿真结果如图 5 和图 6 所示。

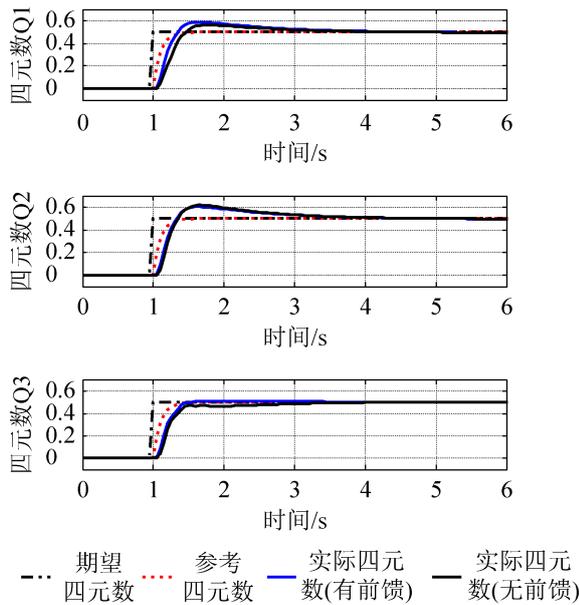


图5 前馈效果阶跃仿真结果

Fig. 5 Simulation of Feedforward in Step Response

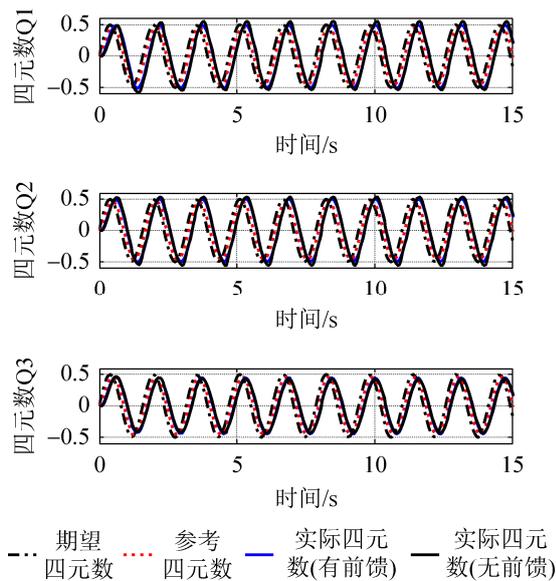


图6 前馈效果大角度跟踪仿真结果

Fig. 6 Simulation of Feedforward in Large Angle Tracking

仿真结果表明,使用动态逆系统的输出作为前馈补偿,改善了系统的动态响应速度,削弱了系统的非线性程度。

## 4 结论

本文提出了一种基于动态逆和动态滑模的双通道机动飞行控制方法,实现了飞行器的大曲率高状态变化率的机动飞行。系统模型采用四元数描

述,消除了欧拉角描述在机动飞行过程中引起的奇异问题,然后在此基础上,设计了DSMC控制器,保证了系统的鲁棒性。该控制器对系统模型参数摄动和干扰不灵敏,同时消除了传统滑模中切换函数引起的系统抖振现象。同时,为了加快系统响应速度,利用基于李导数的逆系统设计方法,设计了四元数表示的飞行器DI系统。设计中,系统存在零动态,所以针对该动态进行分析,分析了零动态的稳定性。最后,通过仿真实验证明,所设计的基于DI-DSMC的非线性机动飞行控制方法,实现了飞行器对大角度输入的快速跟踪,克服了奇异性,具有较强的抗干扰能力,从而使飞行器具备了大曲率高状态变化率的机动飞行能力。

## 参考文献:

- [1] Gillula J H, Huang H M, Vitus M P, et al. Design of guaranteed safe maneuvers using reachable sets: Autonomous quadrotor aerobatics in theory and practice[C]//Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation (ICRA), USA: IEEE, 2010: 1649-1654.
- [2] Mellinger D, Shomin M, Kumar V. Control of quadrotors for robust perching and landing[C]//Proceedings of the International Powered Lift Conference, Philadelphia, PA. USA: The American Helicopter Society International, Inc., 2010.
- [3] Mellinger D, Michael N, Kumar V. Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors[J]. The International Journal of Robotics Research(S0278-3649), 2012, 31(5): 664-674.
- [4] Derafa L, Benallegue A, Fridman L. Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV[J]. Journal of the Franklin Institute (S0016-0032), 2012, 349(2): 685-699.
- [5] Hwang C L, Jan C. Fuzzy decentralized sliding-mode under-actuated trajectory-tracking control for quadrotor unmanned aerial vehicle[C]//Proceedings of the International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), USA: IEEE, 2012.
- [6] Escareno J, Salazar S, Romero H, et al. Trajectory Control of a Quadrotor Subject to 2D Wind Disturbances[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems(S0921-0296), 2013, 70(1/2/3/4): 51-63.

(下转第170页)